

OTF 정밀측위를 위한 신속한 미지정수 결정방법

A Fast Integer Ambiguity Resolution Method For Precise Positioning On-The-Fly

이 대 규, 성 태 경*
(Dae-Kyu Lee and Tae-Kyung Sung)

Abstract : This paper presents a fast IA(integer ambiguity) resolution method that determines the IA within short epochs with guaranteed reliability. Based on the fact that the search volume and the cost function are influenced by the selection of primary IAs in the plane intersection method, an IA resolution method is proposed that evaluates IA candidates repeatedly in an epoch with different combinations of primary IAs. In order to guarantee the reliability of the resolved IA with a certain probability, an inequality condition for selecting differencing operator is derived. Experiment results show that the proposed method consistently provides the true IA estimates within short time.

Keywords : GPS precise positioning, integer ambiguity resolution, independent IA, search volume, IA validation

I. 서론

GPS(global positioning system)는 약 20,000Km 상공의 궤도상에 위치한 24개의 위성들을 이용하여 무선항법 (radio-navigation)을 수행함으로써 사용자가 전세계 언제 어디서나 위치를 구할 수 있도록 하는 시스템이다. SA(selective availability)가 없어진 2000년 5월 이후에는 GPS의 PRN(pseudo-random noise) 코드 측정치를 이용하여 약 25m(2dms)의 오차를 갖는 위치 정보를 제공할 수 있다. 또한 기준국(reference station)의 보정(correction) 정보를 이용하여 코드 측정치를 보정하는 DGPS(differential GPS)의 경우에는 1~5m의 위치 정확도를 제공할 수 있다. 그러나 측지(surveying)나 항공기의 정밀 착륙, GPS를 이용한 항체의 자세결정 등과 같이 정밀측위(precise positioning)가 필요한 일부 응용분야에서는 수 mm~cm의 정밀도를 요구하며, 반송파 위상 측정치를 사용하는 CDGPS(carrier-phase DGPS)를 이용하면 이러한 정확도를 만족하는 정밀 측위가 가능하다[1,2].

CDGPS를 위해서는 먼저 각 위성의 반송파 측정치에 포함된 미지정수(integer ambiguity)를 알아내야 한다. 미지정수는 해석적인 방법으로는 구할 수 없기 때문에 일반적으로 미지정수 공분산을 이용하여 구한 검색 범위내의 미지정수 후보들에 대하여 평가를 하는 방법을 이용하여 미지정수를 결정한다. 이때 넓은 검색범위에 분포한 많은 미지정수 후보들에 대한 평가를 해야 하므로 계산량이 많다. 또한 미지 변수의 개수나 측정잡음의 영향으로 단일 에폭(epoch) 내에 미지정수를 결정하기 어렵기 때문에 일반적으로 여러 에폭의 측정치를 사용하여 미지정수를 결정한다. 따라서 미지정수 결정 방법의 성능은 얼마나 빠른 에폭 내에 얼마나 적은 계산량으로 얼마나 높은 확률의 참 미지정수를 구할 수 있는가 하는 세가지 기준에 의하여 흔히 평가된다[2,3].

기존에 발표된 미지정수 결정 방법을 분류하면 크게 세가지로 구분할 수 있다. 첫 번째는 Mader[4]의 방법과 같이 미지함수(ambiguity function)를 이용하여 미지정수를 추정하는 방법이다. 그러나 이 방법은 계산량이 매우 많다는 단점 때문에 현재는 거의 사용되지 않고 있다. 두 번째는 Euler와 Landau[5]의 방법, Teunissen[6]의 LAMBDA(least square ambiguity decorrelation adjustment) 등과 같이 공분산 행렬을 변환하여 검색범위를 축소하고 미지정수를 추정하는 방법이다. 이 방법은 여러 에폭의 반송파 측정치를 모아서 한번에 처리하는 다중 에폭(multi-epoch) 방법을 주로 이용하며, 이러한 방법 중에서 LAMBDA 방법이 가장 우수한 성능을 나타내는 것으로 알려져 있다. 그러나 다중 에폭 방법은 처리하고자 하는 에폭 시간 동안 측정치들의 위성번호가 동일하게 유지해야 하며, 따라서 이동중인 항체의 측정치를 이용하여 정밀 측위를 하기에는 구조적으로 부적합하다. 세 번째는 Hatch[7]의 LSAST(least squares ambiguity search technique), Park[8]의 ARCE (ambiguity resolution with constrained equations)등과 같이 코드 측정치와 반송파 측정치를 동시에 이용하여 최소자승 추정치를 구하고 이를 이용하여 미지정수를 구하는 방법이다. 자세결정이나 정밀 착륙 등과 같이 움직이는 항체에 대하여 에폭별 처리가 요구되는 응용분야에서는 이와 같이 코드 측정치를 이용하는 것이 유리하다. 그러나 이러한 방법들은 미지정수 결정까지 많은 에폭을 필요로 하며, 더욱이 잘못된 미지정수를 결정하기도 한다.

본 논문에서는 자세결정이나 정밀 착륙 시스템 등과 같이 움직이는 항체에 대하여 빠른 시간 내에 미지정수를 결정해야 하는 응용분야에 적합한 새로운 미지정수 결정방법을 제안한다. 제안한 방법은 에폭별 측정치를 이용하여 미지정수를 신속하게 결정할 수 있을 뿐 아니라 미지정수 추정치의 신뢰도를 보장할 수 있다. 종속관계식 기준 방법은 독립 위성의 선택이나 차분 연산자의 형태에 따라 평가 함수의 값이 바뀐다는 사실을 이용하여 하나의 에폭 내에서 여러 가지 가능한 독립 미지정수 조합들을 이용하여 반복적으로 미지정수 후보들을 평가함으로써 거짓 미지정수 후보들을 신속하

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2004. 1. 15., 채택확정 : 2004. 3. 11.

