

개선된 이점 대각 이차 근사화를 이용한 함수 근사화

김종립* · 강우진** · 최동훈†

(2003년 11월 12일 접수, 2004년 2월 19일 심사완료)

Function Approximation Using an Enhanced Two-Point Diagonal Quadratic Approximation

Jong-Rip Kim, Woo-Jin Kang and Dong-Hoon Choi

Key Words : Function Approximation(함수 근사화), Two-Point Approximation(이점 근사화), Quadratic Approximation(이차 근사화)

Abstract

Function approximation is one of the most important and active research fields in design optimization. Accurate function approximations can reduce the repetitive computational effort for system analysis. So this study presents an enhanced two-point diagonal quadratic approximation method. The proposed method is based on the Two-point Diagonal Quadratic Approximation method. But unlike TDQA, the suggested method has two quadratic terms, the diagonal term and the correction term. Therefore this method overcomes the disadvantage of TDQA when the derivatives of two design points are same signed values. And in the proposed method, both the approximate function and derivative values at two design points are equal to the exact counterparts whether the signs of derivatives at two design points are the same or not. Several numerical examples are presented to show the merits of the proposed method compared to the other forms used in the literature.

1. 서론

기존의 최적설계 방법에서는 해석 프로그램이 직접 최적설계 과정에 포함되어 최적설계 모듈에서 해석을 요구할 경우 실제의 해석을 반복적으로 수행하는 방식이었다. 그러므로 해석의 비용이 높은 경우 이러한 기존의 최적설계 방법은 높은 비용으로 인해 적용하기 힘든 단점이 있다. 따라서 실제의 해석을 통한 시스템의 정보들로 근사 함수를 생성하여, 이를 최적설계 과정에 이용하여 전체 최적설계 동안 실제 해석 회수를 줄이는 근사 최적설계 기법이 개발되었다. 이러한 근사 최적설계에 사용되는 근사화 기법들은 실제 해석을 최소로 하면서도 실제 시스템을 잘 표현할 수 있어야

하며 또한 근사화 과정에서 발생할 수 있는 추가적인 수치적 부담을 피해야 한다. 이러한 근사화 기법들은 함수 값 및 도함수 값을 이용하는 기울기 기반 근사화와 함수 값만을 이용하는 함수 기반 근사화로 분류할 수 있으나, 본 논문에서는 기울기 기반 근사화 기법에 대하여 다루기로 하겠다.

1970년대 Schmit 등이 처음으로 근사화에 대한 개념을 소개하였고,^(1,2) 1980년대에는 한 점에서의 함수 값과 도함수 값의 정보를 기본으로 한 테일러 급수를 기초로 하여 선형(linear) 근사화, 역(reciprocal) 근사화, 보수(conservative) 근사화 등이 제안 되었다. 그러나 이런 근사화 기법들은 응력, 변위 함수에 대해서는 좋은 결과를 나타내지만 단절 오차(truncated error)가 커질 수 있어 부정확할 가능성이 크다.

1990년대에 이르러 이미 해석된 설계 정보들을 근사 함수 생성시 최대한 이용하기 위하여 다양한 다점(multi-point) 근사화 기법들이 제안 되었다.⁽³⁻⁷⁾ 그 중에서 사용이 간단하여 널리 쓰이고 있는 이점 근사화 기법은 1990년 Fadel 등에 의해 처음으로

† 책임저자, 회원, 최적설계신기술연구센터
E-mail : dhchoi@hanyang.ac.kr
TEL : (02)2290-0478 FAX : (02)2291-4070

