

論文

직교이방성 판이론에 의한 FRP 보강 콘크리트 슬래브의 휨해석

손경욱*, 정재호**, 정상균**, 윤순중***, 이승식**

An Analytical Investigation on the Flexural Behavior of FRP Reinforced Concrete Slab by Orthotropic Plate Theory

Kyong-Wook Son*, Jae-Ho Jung**, Sang-Kyoon Jeong**, Soon-Jong Yoon***, Seungsik Lee**

ABSTRACT

In this study, analytical investigations on the flexural behavior of FRP reinforced concrete slab were discussed. In the derivation of analytic solution, the FRP reinforced concrete slab was modeled as a structural orthotropic plate. To determine the flexural rigidities of an orthotropic plate model, the elastic equivalence method was employed. In the finite element analysis, the approximate method to determine the rigidity matrix of orthotropic plate element was also suggested using the elastic equivalence method. The results obtained by the analytical solution and the finite element analysis were compared with that of experiment.

초 록

본 연구는 FRP 보강 콘크리트 슬래브의 휨거동에 관한 이론적 연구로서 FRP 보강 콘크리트 슬래브를 구조적 직교이방성판으로 간주하고 고전적 직교이방성판이론에 따른 휨해석 및 유한요소해석을 수행하였다. FRP 보강 콘크리트 슬래브를 직교이방성판으로 모델링하기 위해서는 각 하중단계별로 실제 구조물의 거동에 부합하는 직교이방성판의 휨강성을 결정하는 것이 중요하다. 본 연구에서는 탄성등가법을 적용하여 FRP 보강 콘크리트 슬래브와 동가인 직교이방성판의 휨강성을 결정하였으며, 탄성등가법에 의해 결정된 휨강성을 사용하여 유한요소해석 수행을 위한 강성행렬의 결정방법을 제안하였다. 또한, 이론식에 의한 해석결과와 제안된 강성행렬을 사용하여 해석한 유한요소해석 결과를 실험결과와 비교하였다.

Key Words : FRP 보강 콘크리트 슬래브(FRP reinforced concrete slab), 구조적 직교이방성(structural orthotropic), 탄성등가법(elastic equivalence method), 유한요소법(finite element method)

1. 서 론

교량 상부에 시공된 콘크리트 슬래브의 경우 균열의 발생과 콘크리트 중성화 및 동결기 해빙제의 살포로 인한 슬래브 내부에 배근된 철근의 부식 등 구조물의 유지관리 뿐만 아니라 안전에도 심각한 문제가 발생하고 있다[1]. 이와 같은 문제들을 해결하기 위해서 건설분야에서도 신소재의

개발과 이를 활용한 콘크리트 구조물의 보수, 보강에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 본 연구는 FRP 보강 콘크리트의 거동에 관한 연구의 일환으로서 FRP Re-bar로 보강된 콘크리트 슬래브의 휨거동 특성을 이론적으로 해석하기 위한 방법에 관한 것이다.

FRP 보강 콘크리트 슬래브의 경우 보강한 방향과 그 방향에 직각인 방향의 휨강성이 각각 다르기 때문에 구조적

* 홍익대학교 부설 과학기술연구소 연구원

** 홍익대학교 부설 과학기술연구소 연구원, 공학박사

*** 홍익대학교 토목공학과 부교수, 교신저자(E-mail:sjyoon@wow.hongik.ac.kr)

직교이방성판으로 간주할 수 있다. 따라서, FRP 보강 콘크리트 슬래브는 고전적 직교이방성판이론을 적용하여 해석할 수 있으나, 하중조건과 경계조건에 따라 해석식의 유도가 어려운 경우가 있다. 또한, 유한요소해석을 수행하는데 있어서도 FRP 보강 콘크리트 슬래브를 직교이방성판으로 모델링할 수 있는데, 이 경우에는 부재의 휨강성을 잘 반영할 수 있는 강성행렬을 결정하는 것이 문제가 될 수 있다.

본 연구에서는 선하중을 받는 FRP 보강 콘크리트 슬래브의 처짐식을 Huber가 제안한 탄성등가법에 의한 직교이방성판의 휨강성 결정방법과 직교이방성판이론을 사용하여 유도하였다[2,3]. 또한 이론식의 유도에 적용한 탄성등가법을 사용하여 유한요소해석 수행을 위해 직교이방성판의 강성행렬을 결정하기 위한 근사적인 방법을 제안하였다.