이대규 : 충남대학교 정보통신공학과(picchi@ivlab.cnu.ac.kr)

성태경 : 충남대학교 전기정보통신공학부(ksaint@cnu.ac.kr)

※ 본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호 R05-2002-000-00390-0)에 의하여 연구되었습니다.

게 줄일 수 있는 방법을 제안하였다. 또한 본 논문에서는 각각의 독립 미지정수 조합에 대하여 위성 차분 연산자의 결정하는 기준을 제안하였다. 본 논문에서 제안한 미지정수 결정 방법을 이용하면 미지정수 후보를 평가하는 과정에서 참 미지정수가 제거되지 않음을 원하는 확률로 보장할 수 있을 뿐 아니라 적은 예폭 내에 신속하게 미지정수를 결정할 수 있다.

II. 기존의 실시간 정밀측위 기법 특성 비교

GPS 위성들로부터 수신되는 k 번째 예폭에 대한 LI 단일 주파수 코드 및 반송파의 이중차분(double differencing) 측정식을 선형화하여 표시하면 다음과 같다.

$$y(k) = \begin{bmatrix} l(k) \\ \rho(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda I \\ 0 \end{bmatrix} N + \begin{bmatrix} H(k) \\ H(k) \end{bmatrix} \hat{\alpha}(k) + \begin{bmatrix} w_l(k) \\ w_\rho(k) \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$= A \cdot N + B \cdot \hat{\alpha} + w$$

식에서 $l(k)$ 와 $\rho(k)$ 는 각각 $(m-1) \times 1$ 의 이중차분한 반송파 측정치와 코드 측정치를 나타내고 λ 는 반송파의 파장, $N \in Z^{m-1}$ 은 이중차분한 미지정수, $H(k)$ 는 $(m-1) \times 3$ 의 위성간 단일차분(single differencing)된 시선행렬(line-of-sight matrix), $\hat{\alpha} \in R^3$ 는 기저선(baseline) 벡터를 나타낸다. $w_l(k)$ 와 $w_\rho(k)$ 는 각각 이중차분한 반송파와 코드 측정 잡음을 나타내며, 차분되지 않은 잡음은 서로 독립인 백색 가우시안 잡음으로서 각각 σ_l^2 , σ_ρ^2 의 분산을 갖는다고 가정한다. 단일차분 연산자를 S , 이중차분 연산자를 D 라 할 때 $w_l(k)$ 와 $w_\rho(k)$ 의 공분산은 각각 $Q_l = \sigma_l^2 D \cdot D^T = 2\sigma_l^2 S \cdot S^T$, $Q_\rho = \sigma_\rho^2 D \cdot D^T = 2\sigma_\rho^2 S \cdot S^T$ 로 표현할 수 있으며, w 의 공분산 행렬 Q_w 는 Q_l 과 Q_ρ 을 블록 대각성분으로 갖는 행렬로 표현된다. LSAST와 ARCE 기법은 공통적으로 전체위성을 3개의 독립 위성(혹은 주위성)과 $(m-4)$ 개의 종속위성(혹은 부위성)으로 분류한 후 평면 교차(plane intersection) 혹은 영공간 변환(null space mapping)에 의한 독립위성과 종속위성의 관계식을 이용한다[7,8]. 이러한 관계식을 표현하기 위하여 (1)에서 반송파 측정치에 대한 식을 독립위성과 종속위성으로 구분하여 다음과 같이 표현한다.

$$l(k) = \begin{bmatrix} l_l(k) \\ l_\rho(k) \end{bmatrix}^T = \lambda \begin{bmatrix} N_l \\ N_\rho \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_l(k) \\ H_\rho(k) \end{bmatrix} \hat{\alpha}(k) + \begin{bmatrix} w_{ll}(k) \\ w_{l\rho}(k) \end{bmatrix} \quad (2)$$

LSAST 방법이나 ARCE 방법은 코드 측정치와 반송파 측정치를 동시에 이용하여 미지정수를 구하는 방법으로서 자체결정이나 정밀 착륙 등과 같이 움직이는 항체에 대하여 예폭별 처리가 요구되는 응용분야에 적합한 정밀측위 기법이다. ARCE 방법[8]은 영공간 변환을 이용하여 미지정수를 평가한다. [8]에서는 반송파와 코드 측정치 중에서 독립위성에 관련된 것만을 이용하여 \hat{N}_l 을 구한다고 유도하였으나 전체 위성에 대한 측정치를 이용한 최소자승법을 이용하여 \hat{N}_l 를 추정한다고 가정하는 것이 보다 일반적이므로 본 논문에서는 이에 따르도록 한다. ARCE 방법을 요약하면 다음과 같다. 먼저 이중차분한 반송파와 의사거리 측정치에 대하여 최소자승법을 이용하여 $\hat{N} \in R^{m-1}$ 와 $\hat{\alpha}$ 를 구한다. 두 번째,

$(m-1)$ 개의 미지정수 중에서 [8]에서 정의된 NDOP을 최소화하는 3개의 위성을 독립위성으로 정하고 \hat{N}_l 의 공분산에 의하여 정의되는 오차 타원체내에 포함되는 정수 영역 미지정수 후보 $\hat{N}_l \in Z^3$ 의 집합을 구한다. 세 번째, 반송파 측정치를 이용하여 각 독립 미지정수 후보에 대하여 $\hat{\alpha}_l = H_l^{-1}(l_l - \lambda N_l)$ 와 정수영역의 종속 미지정수 추정치 $N_\rho = \text{rint}((l_\rho - H_\rho \hat{\alpha}_l) / \lambda)$ 를 구한다. 이때 $\text{rint}(\cdot)$ 는 근접정수(nearest integer) 함수이다. 네 번째, 각 미지정수 후보에 대하여 $(m-4) \times 1$ 의 차원을 갖는 $\hat{\alpha}_{N_\rho} = (l_\rho - \lambda N_\rho - H_\rho \hat{\alpha}_l) / \lambda$ 를 구하고 이를 이용하여 평가함수 $J = \delta N_\rho^T \{\text{cov}(\delta N_\rho)\}^{-1} \delta N_\rho$ 를 계산한다. 마지막으로 J 가 임계치보다 작은 미지정수 후보들만을 저장하고 이들에 대하여 다음 예폭에서 평가를 계속 수행한다.