* 최적설계신기술연구센터

** 한양대학교 대학원 기계설계학과

로 소개되었다.⁽³⁾ 이들은 지수형 매개변수를 정의하여 이점 설계점에서 실제 도함수 값과 근사 도함수 값을 일치시켜 매개변수의 지수를 결정하였다. 이 매개변수에 기초하여 Wang 과 Grandhi⁽⁴⁻⁶⁾는 두 설계점에서의 함수 값과 도함수 값을 모두 이용하는 개선된 이점 근사화 기법인 수정된 이점 지수 근사화 기법(Two-Point Exponential Approximation-change, TPEA-change), 이점 적응 비선형 근사화 기법(Two-Point Adaptive Nonlinear Approximation, TANA), TANA1 그리고 TANA2 를 개발하였다. 최근에는 Xu 와 Grandhi⁽⁷⁾가 TANA2의 비선형 연성 연립 방정식을 풀어야 하는 수치적 부담을 피하기 위해 헤시언 행렬의 대각 요소가 변할 수 있는 TANA3 기법을 개발하였다. 그러나 TANA3 는 두 설계점에서 도함수 값의 부호가 다른 경우 실제 함수를 잘 근사화 하지 못하며, 또한 근사 함수의 도함수가 실제 함수의 도함수와 많은 차이가 있을 수 있는 단점을 갖고 있다.

2001 년 Kim et al.⁽⁸⁾ 등에 의해 이점 대각 이차 근사화(Two-Point Diagonal Quadratic Approximation, TDQA) 기법이 개발되었다. TDQA 는 기존의 근사화 기법과 달리 설계변수가 음의 값을 가질 경우의 지수 함수가 가질 수 있는 특이성을 방지하기 위하여 이동상수를 갖는 매개변수의 사용을 제안하였고, 또한 기존 근사화 기법의 단점을 보완하기 위해 두 설계점에서 도함수 값의 부호가 다른 경우 매개변수에 대한 이차 도함수 형태의 대각 행렬 G_i 를 제안하여 각 매개변수에 대하여 서로 다른 곡률을 표현할 수 있게 하였다. 그러나 TDQA 는 두 설계점에서 도함수 값의 부호가 같은 경우에는 제안된 대각 행렬 G_i 가 0 이 되어 TPEA 로 근사화 되는 단점을 가지고 있다.

본 논문에서는 TDQA 의 단점을 보완하고 기존의 근사화 기법들보다 우수한 성능을 보이는 새로운 근사화 기법을 제안하였다. 제안된 근사화 기법은 기존 TDQA 형태를 개선하여 실제 함수를 잘 표현하도록 하였다.

2 장에서는 기존의 이점 근사화 기법인 TPEA, TANA3 와 TDQA 에 대하여 기술하겠다. 3 장에서는 제안된 근사화 기법에 대한 자세한 설명을 하겠으며, 4 장에서는 4 개의 예제 함수를 사용하여 제안된 근사화 기법과 기존의 이점 근사화 기법들과 비교하겠다. 5 장에서는 결론에 대하여 기술하도록 하겠다.

2. 기존의 이점 근사화 기법 고찰

이 장에서는 기존의 몇몇 이점 근사화 기법에

대하여 소개하기로 하겠다. 이미 이전 설계점 $X_1(x_{1,1}, x_{2,1}, \dots, x_{n,1})$ 와 현재 설계점 $X_2(x_{1,2}, x_{2,2}, \dots, x_{n,2})$ 에서의 함수 값과 도함수 값의 정보를 알고 있다고 가정한다. 여기서 n 은 설계변수의 개수이다. 근사 함수 $\tilde{g}(X)$ 는 X_2 에서 두 설계점에서의 함수 값과 도함수 값을 사용하여 전개된 이점 근사화 식이다. 이 장에서는 기존의 이점 근사화 기법인 TPEA, TANA3 그리고 TDQA 에 대해 수학적으로 자세히 기술하기로 하겠다.

2.1 이점 지수 근사화 기법 (TPEA)

Fadel⁽⁹⁾ 등은 처음으로 이점 지수 근사화 기법(Two-Point Exponential Approximation)을 개발하였다. 지수형 매개변수를 사용하여 테일러 급수의 1 차항까지 전개한 근사식이다.

$$y_i = x_i^{p_i} \quad (1)$$

여기서, p_i 는 근사화 된 함수의 이전 설계점에서 도함수 값과 실제 도함수 값이 같다는 조건으로부터 구할 수 있다. 설계변수 x_i 에 대하여 근사화 된 함수 식은 다음과 같다.

