

# Matlab을 이용한 유압모터-부하계의 위치제어

이명호\*, 박형배+

(논문접수일 2003. 11. 14, 심사완료일 2004. 4. 16)

## Position Control of Hydraulic Motor-Load System using Matlab

Myeong-Ho Lee, Hyung-Bae Park\*

### Abstract

The purpose of this paper is to find an effective control system for a hydraulic motor-load system using matlab. The Hydraulic control system consists of a hydraulic pump, a hydraulic proportional control valve, hydraulic pipelines, a hydraulic motor and a load system. The simulation models were verified by comparing the simulation results with measured data from the real hydraulic proportional position control system. In order to compensate the nonlinear friction characteristics in a hydraulic motor-load system, a discrete time PD controller and Friction torque observer has been applied.

**Key Words :** Hydraulic Proportional Control Valve(유압비례제어밸브), 유압모터-부하계(Hydraulic Motor Load System), PD Controller (비례미분제어기), Friction Torque Observer(마찰토크관측기)

## 1. 서론

유압 모터-부하계는 전기모터, 유압펌프, 그리고 릴리프 밸브로 구성된 유압원, 유압 비례제어밸브, 유압 모터, 그리고 부하계로 구성된다. 기계분야 시스템 설계에 광범위하게 사용되는 시스템으로써 본 연구에서는 Matlab를 이용하여 유압 모터-부하계의 시뮬레이션 모델을 구성함으로써 실제 시스템을 구성하지 않고도 시스템의 성능을 해석하고, 원하는 시스템으로 구성할 수 있도록 하는데 목적이 있다.

그러므로 기초실험을 통하여 구한 파라미터를 시뮬레이션에 적용하여 시스템의 응답특성을 구한 후에 결과를 고찰하였다. 유압모터-부하계의 구성요소들을 각각 나누어서 모델링하고, simulink상에서 시뮬레이션 모델을 구성함으로써 변형된 시스템도 쉽게 시뮬레이션 모델을 구성할 수 있도록 하였다.

이에 관한 연구로서는 Vayghan<sup>(1)</sup>의 비례 슬레노이드 밸브의 모델링과 시뮬레이션에 관한 연구, Lee<sup>(2,3)</sup>의 유압비례위치 제어시스템에 관한 모델링과 실험적 연구, 그리고

\* 서울산업대학교 기계공학과 (myeong@snut.ac.kr)  
주소: 139-743 서울시 노원구 공릉2동 172  
+ 아이메카산업

Fonselius<sup>(4)</sup>의 유압전동장치의 모델링과 제어시스템에 대한 시뮬레이션 등의 연구가 있다.

본 논문의 전체적인 구성은 유압모터-부하계의 수학적인 모델링, Matlab의 simulink를 이용하여 시뮬레이션을 구성하고, 마찰토크를 가하면서 일정한 제어 이득에 의한 비례 미분(PD)제어기와 실시간 마찰토크를 관측하는 마찰토크 관측기를 이용한 마찰토크관측기 제어를 이용하여 시스템의 응답특성에 대한 고찰을 하였다.

## 2. 유압 모터-부하계의 수학적 모델링

유압 모터-부하계의 에너지 전달체계는 원동기를 통한 기계적인 에너지가 유압시스템을 통하여 다시 기계적인 에너지로 만들어진다. 본 논문의 시뮬레이션 모델은 HPPC (Hydraulic Proportional Position Control)시스템의 각각의 요소들에 대한 기본적인 방정식들을 기초로 하여 구성하였다.

Fig. 1과 같이 유압모터-부하계의 구성요소들을 단일 시스템 요소(lumped system components)로 나누어 설계하였다. 본 논문에서 유압모터-부하계의 구성요소는 유압펌프, 유압 비례방향 제어밸브, 그리고 유압모터와 부하로 구성하였다.

