

# 상관 페이딩에서의 송신 다이버시티와 송신 빔형성 기술을 결합한 시공간 신호 처리 구조의 BER 해석

학생회원 김 일 한\*, 정희원 전 주 환\*

## A BER Analysis of a Space-Time Signal Processing Scheme that Combines Transmitter Diversity and Beamforming in Correlated Fading

Ilhan Kim\* *Student Member*, Joohwan Chun\* *Regular Member*

### 요 약

본 논문에서는 송신 다이버시티 기술과 송신 빔형성 기술을 모두 사용하는 코드 분할 다중 접속(CDMA) 시스템을 위한 새로운 시공간 신호 처리 구조를 소개한다. 소개된 구조는 복소 가우시안 레일리 페이딩 채널에서 송신 다이버시티 효과에 의해 다이버시티 이득을 얻을 뿐만 아니라, 송신 빔형성 효과에 의해 신호대 잡음비(SNR)이득을 얻는다. 본 논문에서는 송신 다이버시티, 송신 빔형성, 그리고 송신 다이버시티와 송신 빔형성 기술을 결합한 구조에 대해 천천히 변하는 레일리 주파수 비선택적 페이딩 채널 환경에서 비트 오류율(BER) 해석을 하고 몬테카를로 모의 실험을 통해 해석적인 결과가 모의 실험 결과와 잘 일치한다는 것을 보여준다. 또한 원거리 안테나간 채널이 서로 독립적일 때 해석적인 결과를 통해 소개된 구조가 목표 BER  $10^{-6}$ 을 달성하는데 있어 가장 낮은  $E_b/N_0$ 를 달성할 수 있음을 보인다. 원거리 안테나간 채널이 서로 상관되어 있을 때 해석적인 결과와 모의 실험 결과를 통해 결합된 구조가 채널 상관도의 변화에 강인하다는 것을 보여준다.

key Words : diversity; beamforming; CDMA.

### ABSTRACT

We introduce a new space-time signal processing scheme that uses both transmitter diversity technique and transmitter beamforming technique for code-division multiple access (CDMA) systems. Over complex Gaussian Rayleigh channel, the introduced scheme achieves the diversity gain through the transmitter diversity technique, and the SNR gain by the transmitter beamforming technique. Bit error rate (BER) analyses are given to each of the three cases in which the transmitter diversity scheme, the transmitter beamforming scheme and the introduced scheme are used, in the slowly varying Rayleigh frequency nonselective fading channel. The Monte-Carlo simulation results are shown to match to the analytic results. When the channels between distant antennas are independent, analytic results show that the introduced scheme achieves the lowest  $E_b/N_0$  at target BER  $10^{-6}$ . When the channels between distant antennas are correlated, analytic and simulation results show that the introduced scheme is more robust to the change of channel correlation.

\* 한국과학기술원 전자전산학과 전기및전자공학전공 계산처리연구실(ihkim@sclab.kaist.ac.kr, chun@sclab.kaist.ac.kr)

논문 번호: 030232-0602, 접수일자: 2003년 6월 5일

※ 본 연구는 MICROS와 KOSEF(과제번호 R01-2003-000-10829-0)의 지원하에 연구되어짐

## I. 서 론

현재의 이동 통신에서 가장 중요한 문제 중의 하나는 어떻게 열악한 채널 환경을 극복하고 낮은 SNR에 대해서 만족할 만한 BER을 얻는가이다. 현재의 통신에서는 높은 데이터율에 대해서 신호 대역이 한정되어 있기 때문에 다중 안테나가 이에 대한 가장 좋은 해법이라는 것은 의심할 여지가 없다. 다중 안테나는 무선 통신에서 크게 다음과 같은 두 가지 방식으로 통신 신뢰도를 늘려 줄 수 있다. 첫째로 다이버시티 기술은 다중 경로 페이딩을 완화시키는 방법으로 다중 안테나로부터 적절히 신호들을 결합하여 처리하는 것이다. 고전적인 방법으로는 수신단에서 다중 안테나를 사용하는 것이며, 최근에는 송신단에서 다중 안테나를 써서 다이버시티 효과를 얻는 기술도 많이 연구되고 있다. 본 논문에서 다룰 다중 안테나를 사용하는 시공간 확산(Space-Time Spreading)<sup>[1]</sup> 다이버시티는 무선 통신 시스템 성능을 높이기 위해 다중 경로 페이딩 환경에서 도입되었다. 시공간 확산(Space-Time Spreading)은 CDMA 환경에서 시공간 다이버시티 방법 중의 하나이며, 안테나 개수  $M=2, 4, 8$ 개의 안테나 개수에 대해서  $M$ -fold 다이버시티 이득을 얻을 수 있는 장점이 있다<sup>[1]</sup>. 둘째로 안테나 배열을 사용하는 빔 형성<sup>[2][6]</sup>은 다중 경로 환경에서 간섭 신호를 줄임으로써 통신 용량을 증대시킬 수 있고 수신 SNR을 높일 수 있다. 빔형성은 신호의 도래각 방향으로 빔을 형성해 주고 간섭 신호 방향으로는 빔을 형성해 주지 않는 특성이 있다.