$$\tilde{g}_{TPEA}(X) = g(X_2) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g(X_2)}{\partial x_i} \left(\frac{x_{i,1}}{x_{i,2}} \right)^{1-p_i} (x_i^{p_i} - x_{i,2}^{p_i}) \quad (2)$$

TPEA 에서는 비선형성이 큰 근사화를 피하기 위해 p_i 는 -1 부터 +1 까지로 제안하였으나, Wang 과 Grandhi⁽⁴⁾는 이러한 p_i 의 제한을 없앴으로써 여러 구조 최적설계 문제의 경우 더 좋은 결과를 얻을 수 있다고 제안하였다. 이 기법을 수정된 이점 지수 근사화 기법(TPEA-change)이라고 한다.

2.2 이점 적응 비선형 근사화 기법 3 (TANA3)

Xu 와 Grandhi⁽⁷⁾는 TANA2⁽⁴⁾의 비선형 연성 연립 방정식을 풀어야 하는 수치적 부담을 피하기 위하여 이 근사화 기법을 제안하였다. 이점 적응 비선형 근사화 기법 3 은 (Two-Point Adaptive Nonlinear Approximation 3) 매개변수를 사용하여 불완전한 2 차 테일러 급수의 형태로 전개된다. 여기서 헤시언 행렬의 대각 요소들은 바꾸어 질 수 있다.

이 근사화 기법 역시 식 (1)에 의한 매개변수를 사용하며 근사화 식은 X_2 에서 다음과 같이 전개된다.

$$\tilde{g}_{TANA3}(X) = \tilde{g}_{TPEA}(X) + \frac{1}{2} \varepsilon_3(X) \sum_{i=1}^n (x_i^{p_i} - x_{i,2}^{p_i})^2 \quad (3)$$

여기서,

$$\varepsilon_3(X) = \frac{H}{\sum_{i=1}^n (x_i^{p_i} - x_{i,1}^{p_i})^2 + \sum_{i=1}^n (x_i^{p_i} - x_{i,2}^{p_i})^2} \quad (4)$$

이다. p_i 와 H 는 이전 설계점의 정보로부터 유일해를 가진다. 그러나, TANA3는 $\varepsilon_3(X)$ 가 모든 설계변수에 대하여 같은 부호를 갖기 때문에 두 설계점에서 도함수 값의 부호가 다른 경우에는 실제 함수를 잘 표현하지 못하는 단점이 있다.

2.3 이점 대각 이차 근사화 기법 (TDQA)

2001년에 개발된 이점 대각 이차 근사화 기법 (Two-Point Diagonal Quadratic Approximation)에서는 다음과 같이 매개변수를 정의한다.⁽⁸⁾

$$y_i = (x_i + c_i)^{p_i} \quad (5)$$

여기서, c_i 는 i 번째 변수의 이동상수이다. 이동상수는 근사 함수의 도함수가 $x_i = 0$ 의 근처에서 특이성을 갖지 않도록 해주고, 또한 음의 설계변수를 표현할 수 있게 하여 준다. 제안한 근사화 기법은 다음과 같이 X_2 에서 전개된다.

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{TDQA}(X) = & g(X_2) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g(X_2)}{\partial y_i} (y_i - y_{i,2}) \\ & + \frac{1}{2} \eta \sum_{i=1}^n G_i (y_i - y_{i,2})^2 \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, G_i 는 i 번째 헤시언 행렬의 대각요소이며 다음과 같이 정의된다.

$$G_i = \frac{1}{(y_{i,1} - y_{i,2})} \left(\frac{\partial g(X_1)}{\partial x_i} - \frac{\partial g(X_2)}{\partial x_i} \right) \quad (7)$$

식 (6)에서 η 는 이전 설계점에서 근사 함수 값과 실제 함수 값과 일치시키기 위한 보정 계수로서 이전 설계점 정보로부터 유일해를 가진다. p_i , G_i 와 η 를 결정하는 데 있어 발생하는 수치적인 고려사항은 Kim et al.⁽⁸⁾에 의해 잘 서술되어 있다.

그러나, TDQA는 두 설계점에서 도함수 값의 부호가 같은 경우 G_i 가 0이 되어 TPEA로 근사화되는 단점이 있다.