### 2.1 유압 펌프

유압펌프는 기어펌프를 사용하였고, 유압펌프에서 발생하는 압력은 릴리프 밸브의 설정압력으로 가정하여 모델링 하였다.

### 2.2 유압 비례 제어밸브

유압비례 제어밸브의 동적 모델링은 Fig. 2에 도시된 형태로 다음과 같이 유량관계식을 나타낼 수 있다<sup>(5,6,7)</sup>.

$$Q_1 = K_f v_e \sqrt{P_s - P_1} - K_f \sqrt{P_1} \quad (1)$$

$$Q_2 = K_f v_e \sqrt{P_2 - P_e} - K_f \sqrt{P_s - P_2} \quad (2)$$

식 (1)과 식 (2)에서  $K_f$ 는 유량계인,  $v_e$ 는 스플변위,  $P_s$ 는 공급압력,  $P_1$ 은 입구측 압력, 그리고  $P_2$ 은 출구측 압력이다. 여기에서 스플의 변위가 공급된 전류에 비례하면, 다음과 같이 방정식을 sign 함수를 사용하여 정리할 수 있다.

$$Q_1 = K_f v_e \sqrt{|P_s - P_1|} \text{sign}(P_s - P_1) - K_f v_e \sqrt{|P_1 - P_e|} \text{sign}(P_1 - P_e) \quad (3)$$

$$Q_2 = K_f v_e \sqrt{|P_2 - P_e|} \text{sign}(P_2 - P_e) - K_f v_e \sqrt{|P_s - P_2|} \text{sign}(P_s - P_2) \quad (4)$$

### 2.3 관로의 모델링

유압모터-부하계의 관로에 유량과 압력의 관계식에 대한 모델링은 다음과 같다.

$$Q_1 = D_m \omega + \frac{V_a}{\beta} \frac{dP_1}{dt} \quad (5)$$

$$Q_2 = D_m \omega - \frac{V_b}{\beta} \frac{dP_2}{dt} \quad (6)$$

여기서  $D_m$ 은 펌프의 변위(displacement),  $\omega$ 는 각속도,  $V_a$ ,  $V_b$ 는 입구와 출구의 체적, 그리고  $\beta$ 는 압축율이다.

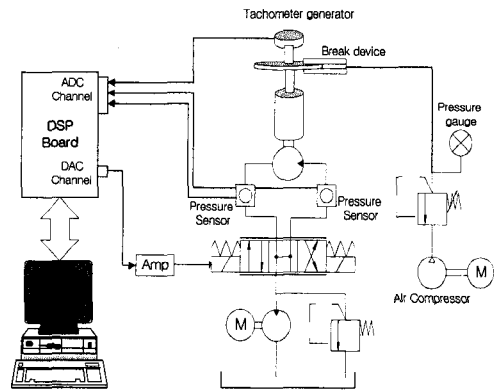


Fig. 1 Schematic diagram of the hydraulic proportional speed control system

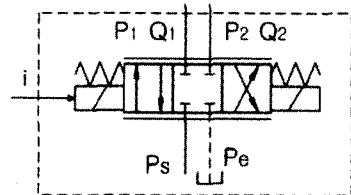


Fig. 2 Dynamic Modeling of the proportional directional control valve

### 2.4 유압모터-부하계의 모델링

유압모터 - 부하계의 운동방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$D_m(P_1 - P_2) = J_m \frac{d\omega}{dt} + B_v \omega + T_f \quad (7)$$

여기서  $D_m$ 은 기어모터의 1 회전당 송출량,  $J_m$ 은 관성 모멘트,  $B_v$ 는 점성마찰 계수, 그리고  $T_f$ 는 비선형 마찰

토크이다.

## 3. Matlab을 이용한 유압 시뮬레이션 모델

### 3.1 유압비례 제어밸브의 모델

앞에서 모델링한 유압비례제어밸브를 Matlab을 이용하여 Fig. 3, Fig. 4와 같이 유압비례제어밸브, 유압관로 그리고 유압모터-부하계로 나누어 구성하고 모델링 하였다. 시스템 압력, 유압모터의 입구와 출구 압력으로 입력을 구성하고, 송출유량을 출력으로 구성하여 다음과 같이 사인함수로 구성하였다<sup>(8)</sup>.

