

논문 2004-41SC-2-6

간편 간접추론 퍼지논리 경계층을 갖는 슬라이딩 모드 제어기의 설계

(Design of Sliding Mode Controller with a SIIM Fuzzy Logic Boundary Layer)

채 창 현*

(Chang-Hyun Chai)

요 약

본 논문에서는 슬라이딩 라인 함수의 각 요소를 간편 간접추론 퍼지 논리의 입력변수로 사용하여 슬라이딩 모드 제어기의 경계층을 모사하는 간편 간접추론 퍼지논리 경계층을 갖는 슬라이딩 모드 제어기를 설계하였다. 제안된 제어시스템은 별도의 비선형 함수를 구할 필요가 없으며, 네 개의 퍼지규칙으로 이루어지므로 간단하고 안정도 증명이 쉬운 장점을 가진다. 본 논문의 유효성을 비선형 시변 시스템에 적용하여 고찰하였다.

Abstract

The sliding mode controller with a boundary layer implemented by simplified indirect inference method (SIIM) fuzzy logic was proposed. The components of the sliding line function are used for the inputs of the SIIM fuzzy logic. The proposed control system is simple because there is no need to derive the sigmoid function and there are only four rules. The overall stability of the proposed system and the boundness of the tracking error are proved easily using the Lyapunov theory. We apply the proposed controller to control a nonlinear time-varying system. The computer simulation showed the validity of the proposed control system.

Keywords: SIIM Fuzzy, Sliding Mode Control, Boundary Layer, Chattering.

I. 서 론

비선형시스템의 제어구조로 활발히 논의되고 있는 슬라이딩 모드 제어(sliding mode control)는 시스템 매개 변수 변화와 외부 잡음 등의 불확실성에 강인한 특성을 가지며 빠른 응답 특성과 물리적인 실현이 용이하다는 장점을 가지기 때문에 엔진의 연료분사제어, 자기 부상 시스템 제어, 로봇 머니플레이터 제어, 모터의 전류나 속도, 토크 및 위치제어 등에 적용되고 있다.^[1-4]

그러나, 슬라이딩 모드 동안에는 제어 입력의 빠른 스위칭이 요구되는데 스위칭 주파수의 유한성으로 인하여 스위칭 평면 근처에서 채터링이 발생하게 된다. 이러한 채터링 현상은 시스템의 진동(vibration)을 일으킬 수 있으며, 모델링 과정에서 무시되었던 시스템의 고주파 동특성을 여기하여 제어 대상 시스템을 불안정하게 만드는 문제점이 발생한다.

채터링 현상을 줄이기 위한 방법으로 퍼지논리(fuzzy logic)를 이용하는 기법이 있다. Slotine^[5]은 포화함수와 유계층을 사용한 연속 근사화 방법을, Dorling 등^[6]은 개선된 단위벡터형태의 연속 근사화 방법을 제시하였는데, 이러한 방법은 채터링은 감소되나 유계층의 폭만큼 정확성이 감소되는 단점을 가진다. 한편, Sung-Woo 등

* 정회원, 금오공과대학교 전자공학부
(School of Electronic Engineering, KIT.)

※본 연구는 금오공과대학교 2001년 학술연구비에 의하여 연구된 논문임

접수일자: 2003년9월15일, 수정완료일: 2004년3월2일

[7]은 포화함수와 유사한 sigmoid 함수를 이용하는 안정한 퍼지 제어기를 제안하였고, Soo-Yeong 등^[8]은 평균값을 이용한 단가(singleton)함수의 출력 퍼지집합을 사용한 퍼지 제어기를 제안하였다. 또한 사공성대 등^[9]은 시스템 궤적의 원점에 대한 위치와 스위칭 평면에 대한 법선거리를 퍼지변수로 설정하고, 퍼지 도달계수를 사용하여 채터링 현상을 제거하는 방법을 제안하였다.