3. 개선된 이점 대각 이차 근사화 기법

기존 TDQA의 장점인 이동상수 c_i 와 대각행렬 G_i 를 그대로 사용하고, 두 설계점에서 도함수 값의 부호가 같은 경우 발생하는 단점을 보완하기 위해, 기존 TDQA의 이차 항에서 G_i 와 보정 함수 $\eta(X)$ 를 서로 다른 이차 항으로 분리하였다.

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{ETDQA}(X) = & g(X_2) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g(X_2)}{\partial y_i} (y_i - y_{i,2}) \\ & + \frac{1}{2} \eta(X) \sum_{i=1}^n (y_i - y_{i,2})^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n G_i (y_i - y_{i,2})^2 \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)의 도함수는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{g}_{ETDQA}(X)}{\partial x_i} = & \frac{\partial g(X_2)}{\partial x_i} \left(\frac{x_i}{x_{i,2}} \right)^{p_i-1} \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial \left[\eta(X) \sum_{j=1}^n (y_j - y_{j,2})^2 \right]}{\partial x_i} \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial \left[\sum_{j=1}^n G_j (y_j - y_{j,2})^2 \right]}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (9)$$

이전 설계점에서 실제 함수와 근사 함수의 도함수 값을 일치시키기 위해서는 보정 함수 $\eta(X)$ 가 포함된 2번째 항이 0이 되어야 한다.

$$\frac{\partial \eta(X_1)}{\partial x_i} \sum_{j=1}^n (y_{j,1} - y_{j,2})^2 + 2\eta(X_1)(y_{i,1} - y_{i,2}) \frac{\partial y_i}{\partial x_i} \Big|_{x_{i,1}} = 0 \quad (10)$$

식 (10)을 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \eta(X_1)}{\partial x_i} / \eta(X_1) = - \left[2(y_{i,1} - y_{i,2}) \frac{\partial y_i}{\partial x_i} \Big|_{x_{i,1}} \right] / \left[\sum_{j=1}^n (y_{j,1} - y_{j,2})^2 \right] \quad (11)$$

그러므로 보정 함수 $\eta(X)$ 는 식 (11)의 미분 방정식을 만족하는 다음과 같은 형태일 것이다.

$$\eta(X) = \frac{\eta_e}{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{i,2})^2 + \sum_{i=1}^m (y_i - y_{i,2})^m} \quad (12)$$

여기서 m 은 1을 제외한 양수이어야 하는데, 대칭성을 고려하여 $m = 2$ 로 하였다. 그리고 η_e 는 새로운 보정 계수다.

따라서, 보정 함수 $\eta(X)$ 는

$$\eta(X) = \frac{\eta_e}{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{i,2})^2 + \sum_{i=1}^m (y_i - y_{i,2})^m} \quad (13)$$

이며, 보정 계수 η_e 는 이전 설계점에서 근사 함수와 실제 함수의 값을 일치시키기 위해 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \eta_e = & 2g(X_1) - 2g(X_2) \\ & - 2 \sum_{i=1}^n \frac{\partial g(X_2)}{\partial x_i} (y_{i,1} - y_{i,2})^2 - \sum_{i=1}^m G_i (y_{i,1} - y_{i,2})^2 \end{aligned} \quad (14)$$

이와 같은 방법에 의하여 기존의 이점 근사화 기법인 TDQA 에 새로운 이차 보정 항을 첨가시킨 새로운 이점 근사화 기법인 개선된 이점 대각 이차 근사화 기법(Enhanced Two-Point Diagonal Quadratic Approximation: ETDQA)이 개발되었다.

식 (13)은 TANA3 의 $\epsilon_3(Y)$ 와 같다. 이 때 $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$ 이다. 따라서, ETDQA 는 모든 설계변수가 같은 부호의 도함수를 가질 경우, 즉 단조 증가 및 단조 감소 형태를 띠는 경우 TANA3 와 같으며, 그 이외의 경우에는 TANA3 와 TDQA 의 장점을 취하는 형태를 보이고 있다.

