특 집

음함수 곡면 모델링 기술

김 은 석* 윤 재 홍** 허 기 택***

목 차

1. 서 론
2. 음함수 곡면과 매개변수 곡면의 비교
3. 음함수 프리미티브
4. 음함수 곡면 모델의 렌더링 방법
5. 결 론

1. 서 론

컴퓨터 그래픽스는 컴퓨터를 이용하여 다양한 이미지를 생성하는 응용 학문이다. 컴퓨터를 이용하여 이미지를 생성하기 위해서는 나타내고자 하는 물체를 표현하는 모델링과 표현된 모델을 이미지로 나타내기 위한 렌더링이 필요하며, 일반적으로 모델링 방법에 따라 렌더링 기법도 좌우된다. 물체의 기하학적 형태 및 위치를 기술하는 모델링은 크게 이산적인 표현방법과 연속적인 표현방법으로 나눌 수 있다[1].

이산적인 표현방법은 물체의 표면에 해당하는 위치를 유한 개수의 점들과 그 점들 간의 연관성들의 집합으로 나타내는 방법으로서, 물체의 표면을 인접한 삼각형들로 표현하는 다각형 메쉬와 같은 방법이 이에 속한다. 이산적인 표현방법은 평면들로 이루어진 물체의 표현이 쉬운 반면, 곡면의 직접 표현이 어려우며 곡면을 근사하기 위해서는 다각형의 크기를 줄여야 하므로 전체 데이터 량이 증가하게 된다. 연속적인 표현방법은 함수나 수식을 이용하여 물체를 나타내는 방법으로 렌더링할 때 표면의 위치를 찾기 위한 계산이 필요하나 곡면의 직접 표현이 가능하며 주어진 모델로부터 서로 다른 품질의 이미지를 제공할 수 있다는 장점을 갖는다.

연속적인 표현방법은 다시 명시적 표현방법(Explicit representation)과 함축적 표현방법(Implicit representation)으로 나눌 수 있다[2]. 명시적 표현방법은 매개변수 방정식과 같은 좌표함수에 의해 기술되며 주어진 매개변수의 값을 변화시켜 물체의 표면에 대한 위치 값을 직접 얻어낼 수 있다. 함축적 표현방법은 음함수(Implicit function)를 이용하여 물체의 외부, 내부, 표면에 대한 영역만을 분류하기 때문에 물체 표면의 위치 값을 직접 얻을 수는 없다. 따라서 주어진 음함수로부터 원하는 표면 위치를 알아내기 위해 다양한 수치해석적 방법을 필요로 하며 상당한 계산 비용을 요구한다.

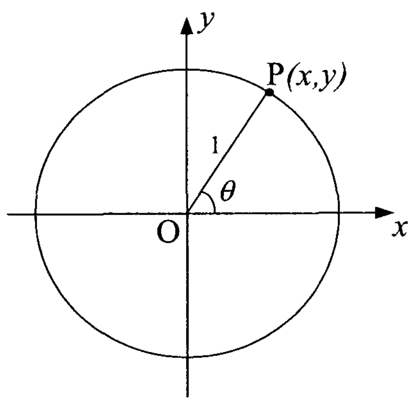
현재 CAD/CAM 응용 프로그램의 경우 매개변수를 이용한 모델링 방법에 대한 연구/개발만이 거듭되어, 이 모델링 방식에 대한 이해도가 상대적으로 높고 관련 용어들도 일반화되어 있으며, 거의 모든 그래픽스 워크스테이션에 매개변수 곡면을

* 동신대학교 멀티미디어컨텐츠학과 전임강사
** 동신대학교 대학원 컴퓨터학과 박사과정
*** 동신대학교 멀티미디어컨텐츠학과 교수

렌더링하기 위한 기본 엔진(built-in engine)들을 탑재하고 있을 만큼 일반화되었다. 반면에, 음함수를 이용한 곡면 모델은 모델링의 보조적 역할로만 사용하며, 특별한 응용분야에 한정시키고 있다. 컴퓨터의 성능이 고도로 발달하여 계산능력에 큰 부담을 갖지 않게 되자 음함수 곡면 모델링의 잠재능력을 인지하고 다양한 문제 해결에 적용시키기 위한 연구가 점점 활발해지고 있다. 본 고에서는 음함수 모델링 기술의 역사와 특징, 그리고 응용 분야에 대해 소개함으로써 음함수 모델링 기법의 이해를 돕고자 한다.

