大韓數學教育學會誌 數學教育學硏究 第 14 卷 第 1 號
The Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. XIV, No.1, 89-110. Feb 2004

한 수학영재아의 수학적 사고 특성에 관한 사례연구

김 지 원* · 송 상 헌**

본 연구는 수학 영재에게서 나타나는 수학적 사고의 특성을 밝히기 위한 목적으로 초등학교 3학년에 재학 중인 한 수학 영재아(남학생)를 1년 6개월에 걸쳐 관찰 및 면접한 결과를 분석한 사례연구이다. 본 연구에서는 수학적 사고, 수학적 태도, 수학적 성향, 인지 발달, 수학적 의사소통 측면에서 보여준 주된 특징들을 기술하고 있다. 이 결과가 모든 학생들에게 일반화될 수는 없겠지만, 본 논문에서는 수학 영재 교육의 교육과정, 선발, 교수-학습 자료 개발, 교수법, 교사 양성의 각 부분에 주는 시사점도 제언하고 있다.

Ⅰ. 서 론

교육은 학습자 개개인의 능력과 소질에 적합한 학습내용과 활동을 제공하는 것을 원칙으로 한다. 모든 학습자는 자신의 능력과 소질에 적합한 교육을 받아서 잠재능력을 최대한 계발하고, 이를 통해서 자아를 실현하고 행복한 생활을 할 권리가 있다. 영재들도 자신의 능력과 소질에 알맞은 교육을 받아 그들의 잠재 능력을 계발할 기회를 제공받아야 한다. 하지만 약 1년 전까지만 해도 우리나라에서의 수학 영재 교육은 각종 경시대회 형식의 문제해결력을 발휘해 보는 경연장으로 인식되었던 것이 사실이다. 영재교육진흥법이 시행됨에 따라 비로소 각 시 · 도 교육청이나 대학 및 연구소, 공익법인 등의 영재교육원이나 영재교육기관에서 과학 영재교육의 한 부분으로 취급되고 있는 실정이다.

학습자 개개인의 능력에 적합한 교육을 하기 위해서는 우선 그들의 특성을 잘 파악하는 것이 중요하다. 이에 수학 영재들에게는 그들의 수학적 사고 특성이 어떻게 발현되며, 또 어떻게 발전해나가는지를 확인해 볼 필요가 있다. 이것은 수학 영재를 위한 교육과정이나 교육 프로그램, 학습 자료의 개발과 수학영재를 지도할 교사를 양성하는데 있어 그 지표가 되고, 나아가 수학 영재에게 적절한 교육을 받을 수 있는 기회를 제공하는데 유용하게 활용될 수 있기 때문이다. 그러나 그동안 수학 영재아의 개인 특성에 관한 실제적이고 구체적인 연구 사례는 별로 없었다.

본 연구는 수학 영재에게서 나타나는 수학적 사고의 특성을 밝히고, 수학 영재를 위한 교육과정, 교재 개발 및 교수방법에 주는 시사점을 찾을 목적으로 초등학교에 재학 중인 한 수학

* 식사초등학교, akigom@empal.com
** 경인교육대학교, shsong@ginue.ac.kr

영재아(남학생)를 3학년 2학기 말부터 5학년 1학기까지 1년 6개월에 걸쳐 관찰 및 면접한 결과를 분석한 사례연구이다. 이는 한 개인에게 나타난 특성이기 때문에 우리나라 수학 영재 전체 학생들에게 일반화 할 수 없다는 제한점이 있다.

II. 이론적 배경

많은 연구 문헌에서 나타나는 영재의 일반적인 행동특성으로는 첫째, 평균 이상의 지능과 높은 창의성, 그리고 이로 인한 신속하고 성취도 높은 학습력, 둘째, 다양한 지적 흥미와 특수 학업 분야나 특정한 적성 영역에서의 비범한 재능, 셋째, 강한 자아개념과 과제집착력 및 성취가능성과 같은 비지적인 특성 등이 있다. 또, 지적으로 새로운 자극과 도전을 받고 싶어하며, 평범하고 일반적인 것보다는 창의적이고 혁신적인 것을 좋아한다(조석희외 4인, 1996:21-23; 송상헌, 1998:21에서 재인용).

'수학 영재성'이란 선천적으로 타고난 소질과 적성 및 후천적으로 학습한 수학에 대한 기초 지식을 배경으로 하여 수학적인 문제를 해결하고자 하는 지적, 정의적인 행동특성이 수학적 사고 기능과 긍정적으로 조화롭게 작용하여 수학적 과제를 창의적으로 수행해 낼 수 있는 잠재적 가능성을 말한다. '수학 영재'는 이러한 수학 영재성을 가지고 수학 분야에서 이미 탁월한 성취를 보이고 있거나 보일 가능성이 있는 자를 말한다(송상헌, 1998:118). 본 연구의 분석을 위하여 수학 영재의 인지적 특성에 관해서는 김홍원, 김명숙, 송상헌(1996), Keating(1974), Krutetskii(1976)를 참고하였으며, 정의적 · 사회적 특성에 관해서는 이수웅(1999)과 박인수(2002), Terman(송인섭 외(2001)에서 재인용), Hollingworth(1942, 정태희(2002)에서 재인용), Dunn & Griggs(1984, 송인섭(2002)에서 재인용), 윤여홍(2000), 그리고 片桐重男(1988, 이용률 외(1992)에서 재인용)에 의한 수학적 사고와 태도 및 성향을 기초로 하여 관찰하고 분석한다.

III. 연구의 설계

1. 연구 대상자의 선정

본 연구의 대상자는 인천광역시에 거주하는 초등학교 남학생(박재훈, 가명, 1992년 4월생)이다. 그는 3학년 2학기 말(2002년 1월) 인천교육대학교(2003년 3월 이후 경인교육대학교로 교명을 변경함)에서 학년 통합(3-6학년)으로 구성된 영재캠프에 참가하였던 12명 중에 한 명이다. 캠프의 참가자 선발을 위한 과제 풀이 노트와 선발 면접, 캠프 기간 동안의 수업 등에서 그가 보여준 활동에 주목하면서 관찰의 대상으로 삼았다.

재훈이는 2000년 7월 한국 멘사의 회원 가입 테스트에서 IQ 156 이상(상위 0.1% 이내)의 판정을 받았다. 재훈이가 참가하고 있는 각종 영재교육 프로그램의 선발 과정 중, 인천시내 각 학교당 1명의 추천을 받는 1차 선발 과정에서 학교장 추천을 받아 "특정교과의 전 학년도 및 당해 학년의 학교 성적에서 일정수준이상의 뛰어난 결과를 보인 자"의 기준에 해당한다. 그는 2001년 12월에 실시한 인천광역시 교육청 영재교육의 대상자 선발 과정 중 인천시내의 각 학교에서 학교장 추천을 받은 초등학교 3학년 학생 400명을 대상으로 실시한 수학, 과학 문제해결력 검사에서 가장 우수한 성적으로 선발되기도 하였다. 그 외에도 각종 수학 관련

경시대회에서 우수한 성적의 입상 경력을 가지고 있다. 이는 영재교육진흥법시행령(안)의 영재 판별 기준을 만족하고 있다.

재훈이는 현재 인천광역시 교육청에서 주관하는 영재교육을 받고 있으며, 인천교육대학교에서 주최한 2002년, 2003년 영재캠프에도 2년 간 연속적으로 선발되어 참가하였다. 그밖에 인천대학교 과학영재교육원에서 운영하는 초등 기초반에 선발되어 2002년 5월부터 온라인 교육을 받았고, 2002년 여름방학 중 실시한 지능검사와 구술면접을 포함한 테스트를 거쳐 현재는 초등영재 심화반에서 교육을 받고 있다. 다음 <표 Ⅲ-1>은 재훈이가 각종 수학 경시대회에서 입상한 실적과 현재까지 영재 관련 교육을 받은 내용을 정리한 것이다.

2. 자료 수집 방법

본 연구는 2001년 12월부터 2003년 5월까지 18개월 간 연구의 대상자가 산출한 각종 자료물과 연구자의 직접 관찰 및 면접을 통하여 진행되었다. 연구 대상자가 영재 캠프 등 동질집단에서 보이는 행동 특성과 학교나 환경 캠프 등 이질 집단에서 보이는 행동 특성을 비교하여 연구 대상자의 사회성 및 일반 행동 특성을 파악하여 분석하기로 하였고, 문제해결 과정의 분석을 통해 연구 대상자의 수학적 사고 및 태도를 찾아보기로 하였다. 이를 위하여 연구자가 함께 참여하는 수업에서의 관찰을 하였고, 연구 대상자 및 그 부모를 상대로 개별 면담을 실시하였다. 기타 생활 속의 수학적 태도와 성향 및 산출물들을 살피기 위해 필요한 경우에는 성장 기간 동안 각종 보조적인 증거물들을 수집하기도 하였다.

가. 참여관찰

참여관찰이란 연구자가 연구 대상, 즉 연구 사례로서의 사건, 집단, 조직 등에 직접 참여하여 실상을 관찰하는 것으로서 이때, 연구자는 수동적 관찰자가 아닌 사례 연구 장면 내에서 필요에 따라 능동적인 다양한 관찰자로서의 역할을 수행하는 것을 말한다(이지훈, 2000:121-122). 본 연구에서는 연구 대상 학생이 참여했던 인천교대 영재캠프, 인천교대 미르뫼 환경

<표 Ⅲ-1> 재훈이의 각종 수학 경시대회 수상경력 및 영재 관련 교육 내용

대회 또는 프로그램명	일자 또는 기간	비고(입상성적)
CBS 영재 교육 연구소	2000.7~2001.7	주 1 회
한국 수학인증시험	2001.5.7	1A등급
한국 과학 창의력 경시대회	2001.9.9	은상
한국 우주 정보 소년단 수학 경시대회 본선	2001.10.28	수학왕상
한국 수학경시대회(KMC) 본선	2001.11.18	동상
한국 과학기술회관 과학 강연회 참여	다수	8회
인천교육대학교 영재캠프	2002.1.9~1.11	
인천광역시 교육청 영재반	2002.3~현재	
인천대학교 과학영재교육원 초등심화반 (사이버 영재교육 포함)	2002.5~현재	
고려대학교 수학 경시대회	2002.7	대상
인천교육대학교 영재캠프	2003.1.21~1.24	
인천대학교 과학영재교육원 겨울방학 교육	2003.1.21~1.23	

캠프, 인천대 과학영재센터 초등수학기초반 수업, 인하대 바이오캠프, 한국 멘사 교육 sig 등에 연구자가 관찰자, 수업 진행자, 수업 보조자로서 함께 참여하여 관찰하였다.