[7]에서 LSAST 방법은 수신기간 단일차분한 측정치를 이용하여 연속 최소자승(sequential least square)으로 잔류오차를 구한 후 이를 이용하여 미지정수 후보에 대한 평가함수를 정의하였다. [9]에서 보인 바와 같이 [7]의 LSAST 방법과 동치(equivalent)이면서 이중차분한 측정치를 이용하는 가중 최소자승 형태의 미지정수 결정방법을 구현할 수 있으며, 이는 [8]의 ARCE 방법과 평가함수 면에서 동치임을 알 수 있다[9]. 즉, 독립위성을 동일하게 선택하였을 경우 두 가지 방법에서 계산된 평가함수 값은 같으며, 그 결과 동일한 성능을 나타낸다. 그러나 ARCE 방법의 계산량이 LSAST 방법보다 작으므로 실제 구현 시에는 ARCE 방법을 이용하는 것이 유리하다.

이와 같은 LSAST 방법이나 ARCE 방법은 독립/종속관계식을 이용하는 방법의 특성을 최대한 활용하지 못하고 있다. 그 결과 LSAST 방법이나 ARCE 방법은 잘못된 미지정수를 결정하는 경우가 발생하기도 하며, 미지정수를 결정하기 위하여 대부분의 경우 지나치게 많은 예폭을 필요로 한다는 문제점을 갖는다.

III. 실시간 정밀 측위를 위한 신속한 미지정수 결정방법

1. 미지정수 추정치의 신뢰도를 보장하기 위한 조건식

위성간 단일차분 연산자 S 를 이용하여 (2)를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$l(k) = \lambda \cdot S \cdot N_l + S \cdot H_u(k) \cdot \hat{\alpha}(k) + S \cdot w_k(k)$$

$$= \lambda \begin{bmatrix} S_l \\ S_\rho \end{bmatrix} N_l + \begin{bmatrix} S_l \\ S_\rho \end{bmatrix} H_u(k) \cdot \hat{\alpha}(k) + \begin{bmatrix} S_l \\ S_\rho \end{bmatrix} w_k(k) \quad (3)$$

식에서 H_u 는 $m \times 3$ 의 차분하지 않은 시선 행렬이고 N_l , w_k 는 각각 $m \times 1$ 의 수신기간 단일차분한 미지정수와 반송파 잡음이며, w_k 의 공분산은 $2\sigma^2 \cdot I$ 이다. 또한 S_l 와 S_ρ 는 단일차분 연산자 S 를 각각 $3 \times m$ 와 $(m-4) \times m$ 로 분할한 행렬이다. H_l 를 결정하는 요소는 S_l 와 H_u 이며, H_l 의 표현에 포함되는 H_u 의 행 벡터 개수에 따라 S_l 를 세가지 종류로 분류할 수 있다. 즉, H_l 는 H_u 의 행 벡터 중에서 4개, 5개, 혹은 6개에 의하여 표현될 수 있으며, 본 논문에서는 H_l 가 H_u 의 행 벡터 중에서 4개에 의하여 표현되는 경우에 대한 것으로 제한하여 유도한다. H_l 를 결정하는 S_l 와 H_u 를 세

분하여 표시하면 다음과 같다.

$$H_i = S_i \cdot H_u = \begin{bmatrix} S_{i1} & 0 \\ H_{uR} \end{bmatrix} \quad (4)$$

식에서 H_u 는 4×3 , S_{i1} 은 3×4 의 차원을 각각 가진다.

ARCE 방법에서 독립 미지정수 후보가 참 값일 때 정수영역의 종속 미지정수 추정치 $\tilde{N}_D = \text{mint}((l_D - H_D \tilde{\alpha}_i) / \lambda)$ 가 참 값을 갖기 위해서는 정수화 연산자내의 잡음이 다음의 조건을 만족시켜야 한다.

$$\text{mint}\left(\frac{1}{\lambda} w_{iD} - \frac{1}{\lambda} H_D H_i^{-1} w_{i1}\right) = 0 \quad (5)$$

식에서 w_{i1} , w_{iD} 는 불규칙 신호이기 때문에 (5)의 조건식의 만족 여부는 확률적으로 말할 수 있으며, 확률적인 조건식을 구하기 위하여 H_D 와 p_i 를 다음과 같이 정의한다.

$$H_D = [h_{D1} \quad h_{D2} \quad \dots \quad h_{D(m-4)}]^T$$

$$p_i^T = h_{Di}^T H_i^{-1} S_i = [p_{i1} \quad p_{i2} \quad p_{i3} \quad p_{i4}] \quad (6)$$

식에서 h_{Di} ($i=1,2,\dots,m-4$)는 3×1 의 위성간 단일차분한 시선(line-of-sight)벡터이다. 한편 (6)의 p_i 를 구성하는 $H_i^{-1} S_i$ 는 다음 정리와 같은 성질을 갖는다.