2. 음함수 곡면과 매개변수 곡면의 비교

연속적 모델링 방법의 하나인 매개변수 곡면은 물체의 표면에 해당하는 위치들을 매개변수에 대한 사상(mapping)으로 직접 나타낸다. 음함수 곡면은 물체 표면을 직접 정의하지 않고 영역 구분 함수를 통해 물체를 포함하는 공간상의 모든 점들의 관계를 정의함으로써 간접적으로 표현하는 방법이다. 두 방식의 차이를 이해하기 위해 2차원 평면상에 있는 원점을 중심으로 하고 반지름 길이가 1인 단위원(Unit Circle)을 생각해보자(그림 1).



(그림 1) 2차원 평면상의 단위원

단위원은 매개변수 방정식에 의해 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$x = \cos\theta$$
$$y = \sin\theta, \quad \theta \in [0, 2\pi] \qquad \text{(식 1)}$$

이 매개변수 방정식은 실수 구간 $[0, 2\pi]$를 단위원 상의 좌표로 사상시킨다. 따라서 단위원 상의 모든 점들은 매개변수 θ값을 0에서 2π로 변화시키면서 직접 구할 수 있다.

(그림 1)의 원을 음함수 방정식으로 표현하게 되면 다음과 같다.

$$F(x, y) = x^2 + y^2 - 1 = 0, \quad x, y \in R \qquad \text{(식 2)}$$

함수 $F(x, y) = 0$ 을 만족하는 점 (x, y) 의 집합은 단위원의 원주 위에 있게 된다. 음함수 방정식을 이용하여 표현하는 경우 표현하고자 하는 물체의 표면뿐만 아니라 물체가 존재하는 공간상의 임의의 점 $\boldsymbol{p}$에 대해 $F(\boldsymbol{p})$값의 부호에 따라 단위원의 내부인지 외부인지를 확인할 수 있다. $F(\boldsymbol{p}) < 0$ 인 경우 점 $\boldsymbol{p}$는 원의 내부에 있는 것이고 $F(\boldsymbol{p}) > 0$ 인 경우 점 $\boldsymbol{p}$는 원의 외부에 존재하게 된다. 즉, 물체에 관련된 음함수에 따라 영역이 나눠지게 되며 이는 다양한 응용에서 사용될 수 있는 특징이다.

3. 음함수 프리미티브

음함수 곡면을 정의하기 위해 다양한 음함수가 사용될 수 있으나 계산비용을 고려하여 일반적으로 다항식을 사용한다. 이 다항식은 물체의 형태에 따라 복잡도가 달라지며, 매우 복잡한 형태의 물체를 표현하기 위해서는 고차다항식이 필요하게 된다. 그러나 5차 이상의 고차다항식은 근의 공식이 존재하지 않아 근사해를 구하는 수치해석적인 방법을 이용해야 하므로 계산비용에 있어서 문제가 될 수 있다. 따라서 고차 다항식의 문제점을 해결

하면서 다양한 형태의 물체를 표현하기 위해 다각형 메쉬를 위한 삼각형이나 매개변수 곡면의 NURBS와 같이 음함수 곡면 모델에서도 단위적으로 사용가능한 간단한 프리미티브들이 정의될 수 있다.