나. 면접

면접은 조사자, 즉 면접자가 연구대상, 즉 피면접자와 얼굴을 맞대고 연구 문제를 중심으로 대화라는 상호작용을 통해서 필요자료를 수집하는 것을 말하며, 면접 유형에는 준구조화 면접, 심층면접 등이 있다. 본 연구에서는 연구 대상자가 수업 중에 보인 반응에 대하여 연구자가 이해하기 힘든 부분에 대하여 보충설명이 필요할 때와, 선행 연구에서 나타난 결과와 비교하고자 할 때 주로 심층 면접을 하였다.

아울러 연구 대상자의 가정환경과 생활, 학교에서의 적응 정도, 또래 집단 안에서 보이는 행동 특성, 어렸을 때의 행동 특성에 관한 자료 수집을 위해 연구 대상자의 부모와도 면접을 하였다. 부모와의 면접은 준구조화된 형태의 면접을 주로 하였으며, 아동의 수학적 행동 특성에 관한 부모용 검사지(송상헌, 2000)를 투입하여 부모가 인지하고 있는 아동의 수학적인 능력에 관한 조사도 하였다.

다. 기록물 수집

문서 또는 기록물은 연구 대상에 관한 정보를 전달하기 위해 어떤 형태로든 기록된 일체의 것을 말한다. 본 연구에서는 연구 대상자가 여러 가지 수학과 관련한 프로그램에 참여하면서 쓴 일기나, 스스로 만든 수학 증명 공책, 여러 가지 문제 풀이를 한 공책, 연구 대상자가 인천교대 영재캠프에 참가하기 위하여 제출했던 선발 문항의 해결 노트와 선발 면접에서의 면접 기록 등을 수집하였다. 연구 대상자는 인천교대 영재캠프에 참가했을 당시의 일기를 상당히 긴 분량에 걸쳐서 기록해놓는가 하면, 자신이 스스로 한 증명이나 정리에 관해 정리해놓는 습관이 있었다. 이런 기록물을 통하여 연구 대상자가 새로운 수학적 사실을 알거나, 발견했을 때, 혹은 수학 문제를 해결한 후의 생각이나 감정에 관해 알 수 있었고, 이는 연구 대상자의 수학적 태도 분석에 사용되었다.

라. 비디오 촬영

연구 대상자가 참여하는 수업에서 연구자가 관찰시 간과하는 부분을 최소화하기 위하여 비디오 촬영을 하였다. 이 자료는 수업 내용에서 수업자와 연구 대상자간의 발문과 상호작용, 사고 과정의 전개를 알아보는데 이용하였다.

3. 자료 분석의 관점

가. 문제풀이에 나타난 수학적 사고 특성 분석

본 연구에서는 김홍원, 김명숙, 송상헌(1996)의 수학적 사고 능력의 분류와 片桐重男(1988)의 수학적인 사고를 바탕으로 연구 대상자의 문제 풀이를 분석하기 위한 틀을 <표 Ⅲ-2>과 같이 수정ㆍ개발하였다. 이들의 인지적 특성

<표 Ⅲ-2> 문제풀이에서 나타나는 수학적 사고 분석틀

수학적 사고 / 문항 번호	직관적 통찰 능력	정보의 조직화 능력	공간화/시각화 능력	수학적 추상화 능력	수학적 추론 능력			일반화 및 적용 능력
					귀납적 사고	유추적 사고	연역적 사고	

중 수학적 추론능력에는 김홍원, 김명숙, 송상헌(1996)에는 없던 유추적 사고를 하나 더 추가하였다.

이 틀을 이용하여 연구 대상자가 인천교대 영재캠프에서 해결했던 문제와 1:1 관찰 면접을 하면서 접했던 문제에서 찾아볼 수 있는 수학적 사고를 표로 정리하고, 분석하고자 한다.

나. 수학적 태도 및 성향 분석

수학적 태도와 성향(수학에 대한 태도 및 수학적 기질, Mathematical Cast Mind)을 담았다. 송상헌(2000)의 학생용 행동특성 검사지를 이용하여 살펴보고, 이를 통한 수학에 대한 흥미와 자신감 그리고 片桐重男(1988)의 수학적 태도 4가지(스스로 나아가서 자기의 문제나 목적·내용을 명확히 파악하려는 태도, 이치에 닿으며 조리 있는 행동을 하려고 하는 태도, 내용을 간결·명확히 표현하려는 태도, 보다 나은 것을 구하려 하는 태도)와 Krutetskii(1976)가 말하는 수학적 기질을 준거로 삼아 분석하고자 한다.

Ⅳ. 연구의 결과

1. 성장 배경 및 일반 행동 특성

연구 대상자를 18개월간 지속적인 관찰을 하고, 부모와 준구조화된 면담을 한 결과 다음과 같은 특성이 나타남을 알 수 있었다.

가. 부모가 아이의 수학적 영재성을 발견하게 된 계기

재훈이는 생후 7~8개월 쯤 1~10까지의 숫자를 모두 알았을 정도로 어려서부터 숫자에 관심이 많았다. 벽에 붙여놓은 숫자판을 뚫어져라 보고 있을 때가 많았으며, 숫자 판을 보면서 어머니가 어떤 수를 말하면 재훈이가 그 숫자를 손으로 짚곤 하였다. 또, 벽에 붙였던 숫자판을 떼어내자 막 울었을 정도로 숫자에 집착을 하였고, 3~4세경에는 자동차의 숫자판 읽기를 좋아하였다.

어려운 문제에 집착하는 버릇이 있었는데, 1~2학년 때에는 단위와 큰 수에 많은 관심을 갖고, 이웃에 사는 상급생의 수학 공부를 함께 하려고 하였다. 2학년 때에는 서점에서 우연히 4학년용 "수학경시대회" 교재를 보고 사달라고 졸라서 그 책을 사주었는데, 그 후 더욱 수학에 집착하는 모습을 보였다. 3학년 때인 2001년에는 특별히 학원을 다니거나 과외를 하는 등의 시험 준비를 한 것이 아님에도 각종 수학경시대회에서 우수한 성적으로 입상하였다.

나. 사회성 및 일반 행동특성

재훈이는 어렸을 때부터 독립심이 강해서 걸음마를 배우자마자 손을 잡기 싫어하고 혼자 돌아다니는 것을 좋아하였다. 또, 외출을 나갔을 때에는 어머니보다 앞서서 걷지 않으면 화를 내고 울기도 하였다. 어렸을 때에는 또래들에 비해 언어 능력이 발달하여, 동네에서 재훈이를 보고 '말 잘하는 애'라고 부를 정도로 말이 많았다. 하지만 다른 아이들과 유별나게 다른 점이 많은 것을 싫어한 부모가 억압을 많이 하였다. 이후 동생이 태어나자 동생을 때리고 꼬집는 일이 잦아졌고, 이로 인해 아버지에게 많이 맞은 후로 말수가 적어졌다.

재훈이는 초등학교에 입학한 후 1, 2학년 때에는 학교 가는 것을 거부하는 등 학교생활에 부적응 행동을 보였다. 재훈이의 어머니도 재훈이를 키우는 것이 너무 힘들어 모자가 함께 청소년 상담소에서 상담을 받기도 하였다. 그

곳에서 실시한 지능검사 결과가 높게 나왔지만 부모님께서는 평범한 아이로 컸으면 하는 바람이 있어 검사 결과에 신경 쓰지 않았다. 그 후 2학년 때 담임선생님의 권유로 영재교육에 관심을 갖기 시작하고 2000년 7월부터 2001년 7월까지 약 1년 동안 CBS 영재교육원에서 주 1회씩 교육을 받았다. 하지만 재훈이가 수업 중에 말을 많이 하지 않고, 수업에 적극적으로 참여하지 않아 자신의 능력을 많이 발현하지 못한 때문인지 영재교육원에서는 재훈이가 두드러지게 뛰어난 학생은 아니라고 할 정도였다.

현재 5학년에 재학 중인 재훈이는 교사들의 수업 방식에 대한 불만이 많아 여전히 학교생활에는 큰 흥미를 느끼지 못하고 있다. 친구들과 적극적으로 어울리는 편은 아니고, 수업시간에도 적극적으로 참여하기보다는 딴 생각을 하거나 주변을 두리번거리는 등의 산만한 행동을 하기도 한다. 연구자와 함께 2박 3일 동안 참가했던 환경 캠프에서 재훈이는 물놀이나 진흙 속에서 뛰노는 것보다 갯벌에서 물이 빠지는 모습을 관찰하는 것을 좋아하였으며, 사람과 어울려서 놀기보다는 자연을 관찰하며 혼자 있는 것을 더 좋아했다. 캠프가 끝난 후 재훈이는 캠프의 다른 참가자들과 수준이 맞지 않아서 재미가 없었다고 평가하였다.

하지만 인천교대 영재캠프에 참여했을 때에는 수업에도 적극적으로 참여했을 뿐만 아니라, 일기에 "이번 캠프 땐 난 참 말을 많이 했다. 여기 참가했던 사람 중 내가 가장 많이 얘기했을 것이다."라고 스스로 평가했을 정도로 말을 많이 하였다.

또래 집단에서 재훈이는 '특별한 애'로 불리나, 그들은 재훈이를 외톨이로 인식하지는 않고, 오히려 모르는 것이 있으면 교사보다는 재훈이에게 물어보곤 한다. 또래 집단은 재훈이의 특별한 능력이나 성격에 대해 우호적이고 허용적인 태도를 가지고 있는 것으로 보인다.

재훈이는 여러 가지 사회 문제에도 관심이 많다. 전쟁이나 환경 문제 등의 사회의 부조리한 면에 대해 고민을 하고, 해결하기 위한 방안을 생각하기도 하는 등 가치와 도덕적 판단을 해야 하는 문제에 상당히 민감하다. 또, 정의감이 있어 옳지 못한 일을 보았을 때 이를 바로 잡기 위해 노력한다. 하지만 이러한 행동은 타인을 배려하는 행동과 더불어 나타난다. 수업 중 자신이 알고 있는 내용이라 하더라도 경솔하게 답을 말하거나 나서지 않고, 다른 친구들에게 기회를 주는 등의 배려를 한다. 재훈이가 친구들과 적극적으로 어울리지 않지만 또래 집단에서 고립되지 않는 것은 이와 같은 재훈이의 도덕적 행동에서 기인하는 것으로 볼 수 있다.