이론식에 의한 하중-처짐 관계와 근사적인 방법에 의해 결정된 강성행렬을 적용하여 해석한 유한요소해석 결과를 동일한 조건의 실험결과와 비교, 분석하였으며 제안된 탄성등가법에 의한 강성행렬 결정방법의 타당성을 검증하였다.

2. 직교이방성 판이론에 의한 FRP 보강 콘크리트 슬래브의 휨해석

2.1 탄성등가법에 의한 FRP 보강 콘크리트 슬래브의 휨강성

FRP 보강 콘크리트 슬래브를 등가인 직교이방성판으로 모델링하여 해석하기 위해서는 먼저 FRP 보강 콘크리트 슬래브와 등가인 직교이방성판의 각 방향에 대한 휨강성이 결정되어야 한다. 본 연구에서는 FRP 보강 콘크리트 슬래브와 등가인 직교이방성판의 각 방향에 대한 휨강성을 결정하기 위해서 탄성등가법(elastic equivalence method)을 적용하였으며, 가정한 등가조건은 다음과 같다[4].

(1) FRP 보강 콘크리트 슬래브의 저항모멘트와 등가인 직교이방성판의 저항모멘트는 서로 같다.

(2) 동일 하중조건에 대해 FRP 보강 콘크리트 슬래브의 중립축에 대한 곡률과 등가인 직교이방성판의 중립축에 대한 곡률은 서로 같다.

Fig. 1은 단위폭을 갖는 FRP 보강 콘크리트 슬래브를 나타낸 것이며, 환산단면법을 적용하여 FRP Re-bar의 단면을 콘크리트 단면으로 치환하면 콘크리트만의 단면이 된다. c 는 중립축으로부터 압축연단까지의 거리이며, d 는 슬래브의 유효 깊이(effective depth)이고 슬래브의 두께는 t 이다.

콘크리트 슬래브의 중립축에서 곡률을 x , 저항모멘트를 M 이라 하고 등가인 직교이방성판의 중립축에서의 곡률을 x_{eq} , 저항모멘트를 M_{eq} 라고 하면, 저항모멘트는 서로 같아야 한다는 조건으로부터 다음과 같은 관계가 성립한다.

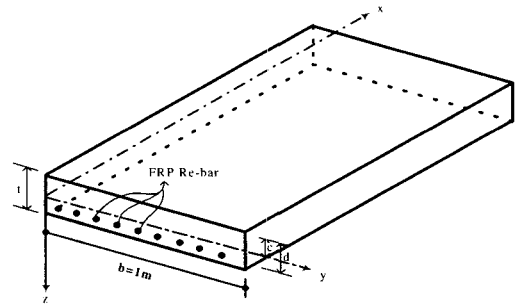


Fig. 1 FRP Re-bar reinforced concrete slab.

$$x_{eq} D_{eq} = x \frac{E_c}{1-\nu_c^2} \cdot \frac{I_e}{b} \tag{1}$$

식 (1)에서 E_c 와 ν_c 는 각각 콘크리트의 탄성계수와 포아슨비이며 b 는 바닥판 콘크리트의 폭이다. 또한 I_e 는 FRP 보강 콘크리트 슬래브의 유효단면 2차모멘트로서 콘크리트의 균열모멘트(M_{cr})와 작용하중에 의한 휨모멘트(M_a)의 크기에 따라 다음과 같이 계산된다[5].

$$I_e = \begin{cases} I_g & \text{if } \frac{M_a}{M_{cr}} \leq 1.0 \\ \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \cdot \beta_d \cdot I_g + \left\{ 1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right\} \cdot I_{cr} & \text{if } \frac{M_a}{M_{cr}} > 1.0 \end{cases} \tag{2}$$

식 (2)에서 β_d 는 처짐계산에 사용된 감소계수이다. 또한 바닥판 콘크리트의 중립축에서의 곡률과 등가인 직교이방성판의 중립축에서의 곡률이 같아야 한다는 조건으로부터 바닥판 콘크리트와 등가인 직교이방성판의 x 방향(보강된 방향)으로의 휨강성 D_x 를 구하면 다음 식 (3)과 같다.