다이버시티 기술과 빔형성 기술을 사용하는데 있어 채널 환경에 대해 각각의 장단점을 가지고 있다. 다이버시티는 안테나간 채널 상관 관계가 없을 때, 즉 채널 계수가 서로 독립일 때 좋은 성능을 내게 할 수 있고 빔형성은 안테나간 채널이 상관 관계가 있을 때 좋은 성능을 내게 할 수 있다. 실제 실외 환경에서, 안테나간 채널은 서로 상관되어 있고, 따라서 다이버시티만을 쓸 경우 심각한 성능 저하가 일어날 수 있다. 또한 실제 실외 환경에서 채널 상관에 의해 빔형성 기술이 좋은 성능을 내고 평균 SNR은 높아지게 할 수 있지만 SNR에 대해서 BER이 선형적으로 떨어지는 BER 성능 저하가 있게 된다. 따라서 우리는 다이버시티와 빔형성 구조를 결합함으로써 채널이 서로 상관 관계가 있을 때

에도 빔형성 효과로 인해 좋은 성능을 내고 채널이 독립일 때에는 다이버시티 효과로 좋은 성능을 내게 할 수 있다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 제 2절에서는 문제를 접근하는데 있어 새로운 구조인 송신 시공간 확산 구조의 결합한 송신 빔형성 구조를 소개하고<sup>[2]</sup> BER 해석을 하기 위해 기본적인 가정들을 제시한다. 우리는 결합한 구조를 STSB(Space-Time Spreading and Beamforming)이라고 명명한다. 제 3절에서는 시공간 확산 구조, 빔형성 구조 그리고 STSB 구조에 대해 천천히 베히는 레일리 주파수 비선택적 페이딩 채널에서 BER 해석을 하고 안테나간 채널 상관 관계가 있을 때 성능을 분석해 본다. 제 4절에서는 해석적 결과에 대해 모의 실험을 해 본다. 제 5절에서는 본 논문을 마친다.

**기호:** 볼드체는 벡터(소문자)나 행렬(대문자)을 나타낸다. 필요하면 행렬이나 벡터의 크기는 다음과 같이 표현된다:  $\mathbf{A}_{M \times N}$ 과  $\mathbf{a}_{M \times N}$ .  $E[\cdot]$ 은 랜덤 변수나 랜덤 벡터의 평균을 나타낸다.  $E_X[\cdot]$ 는 랜덤 변수  $X$ 에 대한 평균을 나타낸다.  $\mathbf{A}^T$ 와  $\mathbf{a}^T$ 는 각각 행렬  $\mathbf{A}$ 와 벡터  $\mathbf{a}$ 의 전치를 나타낸다.

$\mathbf{A}^H$ 와  $\mathbf{a}^H$ 는 각각 행렬  $\mathbf{A}$ 와 벡터  $\mathbf{a}$ 의 복소 공액 전치를 나타낸다.  $(\cdot)^*$ 는 스칼라 값의 복소 공액값을 나타낸다.  $\mathbf{I}$ 는 단위 행렬을 나타내고  $diag(\mathbf{A})$ 는 정사각행렬  $\mathbf{A}$ 의 대각 원소들의 집합을 나타낸다. 즉  $\mathbf{A}_{n \times n} = (a_{ij})$ 라고 하면  $diag(\mathbf{A}) = \{a_{11}, \dots, a_{nn}\}$ 이다.  $Tr(\mathbf{A})$ 는 행렬  $\mathbf{A}$ 의 trace를 나타낸다.

## II. 문제 정의

### 1. STSB 구조

4개의 송신 안테나에 대해 제안된 구조는 그림 1과 같다<sup>[2]</sup>. 앞의 한 개의 큰 블록은 [1]에서 제안된 시공간 확산 블록이고 뒤의 2개의 작은 블록은 같은 신호를 적절한 가중치를 곱해 두 개의 안테나를 통해 보내는 빔형성 블록이다. 그림 1에서 각각의 안테나  $i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ )에서 송신된 신호  $\mathbf{t}_i$ 는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

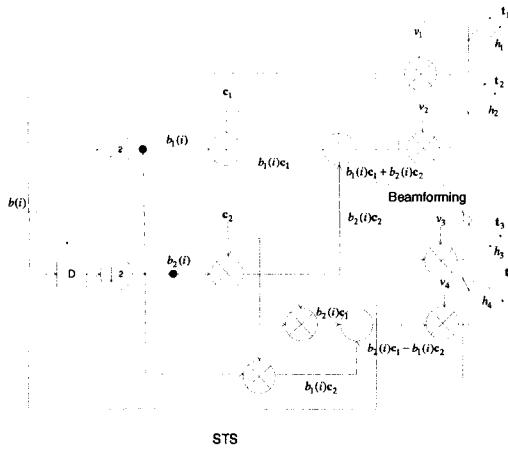


그림 1. STSB 구조의 블록도 ( $M=4$ )  
Figure 1. The block diagram STSB structure ( $M=4$ )