3.1 관련 용어

3.1.1 골격요소(skeletal element, skeleton)

음함수 프리미티브를 일컫는 말로서 물체 형성의 기본이 되는 뼈대가 된다. 곡면의 형태를 결정하는 음함수의 중심 위치를 기술하기 위한 기본 요소로서 계산상의 편이를 위해 일반적으로 점(point)을 사용한다. 골격요소는 구조요소라고도 부른다.

3.1.2 필드함수(Field Function)

음함수 곡면의 영역을 구분하는 함수를 말하며, 골격요소를 중심으로 거리에 반비례하는 공간상의 각 점들의 밀도값(density value)을 결정하는 밀도 분포 함수다. 따라서 필드함수를 밀도함수라고 부르기도 한다.

3.1.3 등가곡면(Isosurface)

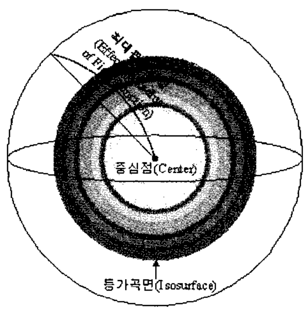
공간상에 분포하는 각 위치들의 밀도값들 중 하나의 선택된 값과 동일한 값을 갖는 위치점들의 집합은 곡면을 구성하게 되는데 이것을 등가곡면이라 한다. 그리고 등가곡면을 정의하기 위해 선택된 밀도값을 임계값(threshold value) 혹은 등가값(isovalue)이라 한다.

3.2 음함수 프리미티브의 구조

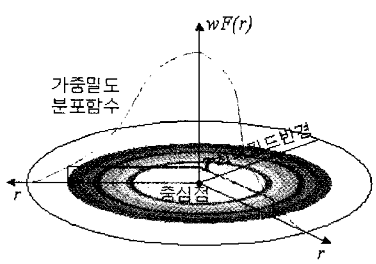
(그림 2)는 일반적인 점형태의 골격요소(point skeletal element)의 구조를 나타낸 것이다. 이 음함수 프리미티브는 고정된 필드함수에 대해, 중심점의 위치, 중심점에서의 밀도 가중값, 그리고 필드함수가 영향을 미치는 최대 필드반경을 조정함으로써 다양한 등가곡면을 생성한다. 물론 필드함수의 종류에 따라서도 생성된 등가곡면의 위치 및 형태가 달라지나, 다음에 설명할 블렌딩 특성의 계산 편이를 위해 물체를 구성하는 프리미티브들은 동일한 필드함수를 사용한다. 또한 필드함수는 골격요소로부터 공간상의 위치점들까지의 거리에 반비례하는 함수로 정의되며 필드함수의 최대값은 단위값으로 1값을 가지고 중심점에서의 밀도 가중값에 의해 가중 필드함수를 형성한다. 하나의 음함수 프리미티브로 모델링된 물체의 표면인 등가곡면 Q는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$Q = \{(x, y, z) \mid wF(r) - T = 0\} \quad (식\ 3)$$

여기서 w는 프리미티브의 중심점에서의 밀도 가중값을 나타내며, $F(r)$은 음함수로 정의된 필드함수이며 이 값은 항상 0에서 1사이 값을 갖는다. $F(r)$의 r은 중심점에서 공간상의 임의의 점까지의 거리를 의미하고, T는 등가곡면을 정의하기 위해 선택한 임계값을 나타낸다.