다. 과제집착력

재훈이는 평소에 주변 환경에 민감한 편이다. 자연 환경의 변화에 상당히 민감하고, 관찰력이 뛰어나다. 환경 캠프에서는 예민해서 잠을 쉽게 자지 못하고 새벽까지 뒤척이는 모습도 보였다. 하지만 어떤 과제에 몰두하면 주위에서 어떤 일이 일어나는지 모를 정도로 강한 집중력을 가지고 있다. 수학 문제를 골똘히 생각하다가 메고 있는 가방을 어디에 두었는지 잊어서 한참을 찾아 헤매기도 하고, 옷을 뒤집어 입은 채로 학교에 가기도 한다. 심지어는 재훈이가 공기놀이를 하고 있을 때였는데, 늦은 시간이니 그만하고 자라는 뜻에서 그의 어머니가 방의 불을 끄고 나갔다. 한참 후에 재훈이 방에서 '탁, 탁'하는 소리가 들려 이를 이상하게 여긴 어머니가 그의 방에 갔더니 컴컴한 방에서 계속 공기놀이를 하고 있기도 하였다.

그는 아무리 피곤해도 수학 문제를 푸는 것에는 강한 집착을 하고, 오히려 수학 문제를 풀 때에는 더 활기찬 모습을 보였다. 환경 캠프를 가기 일주일 전에 함께 풀었던 디피 활동에 관해 자신이 생각했던 내용을 자정이 넘은 시간에도 계속 얘기를 하고 싶어 하였다.

이러한 과제집착력은 수학적 정보의 파지에 도움이 되었다. 재훈이는 2002년 1월 인천교대 영재캠프에서 공부했던 내용 중 "하노이 탑"에 관한 문제에 관심을 갖고 고민하여, 스스로 그 일반화 공식을 찾으려고 노력하였고, 6개월 이상의 시간이 지난 후에도 여전히 그 일반화 공식을 증명하는 방법에 대해 기억하고 있었다.

라. 자아개념

환경캠프에 참가한 아이들 중 대부분이 갯벌에서 물놀이를 하는 것을 제일 좋아했던 것과는 달리 재훈이는 자기 나무를 정해 대화하는 것에 가장 흥미를 느꼈으며, 나중에 다시 가서 자신의 나무가 잘 크고 있는지 확인해봐야겠다고 하였다. 재훈이는 어렸을 때에도 자기 자신과의 대화를 자주 하였다고 한다. 이런 자신과의 대화를 통해 재훈이는 자아개념이 뚜렷하게 형성되어 있다. 자신의 장점 및 단점에 대하여 정확히 알고 있으며, 그로 인해 자신의 수학적 능력에 관해서는 상당한 자신감을 갖고 있으나, 사회성 면에 있어서는 부정적인 인식을 하고 있기도 하다.

재훈이는 자기 자신의 수학적 능력에 관해 상당한 자신감을 갖고 있으며 어려운 수학 문제에 적극적으로 도전한다. 재훈이가 항상 새롭고 어려운 수학 문제를 계속 요구하자, 부모는 2002년 6월부터 인천에 소재한 한 수학 학원을 주2회 수강하게 하였다. 처음에는 어려운 것을 배워서 재미있다고 하였으나, 2달 정도가 지나자 "학원을 다니면서 창의성이 점점 없어지는 것 같다"며 혼자 공부하겠다고 하여 2002년 11월에 그만 두었다. 여기에서 볼 수 있듯이 재훈이는 다른 사람이 설명해주는 것에 대해 상당한 거부감을 나타내며, 교사들의 수업하는 유형이나 특이점을 비교하여 말하고 비판하기를 자주한다. 또, 같은 유형을 반복하여 연습하게 하는 학습지는 싫어하며, 이제껏 보지 못한 새로운 유형의 문제나 규칙을 좋아한다. 수학 문제 중에서도 정리의 증명에 상당한 관심을 갖고 있어 다른 사람의 도움 없이 스스로 증명하는 것을 하고 싶어 한다. 손으로 조작하는 활동은 싫어하여 교구를 이용하여 하는 활동보다는 머리로 하는 것을 좋아한다. 과학에서의 실험은 똑같은 것을 반복해야 하므로 싫다고 말하며 과학자 중에서도 이론 물리학자가 되겠다고 한다. 수학자가 되어 40세 이전에 꼭 필즈상(Fields Medal)을 받고, 그 이후에는 이휘소와 같은 이론 물리학자가 되어 노벨상을 받는 것이 재훈이의 장래 희망이다. 이처럼 자신의 능력에 대한 믿음과 확신을 바탕으로 한 삶에 대한 목표도 확실하고 스스로 개척해나가려는 의지도 강하다.

하지만 자신이 커서 결혼을 하거나 가정을 이루는 것에 대해서는 부정적인 시각을 가지고 있는데, 이는 자신의 성격상 과학자가 되면 가정을 잘 돌보지 못할 것이 분명하여 가정생활이 원만하지 못할 것이라는 판단 때문이다.

2. 수학 영재아의 수학적 사고 특성

<표 Ⅳ-1>은 본 연구를 위해 개발한 분석틀을 이용하여 재훈이의 문제 풀이를 정리한 것이다. 본 연구는 재훈이가 인천교대 영재 캠프 수업 중에 다루었던 문제/주제와 영재 캠프를 참가하기 위하여 제출한 사전 과제, 영재 캠프 선발 면접, 그리고 연구자와의 개별 면접 상황

에서 제시된 문제들을 대상으로 분석하였다. 만 풀기를 시도했던 문제/주제를 이 표에 정리 그 중 재훈이가 풀었거나 답은 구하지 못했지 하였다.

<표 Ⅳ-1> 재훈이의 문제풀이 과정에서 분석된 수학적 능력

수학적 사고 / 문항 번호	직관적 통찰 능력	정보의 조직화 능력	공간화/시각화능력	수학적 추상화 능력	수학적 추론 능력			일반화 및 적용 능력
					귀납적 사고	유추적 사고	연역적 사고	
2001-A-1							○	
2001-A-2			○				○	
2001-A-3			○	○			○	
2001-A-4	○	○	○				○	
2001-A-5	○							
2001-B-1	○		○	○				
2002-C-1	○							
2002-C-2								
2002-C-3	○	○						
2002-C-4	○	○		○				
2002-C-5	○	○		○				
2002-C-6	○	○						
2002-C-7	○	○						
2002-C-8	○							
2002-C-9	○	○	○	○				○
2002-C-10	○	○		○	○			○
2002-C-11	○		○		○		○	
2002-C-12	○		○			○		○
2002-C-13	○		○					
2002-C-14	○			○	○			○
2002-C-15	○		○	○	○	○	○	
2002-D-1	○			○		○	○	○
2002-D-2	○			○				
2002-D-3	○		○	○				○
2002-D-4	○							
2002-D-5	○		○	○	○		○	○
2002-A-1	○		○			○	○	○
2002-A-2						○		
2002-B-1	○		○					○
2003-C-1	○	○	○					○
2003-C-2	○						○	
2003-C-3								
2003-C-4	○	○	○	○				○
2003-C-5	○		○	○				○
2003-C-6	○				○			○
2003-C-7	○		○	○			○	○
2003-C-8	○	○	○	○				○
2003-C-9	○	○	○	○	○		○	○
2002-D-1	○		○	○		○	○	○
2003-D-2	○	○		○				○
2003-D-3	○	○		○				○
2003-D-4	○	○		○			○	○
2003-D-5	○	○	○	○	○			
2002-K-Ⅰ		○						
2002-K-Ⅱ		○						
2002-K-Ⅲ		○						
2003-K-Ⅹ	○	○		○				○
2003-K-ⅩⅦ	○	○	○		○		○	
계	39	21	22	23	9	6	15	21

문항 번호는 이 표에 정리된 문제/주제들을 해결했던 시기와 학습 형태를 알아보기 쉽게 붙인 것으로, 2001, 2002, 2003은 시간에 따른 재훈이의 수학적 능력의 변화를 보고자 문제를 풀었던 시점을 알 수 있도록 표기한 것이다. 영재 캠프의 참가자 선발을 위해 제출했던 과제는 A, 선발 면접 과정에서 해결하였던 과제는 B, 캠프에서 활동했던 내용은 C, 개별 면접이나 1:1 상황에서 풀었던 문제를 D, 재훈이가 풀었던 Krutetskii(1976)의 Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ, Ⅵ, Ⅹ, ⅩⅢ, ⅩⅦ 시리즈의 문제는 K로 구분하였고, 전체적으로는 문제를 풀었던 시간 순으로 배열하였다.

<표 Ⅳ-1>을 보면 재훈이의 문제 풀이에서는 수학적 사고 능력이 골고루 나타남을 알 수 있다. 또, 분석틀의 준거에는 포함되어있지 않으나 Krutetskii(1976)가 영재의 사고 특성으로 제시한 추론 과정의 단축이나 사고 과정의 유연성, 수학적 파지력과 같은 특성들이 재훈이의 여러 가지 문제해결 과정에서 나타났다.

재훈이의 경우 문제 풀이 시간이 짧고, 문제 풀이 노트를 살펴보면 그 과정이 생략되어 있으며, 결과만을 제시하는 경우가 잦았기 때문에, 재훈이의 문제 해결 과정이 어떠한 추론 과정을 거친 것인지를 알아보고자 문제 해결 후에 별도로 자세한 풀이를 요구하여 다시 문제를 풀거나, 구술로 설명하도록 하여 문제 해결 과정을 분석하였다.

가. 직관적 통찰 능력

재훈이는 문제 속의 구조나 규칙을 직관적 통찰로서 찾아낼 때가 많았다.

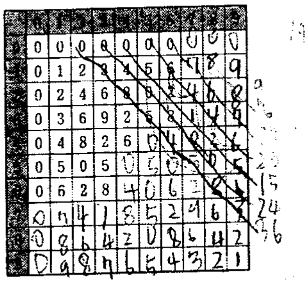
다음 [그림 Ⅳ-1]과 [그림 Ⅳ-2]는 2002년 영재캠프 중 사용했던 문항번호 2002-C-15[1]의 학습지 중 일부이다. [그림 Ⅳ-1]은 곱셈구구표에서 일의 자리만을 적어놓은 표를 보고 그 속의 규칙을 찾는 활동이었는데, 그림에서 알 수 있듯이 표 자체에서 드러나는 규칙뿐만 아니라, 각 행이나 열의 합에서 나타나는 규칙까지도 찾아내곤 하였다. 또, 이 표를 원형 그림으로 그리는 활동도 하였는데, [그림 Ⅳ-2]에서 볼 수 있듯이 재훈이는 이 원형 그림 관찰하여 각 단 사이의 관계를 찾아내었고, 원형그림의 모양이 같은 단은 서로 10에 대한 보수 관계가 있음도 직관적으로 알아내었다[2].

