

SM570강재의 반복소성모델의 정식화 및 3차원 탄소성 유한요소적용에 관한 연구

A Study on Generalization of Cyclic Plasticity Model and Application of 3-Dimensional Elastic-Plastic FEM of SM570

장 경 호 장 갑 철 이 은 택
Chang, Kyong Ho Jang, Gab Chul Lee, Eun Taik

국문요약

최근 강구조물의 고층화 및 장경간화로 인하여 SM570강재와 같은 고강도 강재의 적용을 필요로 하고 있다. 강구조물의 정확한 내진설계를 위한 내진구조해석시 비선형 반복하중을 받는 강재의 특성을 명확히 표현할 수 있는 구성식이 필요하다. SM570는 최근 그 사용이 증가하고 있으나 아직 반복소성거동의 구현 및 정식화에 관한 연구는 아직 미진하다. 본 연구에서는 인장 및 저사이클 피로 실험을 통하여 SM570 강재의 반복소성모델을 제안하였다. 제안된 반복소성모델을 3차원 유한요소 에 적용하여 SM570이 사용된 원형 강교각의 내진해석을 수행하였다. 실험결과와 내진해석을 통하여 본 연구에서 제안한 구성식은 SM570이 사용된 강구조물의 복잡한 소성거동을 정도 높게 구현함을 알 수 있었다.

주요어 : SM570, 내진해석, 반복소성모델, 3차원 유한요소

ABSTRACT

Recently, as steel structures become higher and more long-spanned, application of high strength steel, SM570, is considered. For accurate seismic design, seismic analysis of steel structures needs a constitutive equation describing the characteristic of steel materials under non-proportional cyclic loading. While the use of SM570 material is much increased these days, research for description and generalization of cyclic plasticity behavior are insufficient. In this study, a cyclic plasticity model is proposed by results of material tests, i.e. monotonic and low cycle tests. Proposed cyclic plasticity model is applied to 3-Dimensional FE program and we carried out seismic analysis of pipe-section steel pier using SM570. Comparison between experiment and analysis results shows that the proposed constitutive equation is able to describe exactly the complicated plastic behavior of steel structure using SM570.

Key words : SM570, seismic analysis, cyclic plasticity model, 3-dimensional finite element method

1. 서 론

최근, 강구조물의 고층화 및 장스팬화로 인하여 고강도강재의 사용을 필요로 하고 있다. 일본의 경우 1960년대 후반부터 도로교시방서에 SM570가 수록되었으며 국내의 경우 교량 및 건축구조물에 적용사례⁽¹⁾가 증가하고 있다. SM570 강재는 경제성⁽²⁾ 및 성능⁽³⁾에 관해 이미 그 효과가 입증된 바 있으며 그 사용이 점차 증가하고 있다. 1995년 일본 고베 지진⁽⁴⁾으로 인해 수많은 강구조물이 파괴 및 파손되었으며 수많은 인명과 재산피해를 초래하였다. 그후, 국내·외적으로 강구조물의 내진설계 및 정밀한 내진해석의 필요성이 증대되었으며 상당수의 관련연구가 진행 중이다.

정확한 내진해석을 위해서는 강구조물에 적용되는 일반 용접구조용강의 반복소성거동을 정확히 파악하고 구현하는 것은 매우 중요하다. 타 강재(SS400, SM490)에 비해 근래 그 사용이 점차 증가하는 SM570강재의 반복하중하 복잡한 소

성거동에 관한 연구는 아직 미진하다. SM570강재가 적용된 강구조물의 정확한 내진해석을 위해서는 반복하중을 받는 SM570강재의 응력이력곡선을 정확히 표현할 수 있는 구성식이 정식화되어야 한다. 그러나, 임의의 반복하중을 받는 SM570강재는 매우 복잡한 소성거동을 하고 있어 다축응력 상태에서 정식화하는 과정에 많은 어려움이 있다.

반복하중을 받는 강재의 구성식에 관한 연구는 지속적으로 진행되어 왔다. 초기연구는 항복함수(Von Mises)에 기초한 항복곡면이 응력공간상에서 지속적으로 증가하는 등방경화모델(Isotropic hardening model)과 응력공간상에서 항복곡면의 중심을 유동적으로 변화한 이동경화모델(Kinematic hardening model)^{(5),(6)}이 초기 제안된 것으로부터 시작되었다. 이후, 다곡면모델(Multi-surface model)⁽⁷⁾, 이면모델(Two-surface model)^{(8),(11)}등이 제시되었으며 최근, 이면모델에 가상곡면을 제시한 수정이면모델⁽¹²⁾과 단조재하곡선을 기초로 비선형 응력이력을 제시한 BMC모델⁽¹³⁾로 발전되었다.