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_i &= \nu_i \frac{1}{2} (b_1 \mathbf{c}_1 + b_2 \mathbf{c}_2), \quad i=1,2 \\ \mathbf{t}_i &= \nu_i \frac{1}{2} (b_2 \mathbf{c}_1 - b_1 \mathbf{c}_2), \quad i=3,4 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{c}_j (j=1,2)$ 는 직교화산 코드이다. 그리고 앞의  $1/2$ 는 송신 전력을 정규화 해주기 위한 팩터이다.

수신 안테나 개수를 1이라고 가정하면 수신단에서 수신된 신호는 다음과 같다.

$$\mathbf{r} = \sum_{i=1}^4 h_i \mathbf{t}_i + \mathbf{n} \quad (2)$$

여기서  $h_i$ 는  $i$ 번째 송신 안테나와 1개의 수신 안테나 사이의 채널 계수이고  $\mathbf{n}$ 은 평균 0, 공분산 행렬  $\frac{N_0}{2} \mathbf{I}_{2P \times 2P}$ 인 복소 백색 가우시안 잡음이다.

$P$ 는 프로세싱 이득이다<sup>[1]</sup>.

역화산 한 후에 신호  $d_1, d_2$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d_1 \equiv \mathbf{c}_1^H \mathbf{r} = \frac{1}{2} \left[ \sum_{i=1}^2 \nu_i h_i b_1 + \sum_{i=3}^4 \nu_i h_i b_2 \right] + \nu_1 \quad (3)$$

$$d_2 \equiv \mathbf{c}_2^H \mathbf{r} = \frac{1}{2} \left[ - \sum_{i=3}^4 \nu_i h_i b_2 + \sum_{i=1}^2 \nu_i h_i b_1 \right] + \nu_2 \quad (4)$$

여기서  $\nu_1 = \mathbf{c}_1^H \mathbf{n}$ ,  $\nu_2 = \mathbf{c}_2^H \mathbf{n}$ 이다.  
 $\mathbf{d} = [d_1 \ d_2]^T$ ,  $\mathbf{b} = [b_1 \ b_2]^T$ ,  $\mathbf{v} = [\nu_1 \ \nu_2]^T$ 으로  
 놓으면

$$\mathbf{d} = \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{cc} \sum_{i=1}^2 \nu_i h_i & \sum_{i=3}^4 \nu_i h_i \\ -\sum_{i=3}^4 \nu_i h_i & \sum_{i=1}^2 \nu_i h_i \end{array} \right] \mathbf{b} + \mathbf{v} \quad (5)$$

가 된다. 여기서  $\mathbf{c}_j (j=1,2)$ 의 직교 성질에 의해  $\mathbf{v}$ 는 평균 0, 공분산 행렬  $\frac{N_0}{2} \mathbf{I}_{2 \times 2}$ 인 복소 백색 가우시안 잡음이 된다.

빔형성에 사용되는 근거리의 안테나간 채널이 완벽하게 상관되어 있다고 가정하면  $h_2 = h_1 e^{-j\theta_1}$ ,  $h_4 = h_3 e^{-j\theta_3}$ 라고 놓을 수 있다. 여기서  $\theta_1, \theta_3$ 는 각각 안테나 1과 3에서 보았을 때의 신호의 도래각이다. 만약  $\nu_1 = 1$ ,  $\nu_2 = e^{j\theta_1}$ ,  $\nu_3 = 1$ ,  $\nu_4 = e^{j\theta_3}$ 이라고 놓으면

$$\mathbf{d} = \mathbf{H}\mathbf{b} + \mathbf{v} \quad (6)$$

여기서  $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & h_3 \\ -h_3 & h_1 \end{bmatrix}$ 이다.  $\mathbf{b}$ 가 BPSK 신호라고 가정하면, 디코딩은 다음과 같이 한다.

$$Re\{ \mathbf{H}^H \mathbf{d} \} = \begin{bmatrix} |h_1|^2 + |h_3|^2 & 0 \\ 0 & |h_1|^2 + |h_3|^2 \end{bmatrix} \mathbf{b} + Re\{ \mathbf{H}^H \mathbf{v} \} \quad (7)$$

(8)로부터 우리는  $b_1$ 과  $b_2$ 가 분리되어 있음을 알 수 있다. 따라서 시공간 직교 코드와 같은 방식으로 쉽게 ML(Maximum Likelihood) 디코딩을 할 수 있다<sup>[3][4]</sup>. [1]에 비해 3 dB SNR 이득을 얻음을 알 수 있고 마찬가지로 2-fold 다이버시티 이득을 얻음을 알 수 있다.