정리 1 : H_u 에서 (4)의 H_u 가 선택되면 S_{i1} 의 형태에 관계없이 $H_i^{-1} S_i = (S_i H_u)^{-1} S_i$ 는 일정하다.

증명 : 다음과 같이 차원이 $3 \times m$ 인 X 를 정의한다.

$$X = (S_i H_u)^{-1} S_i = [(S_{i1} H_u)^{-1} S_{i1} \quad 0] = [X_1 \quad 0] \quad (7)$$

S_{i1} 의 차원에 의하여 X_1 의 차원은 3×4 이며, (7)을 다시 정리하면 다음과 같다.

$$S_i (H_u X - I) = [S_{i1} \{H_u X_1 - I\} \quad 0] = 0 \quad (8)$$

이제 (7)의 X_1 이 S_{i1} 의 형태에 관계없음을 증명한다. H_u 의 차원이 4×3 인 경우 S_{i1} 와 X_1 의 차원은 3×4 이다. (8)에서 $S_i \neq 0$ 이기 때문에 $H_u X_1 - I = 0$ 이거나 $S_{i1} \perp (H_u X_1 - I)$ 이어야 한다. 그런데 S_{i1} 의 랭크가 3이기 때문에 4×4 인 $H_u X_1$ 의 랭크도 3이며, 따라서 $H_u X_1 - I$ 의 랭크는 적어도 1이상이다. 그러므로 $H_u X_1 - I \neq 0$ 이며, S_{i1} 의 영공간(null space)의 차원은 1이기 때문에 $H_u X_1 - I$ 은 다음과 같이 랭크가 1인 행렬이 되어야 한다.

$$H_u X_1 - I = [\alpha_1 \cdot e_n \quad \alpha_2 \cdot e_n \quad \alpha_3 \cdot e_n \quad \alpha_4 \cdot e_n] \quad (9)$$

식에서 α_i , $i=1,\dots,4$ 는 실수인 상수이며, $e_n^T = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$ 이다. 그러므로 (9)에서 보는 바와 같이 X_1 은 S_{i1} 에 형태에 관계없이 H_u 의 선택에 의하여 결정된다. ■

이러한 성질은 H_u 가 4×3 인 경우뿐만 아니라 5×3 , 6×3 인 경우에도 성립함을 쉽게 보일 수 있다. 정리 1로부터 $H_i^{-1} S_i$ 는 S_{i1} 의 형태에 관계없이 일정하고 단지 H_u 의 선택

에 의하여 결정됨을 알 수 있다. 따라서 (6)의 p_i 도 S_{i1} 의 형태에 관계없음을 알 수 있다. 한편 (6)을 이용하여 (5)의 $\text{mint}(\cdot)$ 내 벡터의 k 번째 요소를 표시하면 다음과 같다.

$$\left(\frac{1}{\lambda} w_{iD} - \frac{1}{\lambda} H_D H_i^{-1} w_{i1}\right)_{k-th} = \frac{1}{\lambda} [w_{sj} - w_{sj} - \sum_{r=1}^4 p_{kr} w_{sr}] \quad (10)$$

식에서 $i \neq j$ 이고 $i \in 1,2,\dots,m$, $j \in 5,6,\dots,m$ 이다. 한편 (1)에서 가정한 바와 같이 차분되지 않은 잡음은 가우시안 분포를 가지며, 가우시안의 합도 또한 가우시안이다. 그러므로 (10)은 모든 k 에 대하여 가우시안이며, k 번째 요소의 분산은 다음과 같다.

$$\sigma_{ik}^2 = \text{Var} \left[\frac{1}{\lambda} \{w_{sj} - w_{sj} - \sum_{r=1}^4 p_{kr} w_{sr}\} \right]$$

$$= \begin{cases} \frac{2\sigma_i^2}{\lambda^2} [2 + \sum_{r=1}^4 p_{kr}^2] & \text{when } i, j \in 5,6,\dots,m \\ \frac{2\sigma_i^2}{\lambda^2} [1 + (1 \pm p_{ki})^2 + \sum_{r=1}^4 p_{kr}^2] & \text{when } i \in 1,2,\dots,4, j \in 5,6,\dots,m \end{cases} \quad (11)$$

그러므로 (5)를 일정 확률로 만족하기 위해서는 다음의 부등식을 만족해야 하며, 식에서 κ 는 중요도(significant level)를 의미한다.

$$\sum_{r=1}^4 p_{kr}^2 \leq \frac{1}{8} \left(\frac{\lambda}{\kappa \sigma_i}\right)^2 - 2 \quad \text{when } i, j \in 5,6,\dots,m$$

$$(1 \pm p_{ki})^2 + \sum_{r=1}^4 p_{kr}^2 \leq \frac{1}{8} \left(\frac{\lambda}{\kappa \sigma_i}\right)^2 - 1 \quad \text{when } i \in 1,2,\dots,4, j \in 5,6,\dots,m \quad (12)$$

(12)를 이용하여 종속 미지정수에 대한 차분 연산자를 선택하면 결정된 미지정수가 참임을 κ 값에 따른 확률로 보장할 수 있다. 즉, m 개의 반응과 측정치 중에서 4개를 선택하여 H_u 를 결정된 후 여러 가지 가능한 차분 연산자 중에서 (12)의 부등식을 만족하는 차분 연산자를 선택한다. 선택한 차분 연산자는 (5)의 조건식을 확률적으로 만족하기 때문에 이러한 차분 연산자를 이용하여 미지정수 후보를 평가하던 원하는 확률로 결정된 미지정수가 참이라는 것을 보장할 수 있다. 이때 정리 1로부터 $H_D H_i^{-1} S_i$ 는 S_{i1} 의 형태에 영향을 받지 않으므로 (12)를 만족하는 차분 연산자를 검색할 때 종속미지정수에 대한 차분 연산자 S_D 의 여러 가지 형태에 대해서만 조건식 만족 여부를 검사하면 된다.