국외의 경우 위와 같이 반복소성모델에 관한 연구는 지속적으로 진행되어 왔으며 국내의 경우 일부연구⁽¹⁴⁾가 진행 중이다. 본 연구에서는 고강도강재인 SM570강재를 대상으로 독창적인 반복소성모델을 제시하였으며 이를 3차원 탄소성 유한요소에 적용함으로써 반복하중을 받는 SM570강재의 소

* 정회원 · 중앙대학교 공과대학 건설환경공학과, 조교수

** 학생회원 · 중앙대학교 일반대학원 토목공학과

*** 중앙대학교 공과대학 건축학과, 조교수

본 논문에 대한 토의를 2003년 2월 28일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다. (논문접수일 : 2003. 12. 29 / 심사종료일 : 2004. 2. 5)

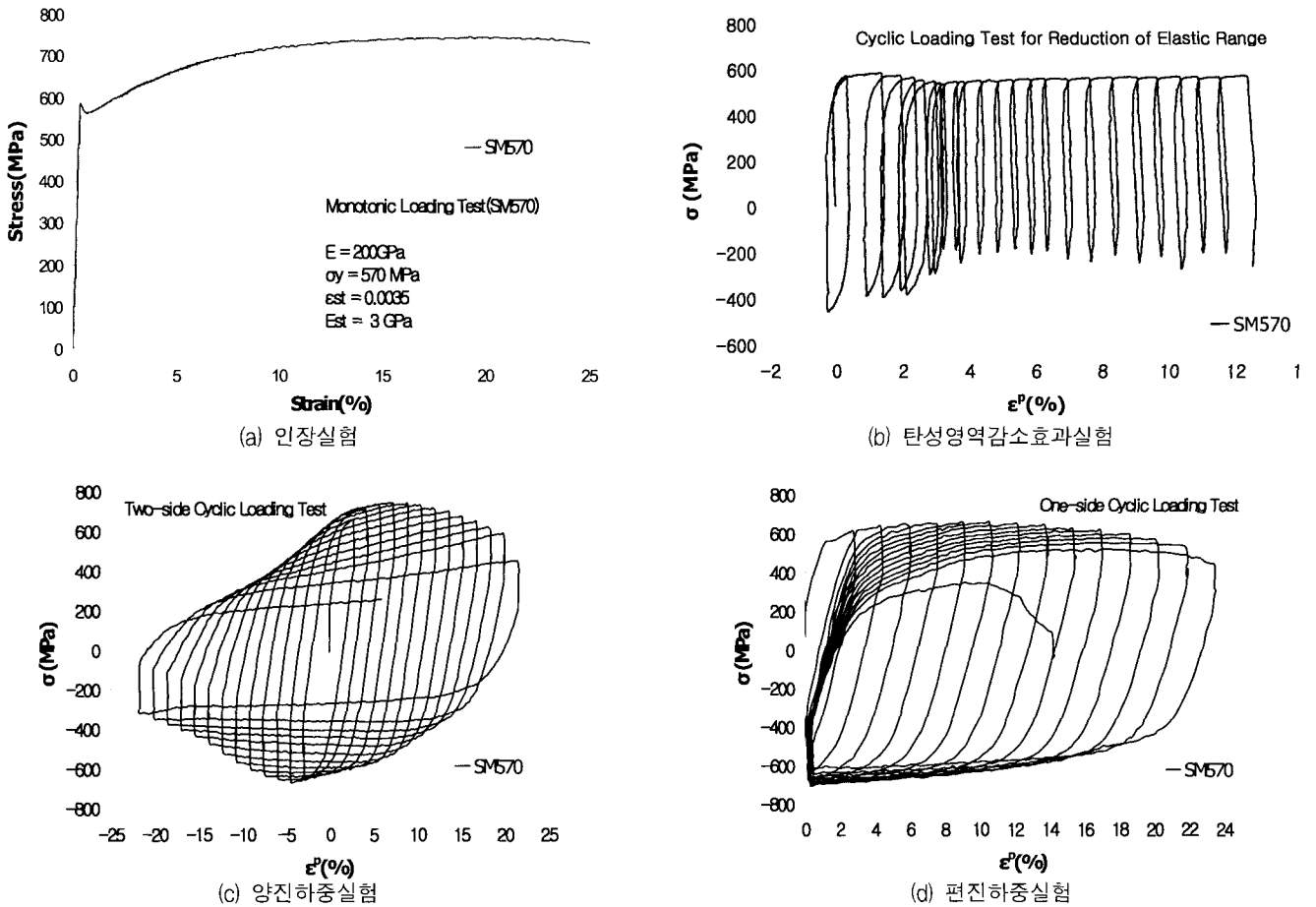


그림 1 SM570강재의 인장 및 저싸이클 피로실험

성거동의 정도있는 예측을 가능케 하였다.