본 논문에서는 슬라이딩 라인의 오차와 오차의 변화율을 퍼지 입력변수로 사용하는 간편 간접추론방식(SIIM: Simplified Indirect Inference Method)의 퍼지논리를 사용하여 경계층을 구현한 슬라이딩 모드제어기를 제안한다. 제안된 SIIM 퍼지 논리는 슬라이딩 라인의 유계층 내에서 연속함수를 구현하기 위하여 도입되었으므로, 퍼지 입력변수에 관한 대집합의 크기는 유계층의 폭으로 설정되며 출력 입력변수에 관한 대집합의 크기는 ± 1 로 규준화(normalization) 하였다. 제안한 제어기의 유효성을 입증하기 위하여 Sung-Woo 등^[7]이 사용한 비선형 시변 시스템에 모의 실험하여 특성을 고찰하였다.

II. 슬라이딩 모드 제어

제어 대상 시스템으로 다음의 n 차 비선형 시스템을 고려한다.

$$\dot{x}^n = f(\bar{x}, t) + d(t) + u \quad (1)$$

여기서, $\bar{x} = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]'$ 는 상태 벡터, $d(t)$ 는 상한유계외란(upper bounded disturbance)이며 u 는 제어 입력이다. 또한, 비선형 함수 $f(\bar{x}, t)$ 는 식(2)와 같다고 가정하자.

$$f(\bar{x}, t) = \tilde{f}(\bar{x}, t) + \Delta f(\bar{x}, t) \quad (2)$$

여기서, $\tilde{f}(\bar{x}, t)$ 는 $f(\bar{x}, t)$ 의 추정값이고 $\Delta f(\bar{x}, t)$ 는 모델의 불확실성이다. 또한, 모델의 불확실성과 외란은 다음과 같이 제한된다고 가정한다.

$$|\Delta f(\bar{x}, t)| \leq F(\bar{x}, t) \text{ and } |d(t)| \leq D(t) \quad (3)$$

추종오차는 $x_e = x - x_d$ 로 정의되며,

$\bar{x}_e = \bar{x} - \bar{x}_d = [x_e, \dot{x}_e, \dots, \dot{x}_e^{(n-1)}]'$ 는 추종오차벡터이고, x_d 는 원하는 추종값이다.

슬라이딩 모드 제어시스템의 설계목적은 적절한 제어기를 설계하여 오차 동적시스템을 점근적으로 안정하게 하는 것이다.

스칼라함수 $s(\bar{x}, t) = 0$ 인 슬라이딩 평면은 다음과 같이 정의된다.

$$s(\bar{x}, t) = \left(-\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{(n-1)} \cdot \bar{x}_e \quad (4)$$

여기서, λ 는 양의 상수로 슬라이딩 평면의 기울기이다.

만약 $n=2$ 이면, $s = \dot{x}_e + \lambda \bar{x}_e$ 가 되어 슬라이딩 평면은 위상평면에서 슬라이딩 직선이다.

일반적인 2차 시스템에 대해서 생각해보자.

$$\ddot{x} = f(\bar{x}, t) + d(t) + u \quad (5)$$

외란이 없다는 가정하에 추정 동력학식 $\tilde{f}(\bar{x}, t)$ 를 이용하여 $\dot{s} = 0$ 이 되도록 등가제어 입력 \hat{u} 를 구하면 아래와 같다.

$$\hat{u} = -\tilde{f}(\bar{x}, t) - \lambda \dot{x}_e + \ddot{x}_d + \dot{\bar{x}}_d \quad (6)$$

만약, 식(5)의 시스템에 대해 비선형 제어입력의 크기 $K(\bar{x}, t)$ 를 아래의 식(7)과 같이 선정하고, 식(8)과 같은 제어입력을 구성하면 $s(\bar{x}, t)$ 의 슬라이딩 평면을 가지도록 설계된 슬라이딩모드제어기는 시스템의 궤적을 $B(t) = \{x, |s(\bar{x}, t)| \leq \Phi\}$ 의 영역으로 제한하게 된다. 여기서 Φ 는 슬라이딩라인의 경계층으로 양의 작은 상수이다.

$$K(\bar{x}, t) \geq F(\bar{x}, t) + D(t) + \eta \quad (7)$$

여기서, η 는 양의 상수로 임의로 선정된다.