(그림 2) 음함수 프리미티브의 구조

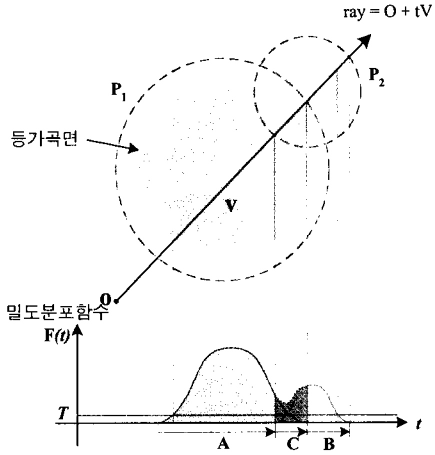


(그림 3) 음함수의 프리미티브 단면의 밀도분포

음함수 프리미티브는 구조요소의 형태가 점이기 때문에 공간상에서 같은 거리에 있는 위치점들은 같은 밀도값을 갖게 된다. 따라서 등가곡면이 구의 형태로 형성된다. (그림 3)은 (그림 2)의 음함수 프리미티브를 중심점을 지나는 평면으로 절단한 단면을 표시한 것으로서 표시된 단면의 밀도 분포 함수의 형태를 보여준다. 중심점으로부터의 거리 r 축에 대해 밀도가중함수 $wF(r)$은 반비례하며 중심점에서 최대값을 갖는다. 중심으로부터의 거리 축은 모든 방향으로 향할 수 있으며 그에 따른 밀도 분포가 결정되므로 거리에 대한 밀도함수의 근을 구함으로써 동일한 값을 갖는 등가곡면의 위치를 찾을 수 있다.

3.3 블렌딩(Blending)

블렌딩 효과는 음함수 곡면 모델의 가장 큰 특징이다. 여러 음함수 프리미티브들을 공간상에 배치하게 되면 공간상의 각 위치점들은 여러 프리미티브로부터 밀도값에 영향을 받을 수 있다. 이렇게 위치점에 연관된 프리미티브들의 밀도분포함수 값의 합에 의해 그 위치점의 밀도값을 결정하는 것을 블렌딩이라 한다[7]. 즉, 골격요소의 필드함수가 겹치는 영역에서는 함수들이 더해져 새로운 곡면을 형성하게 된다. (그림 4)는 필드함수 영역 일부가 겹쳐 있는 두 개의 음함수 프리미티브의 단면을 보여준다. 블렌딩의 효과를 보여주기 위해 광선 추적법에서 사용되는 하나의 광선에 대한 밀도함수 분포를 표시하였다. 시점 O에서 출발하여 벡터 V 방향으로 향하는 광선(ray=O+tV)의 매개변수 t에 대한 광선상의 밀도분포함수는 (그림 4)의 아래쪽 그래프와 같다. 그래프의 구간 A는 왼쪽 프리미티브 P1의 필드함수에만 영향을 받는 부분이며, 구간 C는 오른쪽 프리미티브 P2의 필드함수로부터만 영향을 받는 부분이다. 두 필드함수 모두에게서 영향을 받는 구간 B는 두 필드함수가 더해져 새로운 밀도분포를 형성한다. 결과적으로 두 개의 프리미티브에 의해 땅콩 형태의 등가곡면이 형성된다.



(그림 4) 음함수 프리미티브의 블렌딩

3.4 음함수 프리미티브들의 종류

음함수 곡면 모델링을 위한 프리미티브들은 사용되는 필드함수에 따라 다른 이름으로 불리며, 각각에 따라 렌더링을 위한 곡면 위치를 찾는 방법들도 달리하고 있다.

블랍(Blob)[4]은 Blobby Objects라고도 불리며 1982년 Blinn이 분자 모델링을 위해 고안한 새로운 모델링 요소로서 필드함수로 지수함수를 사용한다. 필드함수인 지수함수의 특성상 블랍은 블렌딩에 의해 생성된 곡면이 자연스러우나 무한히 떨어져 있는 위치점까지도 영향을 미치기 때문에 원하는 곡면을 찾기 위해 모든 점들을 테스트해야 하는 문제가 있다. Blinn은 등가곡면 위치를 찾는 밀도분포함수의 근을 구하는 방법으로 가위치법과 Newton 방법을 이용하였다. 그러나 지수함수의 계산비용이 크며 Newton 방법은 근을 구하는 데 있어서 초기값에 민감하다는 문제점이 있다[3].