재훈이는 이미 알고 있는 수학적 지식을 필요한 상황에서 적절하게 재생시키는 능력이 뛰어나며, 어디선가 스쳐가듯 본 적이 있는 수학 공식을 문제 상황에서 문득 떠올리고 사용하는 경우도 자주 있다.

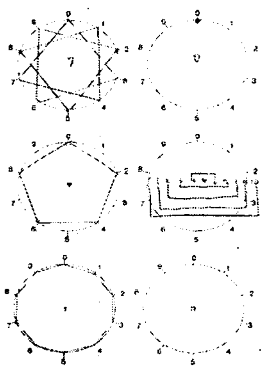
Krutetskii(1976)의 ⅩⅢ에서 선정한 문항번호 2002-D-5[3]의 문제 풀이에서 재훈이는 하나의 문제를 6가지의 방법으로 풀었는데, 그 중에는 이전에 한 번도 사용하거나 연습하지 않았던 연립 일차 방정식의 방법을 이용하여 해결한 것도 있었다. 이 문제를 보자마자 재훈이는 "간단한 방법부터 시작해야지!"라는 말을 하였

1) Digital Sum에서 발견하는 수학의 아름다움, 2002년 1월, 인천교대 영재캠프.
2) 재훈이는 곱셈구구 다음에 제시한 Digital Sum에서도 표와 원형그림을 그리고 규칙을 찾는 활동을 하였는데, 이 때, Digital Sum의 원형그림에서는 10에 대한 보수관계에 있는 두 단의 그림은 그 배열이 같지만 방향은 반대임을 금방 찾았다.
3) "농장에 돼지와 오리가 있습니다. 돼지와 오리의 머리의 수를 세었더니 14개이고, 다리 수를 세었더니 44개였습니다. 돼지와 오리는 각각 몇 마리씩 있습니까?"에 가능한 한 여러 가지 방법으로 문제를 풀어보기를 요구함.

고, 왜 그렇게 하려고 하는지를 묻자, "어려운 것부터 하면 나중에 시시하잖아요."라는 대답을 한 것을 볼 때, 재훈이가 문제를 보면서 여러 가지의 해결 방법이 동시에 직관적으로 떠올랐음을 알 수 있다.



[그림 Ⅳ-1] 2002-C-15



[그림 Ⅳ-2] 2002-C-15

나. 정보의 조직화 능력

재훈이는 문제 이해의 단계에서 조건을 단순화 하거나 특수화 시키는 조작 능력이 뛰어났다. 불충분하거나 과잉 정보를 가진 문제에서 문제의 핵심 구조를 파악하고, 더 필요한 조건이나 불필요한 조건을 찾아내는 능력도 우수하였다. 문항번호 2002-C-10[4]의 풀이 과정의 비디오 녹화기록을 분석한 결과, '원판이 8개일 때의 최소 이동 횟수'를 구하는 문제를 해결함에 있어, 2002년 영재 캠프 참가자 12명 중 유일하게 원판의 개수를 1개, 2개, 3개로 단순화하여 그 사이의 관계를 찾아보고자 하는 시도를 하였으며, 최종적으로 원판이 옮겨갈 기둥이 어디인지에 따라 제일 처음 옮기는 원판이 가야할 기둥이 달라지는, 원판의 개수와 옮겨갈 기둥과의 관계에 대하여 파악하고 원판의 최소 이동 횟수를 구하는 신중함을 보였다.

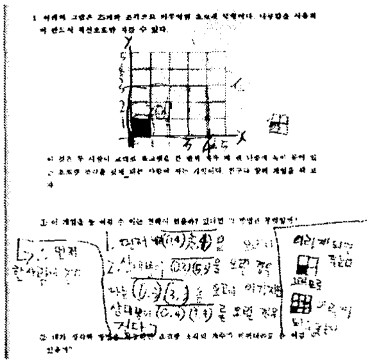
다. 공간화/시각화 능력

재훈이는 문제 상황을 그림으로 나타내거나 기호화 하는 능력이 우수하며, 기호화 한 것을 해석하는 능력도 우수하다. 문항번호 2002-C-9[5]의 풀이인 [그림 Ⅳ-3]을 살펴보면 재훈이는 직교 좌표를 사용하여 25개의 조각들의 위치를 나타내었다. 이는 게임을 항상 이길 수 있는 전략의 설명을 위한 것으로서, 직교 좌표와 더불어 순서쌍을 이용하기도 하였다. 이처럼 자신의 생각이나 수학적 아이디어를 표현하기 위해 적절한 기호나 용어를 사용하는 모습을 종종 볼 수 있다.

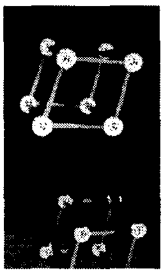
문항번호 2002-B-1[6]의 해결과정에서도 재훈이의 공간감각을 엿볼 수 있다. 이 문제는 2003 영재캠프 참가자 선발 면접에 앞서 선발과제를 제출하기 위해 인천교대를 방문하였을 때 별도의 시간을 내어 제시한 문제이다. 조노돔 시스템으로 만든 4차원 도형의 한 가지 예시(기둥형, [그림 Ⅳ-4])를 보여주면서 그것이 무엇인지를 묻자 그는 섣불리 말하지 않고 매우 신기해하면서 집중하였다.

4) 하노이 탑으로 수학을 즐기자, 2002년 1월, 인천교대 영재캠프.
5) 독이 묻은 초콜렛, 2002년 1월, 인천교대 영재캠프.
6) 조노돔 시스템에서 규칙 찾기, 2002년 12월, 인천교대 영재캠프 선발 면접

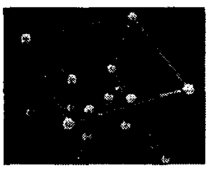
곧이어 어떤 교구 안내 책자에 나와 있는 4차원의 그림자라는 [그림 Ⅳ-5[7]]를 보여주면서 "이것이 4차원이라고 하는데 어떻게 생각하는가?"라고 물었더니, 그는 [그림 Ⅳ-5]는 정육면체에 구멍을 하나 뚫어 줄여놓은 모양이고, [그림 Ⅳ-4]는 사각기둥을 나란히 옮겨놓은 모양이라고 했다. 이는 처음 보는 도형을 자신이 알고 있는 수준에서 쉽게 시각화해낸 것으로 볼 수 있다.[8)]



[그림 Ⅳ-3] 2002-C-9



[그림 Ⅳ-4] 2002-C-9



[그림 Ⅳ-5] 2002-C-9

조노돔 시스템으로 만든 4차원 기둥([그림4])을 가지고 그 속에 있는 꼭지점과 모서리, 면, 입체의 개수를 세어 보게 했더니 면의 개수를 찾는 일에서 단 한번의 실수를 했지만 매우 빠르게 직관적으로 각각 16, 32, 24, 8를 찾아냈는데, 이를 수행하는 과정에서 관계를 통해 파악하는 공간 지각력이 우수한 것으로 보였다. 이후에 여기서 찾은 점, 선, 면의 개수를 바탕으로 표를 만들고 n차원에서의 일반화 공식을 만들기도 하였다. 이처럼 재훈이는 대상에서 수학적인 요소들을 추출하여 공식화 하는 것과, 이런 공식을 이용하여 대상을 회전시켰을 때, 혹은 4차원 공간 등의 확장된 공간에서의 대상의 모습을 머릿속에서 그리고 해석하는 것에 뛰어난 능력을 보였다.

라. 수학적 추상화 능력

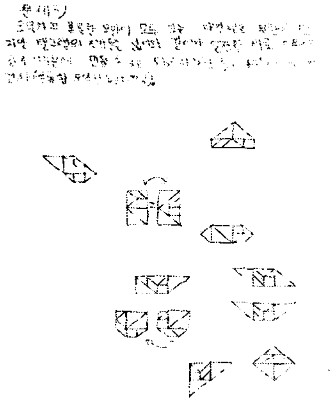
[그림 Ⅳ-6]은 재훈이가 2002년 인천교대 영재캠프에 참가하기 위하여 제출한 선발 과제 중 하나로, 7조각으로 이루어진 탱그램의 각 조각을 움직여서 만들 수 있는 볼록 다각형의 그림을 그리고 왜 그것이 전부인지를 설명하는 문제에 관한 것이다.

재훈이는 [그림 Ⅳ-6]에서 볼 수 있는 것과 같이 대상의 색이나 이루고 있는 작은 조각들의 양, 배열 방법 등과 같은 속성을 배제하고, 만들어 진 도형의 겉모습이라는 속성에 초점을 맞추어 생각하고 있다. 특히 서로 다른 배열을 하였으나 겉모습이 같은 도형을 한가지로 간주하여 생각하고 있다.

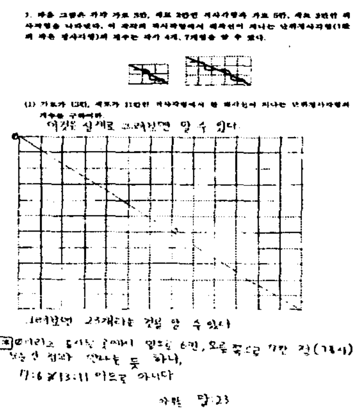
---

7) Tennant's Hypercube. 아랍 에미레이트 Zayed대학 교수인 Raymond F. Tennant 박사가 조노돔 시스템을 이용하여 추상적인 수학 구조를 만들면서 사용하는 예시이다.
http://new.zonodome.co.kr/image2/Dr%20Raymond%20Tennant.pdf

8) 송상헌(2003)은 <그림 Ⅳ-4>가 닮음 변환을 통해 표현한 4차원 도형의 한 가지 예임을 밝히고 있다. 재훈이는 2003년 1월 인천교대 영재캠프 "4차원 도형 탐구"시간에서 이 도형을 다루면서 유추적인 사고를 활용하여 3차원 도형의 평행이동을 통해 만들어진 4차원 도형임을 쉽게 파악해 내었다.