식(6)과 식(7)을 사용하여 슬라이딩모드 제어기의 제어입력을 정의하면 다음과 같다.

$$u_c = \hat{u} - K(\bar{x}, t) \cdot \text{sgn}(s) \quad (8)$$

여기서, $\text{sgn}(s) = \begin{cases} 1, & s > 0 \\ -1, & s < 0 \end{cases}$ 식(8)을 사용하면 채터링 현상이 발생하므로 슬라이딩평면 근처에 경계층 Φ 를 도입하면 다음 식과 같다.

$$u_c = \hat{u} - K(\bar{x}, t) \cdot \text{sat}\left(\frac{s}{\Phi}\right) \quad (9)$$

여기서, $\text{sat}\left(\frac{s}{\Phi}\right) = \begin{cases} 1, & s > \Phi \\ \frac{s}{\Phi}, & -\Phi < s < \Phi \\ -1, & -\Phi > s \end{cases}$ 식(9)의

제어입력이 식(1)로 주어지는 비선형 동작시스템에 대해 안정한 슬라이딩 모드가 발생하는 것을 증명하기 위해 식(10)의 Lyapunov 함수를 정의한다.

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (10)$$

시스템의 궤적에 따른 미분 \dot{V} 은 $|s| > \Phi$ 이면 식(11)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s \cdot \dot{s} \\ &\leq s \cdot (F + D - K \text{sgn}\left(\frac{s}{\Phi}\right)) \\ &= s \cdot (F + D) - K|s| \\ &\leq -\eta|s| \end{aligned} \quad (11)$$

그러므로 식(7)의 $K(\bar{x}, t)$ 값을 사용하면, 시스템의 궤적은 항상 $B(t)$ 범위로 제한됨을 알 수 있다. 이때 시스템에 약간의 외란과 동적인 불확실성이 존재하더라도 시스템의 궤적은 $B(t)$ 의 내부에 존재한다.

III. 간편 간접추론방식의 퍼지 제어기

본 장에서는 식(9)의 $\text{sat}\left(\frac{s}{\Phi}\right)$ 을 구현하기 위해 슬라이딩 라인의 오차와 오차의 변화율에 관련된 항을 퍼지 입력변수로 갖는 간편 간접추론 방식(Simplified Indirect Inference Method : SIIM)의 퍼지 제어를 설계한다.^[16]

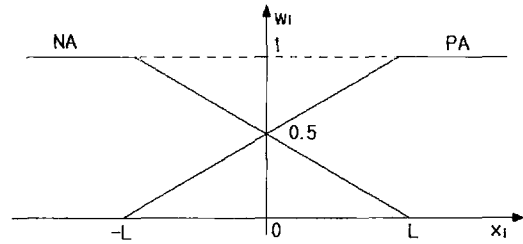


그림 1. 입력소속함수.
Fig. 1. membership function for input

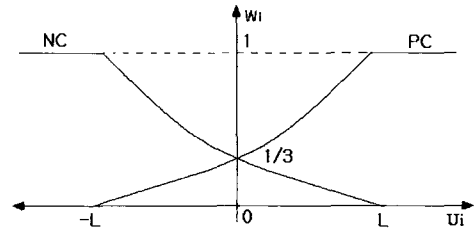


그림 2. 출력소속함수.
Fig. 2. membership function for output.

1. 퍼지화(Fuzzification)

2차계 비선형 시스템의 슬라이딩라인은 식(12)과 같다.

$$s = cx_1 + \dot{x}_1 \quad (12)$$

식(12)에서 c 는 슬라이딩라인의 기울기로 설계자에 의해 정해지는 상수이다. 식(12)에서 슬라이딩라인의 cx_1 과 \dot{x}_1 은 각각 SIIM 퍼지 슬라이딩모드 제어기의 입력으로 사용한다.