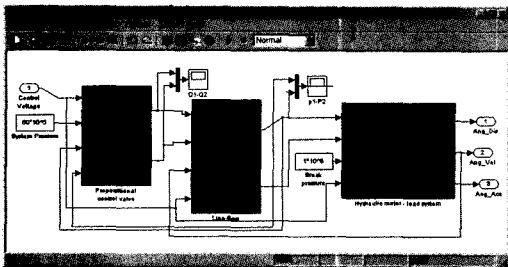


Fig. 3 Hydraulic simulation system using Matlab

### 3.2 관로의 모델

관로의 모델링은 관로내의 유체의 압축성을 고려하여 유압비례제어밸브에서 출력으로 구성된 유량을 입력으로 유압모터-부하계의 입력으로 작용하는 입구와 출구의 압력을 출력으로 구성하여 Matlab을 이용하여 Fig. 4와 같이 시뮬레이션 모델을 구성하였다.

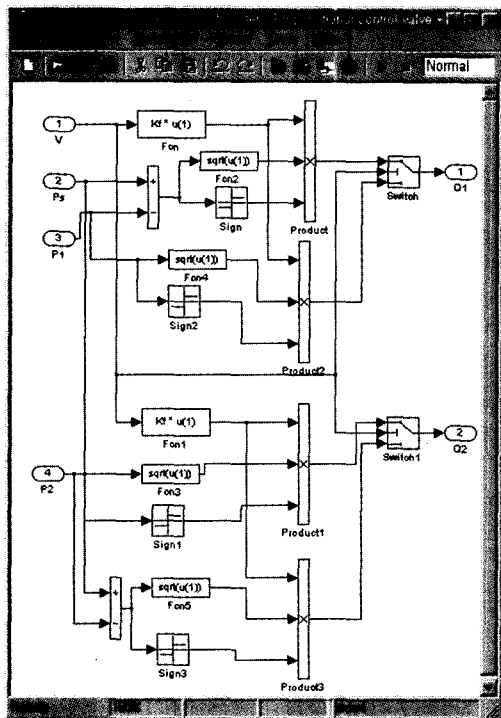


Fig. 4 Dynamic modeling of the proportional directional control valve using Matlab

### 3.3 유압모터-부하계의 모델

유압모터-부하계를 힘의 평형방정식을 이용하여 모델링 하고, 관로에서 구성된 유압비례제어 시스템의 압력을 입력으로 구성하여 유압모터의 구동토크를 만들고, Fig. 5와 같이 부하계를 구동하는 시스템으로 모델링 하였다. 그리고 Fig. 6과 같이 부하계는 유압비례제어 시스템에 존재하는 비선형 마찰토크 특성인 정지마찰토크와 쿨롱마찰토크를 고려하여 구성하였다.

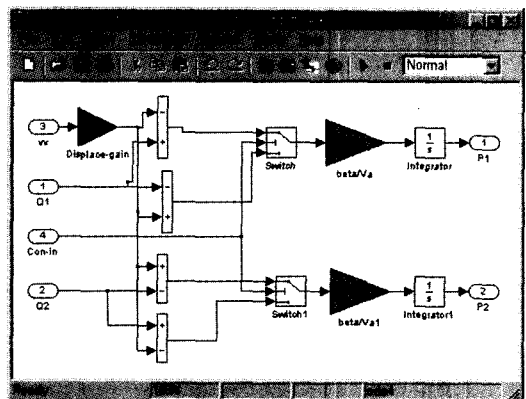


Fig. 5 Dynamic modeling of the line using Matlab

### 4. 제어 알고리즘

본 연구에서는 단순한 제어게인 값에 의한 마찰보상기법인 비례미분제어와 실시간 마찰토크를 관측하여 보상하는 마찰토크관측기 보상기법으로 나누어 제어 알고리즘을 구성하였다.