## 2. 기본적인 가정

채널은 레일리 주파수 비선택적 페이딩 채널이라고 가정하였고 채널 계수는 평균 0, 분산 1이라고 놓았다. 잡음은 복소 백색 가우시안으로 가정하였고 잡음 전력은  $\frac{N_0}{2}$ 라고 가정하였다. 송신 빔형성 효과를 얻기 위해서 도래각을 알아야 하는데 본 논문에서는 도래각을 완벽하게 알고 있다고 가정하였다. 그리고 사용자 데이터는 BPSK라고 가정하였다. 빔형성을 위해 사용되는 안테나간 채널은 완벽하게 상관되어 있다고 가정하였다. 우리는 본 논문에서 두 가지 해석적인 환경을 적용하기로 한다. 첫째로 시

공간 확산 구조를 위해 멀리 떨어진 안테나간 채널은 서로 독립이라고 가정한 환경이다. 둘째는 시공간 확산 구조를 위해 멀리 떨어진 안테나간 채널은 서로 독립이지 않다고 가정한 환경이다. 최대 데이터율을 제공하기 위해 우리는 4, 8, 16개의 안테나에 대해서만 BER 해석을 해 본다<sup>(1)</sup>.

### III. 성능 분석

본 절에서는 송신 안테나의 개수를  $M$ , 수신 안테나의 개수를 1이라고 하고 BER을 계산해 본다. 가정에서 설명할대로  $M=4, 8, 16$ 에 대해 고려해 볼 것이다.  $M=8, 16$ 일 때에는 안테나를 분류하는 방법이 여러 가지가 있을 수 있는데 경우 1은 범형성에 사용되는 안테나를 2개씩 묶는 것이고 경우 2는 범형성에 사용되는 안테나를 4개씩 묶는 것이다. 경우 3은 범형성에 사용되는 안테나를 8개씩 묶는 것이다. 예를 들어  $M=16$ 일 때 경우 1이라는 것은 범형성에 사용되는 안테나를 2개씩 8 그룹으로 만드는 것이다. 경우 2, 경우 3도 같은 방식으로 설명될 수 있다.

#### 1. 원거리 안테나간 채널이 서로 독립일 때

##### 1) $M=4$

###### (1) 범형성

송신 안테나 4개를 사용하였을 때 역확산된 신호는  $r=2hb+n$ 이다. 여기서  $h$ 는 채널 계수이고  $n$ 은 복소 백색 가우시안 잡음이다. 만약 우리가 채널 크기와 위상을 완벽하게 보상하였다고 하면,  $r'=2|h|^2b+h^*n$ 이다. 디코더는 다음과 같은 방식으로 ML 디코딩을 한다.

$$Re(r') = 2|h|^2b + Re(h^*n) \begin{cases} > 0 \\ -1 \end{cases} \quad (8)$$

채널 계수  $h$ 를 알고 있다는 가정하에, BER은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{b||h|^2} = Q\left(\sqrt{\frac{16|h|^2E_b}{N_0}}\right) \quad (9)$$

여기서  $E_b$ 는 비트당 신호의 에너지이고  $Q(\cdot)$ 은 가우시안  $Q$  함수이다.  $|h|^2$ 에 대해서 평균을 취하면

$$\begin{aligned} P_b &= E_{|h|^2}[P_{b||h|^2}] = \int_0^\infty Q(\sqrt{16x})f_X(x)dx \\ &= \int_0^\infty Q(\sqrt{16x})\frac{1}{\gamma_b}e^{-x/\gamma_b}dx \\ &= \frac{1}{2}(1 - \sqrt{\frac{8\gamma_b}{1+8\gamma_b}}) = p(8\gamma_b) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{여기서 } \text{우리는 } X = \frac{|h|^2 E_b}{N_0}, \quad \gamma_b = \frac{E_b}{N_0}.$$

$p(\gamma_b) = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{\frac{\gamma_b}{1+\gamma_b}})$ 이라고 놓았다.  $f_X(x)$ 는 랜덤 변수  $X$ 의 확률 밀도 함수이다.

##### (2) 시공간 확산

같은 방식으로 하면, 채널 계수  $h$ 를 알고 있다는 가정하에 BER은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_{b||h|^2} &= Q\left(\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 |h_i|^2}{4} \frac{E_b}{N_0/4}}\right) \\ &= Q\left(\sqrt{\sum_{i=1}^4 |h_i|^2 \frac{E_b}{N_0}}\right) \\ &= Q\left(\sqrt{|h|^2 \frac{E_b}{N_0}}\right) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $|h|^2 = \sum_{i=1}^4 |h_i|^2$ 이다. 그러면  $|h|^2$ 은 4개의 같은 성질을 가지는 독립인 지수 분포를 가지는 랜덤 변수들의 합이므로 감마 분포를 따른다<sup>(5)</sup>.  $|h|^2$ 에 대해서 평균을 취하면

$$\begin{aligned} P_b &= E_{|h|^2}[P_{b||h|^2}] \\ &= \int_0^\infty Q(\sqrt{x})f_X(x)dx \\ &= \int_0^\infty Q(\sqrt{x})\frac{x^3 e^{-x/\gamma_b}}{\gamma_b^4 3!} dx \\ &= [p(\frac{\gamma_b}{2})]^4 \sum_{k=0}^3 \binom{3+k}{k} [1 - p(\frac{\gamma_b}{2})]^k \end{aligned} \quad (12)$$