한편, 거짓 미지정수 후보에 대한 δN_D 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta N_D = \frac{1}{\lambda} (l_D - \lambda \tilde{N}_D - H_D \tilde{\alpha}_i)$$

$$= w_T(k) - H_D H_i^{-1} (N_i - \tilde{N}_i) - \text{mint}(w_T - H_D H_i^{-1} (N_i - \tilde{N}_i)) \quad (13)$$

식에서 $w_T = (w_{iD} - H_D H_i^{-1} w_{i1}) / \lambda$ 를 나타낸다. $Q_{ND} = \text{cov}(\delta N_D)$ 는 참 미지정수에 대한 값이므로 거짓 미지정수 후보에 대한 평가함수 $J = \delta N_D^T Q_{ND}^{-1} \delta N_D$ 가 큰 값을 갖게 하기 위해서는 $H_D H_i^{-1} (N_i - \tilde{N}_i)$ 의 소수 부분이 커야 한다. 이러한 경우 거짓 미지정수 후보들을 신속하게 제거할 수 있으며, 따라서 (12)를 만족하는 S_D 중에서 $\|H_D H_i^{-1} S_i\|$ 의 소수부분이 충분히 큰 차분 연산자를 선택하는 것이 미지정수 결정 속도 면에서 유리하다.

2. 고속 미지정수 결정 방법 및 미지정수 추정치의 타당성 검사

다중 에폭 방법이나 에폭별 방법으로 미지정수를 추정할 때 미지정수 후보 중에서 평가함수 값이 가장 작은 미지정수 추정치가 참 미지정수라는 것을 보장할 수 없으며, 특히 단일 주파수를 이용하여 정밀 측위를 하는 경우에는 잘못된 미지정수를 추정하는 경우가 발생하기도 한다. 즉, LI 반송파의 경우 파장이 약 19cm에 불과하기 때문에 미지정수 격자점 간격이 좁다. 그 결과 검색범위에 포함되는 미지정수 후보의 개수가 많아지고 참 미지정수 부근의 미지정수 후보들은 작은 평가함수 값을 갖게 되며, 잡음 환경에서는 참 미지정수가 아닌 미지정수 후보의 평가함수 값이 가장 작은 값을 가질 수도 있다. 이러한 문제점에 대응하기 위하여 평가함수 값이 일정 임계치보다 작은 미지정수 후보들을 모두 참 미지정수의 후보로 간주하여 저장하고 임계치 이하의 값을 갖는 후보가 하나만 남을 때까지 여러 에폭 동안 평가를 계속해 나가는 방법을 사용하기도 한다. 그러나 이러한 경우 미지정수 후보가 하나만 남을 때까지는 많은 에폭을 필요로 하며, 미지정수의 타당성 검사를 동시에 수행해야만 잘못된 미지정수를 추정하는 경우를 줄이면서 미지정수를 보다 신속하게 결정할 수 있다. 기존의 타당성 검사 중에서 대표적인 것이 비율검사이며, 이러한 비율검사는 이론적인 비율 임계치를 구하는 것이 어려울 뿐만 아니라 비율 검사를 통과해도 추정된 미지정수가 참이라는 것을 보장할 수 없다.

[6]에서 지적인 바와 같이 선형변환에 의해서는 평가함수의 값이 바뀌지 않는다. 그러나 ARCE나 LSAST 방법의 평가함수는 H_i 와 H_D 의 선택, 즉 어떤 위성을 독립위성으로 선택하는가 하는 것과 어떻게 차분하는가에 따라 그 값이 달라질 수 있다. 본 절에서는 독립 위성 및 차분연산자의 선택에 따라 평가함수 값이 변화하는 원인에 대하여 분석하고 이러한 현상을 이용하여 미지정수를 신속하게 결정할 수 있는 방법을 제안한다. (5)를 만족하는 경우 참 미지정수 후보는 여러 가지 H_i 와 H_D 조합에 대하여 항상 일정한 평가함수 값을 갖지만 거짓 미지정수 후보의 평가함수 값은 바뀔 수 있다. 거짓 미지정수의 경우 $N_i \neq \tilde{N}_i$ 이며, (13)을 이용하여 ARCE 방법의 평가함수를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \|\delta N_D\|_{Q_D}^2 &= \delta N_i^T Q_{\tilde{N}_i}^{-1} \delta N_D \\ &= \left\| -H_D H_i^{-1} (N_i - \tilde{N}_i) + w_r - \text{mint}(-H_D H_i^{-1} (N_i - \tilde{N}_i) + w_r) \right\|_{Q_D}^2 \end{aligned} \quad (14)$$

$\|H_D H_i^{-1} S_i\|$ 가 충분히 큰 경우 w_r 는 $H_D H_i^{-1} (N_i - \tilde{N}_i)$ 에 비하여 매우 작기 때문에 (14)의 평가함수 값은 주로 $H_D H_i^{-1} (N_i - \tilde{N}_i)$ 의 소수 부분(decimal fraction)의 크기에 의하여 좌우된다. (13)의 δN_D 를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\delta N_D = N_D - \tilde{N}_D + \frac{1}{\lambda} w_r - H_D (S_i H_u)^{-1} S_i (N_s - \tilde{N}_s + \frac{1}{\lambda} w_s) \quad (15)$$

최초의 에폭에서 임의의 H_u 와 S 를 선택하고 이를 이용하여 \hat{N}_i 의 오차 타원체 내의 정수영역 독립 미지정수 후보 \tilde{N}_i 를 생성한 후 각 후보에 대하여 종속 미지정수 후보 \tilde{N}_D 를 구한다. 각각의 종속 미지정수 후보에 대하여 평가를 수