$$D_x = \frac{E_c}{1-\nu_c^2} \cdot \frac{I_e}{b} \tag{3}$$

y 축 방향(보강되지 않은 방향)으로는 FRP Re-bar가 배치되지 않으므로 저항단면은 콘크리트만의 단면이 된다. x 축 방향과 동일한 방법을 적용하여 FRP 보강 콘크리트 슬래브와 등가인 직교이방성판의 y 축 방향에 대한 휨강성은 콘크리트만의 휨강성으로 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$D_y = \frac{E_c \cdot t^3}{12(1-\nu_c^2)} \tag{4}$$

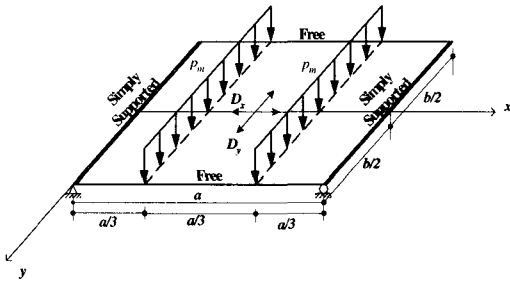


Fig. 2 Boundary and loading conditions of orthotropic plate.

또한, 직교이방성판의 해석을 위해서는 유효비틀림강성 H 가 결정되어야 한다. 본 연구에서는 Huber가 제안한 근사적인 식을 사용하여 계산하였으며, 다음 식 (5)와 같다.

$$H = \sqrt{D_x \cdot D_y} \tag{5}$$

2.2 처짐식의 유도

Fig. 2는 판의 길이와 폭은 각각 a 와 b 이고, 선하중 p_m 은 $x = a/3$ 인 위치와 $x = 2a/3$ 인 위치에 작용하고 있는 직교이방성판을 나타내고 있다.

Fig. 2와 같은 직교이방성판의 휨에 대한 지배미분방정식은 식 (6)과 같으며, 이와 같은 직교이방성판의 처짐식은 Levy의 방법을 사용하여 식 (7)과 같이 유도할 수 있다 [2,3,6].

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -p(x, y) \tag{6}$$

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ A_m \cosh S y + D_m y \sinh S y + \frac{a^4}{D_x m^4 \pi^4} \left(\frac{2p_m}{a} \sin \frac{m\pi x_1}{a} \right) \right\} \sin \frac{m\pi x}{a} \tag{7}$$

식 (7)에서 S 는 미분방정식의 특성방정식의 해로서 직교이방성판의 휨강성 및 유효비틀림강성의 비로 표현된다. 또한, A_m , D_m 은 처짐량을 나타내는 임의의 상수로서 경계조건에 따라 결정된다.

3. 유한요소법에 의한 FRP 보강 콘크리트 슬래브의 휨해석

콘크리트 구조물에 대한 유한요소 해석에 있어서는 콘크리트의 인장균열과 그로 인한 저항단면의 감소 등을 고려해야 하므로 특정구조해석 프로그램을 제외한 일반적인 구조해석 프로그램에서는 균열단면을 고려한 콘크리트 구조물의 해석이 어려운 경우가 많다. 본 연구에서는 이론식의 유도에 사용된 탄성등가법을 적용하여 콘크리트 균열단면을 고려할 수 있도록 FRP 보강 콘크리트 슬래브를 직교이방성판으로 모델링하기 위한 방법을 다음과 같이 제안하였다. FRP 보강 콘크리트 슬래브의 휨에 대한 유한요소해석에는 상용구조해석 프로그램중의 하나인 GTSTRUDL을 사용하였다[7].

3.1 강성행렬의 결정

FRP 보강 콘크리트 슬래브를 직교이방성판으로 모델링하기 위해서는 다음과 같은 3×3 크기의 휨강성행렬(flexural rigidity matrix) $[K]$ 가 결정되어야 한다.

$$[K] = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \tag{8}$$

여기서 Q_{11} , Q_{12} , Q_{22} , Q_{66} 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \tag{9}$$

$$Q_{22} = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \tag{10}$$

$$Q_{12} = \nu_{12} \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \tag{11}$$

$$Q_{66} = G_{12} \tag{12}$$

유한요소해석에 있어서 휨강성행렬은 식 (9)에서 (12)를 사용해서 결정해야 하지만 본 연구에서 해석의 대상은 구조적 직교이방성판이므로 재료의 역학적 성질만을 사용하여 강성행렬을 구하는 것은 어려움이 있다. 따라서 본 연구에서는 탄성등가법에 의해 결정된 각 방향에 대한 휨강성 D_x , D_y 와 비틀림강성 H 를 사용하여 다음과 같은 강성행렬을 결정하였다.