#### 4.1 비례미분 제어기

비례미분제어는 시스템의 과도응답특성을 개선하고, 센서에서 발생하는 노이즈 극복, 그리고 마찰토크와 같이 발생하는 비선형적인 요소를 극복하는 경우에 많이 사용하는 제어기이다.

PD제어기로 비선형 마찰토크인 정지마찰토크와 쿨롱마찰토크를 극복하는 정도를 보기위하여 채택한 제어기로서, 특수하게 제작된 유압모터-부하계에 구성된 브레이크 시스템의 브레이크 압력을 변화하여 그 응답성을 관측하고자 한다. 실제로 마찰토크 모델을 기반으로 하지 않는 PD제어기는 오차 신호에 비례게인, 미분계인과 미분필터를 곱한 값을 제어신호로 내보내는 방법으로서 컴퓨터를 이용하여 제어하고자 하는 경우는 연속 신호가 아닌 이산 신호로 바꾸어야 한다. 그러므로 다음과 같이 비례 제어의 경우에는 오차 값에 비례 제어 게인을 곱하여 그 값을 제어 입력으로 사용하면 되고, 미분 제어는  $e(k)$ 값과  $e(k-1)$ 값의 변화율로 다음과 같이 구한다.

$$\frac{de(k)}{dt} = \frac{e(k) - e(k-1)}{T} \quad (8)$$

식 (19)를 z-변환하면 다음과 같다.

$$G_d(z) = K_d \frac{z-1}{Tz} \quad (9)$$

따라서 PD 제어기의 구성은 다음과 같다.

$$G_c(z) = K_p + K_d \frac{z-1}{Tz} = K_1 z - \frac{K_2}{z} \quad (10)$$

여기서  $K_1 = \frac{K_p T + K_d}{T}$ ,  $K_2 = -\frac{K_d}{T}$  이다. 이때 제어기의 전달 함수는  $G_c(z) = \frac{M(z)}{E(z)}$  이므로 식 (10)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