1985년 Nishimura는 계산비용이 큰 지수함수 대신 구간별 2차 함수를 이용하는 프리미티브를 제안

하고 이를 메타볼(Metaball)[5]이라 불렀다. 메타볼은 차수가 낮은 2차 다항식을 사용하여 계산 비용이 적고 Newton 방법을 이용하여 빠르게 렌더링할 수 있다. 그러나 하나의 프리미티브에 두 가지의 필드함수를 사용함으로써 밀도분포 계산 시 각 영역에 따라 다른 계산이 필요하게 되므로 복잡하고, 두 함수가 만나는 경계부분에서의 오차값에 의해 모델링 질이 떨어진다는 문제가 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 1987년 Murakami는 4차 다항식을 이용한 메타볼을 제안하였다[8].

1986년 Wyvill은 낮은 차수의 필드함수에 의한 모델링 질을 높이기 위해 필드함수로 6차 다항식을 사용한 소프트 오브젝트(Soft Object)[6]를 제안하였다. Wyvill이 제안한 6차 다항식은 근을 구하기 위한 계산이 용이하도록 설계하였고, 등가곡면의 위치를 구하기 위해 Laguerre 방법을 이용하였다. 하지만 Laguerre 방법은 복소수를 포함한 다항식의 모든 근을 찾는 방법이기 때문에 계산시간상의 오버헤드를 갖는다. 또한 제안한 필드함수는 차수를 높임으로써 모델링의 질은 어느 정도 높였으나 블렌딩으로 생성된 곡면이 1차 연결도(C1)를 가지기 때문에 지수함수와 같은 자연스러운 연결을 갖는 고품질 이미지 생성에는 부족하다.

1996년 Kim은 2차 연결도(C2)를 갖는 곡면을 생성할 수 있는 6차 다항식을 필드함수로 갖는 메타볼을 제안하였고 구간 내의 실근의 개수를 판별할 수 있는 Sturm Sequence 방법을 이용하여 등가곡면의 위치를 구하였다[7].

지금까지의 음함수 프리미티브들은 골격구조로 점을 이용하였기 때문에 하나의 프리미티브에 대해 대칭적인 형태의 등가곡면을 얻을 수밖에 없다. 또한 사용되는 필드함수가 골격구조의 중심점으로부터의 거리에 반비례하는 형태이기 때문에 구와 같은 형태의 곡면 표현에는 적합하나 평면에 가까운 곡면 형태를 모델링하기 위해서는 다각형보다 더 많은 수의 데이터를 요구하게 된다. 메타큐브[7]는 이러한 문제점을 해결하기 위해 제안된 비등방성 음함수 프리미티브로서 골격구조로 크기가 변하는 육면체를 이용한다. 메타큐브는 메타볼의 일반화된 형식이라 할 수 있으며, 평면에서부터 구형까지 다양한 형태의 등가곡면을 표현할 수 있다. 하나의 프리미티브를 이용하여 다양한 형태를 표현할 수 있기 때문에 복잡한 형태의 물체를 적은 양의 데이터로 모델링할 수 있다는 장점을 갖는다.

4. 음함수 곡면 모델의 렌더링 방법

음함수 곡면 모델을 렌더링하기 위해서는 블렌딩된 밀도분포함수로부터 곡면에 해당하는 위치를 찾아야 한다. 음함수 곡면 모델의 렌더링에는 곡면의 위치를 수학적 또는 수치해석적 방법을 이용하여 직접 구하는 직접 계산 방법과 곡면에 근사하는 다른 프리미티브로 변환하여 렌더링하는 근사 방법이 있다.

직접 계산에 의한 렌더링 방법은 광선 추적법을 이용하여 광선상의 밀도분포함수의 근을 구하는 것이다. 고차 다항식의 필드함수를 이용하는 경우 밀도분포함수의 형태를 예측할 수 없고 직접 해를 구하기 어렵기 때문에 다양한 수치해석적인 방법을 이용하게 된다. 이미지를 생성하기 위해 우리가 필요로 하는 값은 광선과 교차하는 곡면상의 점 중 시점에서 가장 가까운 해(근, root)다. 따라서 밀도분포함수 중 실근을 포함하는 첫 번째 구간을 추출해 낸다면 빠르고 효과적인 수치해석적 방법을 통해 해를 구할 수 있다.