제안된 ETDQA 는 기존 이점 근사화 기법들과는 달리 두 설계점에서 실제 함수와 근사 함수의 함수 값 및 도함수 값을 일치시킨다. 식 (8)과 (14)를 통해 두 설계점에서 실제 함수와 근사 함수의 함수 값이 일치하고 있음을 알 수 있다. 또한 현재 설계점에서의 실제 함수와 근사 함수의 도함수 값이 일치하고 있음은 식 (9)를 통해 알 수 있다. 그리고 이전 설계점에서의 실제 함수와 근사 함수의 도함수 값은, 두 설계점에서 도함수 값의 부호가 같은 경우는 식 (7)에서 $G_i = 0$ 이 되기 때문에 지수 결정 방정식인 식 (15)에 의하여 일치되고 있음을 알 수 있다.

$$p_i = 1 + \left\{ \ln \left[\frac{\partial g(X_1) / \partial \alpha_i}{\partial g(X_2) / \partial \alpha_i} \right] / \ln \left[(x_{i,1} + c_i) / (x_{i,2} + c_i) \right] \right\} \quad (15)$$

그리고, 두 설계점에서 도함수 값의 부호가 다른 경우는 G_i 에 의하여 일치 되고 있음을 알 수 있다.

$$\frac{\partial \tilde{g}_{TDQA}(X_1)}{\partial \alpha_i} = \frac{\partial g(X_2)}{\partial \alpha_i} \left(\frac{x_i}{x_{i,2}} \right)^{p_i-1} + G_i (y_{i,1} - y_{i,2}) \frac{\partial f_i}{\partial x_{i,1}} \bigg|_{x_1} = \frac{\partial g(X_1)}{\partial \alpha_i} \quad (16)$$

4. 수치적 검증

제안한 근사화 기법의 정확성을 보이기 위하여 여러 예제에 대하여 근사 함수를 생성하여 근사화의 오차를 확인하였다. 또한 TANA3 와 TDQA 의 결과와 비교하였다. 근사화의 오차를 비교하기 위하여 실제 함수 값과의 상대 오차를 측정하였으며, 상대 오차는 식 (17)과 같이 계산하였다.

$$\text{Relative percentage error} = \frac{\text{Exact} - \text{Approximation}}{\text{Exact}} \times 100(\%) \quad (17)$$

모든 문제에 대하여 비교 설계점은 다음과 같이 생성되었다.

$$X = X_2 + \alpha \times D \quad (18)$$

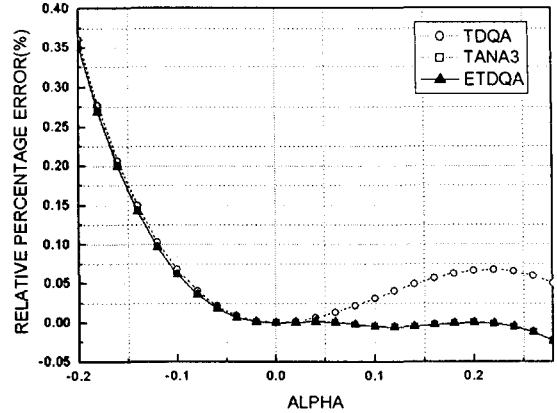


Fig. 1 Approximation errors, example 1

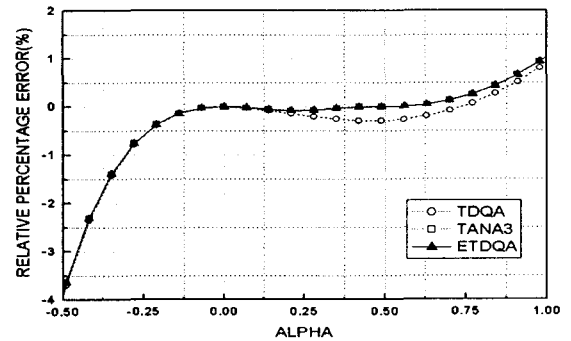


Fig. 2 Approximation errors, example 2

여기서, 벡터 D 는 탐색 방향이며, α 는 벡터 D 에 대한 이동량을 의미한다.