##### (3) STSB

같은 방식으로 하면  $h$ 를 알고 있다는 가정하에 BER은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_{b||h|^2} &= Q\left(\sqrt{\sum_{i=1}^2 |h_i|^2 \frac{E_b}{N_0/4}}\right) \\ &= Q\left(\sqrt{4 \sum_{i=1}^2 |h_i|^2 \frac{E_b}{N_0}}\right) \\ &= Q\left(\sqrt{|h|^2 \frac{E_b}{N_0}}\right) \end{aligned} \quad (13)$$

마찬가지 방법으로  $|h|^2$ 에 대해서 평균을 취하면 BER은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} P_b &= E_{|h|^2} [P_{b|h|^2}] \\ &= \int_0^\infty Q(\sqrt{x}) f_X(x) dx \\ &= \int_0^\infty Q(\sqrt{x}) \frac{xe^{-x/4\gamma_b}}{(4\gamma_b)^2} dx \\ &= [p(2\gamma_b)]^2 \sum_{k=0}^7 \binom{1+k}{k} [1-p(2\gamma_b)]^k \end{aligned} \quad (14)$$

## 2) $M=8$

계산 과정은  $M=4$ 일 때와 비슷하다. 여기서는 결과만 보이겠다.

### (1) 범형성

$$P_b = p(16\gamma_b) \quad (15)$$

### (2) 시공간 확산

$$P_b = [p(\frac{\gamma_b}{4})]^8 \sum_{k=0}^7 \binom{7+k}{k} [1-p(\frac{\gamma_b}{4})]^k \quad (16)$$

### (3) STSB

#### 경우 1:

$$P_b = [p(\gamma_b)]^4 \sum_{k=0}^3 \binom{3+k}{k} [1-p(\gamma_b)]^k \quad (17)$$

#### 경우 2:

$$P_b = [p(4\gamma_b)]^2 \sum_{k=0}^1 \binom{1+k}{k} [1-p(4\gamma_b)]^k \quad (18)$$

## 3) $M=16$

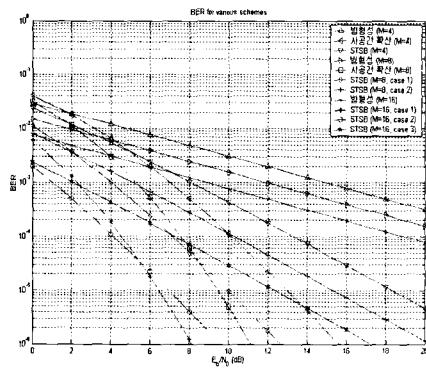


그림 2. 다양한 구조에 대한 해석적인 결과  
Figure 2. Analytic results for the various schemes

### (1) 범형성

$$P_b = p(32\gamma_b) \quad (19)$$

### (2) 시공간 확산

구조가 존재하지 않는다<sup>(1)</sup>.

### (3) STSB

#### 경우 1:

$$P_b = [p(\frac{\gamma_b}{2})]^8 \sum_{k=0}^7 \binom{7+k}{k} [1-p(\frac{\gamma_b}{2})]^k \quad (20)$$

#### 경우 2:

$$P_b = [p(2\gamma_b)]^4 \sum_{k=0}^3 \binom{3+k}{k} [1-p(2\gamma_b)]^k \quad (21)$$

#### 경우 3:

$$P_b = [p(8\gamma_b)]^2 \sum_{k=0}^1 \binom{1+k}{k} [1-p(8\gamma_b)]^k \quad (22)$$

2. 원거리 안테나간 채널이 서로 독립이지 않을 때

안테나 개수  $M=4$ 에 대해서 고려해 본다.  $M=8, 16$ 일 때에는 같은 방식으로 해석될 수 있다.