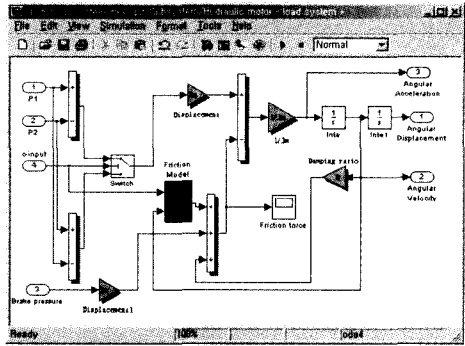


Fig. 6 Motor / load / nonlinear friction torque assembly model

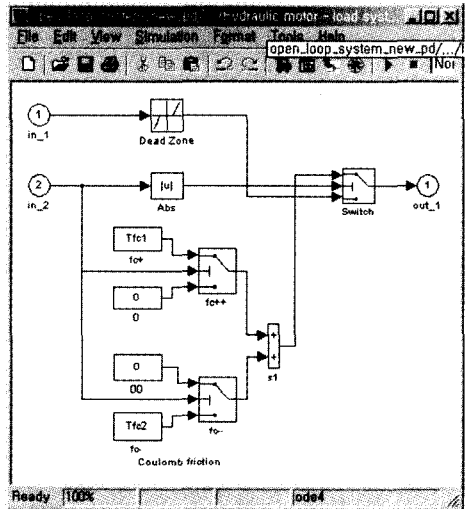


Fig. 7 Dynamic modeling of the hydraulic proportional control valve and motor

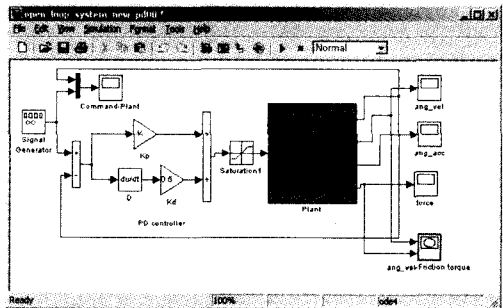


Fig. 8 Simulation model of the hydraulic control system with PD controller

$$\frac{M(z)}{E(z)} = \frac{K_1 z - K_2}{z} \quad (11)$$

식 (11)을 출력  $M(k)$ 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$M(z) = K_1 E(z) - z^{-1} K_2 E(z) \quad (12)$$

식 (12)를 역 z-변환을 취하면 식 (13)과 같이 이산시간 PD제어기가 구성된다.

$$m(k) = K_1 e(k) - K_2 e(k-1) \quad (13)$$

여기서 이산화된 PD 제어기의 안정화된 제어 영역을 구하기 위하여 Jury stability test를 이용하면 다음과 같다.

$$\frac{\theta(z)}{\theta_d(z)} = \frac{G(z)}{1+G(z)} \quad (14)$$

식 (14)의 특성방정식의 분모를 영으로 하는 식에서 3차 시스템에 Jury stability test를 적용하면 다음과 같다.

$$P(z) = A_0 z^3 + A_1 z^2 + A_2 z + A_3 \quad (15)$$

여기서 다음과 같은 4가지 조건에 대입하여 PD제어기의 안정한 제어구간 결정한다.

1.  $|A_3| < A_0$
2.  $P(1) > 0$
3.  $P(-1) < 0$
4.  $|b_2| < b_0$

위의 조건대로 구간을 안정화된  $K_p, K_d$ 의 구간은 다음과 같다.

$$0 < K_p < 31.6$$

$$0 < K_d < 1.25$$

#### 4.2 마찰토크관측기

마찰토크 보상을 위하여 실시간으로 추정하여 보상하는 제어기법인 마찰토크관측기는 Fig. 9와 같이 제어기를 구성하면 다음과 같다. 여기에서 속도가 0근처에서 발생하는 마찰토크로서 제어입력 신호에 따라 변화하는 관계식으로 다음과 같이 표현된다<sup>(9)</sup>.

$$T_s(T_{con}, t_s) = t_s \operatorname{sgn}(T_{con}) \quad (16)$$

여기서 정지마찰의 불연속성을 고려하기 위한 관측기로 추정되는 파라미터는 정지마찰의 크기인  $t_s$ 이다. 그리고 마찰 모델에서 추정되는 파라미터  $t_s$ 는 Nonlinear reduced-order observer를 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{t}_s = z - k_s |T_{con}|^\mu \quad (17)$$

여기에  $k_s$ 와  $\mu$ 는 둘 다 양수로서 설계 파라미터이고,  $z_{ts}$ 는 식 (18)과 같이 전개할 수 있다.

$$\dot{z}_{ts} = k_s \mu |T_{con}| [T_{con} - f(T_{con}, \hat{t}_s)] \operatorname{sgn}(T_{con}) \quad (18)$$

이 관측기의 성능을 검증하기 위하여 실제치와 추정치의 오차식을 정의하여 미분하면 다음과 같다.

$$e = t_s - \hat{t}_s \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \dot{e} &= -\dot{\hat{t}}_s \\ &= k_s \mu |T_{con}|^{\mu-1} \operatorname{sgn}(T_{con}) [\dot{\omega} - T_w + f(T_{con}, \hat{t}_s)] \end{aligned} \quad (20)$$

이 식을 동역학식에 대입하면 다음과 같다.

$$e = -k_s \mu |T_{con}|^{\mu-1} \dot{e} \quad (21)$$

여기에서  $k_s > 0, \mu > 0$  이고 속도  $v$ 가 제한되어 있다 면 이 오차식은 0으로 수렴한다. 이와 동일하게 쿨롱마찰토크 관측기를 설계하여 제어기를 구성하면 다음과 같다.