[그림 Ⅳ-6] 2001-A-3



[그림 Ⅳ-7] 2002-A-1

[그림 Ⅳ-7]은 2003 영재캠프 참가자 선발 과제 중 "격자 직사각형의 한 대각선이 지나는 단위 정사각형의 개수를 구하여라."라는 문제의 풀이이다. 처음에는 가로 13칸, 세로 11칸의 직사각형을 실제로 그려서 문제를 해결하였다. 그러나 '주의*'라고 표시한 곳을 보면 대각선을 그어보았을 때, 실제 그림에서는 어떤 한 점에서 만나는 것처럼 보이나 비율이 $7:6 \neq 13:11$ 이므로 실제로는 만나지 않는다고 설명하였다. 그리고 그림에서 보이는 것에 얽매이지 않고 이상화시켜 문제를 풀었으며, 그 다음부터는 규칙을 찾아내어 직접 그릴 필요가 없음을 알아내었다. 또, 가로와 세로의 칸 수가 특별히 정해지지 않았을 때, 이와 같은 직사각형에서 한 대각선이 지나는 단위 정사각형의 개수를 구하는 다음의 공식을 찾아내었다.

$$\begin{aligned}&(\text{대각선이지나는단위정사각형의수})\\&=(\text{가로의칸수})+(\text{세로의칸수})-(\text{가로와세로의최대공약수})\end{aligned}$$

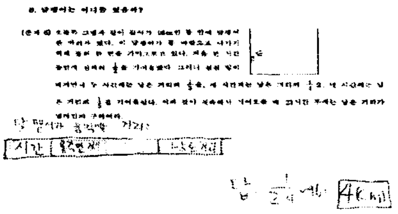
이상으로 볼 때, 재훈이는 대상에서 수학적으로 의미 있는 것만을 추상화시키는 능력이 뛰어남을 알 수 있다.

마. 수학적 추론 능력

1) 귀납적 사고

재훈이는 귀납적 사고를 할 때 고찰의 대상이 많지 않아도, 곧 일반적인 규칙을 찾아내는 특성을 보인다. 수학적으로 능력이 있는 학생들은 일반적으로 일반화 및 적용 능력이 뛰어난데, 이는 이러한 귀납적 사고를 기반으로 하는 것으로 생각된다.

[그림 Ⅳ-8]는 재훈이가 2003년 영재 캠프에서 해결하였던 문항번호 2003-C-6의 풀이이다.



[그림 Ⅳ-8] 2003-C-6

처음에 재훈이는 달팽이가 움직인 거리를 알아보기 위해 표 만들기를 시도하였으나 곧 답을 적었다. 영재캠프에 참가하고 난 후에 쓴 일기 [그림 Ⅳ-9]를 살펴보면 재훈이가 이 문제를 해결할 때 사용한 사고 전략을 알 수 있다. [그림 Ⅳ-10]는 캠프가 끝나고 나서 연구자와의

개별 면접을 할 때, 이 문제를 어떤 과정으로 해결하였는지 자세히 적어달라고 하자 원래 풀었던 문제지에 보충 풀이를 적은 것이다. 재훈이는 이 문제를 해결하기 위해 달팽이가 움직인 거리와 남은 거리 사이의 관계를 살펴보고, 움직인 거리를 계산하는 것은 쉬운 일이 아님을 금방 알아냈다. 그리하여 남은 거리를 이용하여 푸는 방법을 생각하였고, 남은 거리를 구하는 식은 분자와 분모가 서로 약분이 되어 계산이 쉽다는 것을 알아내어 문제를 해결하였다.

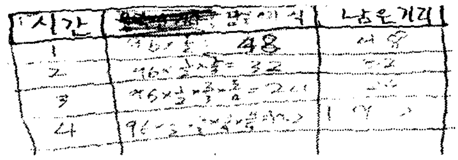
그리고 이 방법을 이용하면 매 시간 계산을 하지 않더라도 23시간째에는 $96\times\frac{1}{24}=4$의 거리가 남는다는 것과, n시간 후에는 $96\times\frac{1}{n+1}$ 만큼의 거리가 남음을 알아내었다.

… 재미있는 것은 6번인데 96cm의 높이의 통을 달팽이가 기어오르는데 1시간에는 $\frac{1}{2}$, 다음 시간에는 $\frac{1}{3}$, 또 다음 시간에는 $\frac{1}{4}$ 이런 식으로 조금씩 앞으로 나아갈 때 23시간째에는 몇 cm를 남기고 있는가를 구하는 문제이다.

이것은 나 같은 초보자들이 대수적 방법으로 풀 수 있는 문제가 아니었다. 무한급수조차도 아니니 수식으로 푸는 것이 너무나도 어려웠다. 경헌이는 계산기를 이용하여 열심히 풀고 있었다. 그런데 표를 만들어보니 특이한 규칙을 발견할 수 있었다. 정말 그 사실이 구세주로 생각되었다. 남아있는 길이도 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ 로 줄어드는 것이다. 즉 23시간째에는 $\frac{1}{24}$, 4cm를 남기고 있게 된다. 신기한 일이다.

6번이 그렇게 어렵진 않은 모양이다.…

[그림 IV-9] 2003년 1월 21일 재훈이의 일기 中



[그림 IV-10] 2003-C-6

2) 유추적 사고

문항번호 2002-C-15([그림 IV-1], [그림 IV-2] 참고)의 풀이를 보면, 재훈이는 구구단의

각 단 사이의 관계를 살펴보고, 원형그림의 모양이 같은 단은 서로 10에 대한 보수 관계가 있음도 직관적으로 알아내었다. 그 후 Digital Sum 표에서 규칙을 찾아 원형그림으로 그리는 활동을 할 때에는 곱셈구구표에서 찾았던 규칙이 Digital Sum 표에서도 똑같이 적용되지 않을까하는 생각으로 문제에 접근하였다. 그 결과 Digital Sum은 곱셈구구와 달리 원형그림의 모양이 같은 단은 서로 9에 대한 보수관계에 있다는 것과, 두 단의 그림은 그 배열이 같지만 그려지는 방향은 반대임을 금방 찾았다. 이미 자신이 알고 있는 곱셈구구표의 원리가 새로운 Digital Sum이라는 새로운 연산에서도 적용되지 않을까, 두 연산의 구조가 비슷하지 않을까라는 가설을 전제로 하여 그 풀이방법을 모색하려는 유추적 사고에서 비롯한 행동임을 알 수 있다.

문항번호 2002-A-1[9]을 풀고 난 후, 재훈이는 3차원이나 4차원에서도 성립하는 일반화 공식은 없을까 고민하였다. 그 결과 [그림 IV-11]에서 볼 수 있듯이 2차원에서의 일반화 공식을 바탕으로 3차원에서는,

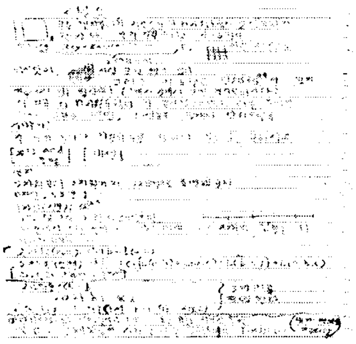
$a+b+c-L(a,b)+L(a,c)+L(b,c)+L(a,b,c)$

라는 공식이 성립할 것이라는 가설을 세우고

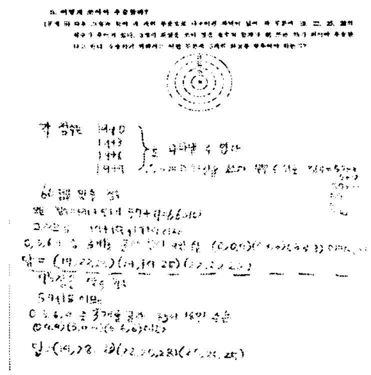
9) [그림 IV-7]에서 보았던 '격자 직사각형에서 한 대각선이 지나는 단위 정사각형의 개수'를 구하는 문제임. 2002년 12월, 인천교대 영재캠프 선발 과제.

증명을 시도하였다. 여기에서도 기지의 사상을 바탕으로 미지의 사상의 성질이나 법칙을 찾아 보려는 유추적 사고가 나타났다. 그러나 아직 그 증명을 완성하지는 못했다[10].

기하 증명을 비롯한 논증에는 연역적 사고가 동반됨을 볼 때, 재훈이는 연역적 사고 능력이 뛰어나다는 것을 알 수 있다.



[그림 Ⅳ-11] 2002-A-1의 3차원으로의 일반화



[그림 Ⅳ-12] 2003-C-5

3) 연역적 사고

재훈이의 문제 풀이에서는 분석적 사고와 종합적 사고를 하는 경향이 나타난다.

[그림 Ⅳ-12]은 문항번호 2003-C-5의 풀이이다. 그림에서 볼 수 있는 것과 같이 재훈이는 어떠한 기준 만들고, 그 기준에 따라 분석적으로 문제를 해결하였다.

이 문제의 경우, 재훈이가 풀어본 적이 있는 유형이었기 때문에 빠르고, 쉽게 해결할 수 있었으나, 보다 우아하고 세련된 풀이를 하려고 노력하였다. 그 결과 각 점수(19, 22, 25, 28)를 19에 대한 식으로 정리하고, 이를 이용하여 일반해를 구할 수 있도록 하였다.

그 밖에도, 재훈이는 증명하는 것에 관심이 많고, 도전하기를 좋아한다. 스스로 푼 문제를 정리하는 문제 풀이 노트에는 골드바하의 추측을 비롯하여, 히포크라테스의 초승달과 같은 문제에 대해 증명을 시도한 것이 기록되어 있다.

바. 일반화 및 적용 능력

Krutetskii(1976)에 의하면 수학적으로 능력이 있는 학생들은 다양하고 특정한 문제들 사이에 숨어있는 일반성을 쉽게 찾아내고, 외견상 감추어진 현상의 내재된 본질을 보고, 외견상 다르고 구별되는 것 중에서 무엇이 주된 것이고, 기본적이고, 일반적인가를 파악하는 능력이 뛰어나며, 심지어는 문제를 풀기도 전에 일반화하려고 하는 경향이 있다고 하였다.