식 (9)의 강성행렬요소와 휨강성 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다[8].

$$Q_{11} = \frac{12}{t^3} \cdot D_x \tag{13}$$

$$Q_{22} = \frac{12}{t^3} \cdot D_y \tag{14}$$

$$Q_{12} = \frac{12}{t^3} \cdot \nu_c \cdot D_x \tag{15}$$

또한, 유효비틀림강성 H 는 Huber가 제시한 식 (5)를 사용하였으므로 두 식으로부터 얻은 유효비틀림강성이 같아야 한다는 가정으로부터 Q_{66} 를 구하면 다음과 같다.

$$Q_{66} = \frac{6}{t^3} \left(\sqrt{D_x \cdot D_y} - \frac{t^3}{12} \cdot D_x \right) \tag{16}$$

식 (13)~(16)을 식 (8)에 대입하면 탄성등가법을 적용한 유한요소해석에 있어서 휨강성행렬을 비교적 쉽게 구할 수 있다.

3.2 모델링

직교이방성판의 휨해석에 사용된 유한요소는 GTSTRUDL

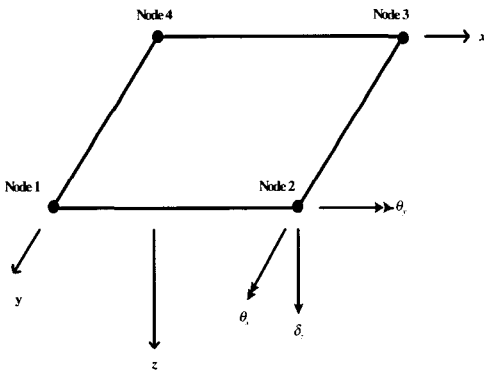


Fig. 3 GTSTRUDL BPHQ element (degree of freedom at node 2 only).

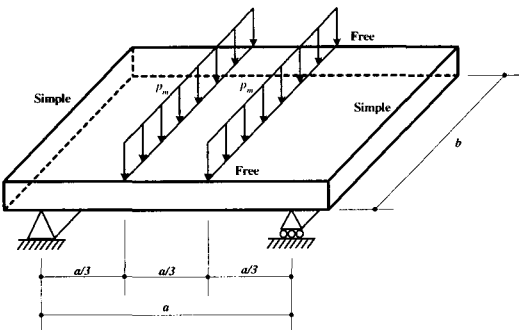


Fig. 4 Loading condition of FEM model.

내의 판의 휨요소중의 하나인 BPHQ (bending plate hybrid quadrilateral)이며 이 요소의 절점 2에서의 자유도는 Fig. 3과 같다[7].

Fig. 4는 유한요소해석에서 사용된 판의 하중작용상태와 경계조건을 나타낸 것이다. 해석에 사용된 판의 길이와 폭 및 두께는 각각 3.6m, 1.0m, 0.25m 로서 실험결과와 비교하기 위하여 실험에 사용된 바닥판 콘크리트 슬래브의 단면 치수와 동일하게 결정하였다(Table 1 참조).

4. 결과비교

FRP 보강 콘크리트 슬래브에 대한 휨실험은 윤[9,10], 김[11] 등에 의해서 보고되었으며, 실험체에 대한 자세한 사항은 다음과 같다.

단면의 크기는 폭이 1.0m 높이가 25cm이며 길이는 4.0m(지간 3.6m)이다. 보강재는 공칭지름이 7.13mm인 GFRP (glass fiber reinforced plastic) Re-bar를 사용하였으며 3다발씩 묶은 GFRP Re-bar의 보강량을 증가시켜가며 실험체를 제작하였다. Table 1은 실험체의 치수와 GFRP Re-bar의 단면적을 나타낸 것이다.