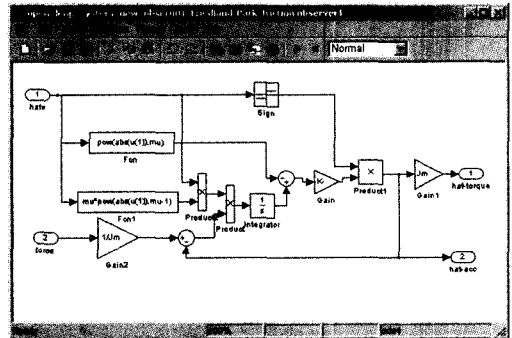


Fig. 9 Simulation model of the hydraulic control system with Friction torque observer

$$u(k) = K_p e(k) - K_d \omega(k) + \hat{T}_{fric}(k) \quad (22)$$

### 5. 결과 및 고찰

본 연구에서 모델링된 유압시스템의 기초실험을 통하여 구한 값들을 Fig.10, Fig.11 그리고 Fig.12에 나타내었다.

Fig.10은 비례제어밸브의 특성을 알아보기 위하여 압력 전압에 따른 유량을 측정하여 구한 결과이며, Fig. 11은 입력 전압에 따른 비례제어밸브의 스폴변위 측정실험결과로서 내부 PWM방식의 전자회로가 내장되어 있기 때문에 기존의 비례제어밸브와는 약간 차이가 있다. Fig. 12와 같이 시뮬레이션에 필요한 점성계수를 결정하기 위하여 개방계 시스템에 브레이크 압력의 변화에 따른 각속도에 따른 마찰토크의 변화를 구하여 컵피팅을 통한 계산으로 점성계수 값을 구할 수 있다. 그리고 유압모터-부하계에 모터의 회전에 작용하는 질량관성들인 축, 부하재, 브레이크등에 대하여 각각을 구한 후에 계산하여 Table 1과 같은 시스템 파라

미터값들을 결정하였다.

이렇게 구해진 파라미터값을 이용하여 simulink 상에서 open loop와 closed loop로 나누어 시뮬레이션한 결과는 다음과 같다. Fig.13은 유압모터-부하계의 open-loop system 상태에서 시뮬레이션한 결과로서 각변위, 각속도, 각가속도 그리고 유압모터의 입구와 출구의 압력 파라미터가 유압시스템의 특성곡선과 동일한 결과를 얻을 수 있다. 그리고 closed loop상태에서 유압모터-부하계에 마찰토크를 인위적으로 인가하여 앞에서 설계한 마찰토크 보상방법인 단순제인에 의한 PD제어와 마찰토크를 실시간으로 추정하여 보상하는 기법인 마찰토크관측기방법을 사용하여 제어해본 결과는 Fig. 14와 Fig. 15와 같이 실제로 PD제어에서는 마찰토크에 의한 제어성능이 떨어지나, 마찰토크관측기를 이용한 제어에서는 제어성능이 현저하게 개선됨을 알 수 있다.