### 1) 범형성

$$P_b = p(8\gamma_b) \quad (23)$$

### 2) 시공간 확산

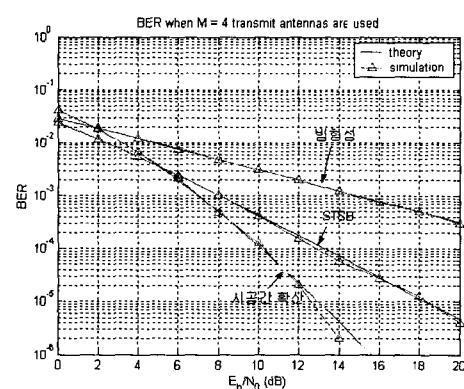


그림 3. 다양한 구조에 대한 해석적인 결과와 모의 실험 결과( $M=4$ )

Figure 3. Analytic and simulation results for the various schemes ( $M=4$ )

식 (12)의 유도 과정에서도 볼 수 있듯이 BER을 구하기 위해서 우리는  $\mathbf{h}^H \mathbf{h}$ 의 확률 밀도 함수를 알아야 한다. 여기서  $\mathbf{h} = [h_1 \ h_2 \ h_3 \ h_4]^T$ 이고 각  $h_i$ 는  $i$ 번째 송신 안테나와 수신 안테나 사이의 채널 계수이다. 채널 상관 행렬  $\mathbf{R}_h \equiv E[\mathbf{h}\mathbf{h}^H]$ 가 알려져 있다고 가정하자.  $\mathbf{R}_h$ 가 Hermitian 양의 정부호 행렬이므로, Cholesky 분해에 의해  $\mathbf{R}_h = \mathbf{L}\mathbf{L}^H$  된다. 여기서  $\mathbf{L}$ 은 아래 삼각 행렬이다. 따라서 우리는  $\mathbf{h}$ 를  $\mathbf{h} = \mathbf{L}\mathbf{e}$ 의 형태로 나타낼 수 있다. 여기서  $\mathbf{e}$ 는 평균  $\mathbf{0}$ , 공분산 행렬  $\mathbf{I}_{4 \times 4}$ 인 복소 가우시안 벡터이다. 즉, 독립인 가우시안 데이터를 FIR 필터링함으로써  $\mathbf{h}$ 를 표현할 수 있다.  $\mathbf{L}^H \mathbf{L}$  역시 Hermitian 양의 정부호 행렬이므로 고유값 분해에 의해

$$\mathbf{L}^H \mathbf{L} = \mathbf{U}\Lambda\mathbf{U}^H \quad (24)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서  $\mathbf{U}$ 는 unitary 행렬이고,  $\Lambda$ 은 대각 행렬이다. 따라서

$$\mathbf{h}^H \mathbf{h} = \mathbf{e}^H \mathbf{L}^H \mathbf{L} \mathbf{e} = \mathbf{e}^H (\mathbf{U}\Lambda\mathbf{U}^H) \mathbf{e} \quad (25)$$

만약 우리가  $\mathbf{f} = \mathbf{U}^H \mathbf{e}$ 라고 정의하면,  $\mathbf{f}$ 는 평균  $\mathbf{0}$ , 공분산 행렬  $\mathbf{I}_{4 \times 4}$ 인 독립 복소 가우시안 벡터이다. 따라서

$$\begin{aligned} \mathbf{h}^H \mathbf{h} &= \mathbf{f}^H \Lambda \mathbf{f} = \sum_{i=1}^4 \lambda_i |f_i|^2 \\ &\equiv \sum_{i=1}^4 T_i = T \end{aligned} \quad (26)$$

여기서  $\lambda_i$ 는  $\Lambda$ 의 대각원소이고  $T_i = \lambda_i |f_i|^2$ 라고 놓았다. 확률 변수  $T_i$ 의 확률 밀도 함수를  $f_{T_i}$ 로 놓으면

$$f_{T_i}(t_i) = \frac{1}{\lambda_i} e^{-\frac{t_i}{\lambda_i}}; \quad 1 \leq i \leq 4 \quad (27)$$

각  $T_i$ 들이 독립이므로

$$f_T(t) = f_{T_1} * \dots * f_{T_4} \quad (28)$$

가 된다. 여기서  $*$ 는 컨벌루션을 나타낸다. 이제 우리는  $\mathbf{h}^H \mathbf{h}$ 의 확률 밀도 함수를 구했으므로 식 (12)를 유도할 때와 같은 방식으로 BER을 구할 수 있다.

식 (26)에서도 볼 수 있듯이  $\mathbf{h}^H \mathbf{h}$ 는 4개의 지수 분포를 가지는 랜덤 변수들의 합이지만 각각의 확률 밀도 함수가 다르다.  $T(\mathbf{R}_h) = \sum_{i=1}^4 \lambda_i = 4$ 임을 주목하자. 채널이 독립인 경우가  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 1$ 이고 채널이 완벽하게 상관되어 있는 경우가  $\lambda_1 = 4, \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0$ 이다. 채널이 부분적으로 상관되어 있을 때는  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \lambda_4 (\lambda_i \neq \lambda_j, \text{for some } i \neq j)$ 가 된다. 즉 고유채널의 이득( $=\lambda_i$ )이 4개의 고유 채널에 대해서 고르게 분포되어 있지 않기 때문에 다이버시티 이득이 줄어듬을 예상할 수 있다.