SIIM 퍼지 논리에서 사용하는 입·출력함수는 그림 1과 그림 2로 주어지는 단조증가함수(monotonic increasing function)이다. 그림 1의 단조증가 선형함수는 퍼지 입력함수로 식(13)로 정의되며, 입력변수의 소속정도 ω_i 는 식(14)에 의해 결정된다.

$$PA(x_i) = \frac{x_i + L}{2L}, \quad NA(x_i) = \frac{-x_i + L}{2L} \quad (13)$$

$$\omega_i = PA(x_i) \quad \text{또는} \quad \omega_i = NA(x_i) \quad (14)$$

여기서, x_i 는 입력변수로 절환선의 cx_1 과 \dot{x}_1 이고, 입력 소속함수에 관한 대집합의 크기 $\pm L$ 를 경계층의 크기인 $\pm \Phi$ 로 선정한다.

2. 퍼지제어규칙(Fuzzy Control Rules)

입력변수 cx_1 과 \hat{x}_1 에 대한 퍼지제어규칙은 각각 두 개의 간단한 제어규칙으로 구성된다.

(R1) If cx_1 is PA , Then u_{11} is PC^{-1} .

(R2) If cx_1 is NA , Then u_{12} is NC^{-1} .

(R3) If \hat{x}_1 is PA , Then u_{21} is PC^{-1} .

(R4) If \hat{x}_1 is NA , Then u_{22} is NC^{-1} .

출력변수 PC 및 NC 에 관한 소속함수는 그림 2와 같은 2개의 단조증가 비선형 함수로 그에 대한 역함수 (inverse function)는 각각 식(15) 및 식(17)와 같다.

$$\begin{aligned} PC^{-1} &= M \times [-2 + \sqrt{21.25 - (\omega_i - 4.5)^2}] \\ NC^{-1} &= M \times [2 - \sqrt{21.25 - (\omega_i - 4.5)^2}] \end{aligned} \quad (15)$$

여기서, 출력 소속함수에 관한 대집합의 크기 $\pm M$ 을 ± 1 로 선정한다.

규칙(R1)과 규칙(R2)가 적용되는 입력변수 cx_1 에 관한 입력은 그림 3과 같이 소속정도 ω_1 은 출력소속함수 PC^{-1} 를 이용하고, 소속정도 ω_2 는 출력소속함수 NC^{-1} 를 이용하여 구하며, 식 (16)와 같다.

$$u_{11} = PC^{-1}(\omega_1), \quad u_{12} = NC^{-1}(\omega_2) \quad (16)$$

규칙(R3)과 규칙(R4)가 적용되는 입력변수 \hat{x} 에 관한

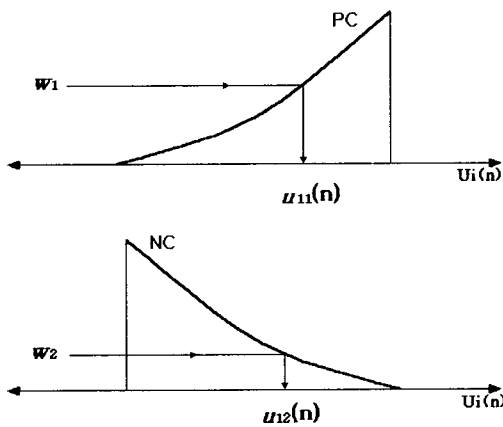


그림 3. cx_1 에 대한 간편 간접추론방법.
Fig. 3. Simplified Indirect Inference method of cx_1 .

입력의 소속정도 ω_3 은 출력소속함수 PC^{-1} 를 이용하고, 소속정도 ω_4 는 출력소속함수 NC^{-1} 를 이용하며, 식(17)와 같다.

$$u_{21} = PC^{-1}(\omega_3), \quad u_{22} = NC^{-1}(\omega_4) \quad (17)$$

3. 비퍼지화(Defuzzification)

전체 퍼지제어입력 u 는 가중치 합 of 평균(weighted sum mean)의 식(17)을 이용하여 결정된다.

$$u = \frac{\sum_i \sum_j w_{ij} u_{ij}}{\sum_i w_i} \quad (18)$$

입력 소속함수의 $\pm L$ 를 $\pm \Phi$, 출력 소속함수 $\pm M$ 을 ± 1 로 선정하고 간편 간접추론을 실행한 결과는 그림 4와 같다.