하중재하는 한국건설기술연구원 내의 구조실험동에서 100톤 용량의 actuator (MTS)를 사용하였으며 모든 실험체에 대해 삼등분점 재하시험(4-point bending test)을 실시하였다.

Table 2는 실험체에 균열이 발생했을 때의 하중에 의한 중앙점에서의 처짐을, Table 3은 최대하중에 의한 중앙점의 처짐을 판이론, 유한요소법 및 실험에 의한 결과와 각각 비교하여 나타낸 것이다.

Fig. 5-7은 각 실험체의 중앙점에서 하중-처짐 관계를 나타낸 것으로서 실선은 실험결과이고 일점쇄선은 이론식에 의한 결과이며 점으로 나타난 것은 유한요소해석의 결과이다. Fig. 5-7에서 알 수 있듯이 판이론에 의한 해석으로부터 추정된 하중-처짐관계는 실험으로부터 구한 하중-처짐 관계와 그 경향이 유사함을 알 수 있었다. 또한 탄성등가법에 의해 결정된 강성행렬을 적용한 유한요소해석의 처짐과 판이론에

Table 1 Slab dimension and GFRP Re-bar quantity

Specimen No.	Depth d (cm)	Width b (cm)	Length a (m)	A_r (cm ²)
1	25	100	4	12.85 (6EA×3)
2	25	100	4	17.13 (8EA×3)
3	25	100	4	21.43 (10EA×3)

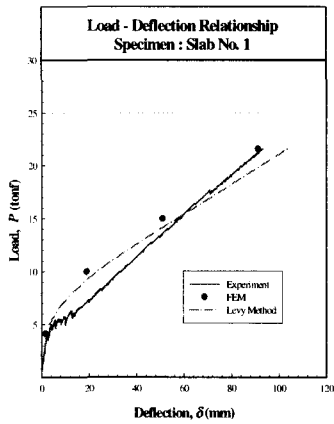


Fig. 5 Comparison of load-deflection relationship of slab No.1.

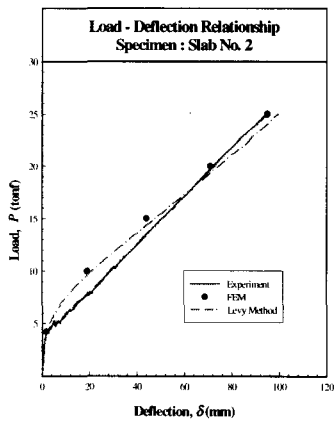


Fig. 6 Comparison of load-deflection relationship of slab No.2.

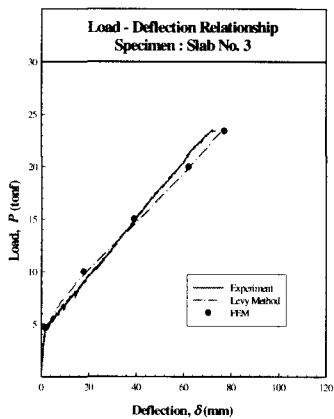


Fig. 7 Comparison of load-deflection relationship of slab No.3.

Table 2 Deflection at cracking load

Specimen No.	P_{cr} (tonf)	δ_{cr} (mm)		
		Theory	Exp.	FEM
1	4.11	0.98	1.15	1.21
2	4.26	1.98	1.54	1.77
3	4.64	2.43	1.68	1.95

Table 3 The maximum deflection

Specimen No.	P_{max} (tonf)	δ_{max} (mm)		
		Theory	Exp.	FEM
1	21.59	103.50	93.03	91.10
2	25.00	99.38	95.91	95.00
3	23.42	75.43	73.26	77.23

의한 처짐의 차는 5~10%정도로 나타났으며, 판이론에 의한 처짐보다 다소 작게 나타남을 알 수 있었다.

Slab No.1, No.2에서 처짐이 약 60mm 발생하기 전까지는 동일한 하중상태에서 판이론에 의해 구한 처짐이 실험에 의해 구한 처짐보다 작았으며, 그 이상에서는 이론에 의해 구한 처짐이 다소 크게 나타났으나, Slab No.3에서는 이론에 의해 구한 처짐과 실험에 의해 구한 처짐이 거의 같은 결과를 나타내었다.