행한 후 살아 남은 미지정수 후보를 보관한다. 이때 \tilde{N}_i , \tilde{N}_D 를 이용하면 각 후보의 수신기간 단일차분한 미지정수 후보 \tilde{N}_s 의 상대적인 값을 구할 수 있으며, \tilde{N}_s 는 $\tilde{N}_i = S_i \tilde{N}_s$, $\tilde{N}_D = S_D \tilde{N}_s$ 의 관계식을 만족한다. 이와 같이 구한 단일차분한 미지정수 후보집합에 대하여 다른 형태의 H_u^{new} 와 S^{new} 을 적용하면 \tilde{N}_D 와 다른 값을 갖는 \tilde{N}_D^{new} 를 구할 수 있다. 즉 \tilde{N}_i 를 이용하여 $\tilde{N}_i^{new} = S_i^{new} \tilde{N}_s$ 를 계산하면 새로운 이중차분한 독립 미지정수 후보 \tilde{N}_i^{new} 를 구할 수 있으며, 이를 $\tilde{N}_D^{new} = \text{mint}(\{I_D - H_D^{new} (H_i^{new})^{-1} (I_i - \lambda \tilde{N}_i^{new})\} / \lambda)$ 의 관계식에 대입하면 새로운 \tilde{N}_D^{new} 을 구할 수 있다. 이때 새로 계산된 \tilde{N}_D^{new} 가 $\tilde{N}_D^{new} = S_D^{new} \tilde{N}_s$ 의 관계식을 만족하는 경우에는 \tilde{N}_D 로 계산한 평가함수 값과 \tilde{N}_D^{new} 로 계산된 것이 같아진다. 따라서 새로운 H_u^{new} 와 S^{new} 조합을 이용하여 거짓 미지정수 후보를 추가로 줄이기 위해서는 새로운 조합에 의하여 만들어진 \tilde{N}_D^{new} 가 다음의 충분조건을 만족하여야 한다.

$$\begin{aligned} S_D^{new} \tilde{N}_s &\neq \tilde{N}_D^{new} \\ &= N_D + \text{mint}\left(\frac{1}{\lambda} S_D^{new} w_s - H_D^{new} (H_i^{new})^{-1} (N_i + \frac{1}{\lambda} S_i^{new} w_s - \tilde{N}_i^{new})\right) \end{aligned} \quad (16)$$

(16)를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\text{mint}(\{S_D^{new} - H_D^{new} (H_i^{new})^{-1} S_i^{new}\} \{ \frac{1}{\lambda} w_s + N_s - \tilde{N}_s \}) \neq 0 \quad (17)$$

어떠한 거짓 미지정수 후보에 대하여 $N_s - \tilde{N}_s$ 가 (17)을 만족하기 위해서는 $\|S_D - H_D H_i^{-1} S_i\|$ 이 충분히 커서 $(S_D - H_D H_i^{-1} S_i)(N_s - \tilde{N}_s)$ 벡터의 원소 중에서 1개 이상이 0.5 보다 커야 하며, 이러한 경우에만 새로운 H_u 와 S 조합을 이용하여 반복 평가할 때 거짓 미지정수를 추가로 제거하는 경우가 발생할 수 있다. (17)에서 \tilde{N}_s 는 최초의 H_u 와 S 조합을 이용하여 만든 미지정수 후보이다. 따라서 (17)은 거짓 미지정수 후보를 추가로 제거할 수 있도록 하는 최초의 H_u 와 S 조합과 새로운 H_u^{new} 와 S^{new} 조합과의 충분조건 관계를 나타낸 것이라 할 수 있다.

모든 가능한 H_u 와 S 형태 중에서 (17)을 만족하는 다른 형태의 조합이 다수 존재할 수 있다. 따라서 한 에폭 내에서 H_u 와 S 조합을 바꾸어 가면서 미지정수 후보를 반복적으로 평가하는 것이 어떤 하나의 조합만을 이용하여 한번만 평가하는 것에 비하여 거짓 미지정수 후보를 신속히 제거할 확률이 월등히 높다. 이때 모든 가능한 조합 중에서 (12)를 만족하면서 동시에 $\|S_D - H_D H_i^{-1} S_i\|$ 가 충분히 큰 조합을 이용하여 반복평가를 수행해야만 결정된 미지정수가 참이라는 것을 보장하면서 동시에 한 에폭 동안 제거되는 거짓 미지정수 후보의 개수를 최대로 할 수 있다.

IV. 실험 결과

제안한 미지정수 결정방법의 성능을 확인하기 위하여 정지 실험(static experiment)을 수행하였다. 약 800 에폭 동안의 코드와 반송파 위상 측정치를 이용하였으며, 반송파 측정치

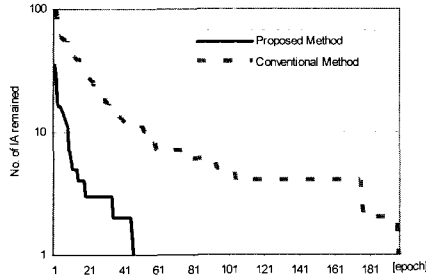


그림 1. 에폭별 미지정수 후보개수 비교.
 Fig. 1. Comparison of the number of remained IA candidate along epoch.