하나의 예제로서 우리는  $i \neq j$ 인 경우에 대해  $\lambda_i \neq \lambda_j$ 인 경우를 고려해 보자. 그러면

$$P_b = \int_0^\infty Q(\sqrt{\gamma_b t}) f_T(t) dt \quad (29)$$

여기서  $T = \sum_{i=1}^4 T_i$ 이다.  $f_T(t)$ 는 식 (28)과 같은 방법으로 구할 수 있다. 그러므로 우리는 다음을 쉽게 확인할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_b &= \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_3} \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_4} p\left(-\frac{\gamma_b \lambda_1}{2}\right) \\ &- \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_3} \frac{\lambda_4}{\lambda_1 - \lambda_4} p\left(-\frac{\gamma_b \lambda_4}{2}\right) \\ &- \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \frac{\lambda_3}{\lambda_1 - \lambda_3} \frac{\lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_4} p\left(-\frac{\gamma_b \lambda_3}{2}\right) \\ &+ \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \frac{\lambda_3}{\lambda_1 - \lambda_3} \frac{\lambda_4}{\lambda_3 - \lambda_4} p\left(-\frac{\gamma_b \lambda_4}{2}\right) \\ &- \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_3} \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_4} p\left(-\frac{\gamma_b \lambda_2}{2}\right) \\ &+ \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_3} \frac{\lambda_4}{\lambda_2 - \lambda_4} p\left(-\frac{\gamma_b \lambda_4}{2}\right) \\ &+ \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \frac{\lambda_3}{\lambda_2 - \lambda_3} \frac{\lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_4} p\left(-\frac{\gamma_b \lambda_3}{2}\right) \\ &- \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \frac{\lambda_3}{\lambda_2 - \lambda_3} \frac{\lambda_4}{\lambda_3 - \lambda_4} p\left(-\frac{\gamma_b \lambda_4}{2}\right) \end{aligned} \quad (30)$$

식 (12)에서는 4차 다이버시티 이득을 얻는데 비해 식 (30)에서는 다이버시티 이득이 줄어듬을 예상할 수 있다.

## 3) STSB

같은 방식으로

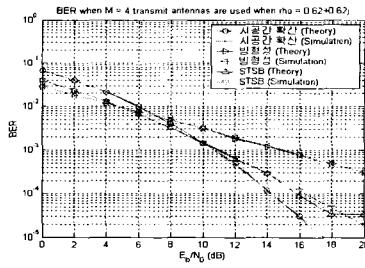
$$P_b = \int_0^\infty Q(\sqrt{4\gamma_b t}) f_T(t) dt \quad (31)$$

$$= \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} P(2\gamma_b \lambda_1) - \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} P(2\gamma_b \lambda_2)$$

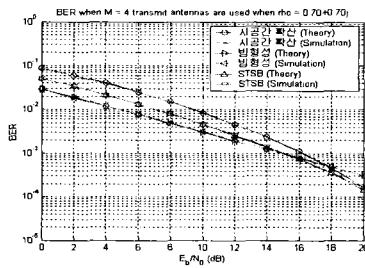
## IV. 모의 실험 및 논의

## 1. 원거리 안테나간 채널이 서로 독립일 때

그림 2는 해석적인 결과를 제시한 것이다. 그림 2에서 볼 수 있듯이,  $M=16$ 일 때 경우 1인 STSB 구조가 목표 BER  $10^{-6}$ 에 대하여 가장 낮은 SNR ( $\approx 8$  dB)을 필요로 한다는 것을 알 수 있다. 이러한 이들은 시공간 확산 구조가  $M=16$ 일 때 존재하지 않기 때문에 시공간 확산 구조에서는 얻어질 수 없는 것이다. 즉 채널이 서로 독립일 때는 시공간 확산 구조가 좋아 보이지만, 최대 데이터율을 제공하는데 있어 많은 안테나에 대해서 채널을 직교하게 만들 수 없다는 단점 때문에<sup>[1]</sup> STSB 구조가 선호 된다고 볼 수 있다. 만약  $M=16$ 일 때 시공간 확산



(c)



(d)

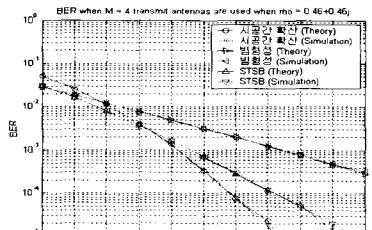
그림 4. 안테나간 채널이 독립적이지 않을 때 다양한 구조에 대한 해석적인 결과와 모의 실험 결과( $M=4$ )

Figure 4. Analytic and simulation results for the various schemes when the channels are not independent ( $M=4$ )