Remark 3.1 : Hayashi 등^[10]의 SIIM 퍼지 제어기 Hayashi 등은 입력소속함수를 arctan 함수, 출력소속함수를 선형함수로 하는 간편 간접추론방식의 퍼지 제어

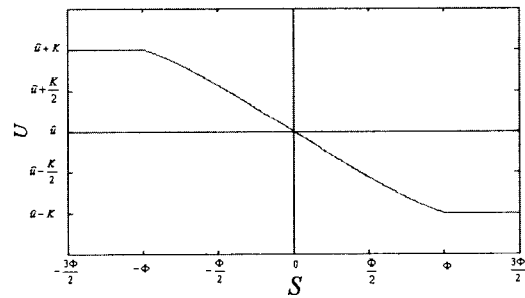


그림 4. SIIM 퍼지규칙의 따른 결과.
Fig. 4. The result of SIIM fuzzy rule.

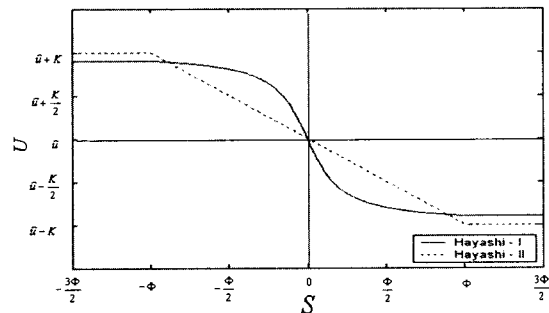


그림 5. Hayashi 등의 퍼지규칙의 따른 결과.
Fig. 5. The result of SIIM fuzzy rule using Hayashi et.al.

기(Hayashi-I형)와 입·출력소속함수를 모두 선형함수로 하는 간편 간접추론방식의 퍼지 제어기(Hayashi-II형)를 제안한 바 있다.

Remark 3.2 Hayashi 등^[10]의 SIIM 결과

입력소속함수의 크기 $\pm L$ 을 $\pm \Phi$ 로 정하고, 출력소속함수의 크기 $\pm M$ 을 ± 1 로 사용한 Hayashi-I형과 Hayashi-II형의 퍼지규칙에 따른 결과는 그림 5와 같다.

IV. 모의 실험

IV장에서는 제안한 방법의 유효성을 보이기 위하여 Sung-woo등^[7]이 사용한 다음의 식(19)과 같은 비선형 시변 시스템에 대해서 모의실험 한다.

$$\ddot{x} + b\dot{x} + a \cos(x) = u + d(t) \quad (19)$$

식(19)은 단진자시스템으로, 실제 매개변수는 $a = 3.2$, $b = 0.5 + 0.2 \sin(t)$ 이고 외란항 $d(t) = \sin(3t)$ 이다. 시스템 매개변수에 섭동(perturbation)이 존재한다고 가정하고 매개변수의 불확실성을 식(20)와 같이 정의하자.

$$a = \hat{a} + \Delta a, \quad b = \hat{b} + \Delta b \quad (20)$$

여기서, $\hat{a} = 3.5$, $\hat{b} = 0.5$ 는 추정된 값이고 매개변수의 불확실성은 식(21)과 같은 상한유계를 가진다.

$$|\Delta a| \leq 0.3 \quad (21)$$

식(20)와 식(21)을 비교하여 식(22)와 (23)를 유도한다.

$$\begin{aligned} \tilde{f}(\bar{x}, t) &= -\hat{b}\dot{x} - \hat{a} \cos(x) \\ &= -0.5\dot{x} - 3.5 \cos(x) \end{aligned} \quad (22)$$

$$|\Delta f(\bar{x}, t)| = |\Delta b\dot{x} - \Delta a \cos(x)| \leq 0.2|\dot{x}| + 0.3 = F(x, t)$$

$$|\Delta d(t)| = |\sin(3t)| \leq 1 = D(t) \quad (23)$$

따라서, 등가제어입력 \hat{u} 과 비선형 제어입력의 크기 $K(\bar{x}, t)$ 는 식(24)과 같다.

$$\hat{u} = 0.5\dot{x} + 3.5 \cos(x) - \lambda \dot{x}_e + \ddot{x}_d \quad (24)$$

$$\begin{aligned} K(\bar{x}, t) &\geq F(\bar{x}, t) + D(t) + \eta \\ &= 0.2|\dot{x}| + 1.3 + \eta \end{aligned} \quad (25)$$

여기서, 원하는 시스템의 궤적은 $x_d(t) = \sin(t)$ 이다.