본 연구에서 제안한 반복소성모델은 그림 1과 같은 SM570 강재의 단조 및 저싸이클 피로실험결과를 통하여 정식화하였다. 제안된 반복소성모델은 실험을 통하여 얻어진 단조재하곡선(Monotonic loading Curve)과 소성이면모델(Two-surface model)⁽¹¹⁾을 적용하였다. 적용된 소성이면모델의 이동-등방 경화법칙(Combined Kinematic -Isotropic Hardening Rule)를 따르며 반복하중을 받은 강재의 응력-변형률간의 관계를 정의한 구성식에서 소성영역은 변형률증분이론을 적용하였다. 또한, 반복하중을 받는 일반 용접구조용강재에서 발생하는 항복고원, 탄성영역감소, 바우싱어효과(Bauchinger's effect) 및 변형률경화 현상(Strain hardening rule)을 고려하였으며 소성영역에서의 비선형 응력이력곡선을 로그(ln)함수를 적용한 구성식을 제안하였다.

표 1 SM570강재의 실험결과

Factor	SM570
$E(\text{Kgf/cm}^2)$	2.11×10^6
$\sigma_y(\text{Kgf/cm}^2)$	5723
ϵ_{st}^p	0.0035
$E_{st}^p(\text{Kgf/cm}^2)$	3.08×10^4

E : 탄성계수, σ_y : 항복응력, ϵ_{st}^p : 초기경화변형률
 E_{st}^p : 변형률경화영역상의 초기소성계수

제안된 구성식은 3차원 입체요소를 이용한 탄소성 유한요소 프로그램에 적용하였으며 이를 이용하여 SM570강재가 적용된 원형강교각의 내진해석을 수행하였다. 내진해석결과와 실제실험결과⁽¹⁵⁾를 비교함으로써 본 연구에서 제안한 반복소성모델의 타당성을 검증하였다.

2. SM570강재의 반복소성모델의 제안

본 연구에서 SM570강재의 인장 및 피로실험을 통하여 일축상태에서의 구성식을 정식화하였으며 실험결과는 그림 1과 같다. 제안된 구성식은 소성이면모델을 적용하여 다축응력 상태에서 다음과 같이 정식화하였다.

2.1 반복소성모델의 정식화

본 연구에서는 비선형 반복하중을 받는 강재의 응력경로를 정확히 표현하기 위하여 일축응력상태에서 구성식을 제안하였으며 이를 정식화하였다. 정식화된 구성식은 재하(Loading) 및 제하(Unloading)시 탄소성상태에 따라 응력경로가 결정되며 상태판정은 다축응력 상태에서 항복곡면 및 기역곡면에 의하여 그림 5(a),(b)와 같이 결정된다. 그림 2는 일축응력 상태에서 영역의 구분을 나타내었으며 재하 및 제하의 판단은 식 (2.1)과 같다.

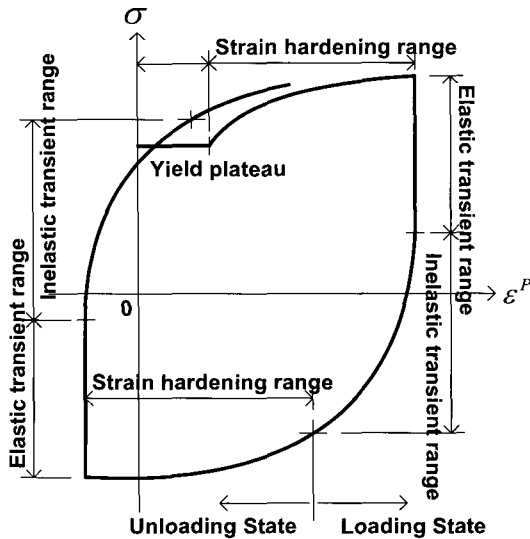


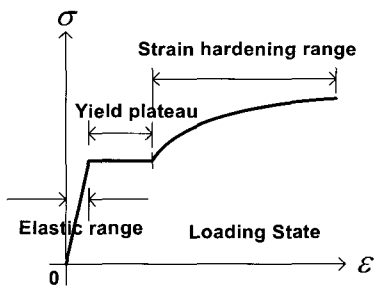
그림 2 일축응력상태에서 영역의 구분

$$\begin{aligned}
 F(\sigma) < 0 & : \text{탄성상태} \\
 F(\sigma) = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma > 0 & : \text{재하상태} \\
 F(\sigma) = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma = 0 & : \text{중립상태} \\
 F(\sigma) = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma < 0 & : \text{제하상태} \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