5. 결론

본 연구로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 이론적 가정사항과 달리 콘크리트는 균질하지 못하다는 실제의 재료적 특성을 고려할 때, 판이론에 의한 해석결과와 실험에 의한 결과는 비교적 근접한 결과라고 할 수 있다.
- (2) FRP 보강 콘크리트 슬래브와 등가인 직교이방성판의 휨강성을 결정하는데 있어서 탄성등가법의 적용은 타당성이 있음을 알 수 있었다.
- (3) 유한요소해석을 위한 휨강성행렬의 결정에서, 탄성등가법에 의해 결정된 강성행렬을 적용했을 때 하중-처짐 관계를 근사적으로 예측할 수 있음을 알 수 있었다.
- (4) 콘크리트에 인장균열이 발생한 후 판이론 및 실험에 의한 하중-처짐 관계에서 각각의 차는 5~20%사이였으며, GFRP Re-bar보강량이 증가할수록 차가 작아짐을 알 수 있었다.

(5) 이론적 해석결과와 실험결과와의 차가 생기는 원인은 이론식에서 근사적인 유효비틀림강성을 사용하였고 탄성등가법을 적용하는데 있어서 사용된 하중단계에 따른 콘크리트의 유효단면 2차모멘트가 실제 균열단면을 정확하게 예측하지 못했기 때문인 것으로 생각된다.

이와 같은 결론으로부터 직교이방성판이론을 적용하여 FRP 보강 콘크리트 슬래브의 하중-처짐 거동을 예측할 수 있음을 확인하였다. 또한, 유한요소해석에 있어서 FRP 보강 콘크리트 슬래브를 탄성등가법에 의해 결정된 강성행렬을 사용하여 직교이방성판으로 모델링할 경우 콘크리트의 균열단면을 고려한 해석을 수행할 수 있으며, 그 결과 또한 이론적 해석결과와 유사한 결과가 나타남을 알 수 있었다.

본 연구에서는 실험결과와의 비교, 분석을 위하여 단위 폭을 갖는 1방향 슬래브에 대해 판이론에 의한 해석방법을 적용하였으며, 향후 2방향 슬래브에 대한 이론적, 실험적 연구를 수행하여 본 연구에서 제안한 탄성등가법을 적용한 강성행렬 결정방법의 타당성을 검증할 필요가 있다고 생각된다.

래브의 휨거동에 관한 실험적 연구,” 한국복합재료학회지, 한국복합재료학회, 제16권, 3호, 2003, pp. 32-40.

- 11) 김지홍, 주형중, 김병석, 윤순중, “교량 바닥판 콘크리트의 시공을 위한 GFRP근의 활용,” 한국복합재료학회, 춘계학술발표대회 논문집, 2003, pp. 153-156.

참고문헌

- 1) 문한영, 김성수, 김홍삼, “우리나라 콘크리트 구조물의 절근 부식 현황,” 콘크리트학회지, 한국콘크리트학회, 제13권, 5호, 2001, pp. 58-63.
- 2) Szilard, R., *Theory and Analysis of Plates*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1974.
- 3) Troitsky, M. S., *Stiffend Plates*, Elsevier Scientific Publishing Co. Inc., New York, 1976.
- 4) 정재호, 정성우, 윤순중, “직교이방성판이론에 의한 콘크리트 슬래브의 탄성해석,” 한국콘크리트학회, 1998, pp. 487-492.
- 5) ACI Committee 440, *Guide for the Design and Construction of Concrete Reinforced with FRP bar*, American Concrete Institute, 2000.
- 6) Ugural, A. C., *Stresss in Plates and Shells*, McGraw-Hill Book Co. Inc., New York, 1981.
- 7) GTSTRUDL, *GTSTRUDL User's Manual*, Latest Revision, K, May, GTICS Systems Laboratory, Georgia Institute of Technology, Atlanta, 2002.
- 8) Jones, R. M., *Mechanics of Composite Materials*, Scripta Book Co. Inc., Washington, D. C, 1975.
- 9) 윤순중, FRP 보강 콘크리트 바닥판의 거동에 관한 연구, 홍익대학교 부설 과학기술연구소, 연구보고서, 2002.
- 10) 윤순중, 김병석, 유성근, 정재호, 정상균, “유리섬유 보강 플라스틱 Re-Bar 다발로 보강된 1방향 콘크리트 슬