는 L1 단일 주파수 반송파만을 이용하였고 이 기간동안 동일한 위성으로부터 일관되게 신호가 수신되었다. 실험에 사용한 기준국(reference station)과 사용자간의 기저선 길이는 약 6m이며, 다중경로 오차를 줄이기 위해서 앙각(elevation)이 20도 이상으로 이루어진 7개의 위성의 측정치를 사용하였다. 코드와 반송파 측정 잡음의 편차는 각각 0.8m와 3mm로 하였고 식(12)의 중요도는 $\kappa=2$ (95%)로 정하였다. 평가함수에 대한 임계치는 χ^2 분포를 갖는 참 미지정수에 대한 평가함수 값의 99%가 통과하도록 정하였다. 한편 미지정수 후보 중에서 평가함수 값이 임계치를 통과하는 후보는 모두 다음 평가를 위하여 저장하였다. 미지정수의 결정은 평가함수를 통과한 미지정수 후보가 한 개가 되었을 때를 의미하며, 비율검사는 적용하지 않았다. 검색범위는 [8]에서 제안한 NDOP을 최소화하는 H_{ii} 와 S 조합을 이용하여 구하였다.

제안한 미지정수 결정방법에서는 한 에폭 내에서 H_{ii} 와 S 조합을 바꾸어 가면서 미지정수를 반복적으로 평가한다. 즉, 7개의 차분되지 않은 미지정수 중에서 독립 미지정수를 구성하는 4개를 선택하는 조합은 $C_4^7=35$ 이며, 따라서 각 조합에 대하여 (12)의 제한식을 최대 만족하는 차분 연산자를 선택하여 한 에폭 동안에 미지정수 후보를 35회 평가하도록 하였다. 표 1은 첫 번째 에폭의 측정치에 대하여 H_{ii} 조합을 바꾸어 가면서 미지정수를 반복적으로 평가하였을 때 각 조합별 미지정수 후보의 축소 양상을 보인 것이다. 표에서 “-“ 표시는 해당 H_{ii} 에 대하여 (12)를 만족하는 차분 연산자가 존재하지 않는 경우이다. 첫 번째 에폭을 이용하여 초기 미지정수 후보를 결정하는 경우에는 미지정수 후보의 개수가 17496개이며, 첫 번째 조합을 이용하여 미지정수를 평가하고 나면 임계치를 통과하는 미지정수 후보의 개수가 98개가 된다. 이후 H_{ii} 와 S 조합을 바꾸어 가면서 한 에폭 내에서 미지정수를 반복적으로 평가하면 미지정수 후보가 추가적으로 줄어들게 된다. 이때 표에서 보는 바와 같이 여러 가지 조합 중에서 미지정수 후보가 추가로 축소되는 경우는 몇 가지 조합(6, 13, 15, 28, 30번째)에만 국한됨을 볼 수 있다. 이와 같이 몇 개의 조합에서만 미지정수가 축소되는 현상은 평가에 이용하는 H_{ii} 와 S 조합의 사용 순서를 바꾸거나 다른 실험의 경우에서도 일관되게 발생하였다. 그러므로 미지정수 후보를 줄일 수 있는 조합을 찾을 수 있다면 계산시간을

표 1. 조합별 미지정수 후보 축소 양상.

Table 1. Reduction of IA candidates set for each H_{ii} .

Case	1	2	3	4	5	6	7
Remained IA	98	98	98	98	98	87	87
Case	8	9	10	11	12	13	14
Remained IA	87	87	87	87	87	81	81
Case	15	16	17	18	19	20	21
Remained IA	79	-	79	79	79	79	79
Case	22	23	24	25	26	27	28
Remained IA	79	79	79	79	79	79	66
Case	29	30	31	32	33	34	35
Remained IA	66	35	-	35	35	35	35

대폭 줄일 수 있을 것이며, 이에 대한 향후 연구가 필요하다. (12)의 식을 이용하면 추정된 미지정수가 참임을 보장할 수 있는 조건식이며, 이 식의 유용성을 확인하기 위하여 제한식을 무시하고 (12)의 $\sum_{r=1}^4 p_r^2$ 가 최대가 되도록 하는 차분 연산자를 선택하여 미지정수 평가를 수행해 보았다. 이러한 경우 첫 번째 에폭의 3번째 조합만에 모든 미지정수 후보가 제거되는 현상이 발생하였다. 이 실험에서도 알 수 있듯이 차분연산자를 적절히 선택해야만 참 미지정수가 제거되지 않는 것을 보장하면서 거짓 미지정수를 신속하게 제거할 수 있으며, 따라서 (12)는 차분 연산자의 선택에 있어서 중요한 기준이 됨을 알 수 있다.

다음으로 미지정수 결정속도와 일관성, 그리고 추정된 미지정수의 신뢰도에 대하여 분석하였다. 이를 위하여 일정 에폭 간격으로 미지정수 결정 실험을 여러 번 반복 수행하였으며, 제안한 방법과 기존의 ARCE 방법을 비교하였다. 반복 실험을 할 때 미지정수 결정속도를 고려하여 제안한 방법은 60 에폭, 그리고 ARCE 방법은 120 에폭 간격으로 실험을 반복 수행하였다. [8]에서의 ARCE 방법에서는 NDOP을 최소화하도록 독립미지정수를 선정하며, 차분 연산자의 선택에 따른 영향은 고려하지 않았다. 본 논문에서의 ARCE 방법에서는 미지정수를 평가할 때 사용하는 H_{ii} 의 선택을 원래 ARCE 방법과 마찬가지로 NDOP을 최소화하도록 하되 차분 연산자의 선택은 (12)를 최대 만족하는 형태를 이용하도록 함으로써 참 미지정수가 제거되는 경우를 최소화하였다. 그림 1은 이러한 실험 중에서 1가지 경우에 대하여 제안한 방법과 기존의 ARCE 방법의 미지정수 후보의 에폭별 축소 양상을 비교한 것이다. 그림의 경우에는 ARCE 방법이 197 에폭 만에 미지정수가 결정되는 반면, 제안한 방법은 46 에폭 만에 참 미지정수를 결정하였으며, 약 4.3배 빠른 성능을 보였다. 또한 제안한 방법의 경우 약 20 에폭이 되면 2-3개의 미지정수 후보만이 남게 되기 때문에 비율검사를 도입하면 미지정수 결정속도를 더욱 향상시킬 수 있다.