[예제 1]

원 함수는 식 (19)와 같이 정의되는 변수가 4 개 인 함수이다.

$$g(X) = \frac{10}{x_1} + \frac{30}{x_1^3} + \frac{15}{x_2} + \frac{2}{x_2^2} + \frac{25}{x_3} + \frac{108}{x_3^3} + \frac{40}{x_4} + \frac{47}{x_4^3} - 1.0 \quad (19)$$

근사 함수는 현재 설계점 $X_2 = (1.0, 1.0, 1.0, 1.0)^T$ 과 이전 설계점은 $X_1 = (1.2, 1.2, 1.2, 1.2)^T$ 의 함수 값 및 도함수 값을 사용하여 현재 설계점에서 전개 되었으며, 탐색 방향 $D = (1.0, 1.0, 1.0, 1.0)^T$ 에 대한 근사 함수의 상대 오차를 Fig. 1 에 도시하였다. TANA3, TDQA 와 ETDQA 는 모두 최대 0.4% 이하의 상대 오차를 보이며 매우 정확하게 근사 함수를 형성하고 있으나, $\alpha = 0.0 \sim 0.2$ 에서 TANA3 와 ETDQA 가 TDQA 보다 상대적으로 정확한 근사 함수를 형성하고 있다. 매개변수의 지수 $p_i = (-2.76, -1.50, -2.83, -2.49)^T$ 로 계산되었다. TDQA 와 ETDQA 에서 대각 행렬 G_i 는 모두 0 이며, TANA3 의 $H = 0.242$ 이다. ETDQA 에서 $\eta_c = 0.242$ 로 계산

되었다.

[예제 2]

원 함수는 식 (20)과 같이 정의되는 변수가 4 개 인 수학적 함수이다.

$$g(X) = 180x_1 + 20x_2 - 3.1x_3 + 0.24x_4 - 5x_1x_2 + 37x_1x_3 + 8.37x_2x_4 - 3x_3x_4 - 0.1x_1^2 + 0.001x_1^2x_3 + 95x_1x_4^2 - 81x_4x_3^2 + x_1^3 - 6.2x_2^3 + 0.48x_3^2 + 22x_4^2 - 1.0 \quad (20)$$

근사 함수는 현재 설계점 $X_2 = (1.5, 1.5, 1.5, 1.5)^T$ 과 이전 설계점 $X_1 = (2.0, 2.0, 2.0, 2.0)^T$ 의 함수 값 및 도함수 값을 사용하여 현재 설계점에서 전개되었으며, 탐색 방향은 $D = (1.0, 1.0, 1.0, 1.0)^T$ 이다.

주어진 설계 정보를 이용하면 매개변수의 지수 $p_i = (2.21, 4.68, 3.12, 2.98)^T$ 로 계산된다. TDQA 와 ETDQA 에서 G_i 는 모두 0 이며, TANA3 의 $H = -4.729$ 이며, ETDQA 에서 $\eta_e = -4.729$ 로 계산된다. 근사 함수의 상대 오차를 Fig. 2 에 도시하였다.

TDQA, TANA3 그리고 ETDQA 모두 12% 이내의 상대 오차를 보이고 있다. $\alpha = 0.0 \sim 0.75$ 에서는 TANA3 와 ETDQA 가 TDQA 보다 상대적으로 정확한 근사 함수를 형성하고 있음을 알 수 있다.

예제 1 에서도 알 수 있듯이 대각 행렬 G_i 가 모두 0 이 되는 경우, 즉 두 설계점에서 모든 설계변수의 실제 도함수 값의 부호가 같은 경우 TDQA 의 정확도는 TANA3 와 ETDQA 보다 상대적으로 낮음을 알 수 있다.