직접 계산을 위해 널리 사용되는 방법으로는 함수의 정의역 구간의 양 끝점에 대한 값을 구해 원하는 근이 있는 구간을 줄여나가는 방법인 구간 분할 방법이 있다. 구간 분할 방법으로는 구간산술(Interval Arithmetic), 이분법(Bisection), 가위치법(Regula-Falsi) 등이 주로 사용된다. 이러한 구

간 분할 방법은 함수의 정의역 구간에 대해 반복적인 분할 과정을 필요로 하기 때문에 실시간 렌더링에 필요한 빠른 계산이 어렵다[3]. 또한 수학적으로 정확한 방법들도 컴퓨터에서 계산하기 위해서는 정밀도에 따른 오차값을 고려하지 않을 수 없기 때문에 정확한 해를 구하기 위한 방법에 대한 연구 또한 필요하다.

근사 방법은 음함수 곡면을 삼각형과 같은 다각형들의 메쉬로 변환하여 변환된 다각형을 렌더링하는 방법을 말한다. 음함수로 정의된 필드함수들이 공간의 각 점들에 대한 밀도 분포를 정의하기 때문에 물체에 관한 볼륨 데이터를 얻을 수 있고, 얻어진 볼륨 데이터를 작은 규모의 셀로 분할하여 각 셀로부터 곡면을 근사하는 다각형을 추출한다. 이렇게 음함수 모델로부터 다각형을 추출하는 것을 다각형화(Polygonization)라고 한다. 다각형화는 기존의 빠른 다각형 렌더링 알고리즘을 이용하여 물체를 가시화할 수 있다는 장점을 가진다. 그러나 다각형을 추출하기 위해 음함수 곡면을 볼륨 데이터로 변환하면서 발생하는 데이터 손실은 다각형 생성 시 애매모호한 상황을 만들기도 한다.

현재까지는 그동안 개발된 효과적인 다각형 렌더링 알고리즘과 하드웨어의 지원으로 음함수 곡면 모델의 렌더링은 대부분 다각형화를 기반으로 하고 있으며, 효율적인 다각형화 방법에 대해 많은 연구가 진행되고 있다.

5. 결 론

컴퓨터 하드웨어의 발달은 그동안 초보적인 수준에 머물렀던 컴퓨터 그래픽스 분야에 많은 발전을 이끌어 왔다. 특히 다양한 캐릭터, 인체, 유체 등을 모델링하는 컴퓨터 애니메이션 분야, 과학적인 실험 및 관찰에 의해 얻어진 데이터들의 분석을 용이하게 하기 위한 과학적 가시화 등 방대한 데이터를 다루는 분야에서의 진보가 두드러지고 있다. 발전과 더불어 점점 고품질 이미지 생성에 초점을 맞추게 됨에 따라 이미지 생성의 기반인 물체의 모델링 성능에 대한 요구가 증대되어 왔다. 그동안 다양한 모델링 방법이 개발되고 연구되어 왔으나 복잡한 응용 시스템의 문제 해결을 위해 새로운 모델링 기법이 필요하게 되었다.

음함수 모델링은 물체의 공간적인 속성을 기술하기 위한 최적의 모델링 방법으로 정의된 물체와 관련된 필드함수 F에 따라 공간을 내부, 경계, 외부의 영역들로 나누며 곡면과 솔리드 모델링이 모두 가능하다. 음함수 모델링은 공간 함수로 정의되기 때문에 자연스럽게 다양한 LOD(Level of Detail)를 제공함으로써 응용 프로그램들의 다양한 요구를 만족시킬 수 있도록 해준다. 또한 매개변수 곡면 모델의 단점인 제어점에 의한 수식표현의 형태 규칙성에서 벗어나 다양한 형태의 모델링 및 변형이 가능하여 애니메이션의 캐릭터 및 유체, 기체 등 다양한 형태의 모델링에 유용하다는 장점을 갖는다.