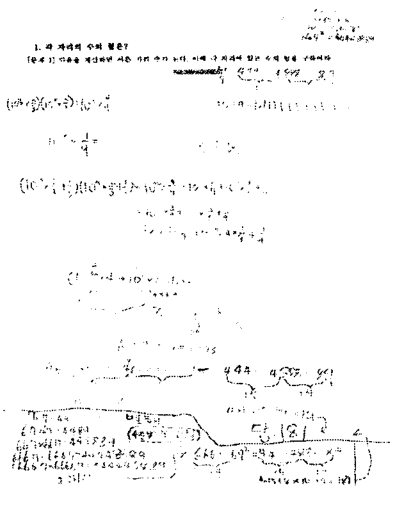
다음 [그림 Ⅳ-13]는 재훈이가 2003년 영재캠프에서 해결하였던 문제이다. 문제에서 요구하는 것은 $666666666666667^2 \times 666666666666667^2$의 각 자리수의 합이다. 이 문제를 해결하기에 앞서 재훈이는 문제를 보자마자 $\left(10^{15} \times \frac{2}{3}\right)\left(10^{15} \times \frac{2}{3}\right) = 10^{30} \times \frac{4}{9}$를 적었다. 이는 $\frac{2}{3} = 0.66666\ldots$임을 이용하여 문제를 해결할 수 없을까 하는 생각과 동시에 6의 개수가

10) 박교식(2003)의 연구에 의하면 재훈이가 세운 가설은 참이다.

n개 일 때의 풀이를 찾아보려는 시도였다. 이렇게 계산을 해 본 후에 다른 아동들이 사용하였던 일반적인 방법인

$$\begin{aligned} 7\times7 &= 49 \\ 67\times67 &= 4489 \\ 667\times667 &= 444889 \\ 6667\times6667 &= 44448889 \end{aligned}$$

의 방법을 사용하여 자신의 풀이를 확인하였다.



[그림 Ⅳ-13] 2003-C-1

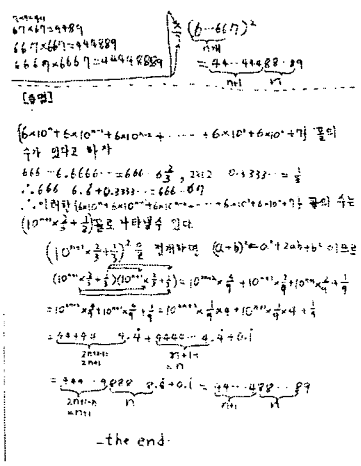
재훈이의 일기([그림 Ⅳ-14])를 살펴보면 그는 캠프 당시에는 이 문제에 대한 일반적인 공식을 찾지는 못했다. 하지만 캠프가 끝나고 난 후에도 이 문제에 대해서 계속 이야기를 하여, 더 풀어보기를 권유하자 [그림 Ⅳ-15]과 같은 풀이를 하였다.

… 1번 문제는 666666666666667^2의 각 자리숫자의 합을 계산하는 문제였는데 처음엔 '66…6'이 $10^{15}\div3\times2$라는 것에 착안하였지만 $(10^n\times6+10^{n-1}\times6+\ldots+10\times6$라는 규칙에 의해 계산해보면 너무나도 쉽게 문제를 풀 수가 있었다. 그러나 그 규칙에 대해서는 나도 증명하지 못했기 때문에 해보려 했지만 그냥 다음 문제로 넘어갔다. …

[그림 Ⅳ-14] 2003년 1월 21일 재훈이의 일기 中

처음 재훈이를 관찰하기 시작한 2001년 12월 제출한 선발 과제나 2002년 영재 캠프에서 풀었던 문제들의 풀이를 살펴보면, 재훈이가 처음부터 일반화 능력이 뛰어났던 것은 아니었다. 일반화 하려는 시도를 계속 하였지만, 그 풀이가 미흡했었는데, 그로부터 12개월이 지난 2002년 12월에 제출한 선발과제 풀이나 2003년 영재캠프에서의 활동한 내용을 살펴보면, 일반화를 하는 능력이 크게 향상되었음을 알 수 있다.

이렇게 재훈이의 능력이 빠르게 향상되는 까닭으로 발전적 사고를 들 수 있다. 재훈이의 경우, 주어진 문제를 해결하는 것보다 자신이 스스로 만드는 문제에 더 흥미와 관심을 보였다. 또, 그가 만든 문제는 독창적이며, 실생활과 관련지어 문제를 만드는 특성을 보였다.



[그림 Ⅳ-15] 2003-C-1의 일반화

3. 수학 영재아의 수학적 태도 및 성향

가. 스스로 나아가서 자기의 문제나 목적·내용을 명확히 파악하려는 태도

재훈이는 문제의 이해 단계에서 그 문제의 뜻이나 문제에서 묻고자 하는 것을 명확히 파악하려는 태도가 보였다. 그 예로 연구자가

"트랙터 운전사는 첫째 날 경작지의 $\frac{8}{21}$, 둘째 날 남은 경작지의 $\frac{7}{13}$을 갈았다. 남은 경작지가 $26\frac{2}{3}$ha이다. 1시간에 $2\frac{2}{5}$ha를 간다면 얼마나 걸릴까?"라는 문제를 제시하였다. 이 문제는 Krutetskii의 연구 중 Borya에게 제시했던 것(1976:219)으로서 선행연구와의 비교를 위하여 선정한 것이다. 그러나 연구자가 영문으로 된 문제를 해석하는 과정에서 문제에서 묻고자 하는 것을 정확하게 나타내지 못하였다. 그러자 재훈이는 전체 면적을 구하는 문제인지, 아니면 남은 경작지를 몇 시간 만에 갈 수 있는지를 구하는 문제인지 명확하게 해달라고 요구하였다.

이렇듯 그는 문제의 의도나 핵심을 파악하고 명확히 하려는 태도가 뛰어났으며, 실제로 2002년 영재캠프 선발 과제 중 5번 문항(A4 용지의 크기에 관한 문제)에 대한 분석을 보면 문제에 대한 이해도가 같은 학년이나 그 보다 상위 학년의 학생들에 비해서도 매우 높음을 알 수 있다.

나. 이치에 닿으며 조리 있는 행동을 하려고 하는 태도

재훈이는 생소한 문제를 제시받으면, 한동안 문제를 빤히 쳐다보기만 하고 있을 때가 많았다. 그런 행동은 그를 처음 대하는 사람들에게 재훈이가 문제를 이해하지 못하거나 부진한 것으로 오해할 수 있으나, 사실은 문제 풀이에 앞서 문제를 개괄적으로 파악하여 해결 방안이나 결과를 예상해보는 것이었다. 영재캠프에 참가하는 동안 재훈이가 그런 행동을 했을 때, 재훈이의 행동에 대해 이해를 하지 못한 보조교사가 문제 뜻을 다시 설명해 주려고 하자 짜증을 내기도 하였다.

2002년 1월 영재캠프에서, 나무로 만들어진 하노이 탑 교구를 문제 제시에 앞서 나누어주자 대부분의 학생들은 교구를 받자마자 원판을 무작정 이리저리 옮겨보는 활동을 하였다. 그에 비해 재훈이는 문제를 이해한 후에도 한참을 뚫어지게 바라보고 난 후에야 원판을 옮기는 조작 활동을 시작했다. 그러면서 제시된 문제인 원판이 8개일 경우를 시도하지 않았다. 단순화하여 원판이 1개일 때, 2개일 때, 3개일 때의 경우를 살펴보았으며, 조작활동을 하면서 한 번 해보았던 절차를 다시 하지 않도록 기록을 하여 원판을 옮겨보는 전체 시행 횟수를 최소화하였다. 원문제인 원판이 8개일 경우는 조작 활동을 몇 번 하지 않고 바로 답을 구하였다. 나중에 그의 풀이를 살펴본 결과 그에게 조작활동은 자신이 예상한 결과를 확인하는 수단이었을 뿐 해를 구하는 것을 조작에 의존하지는 않았다.

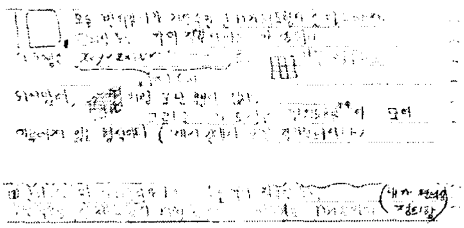
이러한 특성은 교구를 이용한 활동에서 많이 나타났다. 폴리드론을 이용하여 다면체를 만드는 시간에 다른 학생들이 보다 화려한 모양을 가진 입체도형을 만들거나, 보다 크게 만드는 시도를 할 때, 재훈이는 정다면체와 준정다면체와 같이 수학적으로 의미 있는 도형들을 만들고, 그 입체도형들 사이의 관계를 살펴보는 것에 더 집중을 하였다.

이렇게 목적에 부합하는 행동을 하려는 태도와, 해결 방안이나 결과를 개괄적으로 예상해 보려는 태도는 모두 이치에 닿으며 조리 있는 행동을 하려는 태도이다.

다. 내용을 간결·명확히 표현하려는 태도

재훈이는 문제에 대한 풀이를 적을 때(특히 증명을 할 때), 표현에 무척 신중한 모습을 보였다. 또, 용어의 사용에 있어서 정확한 개념을

사용하려고 애쓰며, 자신이 사용하는 용어에 대한 부연설명을 하여 정확하게 전달하고자 한다. 또한 그의 문제 풀이에는 표나 그림이 자주 등장하는데, 이는 표현을 정확하게 하려는 시도이다.



[그림 Ⅳ-16] 2002-A-1

[그림 Ⅳ-16]은 문항번호 2002-A-1과 관련하여 n차원으로 일반화 시킨 문제의 풀이 중 일부이다([그림 Ⅳ-11]과 관련). 재훈이는 자신의 증명에서 '단위도형'이라는 용어를 사용하면서 이 용어에 대한 자신의 정의를 각주에서 설명하였다. 이렇듯 자신이 사용하는 용어나 기호에 관해 정의를 하여 명확한 의미를 갖도록 하는 행동은 내용을 간결·명확히 하려는 태도에서 비롯된다.

라. 보다 나은 것을 구하려 하는 태도

재훈이는 문제 풀이를 할 때 자신의 문제 해결 과정이나 결과의 타당성을 점검해보고, 보다 나은 것을 구하려는 행동을 하였다. 그러한 행동은 재훈이의 일기를 통해 엿볼 수 있는데, 그는 영재캠프를 비롯한 각종 수학이나 과학 관련 수업, 경시대회 등에 참여하고 난 후에는 이와 관련한 일기를 썼다. 일기에는 자신의 해결 방법에 대한 반성을 하거나, 보다 나은 방법을 구하고자 했던 자신의 행동에 대한 기술이 포함되어 있다.