퍼지제어기의 제어입력은 식(26)과 같다.

$$u_c = \hat{u} - K \text{sig}\{(\dot{x}_e + \lambda x_e / \Phi)\} \quad (26)$$

간편 간접추론 퍼지제어기의 매개변수를 $\Phi = 0.05$, $\eta = 1.2$, $\lambda = 20$ 으로 선정하여 비선형 시스템에 모의실험을 수행한 결과는 그림 6 ~그림 8과 같다.

그림 6과 그림 7에서 Sung-Woo 등의 결과에 비해 추종시간이 2초 이상 앞당겨진 것은 Sung-Woo 등이 사용한 $\eta = 0.5$ 에 비해 비교적 큰 1.2의 값을 사용하여 비선형 제어입력의 크기가 증가한 결과이다. 또한, 그림 8과 그림 8에서 제어입력은 경계층 내에서 간편 간접추론의 퍼지에 의해 연속함수를 구현하여 채터링을 완전히 해결할 수 있음을 알 수 있다.

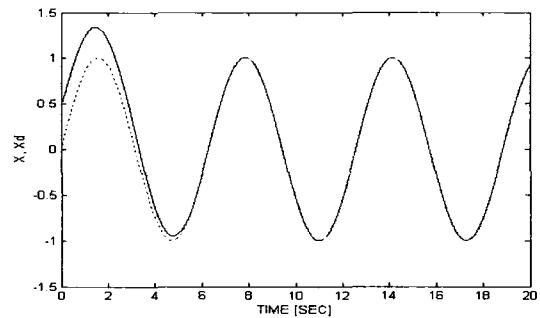


그림 6. 기준입력(점선)과 실제(실선) 상태 궤적.
Fig. 6. desired(dash line) and actual(solid line) trajectories with $x(0) = [0.5, 0]^T$.

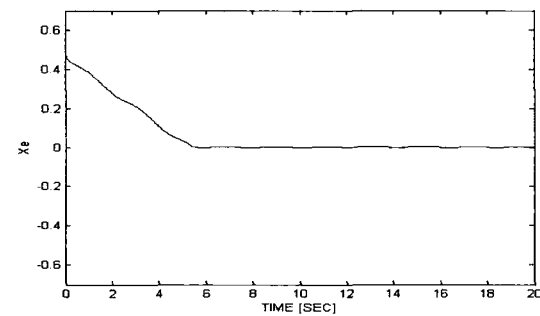


그림 7. 제안한 제어기의 추종 오차.
Fig. 7. tracking error of the proposed controller.

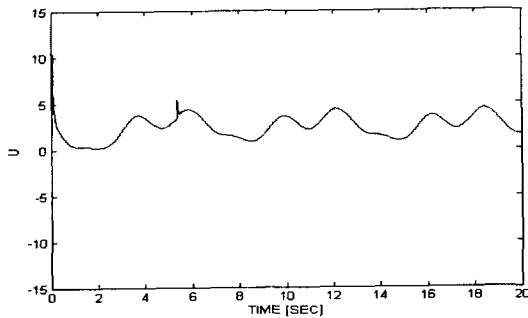


그림 8. 제안한 제어기의 제어 입력.

Fig. 8. Control input of the proposed controller.

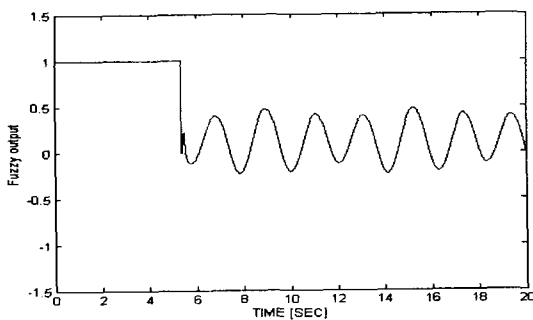


그림 9. 제안한 제어기의 퍼지제어기의 출력.