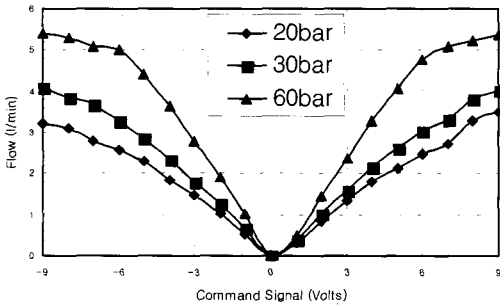


Fig. 10 Flow versus input voltage

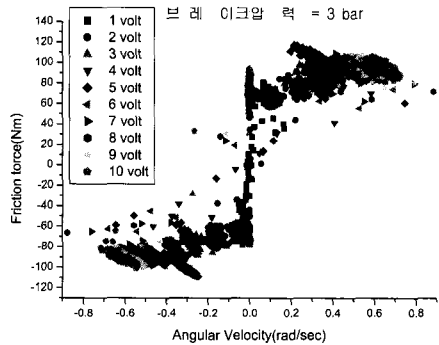


Fig. 12 Friction torque curve

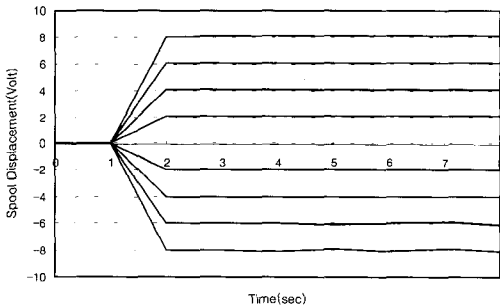
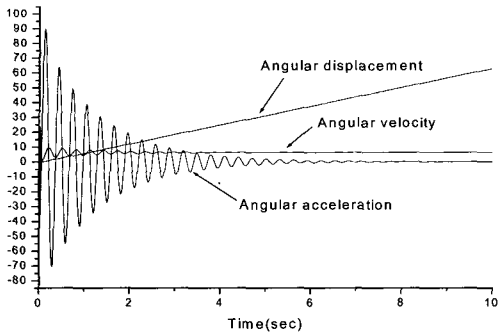


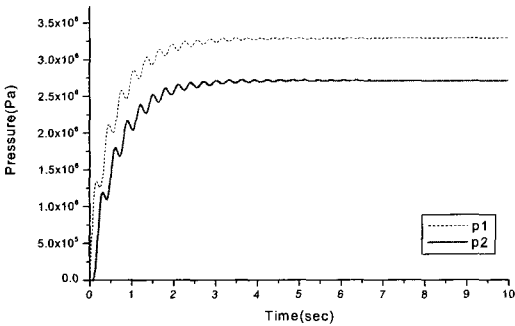
Fig. 11 Step responses of the Parker(D1FH) proportional valve with 60 bar input pressure

Table. 1 Specifications of components

Components	Specifications	
Hydraulic Pump	$Q_{max} = 14$ l/min, $P_{max} = 160$ bar	
Hydraulic Motor	$P_{max} = 140$ bar, $Q = 31.8$ cm <sup>3</sup> /min	
Proportional Direction Control Valve	$P_{max} = 160$ bar, $Q = 14$ l/min(700mA)	
Relief Valve	$P_{max} = 160$ bar, $P_{set} = 60$ bar	
Inertia moment	$J_m = 0.146$ kg · m <sup>2</sup>	
Friction torque	Static friction	110 N · m
	Coulomb friction	85 N · m



(a) Angular displacement, velocity, acceleration



(b) Pressure ( $P_1$ ,  $P_2$ )