[그림 Ⅳ-17]은 Krutetskii의 연구 중 외견상으로는 유사하나 본질적으로 상이한 문제를 구별해내는 문제(문항번호 2003-D-4)[11]를 선정하여 제시했던 날 쓴 일기에서 발췌한 것이다. 그는 문제를 보자마자 "두 문제가 비슷한 것 같지만 서로 다른 문제"라고 말을 하였고, 이전에 그와 유사한 문제를 경시대회 풀어보았던 경험이 있다고 하였다. 그의 말에 의하면 그 당시에도 정답을 구했다고 한다. 그러나 일기를 살펴보면 자신이 그동안 풀어왔던 방법에 대해 반성을 하고, 확실히 이해하지 못했던 부분에 대해서 다시 확인을 하는 것을 볼 수 있다.

… 사실 $x$km/h로 달린 시간과 $y$km/h로 달린 시간이 같은 경우, $\frac{x+y}{2}$ km/h로 두 수의 산술평균과 같았다. 반면 두 속력으로 달린 거리가 같은 경우 함정을 피하여야 한다.
거리가 T인 경우, $\dfrac{T}{\dfrac{T}{x}+\dfrac{T}{y}}$ km/h로 이 경우에만 함정이 있었다. 이 때까지 내가 문제의 유형조차 모르고 있는지는 몰랐다. 하지만 이 문제로 그런 점에서 다르다는 것을 깨닫게 되었다.…

[그림 Ⅳ-17] 2003년 4월 5일 재훈이의 일기 中

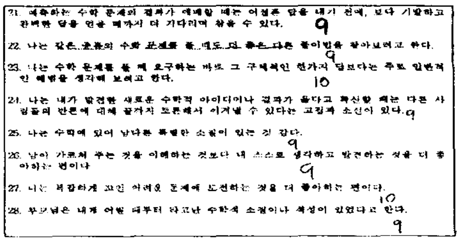
재훈이는 이전에 한 번 풀어보았던 문제에 대해 오랜 시간이 흐른 후에 물어보아도 대부분 기억을 하고 있었고, 정답을 얻기에 실패한 문제는 오랜 시간이 걸리더라도 답을 찾아내는 과제 집착력을 보이기도 하였다. 또, 한 번 해결했던 문제이지만 다시 헤매는 경우는 자신이 확실하게 공부하지 않았기 때문이라며 반성을 하기도 하였다. 이렇듯 재훈이는 알고 있는 문제의 풀이에서 답을 구하는 것에 급급해하지 않고, 보다 세련되고 우아한 풀이나 일반적인

11) Krutetskii(1976:250, Shapiro's study)

풀이를 구하려는 시도를 하였다. 이러한 반성적 사고와 더 나은 것을 구하려는 태도로 인해 학원이나 과외의 도움을 받지 않고도 재훈이의 수학적 능력은 빠르게 발전하고 있다.

마. 수학에 대한 흥미와 자신감

재훈이는 수학을 좋아한다. 그는 새로운 수학적 지식을 알아나가는 것을 큰 기쁨으로 생각하고, '더 어려운 문제'에 대한 도전을 즐긴다. 어려운 문제를 발견하거나 풀었을 때, 그의 일기에서는 "너무너무 재미있다.", "이런 문제는 수십 개도 더 풀고 싶다.", "거의 정신이 나갈 정도로 재미있었다." "너무 재미있어서 기절할 지경이었다."와 같은 표현을 볼 수 있다. 하지만 수학적 지식(공식, 원리, 법칙 등)을 아는 것보다는, 그것이 유도되기까지의 과정을 아는 것을 더 좋아하며 스스로 그런 수학 공식이나 원리를 '증명'하기를 원한다. 하지만 새로운 사실을 알거나 발견했을 때조차도, 누군가의 설명이나 도움을 받았을 때에는 아쉬워하였고, 온전히 자신의 노력으로 새로운 사실을 발견하고자 노력하였다. 자기가 만드는 것, 자기 혼자만의 힘으로 해결하는 것에 대한 집착이 강했고, 이는 수학에 대한 자신감에서 비롯하는 것으로 보였다. 그의 일기에는 "엄청나게 일반적이고 독특한 규칙을 찾아내 기뻤다. 나만이 생각해 낼 수 있을 것이다."라는 표현이 등장하기도 한다. 수학적 행동 특성 검사[12)]를 실시한 결과, [그림 Ⅳ-18]과 같이 그는 자신에게 대부분 척도의 만점인 9점을 주었고, 심지어 10을 주기도 하였는데, 그의 일기([그림 Ⅳ-19])를 살펴보면, "9로 대답하기에는 너무 답답하여 10을 주었다"라고 적고 있다.


21. 복잡한 수학 문제의 결과가 애매할 때는 어설픈 답을 내기 전에, 보다 기발하고 완벽한 답을 얻을 때까지 더 기다리며 참을 수 있다. 9
22. 나는 같은 종류의 수학 문제를 풀 때도 더 좋은 다른 풀이법을 찾아보려고 한다. 9
23. 나는 수학 문제를 풀 때 요구하는 바로 그 구체적인 한가지 답보다는 주로 일반적인 해법을 생각해 보려고 한다. 10
24. 나는 내가 발견한 새로운 수학적 아이디어나 결과가 옳다고 확신할 때는 다른 사람들의 반론에 대해 끝까지 토론해서 이겨낼 수 있다는 고집과 소신이 있다. 9
25. 나는 수학에 있어 남다른 특별한 소질이 있는 것 같다. 9
26. 남이 가르쳐 주는 것을 이해하는 것보다 내 스스로 생각하고 발견하는 것을 더 좋아하는 편이다 9
27. 나는 복잡하게 꼬인 어려운 문제에 도전하는 것을 더 좋아하는 편이다. 10
28. 부모님은 내게 어릴 때부터 타고난 수학적 소질이나 재능이 있었다고 한다. 9

[그림 Ⅳ-18] 재훈이의 수학적 행동 특성 검사지 中

인천교대 강의실로 들어와서 설문조사 같은 특성 조사를 하였는데 9가 가장 높은 수치였고, 나는 거의 다 9에 해당되었다. 참 우습게도 9이다.
어떤 질문은 "나는 문제가 해결되어도 그 문제에 대한 일반적인 해법을 찾으려고 노력한다."라는 것이었는데 9로 하기가 답답해서 심지어 10이라고 쓰기도 했다. 다른 것이 모두 9인데 이 질문은 더욱 더 나에 대해 정확했으므로 10이라고 하는 수밖에 없었다. 답답해서 혼났다.

[그림 Ⅳ-19] 2003년 2월 7일 재훈이의 일기 中

바. 수학적 기질의 유형

Krutetskii는 수학자를 연구함으로서 얻은 데이터를 바탕으로 수학적 기질의 유형(Type of Structures in Mathematical Cast Mind)을 기하형, 분석형, 조화형으로 분류하고, 각 유형에서 나타나는 특성에 관해 기술하였다. 재훈이의 경우 "조화형"의 기질이 엿보인다. 그는 공간 지각능력과 공간 시각 능력 등 공간 감각이 뛰어났고, 평면 도형이나 입체도형과 같은 기하 개념도 정확히 형성되어 있었다. 이와 함께 추상적 도식을 능숙하게 다루고, 대수적으로 제시된 문제를 시각적 이미지로 바꾸거나 시각-회화적 요소가 있는 문제를 대수적으로 바꾸는데 어려움이 없었다.

처음 재훈이를 관찰하던 시기(3학년)에는 시각적 이미지에 의존하여 문제를 푸는 경우가

12) 이 검사는 0~9까지의 10단계 척도로 만들어진 것으로, 송상헌(1998, 2000)의 수학적 행동 특성 검사지를 수정하여 이용함.

많았으나, 시간이 지나면서 구체물의 조작이나 그림 등을 사용하지 않고(오로지 머리 속에서 이러한 이미지를 그리고), 대수적으로 해결하려는 경향이 나타났다. 이는 일반 학생들에 비해 인지 발달이 빠르기 때문에 추상적 사고를 할 수 있는 능력도 빠르게 발달함에 따라 나타나는 현상으로 보이는데, 언어-논리적 요소가 발달함으로 인해 "기하형"에서 "조화형"으로 변화한 것으로 생각된다.

V. 결 론

본 연구의 분석 결과를 바탕으로 수학적 사고, 수학적 태도, 수학적 성향, 인지 발달, 수학적 의사소통 측면에서 다음과 같은 결론을 얻게 되었다.

첫째, 수학 영재아는 문제 해결에서 직관적 통찰 능력을 바탕으로 추상화/시각화 능력을 사용하여 핵심적인 내용만을 축약시켜 표현하려고 한다.

본 연구에서 분석의 대상으로 삼았던 48개의 문항 중 39개의 문항에서 연구대상자는 직관적 통찰이 나타났는데 이는 분석 항목 중에서 가장 많은 빈도를 차지하는 것이다. 문제 풀이 과정에서 직관적 통찰력은 사고 과정의 단축을 이끌고 이로 인해 빠른 속도로 문제를 해결하는 특성을 보인다.

본 연구의 대상자는 문제(또는 주제)를 해결할 때, 그가 이미 가지고 있는 많은 수학적 지식을 필요한 상황에서 적절하게 재생시키는 능력이 뛰어났으며, 이는 그의 직관적 통찰 능력의 바탕이 된다. 또, 그는 책을 읽으며 혼자 학습 하는 능력이 뛰어났다. 누군가가 자신에게 설명을 하거나 가르쳐 주려는 행동을 싫어하였고, 자기 혼자만의 힘으로 해결하는 것을 좋아하였다. 이러한 자기 주도적 학습 능력으로 인해 그는 직관적 통찰 능력의 바탕이 되는 수학적 지식들을 빠르게 습득하고, 자신의 것으로 만들어 유사한 구조나 상황의 문제에 적용하고 발전시켜나갔다.

둘째, 수학 영재아는 주어진 문제를 해결하여 그 답을 구하는 것에만 그치지 않고, 보다 나은 풀이를 찾아보려는 태도를 바탕으로 일반화하고 통합/발전/적용하려는 경향이 있다.