Fig. 9. The output of the proposed controller.

또한, Hayashi 등^[10]이 제안한 SIIM 퍼지 제어기를 사용하여 슬라이딩 모드에서의 연속함수를 구현하여도 비슷한 결과를 유도할 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 슬라이딩 라인의 경계층 내의 연속함수를 오차와 오차의 변화율을 입력함수로 사용하는 간편 간접추론 퍼지 논리로 구현하여 슬라이딩 모드제어기를 구성하였다. 제안된 SIIM 퍼지제어기는 설계변수인 입력 소속함수에 관한 대집합의 크기 $\pm L$ 를 경계층의 두께 $\pm \Phi$ 로 정하고, 출력소속함수에 관한 대집합의 크기 $\pm M$ 을 ± 1 로 쉽게 정할 수 있을 뿐만 아니라 퍼지규칙의 수가 간단한 장점을 가지며, Sung-woo 등이 제안한 sigmoid 함수를 사용하지 않고도 슬라이딩 라인의 경계층 내에서 연속함수를 간단히 구현하여, 정상상태오차나 채터링현상 같은 슬라이딩모드 제어의 단점을 충분히 개선하였다. 또한 Lyapunov 함수를 이용하여 전체 시스템의 안정도를 증명할 수 있다. 또한, Hayashi 등^[11]이 제안한 간편 간접추론방식의 퍼지제어기를 사용하여도 비슷한 결과를 유도할 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] J. J. E. Slotine and W. Li, Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall, USA, 1991.
- [2] J. Y. Hung, W. Gao and J. C. Hung, "Variable Structure control : A Survey," IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 40, no. 1, pp. 2-22, 1993.
- [3] W. Gao and J. C. Hung, "Variable Structure control of Nonlinear Systems : A new Approach," IEEE Trans. industry electron., vol 40, no. 1, pp. 45-55, 1993.
- [4] V. I. Utkin, Sliding Modes in Control and Optimization, Springer Verlag, 1992.
- [5] J. J. E. Slotine, "Sliding controller design for non-linear systems," Int. J. of control, vol. 40, no. 2, pp. 421-434, 1984.
- [6] C. M. Dorling and A. S. I. Zinober, "Two approaches to hyperplane design in multivariable variable structure systems," Int. J. of Control, vol. 44, no. 1, pp. 65-82, 1986.
- [7] S. W. Kim and J. J. Lee, "Design of a Fuzzy controller with Fuzzy Sliding Surface", Fuzzy Sets and Systems, vol. 71, pp. 339-367, 1995.
- [8] S. Y. Yi and M. J. Chung, "Systematic Design and Stability Analysis of a Fuzzy Logic controller", Fuzzy Set and Systems, vol. 71, pp. 271-298, 1995.
- [9] 사공성대, 이연정, 최봉열, "비선형 시스템에 대한 퍼지 도달 법칙을 가지는 가변 구조 제어," 제어자동화시스템공학 논문지, 제2권 제4호 pp. 279-286, 1996.
- [10] K. Hayashi, A. Otsubo, S. Murakami and M. Maeda, "Realization of Nonlinear and Linear PID Controls Using Simplified Indirect Fuzzy Inference Method," Fuzzy Set Systems, vol 105, pp. 409-414, 1999.
- [11] 채창현, "간편 간접추론방법을 이용한 퍼지 디지털 PID 제어기의 설계," 대한전자공학회 논문지, 제36권 C편 12호 pp. 915-923, 1999.

저 자 소 개



채 창 현(정회원)

1980년 연세대학교

전기공학과 학사

1982년 연세대학교 대학원 석사

1989년 연세대학교 대학원 박사

1988년~현재 금오공과대학교

전자공학부 교수

1996년 UC Davis 교환교수

<주관심분야 : 비선형제어, 퍼지제어, 신경회로망
제어, 적응제어 등>