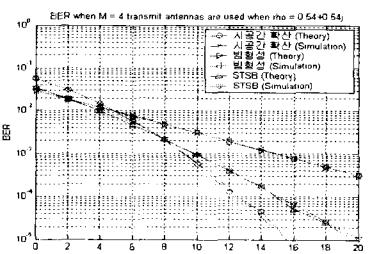
구조를 사용하려면 데이터율을 희생해야 한다.  $M=16$ 일 때, 경우 1에서  $M=8$ 일 때의 시공간 확산 구조보다 평균 3 dB SNR 이득이 빔형성 효과에 의해 얻어진다.  $M=8$ 일 때의 시공간 확산 구조와 마찬가지로 8-fold 다이버시티 이득이 다이버시티 효과에 의해 얻어진다. 그림 3은 해석적인 결과와 모의 실험 결과를 나타낸다. 우리는  $M=4$ 인 송신 안테나에 대해서 모의 실험하였다. 그림 3으로부터 우리는 해석적인 결과와 모의 실험 결과가 아주 잘 일치한다는 것을 알 수 있다.

## 2. 원거리 안테나간 채널이 서로 독립이지 않을 때

본 모의 실험에서는 채널 상관 행렬을



(a)



(b)

$$\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \rho^3 \\ \rho^* & 1 & \rho & \rho^2 \\ \rho^{2*} & \rho^* & 1 & \rho \\ \rho^{3*} & \rho^{2*} & \rho^* & 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

으로 놓았다.  $M=4$ 일 때 각 채널 상관 계수  $\rho$ 에 대해 이론적인 결과와 모의 실험 결과가 그림 4에 나타나 있다. 채널 상관이 커지면, 채널 상관 계수 변화에 의해 시공간 확산 구조의 성능 악화가 커진다는 것을 볼 수 있다. 특히 채널이 거의 완벽히 상관되어 있을 때는 시공간 확산 구조의 성능 악화가 큼을 알 수 있다. 범형성 구조는 SNR 이득만 얻는데 반해 STSB 구조는 SNR 이득과 다이버시티 이득을 모두 얻을 수 있다는 장점이 있다. 따라서 시공간 확산과 범형성을 결합한 구조가 채널 상관 계수 변화에 대해 강인한 성능을 보인다.  $M=8, 16$  대해서도 같은 접근 방법을 사용할 수 있다.

## V. 결 론

본 논문에서는 다이버시티와 범형성 기술을 결합한 새로운 구조를 소개하고 기존에 존재하던 구조와 소개된 구조에 대해 BER 해석을 하고 해석적인 결과를 확인하기 위해서 몬테-카를로 모의 실험을 하였다. 원거리 안테나간 채널이 서로 독립적일 때, 해석적인 결과를 통해 기존에 존재하던 구조에 비해 소개된 구조는 목표 BER  $10^{-6}$ 을 달성하는데 더 낮은  $E_b/N_0$ 를 달성할 수 있음을 보였다. 또한 원거리 안테나간 채널들이 독립적이지 않을 경우에도 해석적인 결과와 몬테-카를로 모의 실험을 통해 소개된 구조가 채널 상관도의 변화에 더 강인함을 보였다.

소개된 구조를 다중 셀 환경에서 사용할 경우 범형성 구조의 간섭 제거 효과와 다이버시티 효과로 인해 범형성이나 다이버시티 구조를 단독으로 사용하는 것보다 더 높은 용량을 달성할 수 있을 것이다.

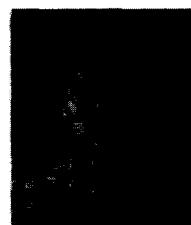
## 참 고 문 헌

- [1] B. Hochwald, T. Marzetta, and C. Papadias, "A transmitter diversity scheme for wideband CDMA systems based on space-time spreading," *IEEE J. Select. Areas Commun.*,

vol. 19, pp. 48-60, Jan. 2001.

- [2] R. Soni, M. Buchrer, and R. Benning, "Intelligent antenna system for CDMA2000," *IEEE Signal Processing Mag.*, pp. 54-67, Jul. 2002.
- [3] S. M. Alamouti, "A simple transmitter diversity scheme for wireless communications," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 16, pp. 1451-1458, Oct. 1998.
- [4] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-time block codes from orthogonal designs," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, pp. 1456-1467, Jul. 1999.
- [5] A. J. Hayter, *Probability and Statistics*, Duxbury, 2002.
- [6] J. Litva and T. K. LP, *Digital Beamforming in Wireless Communications*, Artech House, 1996.

김 일 한(Illhan Kim)



학생회원

2002년 2월 : 한국과학기술원

전자전산학과 졸업

2002년 3월 ~ 현재 : 한국과학

기술원 전자전산학과 석사

과정

<관심분야> 통신이론, 다중 안테나 신호처리

전 주 환(Joohwan Chun)

정회원

1980년 2월 : 서강대학교 전자공학과 학사

1984년 2월 : Cornell University 석사

1989년 2월 : Stanford University 박사

2002년 9월 ~ 현재 : 한국과학기술원 전자전산학과

교수

<관심분야> 통신이론, 신호처리, 수치해석