[예제 3]

원 함수는 식 (21)과 같이 정의되는 변수가 7 개 인 수학적 함수이다.

$$g(X) = 10x_1x_2^{-1}x_3^2x_6^{-3}x_7^{0.125} + 15x_1^{-1}x_2^{-2}x_3x_4x_5^{-1}x_7^{0.5} + 20x_1^{-2}x_2x_4^{-1}x_5^2x_6 + 25x_1^2x_2^2x_3^{-1}x_5^{0.5}x_6^{-2}x_7 \quad (21)$$

현재 설계점 $X_2 = (0.9, 0.9, 0.9, 0.9, 0.9, 0.9, 0.9)^T$ 과 이전 설계점 $X_1 = (1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0)^T$ 에서의 함수 및 도함수 정보를 사용하여 근사 함수를 생성하면, 매개변수의 지수 $p_i = (-1.00, 5.00, 1.00, 0.64, -4.00, 2.90, 5.00)^T$ 으로 계산된다. TDQA 와 ETDQA 에서 대각 행렬 G_i 는 $G_1 = 247.52$ 와 $G_3 = 103.44$ 를 제외하고는 모두 0 이 되며, TDQA 와 ETDQA 의 보정 계수 $\eta = 0.938$, $\eta_e = -0.126$ 이다. TANA3 에서 $H = 1.895$ 가 된다. 탐색 방향을 $D = (1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0)^T$ 로 하여 구한 근사 함수의 상대 오차를 Fig. 3 에 도시하였다.

TDQA 와 ETDQA 는 최대 0.7%이하의 상대 오

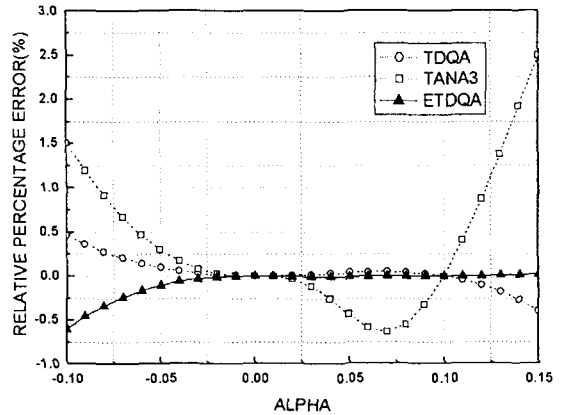


Fig. 3 Approximation errors, example 3

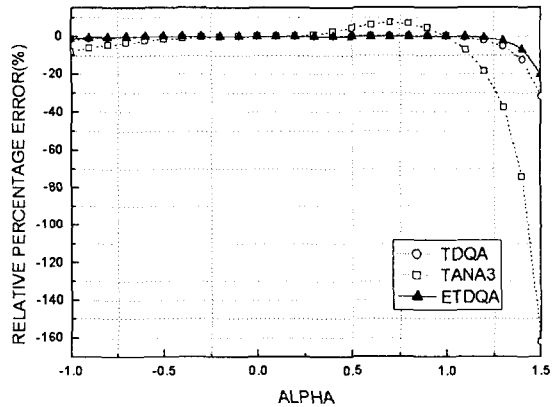


Fig. 4 Approximation errors, example 4

차를 보이며 실제 함수를 잘 근사화 내고 있으나, TANA3 는 최대 2.5% 의 상대 오차를 보이고 있다. TANA3 는 $\epsilon_3(X)$ 의 부호가 모든 설계변수에 대하여 동일하기 때문에, 두 설계점에서 모든 설계변수의 실제 도함수 값의 부호가 다른 경우에는 근사 함수가 실제 함수를 잘 표현해 내지 못하고 있음을 알 수 있다.

[예제 4]

원 함수는 식 (22)와 같이 정의되는 변수가 2 개 인 함수이다.

$$g(X) = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3x_1} - \frac{2}{x_2 + 0.25x_1} \quad (22)$$

근사 함수는 현재 설계점 $X_2 = (1.5, 0.5)^T$ 에서 전개되었으며, 이전 설계점은 $X_1 = (1.0, 0.75)^T$ 이며, 주어진 설계 정보를 이용하면, 매개변수의 지수 $p_i = (1.00, 0.34)^T$ 로 계산된다. TDQA 와 ETDQA 에서 대각 행렬 G_i 는 $G_1 = 0.98$ 과 $G_2 = 0.00$ 로 계산되며,

$\eta = 0.915$ 이고, $\eta_e = -0.020$ 이다. TANA3 에서 $H = 0.217$ 이다. 탐색 방향 $D = (-0.5, 0.25)^T$ 에 대한 근사 함수의 상대 오차를 Fig. 4 에 도시하였다.