표 2는 일정 간격마다 실험을 반복하였을 때 제안한 방법과 ARCE 방법의 미지정수 결정속도를 비교한 것이다. 표에서 두 가지 방법의 실험 횟수가 다른 것은 실험하는 에폭 간격이 다르기 때문이다. 두 가지 방법 모두 (12)의 조건식을 이용하여 차분연산자를 선택하였기 때문에 모든 실험에서 참 미지정수를 결정하였다. 표에서 보는 바와 같이 평균값으

표 2. 실험별 미지정수 결정속도 비교.
Table 2. Comparison of IA determination time.

No. of experiment	No. of epochs for IA determination	
	Proposed method	ARCE method
1	46	197
2	57	233
3	57	226
4	39	201
5	25	106
6	46	
7	25	
8	20	
9	30	
10	31	
11	20	
12	25	
mean	35.08	192.6

로 비교할 때 제안한 방법의 미지정수 결정속도가 약 5.5배 우수함을 알 수 있다. 그러나 측정치에 따라 미지정수 결정속도의 편차가 심하며, 제안한 방법의 경우 L1 단일 주파수를 이용하였을 때 약 20~60 에폭만에 미지정수를 결정함을 알 수 있다. 이는 약 100~240 에폭을 필요로 하는 ARCE 방법과 비교할 때 약 4배 미지정수 결정속도가 빠름을 알 수 있다.

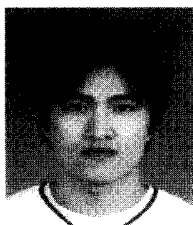
V. 결론

본 논문에서 제안한 미지정수 결정 방법은 참 미지정수가 결정되는 것을 일정 확률로 보장하면서 거짓 미지정수 후보들을 신속히 제거함으로써 적은 에폭 내에 참 미지정수를 구할 수 있는 방법이다. 제안한 방법에서는 신속한 미지정수 결정을 위하여 H_m 와 S_D 조합을 바꾸어 가면서 한 에폭 내 제거되지 않도록 하기 위한 조건식을 만족하는 조합에 대해

에서 반복적으로 미지정수를 평가하며, 이때 참 미지정수가 서만 평가를 수행한다. 실험결과 제안한 미지정수 결정방법은 기존의 방법에 비하여 약 4배 빠른 미지정수 결정 성능을 보였으며, 높은 참 미지정수 결정 확률의 성능을 보였다. 에폭별 측정치를 이용하여 실시간으로 상대위치를 구해야 하는 자세 결정용 수신기나 항공기의 정밀 착륙 시스템과 같은 시스템에 제안한 미지정수 결정방법을 적용하면 신뢰도가 높고 성능이 우수한 시스템을 구현할 수 있을 것이다.

참고문헌

- [1] B. W. Parkinson, J. Spilker, P. Axelrad, *The Global Positioning System: Theory and Applications*, Volume 1, AIAA, Washington, DC, 1996.
- [2] B. Hofmann-Wellenhof, H. Lichtenegger, J. Collins, *Global Positioning System : Theory and Practice*, Springer-Verlag, 2001.
- [3] P. J. G. Teunissen, A. Kleuberg, *GPS for Geodesy*, Springer-Verlag, 1998.
- [4] G. L. Mader, "Ambiguity function techniques for GPS phase initialization and kinematic solutions," *Proc. Int'l Symp. on Precise Positioning with GPS*, Ottawa, Canada, pp.1233-1247, Sep., 1990.
- [5] H. J. Euler, H. Landau, "Fast GPS ambiguity resolution on-the-fly for real-time applications," *Proc. Int'l Geodetic Symp. on Satellite Positioning*, Ohio, U.S.A., pp.650-659, Mar., 1992.
- [6] P. J. G. Teunissen, "A new method for fast carrier phase Ambiguity Estimation," *Proc. IEEE PLANS*, Las Vegas, U.S.A., pp. 562-573, Apr. 1994.
- [7] R. Hatch, "Instantaneous ambiguity resolution," *Proc. KIS Symposium*, Banff, Canada, Sep. 1990, pp. 299-308.
- [8] C. Park, I. Kim, J.G. Lee, G.I. Jee, "Efficient ambiguity resolution with constraint equation," *Proc. IEEE PLANS, Atlanta*, U.S.A., 1996.
- [9] 이대규, 성태경, "이중주파수 측정치를 이용한 실시간 정밀 측위기법 성능비교," *Proc. GNSS workshop*, pp.296-301, Nov., 2003.



이 대 규

1977년 3월 7일생. 2001년 충남대학교 전기공학과(공학사). 2004년 충남대학교 정보통신공학과(공학석사). 2004년 현재 충남대학교 대학원 정보통신공학과 박사과정 재학중. 관심분야는 GPS&GNSS, Tele-matics.



성 태 경

1961년 4월 12일생. 1984년 서울대학교 제어계측공학과(공학사). 1986년 서울대학교 제어계측공학과(공학석사). 1992년 서울대학교 제어계측공학과(공학박사). 1993년~1996년 고등기술연구원 선임연구원. 1996년~1997년 삼성전자 수석연구원. 1997년~현재 충남대학교 전기정보통신공학부 부교수. 관심분야는 GPS & GNSS, 무선험법 신호처리, 텔레메틱스.