연구 대상자는 어떤 기준을 세우고 그에 따라 분석적인 풀이를 하는 능력과 수학적 귀납법을 바탕으로 발견해낸 수학적 사실들을 일반화하고 발전시켜 적용하는 능력이 뛰어났는데, 이렇게 수학적 추론을 사용하여 일반화 하는 능력은 그의 뛰어난 공간화/시각화 능력을 통해 종종 일반적인 해를 구하는 공식을 찾는 활동으로 확장되기도 하였다.

이러한 일반화 능력은 보다 나은 것을 찾아보려는 태도와 발전적 사고에서 비롯한 것임을 알 수 있다.

셋째, 수학 영재아는 수학 분야에서의 왕성한 지적 욕구를 가지고 자기 주도적인 학습을 즐기며, 수학적으로 가치가 있는 성취에서 보다 큰 희열을 느낀다. 그는 수학적으로 보다 심화되고 수준 높은 지식을 얻고자하는 욕구를 바탕으로 쉬운 문제보다는 어렵고 복잡한 문제에 도전하려고 하며, 단순히 주어진 문제를 풀기보다 새로운 문제를 만드는 것에 흥미를 보인다.

넷째, 수학 영재아는 교구를 사용한 조작 활동 보다는 증명하기 등과 같은 수학적 추론과 추상적 사고를 선호하는 것으로 나타난다. 그는 큰 수나 4차원 도형과 같은 추상적 개념 및 도식을 다루는 것에 능숙하였다. 그에게는 초등학교 3학년 때 이미 추상적 사고를 할 수 있는 능력이 발견되었으며, 주어진 구체적 사실

이나 명제를 바탕으로 가설을 설정하고 이를 연역적으로 증명하는 가설 연역적 사고를 하려는 경향이 있다.

다섯째, 수학 영재아는 일반 학급의 또래집단이나 교사와의 수학적 의사소통에 어려움을 겪는다. 이는 학교생활에 적극적으로 참여하기보다는 관찰자 혹은 방관자의 역할을 하게 하였으며, 부적응 행동을 보이기도 하는 등 사회성 발달에 좋지 않은 영향을 미치고 있는 것으로 나타났다. 그러나 비슷한 능력을 지니고 있는 또래와 함께하는 수업에서는 참여도가 높았고, 적극적으로 의사 표현을 하였다. 자신이 알고 있는 것에 대해 이야기 하고자 하는 욕구가 강하여 다른 사람이 설명해주는 것을 듣고 배우기보다는 스스로 설명하고, 스스로 배우는 방식을 더 선호하였다.

이러한 결과가 모든 학생들에게 일반화될 수는 없겠지만 수학 영재교육의 교육과정, 선발, 교수-학습 자료 개발, 교수법, 교사 양성의 각 부분에 주는 시사점은 다음과 같다.

첫째, 수학 영재아는 일반 아동에 비하여 인지 발달 정도가 빠르고, 자기 주도적 학습 능력으로 인해 학습 진행 속도가 빠르다. 따라서 학교에서의 생활은 이미 알고 있는 내용의 반복일 때가 많고, 이는 학교생활에 적응을 하지 못하게 하는 한 원인이 된다. 또한 학급 내에서 교사와의 관계나 또래 집단 상호간에 수학적 의사소통이 되지 않는 것도 학교에서 부적응 행동을 보이게 하는 원인이라고 할 수 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 수학적으로 능력이 뛰어난 학생들에게는 부분적인 속진을 가능하게 하여, 자신의 능력과 수준에 맞는 교육을 받을 수 있도록 해야 하고, 같은 능력을 가진 학생들끼리의 수학적 의사소통을 할 수 있는 기회를 주어야 한다.

또, 교과 내용에 대한 교육과 함께 상담 교육 및 진로 교육도 병행하여 이들이 학교생활을 즐겁게 할 수 있게 해야 하며, 나아가 자신의 능력에 맞는 진로를 개척하여 개인의 행복을 추구할 수 있을 뿐만 아니라 그의 능력이 국가와 사회의 발전에 이바지 할 수 있도록 해야 한다.

둘째, 영재의 특성은 어느 한 가지 특정한 능력이 독립적으로 나타나기보다는 여러 가지 능력이 통합적으로 나타난다. 이는 영재 선발에 있어서 분석적인 방법뿐만 아니라 여러 가지 행동 특성을 통합하여 볼 필요가 있음을 시사한다. 따라서 영재 교육원이나 영재학교의 대상자 선발 시 일회성 면접이 아닌 캠프 등을 통한 지속적인 관찰을 할 필요가 있다.

셋째, 수학 영재는 이미 알고 있는 수학적 지식이 다양하다. 이러한 수학 영재들에게는 단순히 수학적 사실이나 소재를 소개해주는 것보다는 심화된 내용을 바탕으로 자기가 스스로 연구해 나갈 수 있도록 자료를 제시하는 것이 바람직하다. 따라서 수학 영재들에게 위한 교육프로그램은 문제 풀이형이나 주제 학습형의 자료보다는 창의적인 문제해결형과 깊이 있는 주제 탐구를 통해 창의적인 산출물을 만들어 내도록 하는 과제 개발형, 그리고 전문가 수준의 개별연구를 할 수 있게 하는 연구형 프로그램을 개발해야 한다. 이를 통해 그들이 스스로 학습을 할 수 있게 하고 성취감을 맛볼 수 있게 해야 한다.

넷째, 수학 영재는 자기주도적인 수행을 통해 학습하기를 즐기며, 자신이 알고 있는 것을 확인해 보고자 하는 욕구가 강하고, 이를 통해 스스로 자신의 수학적 능력을 발전시켜나가는

특성이 있다. 이러한 특성에 맞도록 교사의 일방적인 설명보다는 창의적인 사고를 유발할 수 있는 적절한 발문을 하는 것이 매우 중요하다. 그리고 그들의 말을 이해하고 확인해줄 수 있는 교사와의 개별 사사가 필요하다. 따라서 교수 방법에 있어서 심화 과정을 이수하면서 개개인의 필요에 따라 속진의 내용을 도입하여 자기 주도적 학습을 할 수 있는 안내된 (재)발명 교수법 혹은 창의적 개별 연구의 방법으로 지도하는 것이 필요하다.

다섯째, 수학 영재는 수학적으로 심화된 지식을 배우고자 하는 욕구가 강하다. 따라서 수학 영재를 지도할 교사는 교과 내용에 대한 폭넓은 지식을 갖추도록 하는 것이 필요하다. 그러나 현재 운영되고 있는 지역 공동체 영재 학급이나 지역 교육청 부설 영재교육원에서 영재교육을 담당하고 있는 교사들은 스스로 자신의 수학에 대한 지식이나 수학적 능력의 한계로 영재를 지도하는 것에 부담을 느끼고 있는 것이 현실이다.

이를 위해 영재교육을 담당하는 교사들의 양성 및 재교육을 목표로 하는 연수에서 수학 교과에 대한 심화된 지식을 갖출 수 있도록 하는 교육과정을 편성하여 운영하는 것이 필요하다.

참고문헌

김홍원 · 김명숙 · 송상헌(1996). **수학 영재 판별 도구 개발 연구 보고서(I)**. 한국교육개발원.

박교식(2003). 수학화 교수 · 학습을 위한 소재개발 연구: 격자 직사각형의 한 대각선이 지나는 단위 정사각형의 수와 그 일반화. **수학교육학연구, 13**(1), 57-75

박인수(2002). 초등 **영재자매의 놀이 및 문제해 결의 특성**. 건국대학교 석사학위논문.

송상헌(1998). **수학 영재성 측정과 판별에 관한 연구**. 서울대학교 박사학위논문.

송상헌(2000). 수학 영재아들을 위한 행동특성 검사지의 개발과 활용에 관한 연구. **학교수학, 2**(2), 427-457.

송상헌(2003). 형식불역의 원리를 통한 고차원 도형의 탐구. **수학교육학연구** 13(4), 495-506.

송인섭 외 편역(2001). **영재교육의 이론과 방법**. 학문사

윤여홍(2000). 영재의 심리적 특성과 정서발달을 위한 상담. **한국 심리학회지, 19**(1), 79-101.

이수웅(1999). **수학영재의 지적 특성에 관한 사례연구**. 건국대학교 석사학위논문.

이용률 · 성현경 · 정동권 · 박영배 공역(1992). **수학적인 생각의 구체화**. 경문사

이용률 · 성현경 · 정동권 · 박영배 공역(1992). **문제해결과정과 발문분석**. 경문사

이지훈(2000). **사례연구방법**. 도서출판 대경

정태희(2002). 영재의 정서 및 사회성 발달. 연수교재 PM 2002-1. **영재교육-이론**, 68-77. 한국교육개발원.

Keating, D. P. (1974). The study of mathematically precocious youth. In J. C. Stanley, D. P. Keating & L. H. Fox (Eds.), *Mathematical Talent: Discovery, Description, and Development* (pp.23-45). Baltimore : Johns Hopkins University Press.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children.* The Univ. of Chicago Press.

A Case Study on Mathematical Thinking Characteristics of a Gifted Child

Kim, Ji Won (Siksa Elementary School)
Song, Sang Hun (Gyeong-In National University of Education)

The purpose of this study is to identify the significant characteristics shown in the field of mathematics by a gifted child, the educational curriculum for this child, and to find what has to be set in place in the areas of teacher's teaching methods and programs. The important aspect of these ideas is that one has to completely understand and know the characteristics of the gifted in order to give them the opportunity to discover their underlying talents and to develop upon those skills by giving them suitable and appropriate education for their intellectual state.

This study focuses on the thoughts and behavior of a gifted male child, from his third to fifth grade, and the study shows the results and analysis of data gathered from close observation and interview, and a collection of documents gathered from the child. This study is analyzed from three different perspectives :

1. The typical life and surroundings of this gifted child, and how he was raised in this particular environment. This also shows the significant event that allowed others to recognize him as gifted.

2. Identification of how a gifted child's mind works in the field of mathematics. This attempts to analyze methods the child uses to arrive at a solution to a problem.

3. Exploration of mathematical attitude of the child. This shows the child's interest in mathematics, and the willingness to find better and more efficient ways to reach a solution. This also shows the child's ability to explain his purpose and methods of problem solving in detail, and the focus and clarity in communication of mathematics.

This study will enlighten the readers with information on the importance of advanced education specifically designed for the gifted. In development of advanced education programs, it is necessary to comprehend the minds of the mathematically gifted, and furthermore, this will help in defining an appropriate teaching method and curriculum for a better equipped educational system.

* **Key word**: a mathematically gifted child(수학 영재아), mathematical thinking(수학적 사고), case study(사례연구)