이 경우 탐색 방향의 크기와 근사 최적설계의 40% 이동제한을 고려하여 다소 큰 α 값을 사용하였다. TANA3 의 경우 최대 160%의 상대 오차를 보이고 있으며, TDQA 와 ETDQA 는 최대 40% 와 30%의 상대 오차를 보이고 있다.

예제 3 과 동일하게 이 예제 또한 두 설계점에서 실제 도함수 값의 부호가 설계변수에 대하여 다른 경우이며, 이 경우에는 TDQA 와 ETDQA 가 TANA3 보다 실제 함수를 잘 표현하고 있음을 알 수 있다.

5. 결론

근사화 기법은 효율적으로 최적설계를 수행하기 위해 필요한 분야이다. 그것은 정확한 근사화 기법이 최적설계 과정에서 반복적인 해석 비용을 줄이기 때문이다. 따라서 본 논문에서는 기존 근사화 기법들보다 실제 함수를 잘 표현하는 근사화 기법을 제안하였다. 제안된 근사화 기법과 기존 근사화 기법간의 비교는 상대 오차를 통하여 4 장 수치적 검증에서 확인하였다. 기존 근사화 기법인, TANA3 와 TDQA 는 두 설계점에서의 설계 정보에 따라 실제 함수와의 상대 오차가 최대 160%, 40% 까지 발생하는 데 비해, 제안된 근사화 기법은 최대 상대 오차가 30%로, 주어진 설계 정보에 관계없이 실제 함수를 잘 표현해주고 있음을 알 수 있다. 또한 제안된 근사화 기법은 기존 근사화 기법들과는 달리 두 설계점에서 근사 함수와 실제 함수의 함수 값 및 도함수 값을 정확히 일치시키고 있다. 따라서 제안된 근사화 기법은 기존 근사화 기법들보다 실제 함수를 잘 표현하기 때문에 순차적 근사최적설계 및 신뢰성 기반 최적설계에 다른

근사화 기법들보다 우수한 성능을 보일 것으로 기대된다.

후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 최적설계신기술연구센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Schmit, L.A. and Farshi, B., 1974, "Some Approximation Concepts for Structural Synthesis," *AIAA Journal*, Vol. 12, pp. 692~699.
- (2) Schmit, L.A. and Fleury, C., 1980, "Structural Synthesis by Combining Approximation concepts and Dual Methods," *AIAA Journal*, Vol. 18, pp.1252~1260.
- (3) Fadel, G.M., Riley, M.F. and Barthelemy, J.F.M., 1990, "Two Point Exponential Approximation Method for Structural Optimization," *Structural Optimization*, Vol. 2, pp. 117~124.
- (4) Wang, L.P. and Grandhi, R.V., 1995, "Improved Two-Point Function Approximation for Design Optimization," *AIAA Journal*, Vol. 33, No. 9, pp. 1720~1727.
- (5) Wang, L.P. and Grandhi, R.V., 1996a, "Multipoint Approximations: Comparisons Using Structural Size, Configuration and Shape Design," *Structural Optimization*, Vol. 12, pp. 177~185.
- (6) Wang, L.P. and Grandhi, R.V., 1996b, "Multivariate Hermite Approximation for Design Optimization," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 39, pp. 787~803.
- (7) Xu, S. and Grandhi, R.V., 1998, "An Effective Two-Point Function Approximation for Design Optimization," *Proceedings of the AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC 39th Structural, Structural Dynamics, and Materials Conference*, Long beach CA, April 20-23, pp. 2181~2191.
- (8) Min-Soo Kim, Jong-Rip Kim, Jae-Young Jeon and Dong-Hoon Choi, 2001, "Efficient Mechanical System Optimization Using Two-Point Diagonal Approximation in the Nonlinear Intervening Variable Space," *Journal of KSME*, Vol. 15, No. 9, pp. 1257~1267.