음함수 곡면 모델링에 관한 연구들은 아직 초기 단계에 머물고 있다. 이러한 연구분야들이 활성화되기 위해서는 여러 응용 영역에서 효과적으로 사용할 수 있는 새로운 음함수 프리미티브의 개발과 음함수 프리미티브를 이용한 상호작용 모델링 시스템의 개발을 위한 실시간 렌더링 기법, 음함수 프리미티브 기반의 테스트베드 모델링 시스템 및 애니메이션 시스템의 요구사항 분석, 음함수 모델의 변형 기술, 볼륨 데이터와 같은 기존의 데이터들을 동일한 곡면을 생성하는 음함수 프리미티브로 재구성하는 기법 등에 대한 연구가 필요하다.

참고문헌

[1] J. Montagnat, H. Delingette, N. Ayache, "A review of deformable surfaces: topology, geometry and deformation," Image and Vision Computing 19, pp.1023-1040, 2001.

[2] L. Velho, J. Gomes, L. H. Figueiredo, Implicit Objects in Computer Graphics, Springer-Verlag New York, 2002.

[3] R. L. Burden and J. D. Faires, Numerical Analysis 6th ed., Brooks/Cole, 1997.

[4] J. F. Blinn, "A Generalization of algebraic surface drawing," ACM Transaction on Graphics, Vol.1, No.3, pp.235-256, July 1982.

[5] T. Nishita and E. Nakamae, "A method for displaying metaballs by using Bezier clipping," Proceedings of Eurographics '94, pp.271-280, 1994.

[6] G. Wyvill, G. MacPheeter, and B. Wyvill, "Data structure for soft objects," Visual Computer, Vol. 2, pp.227-234, 1986.

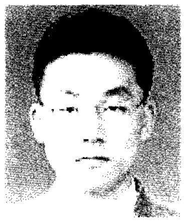
[7] E. S. Kim, G. T. Hur, J. J. Kim, "Metacube: An Anisotropic Skeletal Element for Implicit Model," Proceedings of SCI 2003, pp.173-178, July 27-30, 2003.

[8] S. Murakami and H. Ichihara, "On a 3D Display Method by Metaball Technique," Journal of Electronics Communication, Vol.J70-D, No.8, pp.1607-1615, 1987.

저자약력

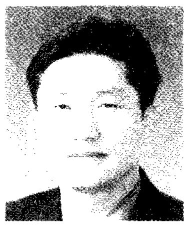
김 은 석

1995년 전남대학교 전산학과 (이학사)
1997년 전남대학교 대학원 전산통계학과 (이학석사)
2001년 전남대학교 대학원 전산통계학과 (이학박사)
2001년-2002년 서울대학교 정보화기술단 연구원
2002년-현재 동신대학교 멀티미디어컨텐츠학과 전임강사
관심분야 : 음함수 모델링, 애니메이션, 영상처리
이 메 일 : eskim@dsu.ac.kr



윤 재 홍

1998년 동신대학교 컴퓨터학과 (이학사)
2001년 동신대학교 대학원 컴퓨터학과 (이학석사)
2001년-현재 동신대학교 대학원 컴퓨터학과 박사과정
관심분야 : 멀티미디어, 영상처리, 애니메이션
이 메 일 : jhyoun@dsu.ac.kr



허 기 택

1984년 전남대학교 계산통계학과 (이학사)
1986년 전남대학교 대학원 계산통계학과 (이학석사)
1994년 광운대학교 대학원 전자계산학과 (이학박사)
1989년-현재 동신대학교 멀티미디어컨텐츠학과 교수
관심분야 : 멀티미디어, 영상처리, 얼굴 애니메이션
이 메 일 : gthur@dsu.ac.kr