Fig. 13 Simulation result of the open loop system

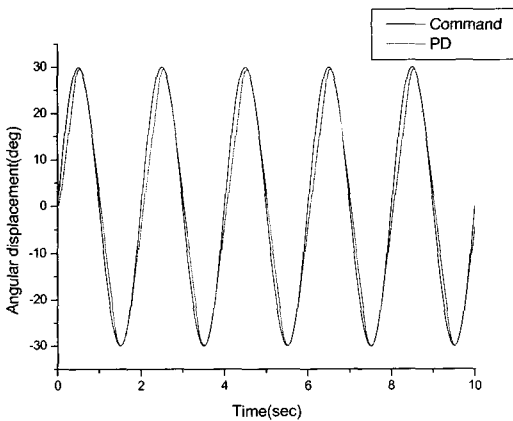


Fig. 14 Simulation result of the PD control

## 6. 결론

본 논문에서는 유압모터-부하계의 수학적인 모델링을 바탕으로 Matlab의 simulink상에서 모델링하고, 기초실험을 통하

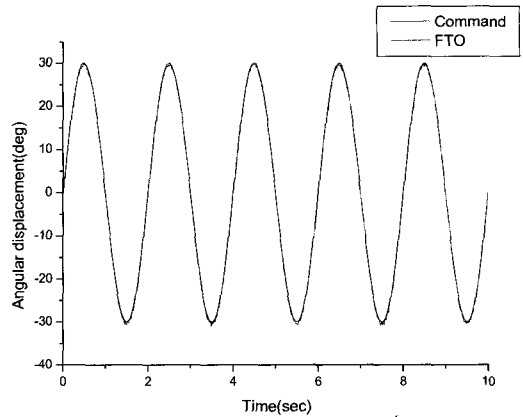


Fig. 15 Simulation result of the Friction torque observer

여 시뮬레이션에 사용되는 시스템 파라미터 값을 결정하였으며, 이 데이터 값을 사용하여 시뮬레이션을 수행하였다.

유압모터-부하계의 정확한 해석을 통하여 실제 시스템을 구성하지 않고, 시스템에 대한 응답특성을 해석하고, 제어 알고리즘을 도입하여 마찰토크에 의해 저하된 시스템의 응답특성을 개선함으로써 실제 시스템에 대한 응답특성을 시뮬레이션을 통하여 구현하였다.

시뮬레이션에 사용되는 파라미터를 구하기 위해 open-loop 상태에서 유량특성과 밸브의 응답특성, 그리고 마찰토크특성을 실험에 의하여 구한 후에 시뮬레이션에 사용된 파라미터를 결정하였다.

그리고 feed-back 상태에서 비선형 마찰 토크를 인위적으로 가하여 시스템에 미치는 영향에 대하여 고찰하였다. 제어알고리즘으로 마찰 토크를 일정 제어 이득에 의하여 보상하는 PD제어에서는 마찰토크의 영향으로 응답특성이 저하되고, 추종성이 저하됨을 알 수 있었다. 그러나 마찰토크를 실시간으로 관측하는 마찰토크 관측기를 사용하여 제어한 결과에서는 현저하게 응답특성이 개선되는 것을 확인하였다.

향 후에는 시뮬레이션에서 얻은 결과를 이용하여 실제 시스템을 구성한 후에 마찰토크의 영향에 대한 구체적인 연구가 필요한 것으로 판단된다.

## 참고 문헌

- (1) Vaughan, N. D., and Gamble, J. B., 1996, "The modeling and simulation of a proportional solenoid

- valve," *Trans. of the ASME*, Vol. 118, March, pp. 120~125.
- (2) Lee, M. H., 1998, "Friction Compensator Design of a Hydraulic Proportional Position Control System," *J. of the Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol. 7, No. 4, pp. 130~135.
- (3) Lee, M. H., and Park, H. B., 2003, "A Study on the Adaptive Friction Compensator Design of a Hydraulic Proportional Position Control System," *J. of the Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol. 12, No. 6, pp. 77~83.
- (4) Fonselius, J., 2001, "Comparing different control strategies of hydrastatic transmission system," *ACTA polytechnica scandinavica*, ESPOO2001.
- (5) Bishop, R. H., 1993, *Modern control systems analysis and design using Matlab*, Addison-Wesley Publishing company.
- (6) Martin, H., 1995, *The Design of Hydraulic components and systems*, Ellis Horwood.
- (7) Watton, J. 1995, *Fluid power systems*, Prentice hall.
- (8) Etter, D. M., 1993, *Engineering problem solving with matlab*, Prentice hall.
- (9) Cho, S. H., and Park, H. B., 2001, "Friction Compensation Tracking Control of a Single-Hydraulic Cylinder Load System," *Procd. Hongik Journal of Science and Technology*, Volume 5, pp. 163~173.
- (10) Bonchis, A., Corke, P. I., and Rye, D. C., 1999, "A Pressure-Based, Velocity Independent, Friction Model for Asymmetric Cylinders," *Procd. of the IEEE*, pp. 1746~1751.