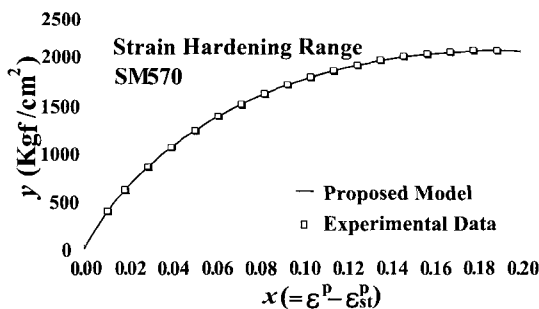
여기서, $F(\sigma)$ 는 응력공간상의 항복함수 이다.

2.1.1 재하상태(Loading state)

그림 3(a),(b)는 단조재하곡선의 구분 및 실험과의 비교결과를 보이고 있다. 단조재하 곡선은 그림 3(a)과 같이 탄성, 항복고원, 변형률 경화영역으로 구분된다.



(a) 단조재하곡선의 분류



(b) 인장실험과 제안모델의 비교

그림 3 재하곡선(Loading Curve)

탄성영역은 Hook's Law에 의해 정식화된다. 항복고원의 범위는 $\epsilon_y \le \epsilon \le \epsilon_{st}^p$ 이며 소성변형률 변화에 따른 응력의 변화가 없다. 여기서, ϵ_{st}^p 는 초기경화변형률이며 소성영역상에서 항복고원(Yield plateau)의 크기를 나타낸다. 변형률경화영역에서 응력이력곡선은 비선형성을 보이며 이를 정확히 표현하기 위하여 본 연구에서는 로그함수(ln)를 이용하여 소성계수를 식 (2.2a), (2.2b)와 같이 정식화하였다.

$$y = E_{st}^p x + \frac{x}{a_L} \text{Ln} \left(\frac{x}{a_L} + 1 \right)^{b_L} + \sigma_y \quad (2.2a)$$

$$E_{Li}^p = E_{st}^p + \frac{b_L}{a_L} \left\{ \text{Ln} \left(\frac{x}{a_L} + 1 \right) + \frac{x}{x + a_L} \right\} \quad (2.2b)$$

여기서, x 는 항복고원을 제외한 소성변형률의 크기($= \epsilon^p - \epsilon_{st}^p$)이며 y 는 변형률경화 영역상 x 축을 기준으로 한 응력값이다. E_{Li}^p 는 변형률경화영역상의 소성계수, E_{st}^p 는 변형률경화영역상의 초기소성계수를 나타내며 a_L, b_L 은 재료상수로 재료실험에 의해 계산된다.

그림 3(b)는 본 연구에서 제안한 변형률 경화영역에서의 SM570강재의 제안구성식과 실험값을 비교한 결과로 거의 일치함을 알 수 있다.

2.1.2 제하상태(Unloading Range)

본 연구에서 적용한 반복소성모델은 단조재하곡선에 기본으로 전개하였으며 하중반전시 다축응력상태에서 응력이력은 그림 5(b)와 같다. 제하시 기억곡면은 고정되어 있으며 항복곡면만 이동한다. 하중반전 전 제하시 응력경로가 변형률 경화영역내에 있었을 경우 반전된 응력경로는 항복곡면 내로 이동하여 탄성거동을 한다. 이는 그림 4에 보이는 바와 같이 "탄성천이영역(Elastic transient range)"라 하며 탄성영역에서와 동일하게 Hook's law에 의하여 정식화 된다.

하중 반전 후 탄성천이영역이상의 하중을 받을 경우 응력은 다축응력상태에서 항복곡면에 접하여 이동하며 비선형거동을 하므로 이를 "비탄성천이영역(Inelastic transient range)"라 한다. 비탄성천이영역의 구성식은 단조재하곡선에 기초하여 하중반전 전의 소성계수를 기본변수로 하여 식 (2.3)과 같이 정식화하였다.

$$E_{Ui}^p = E_{Li}^p + \frac{b_U}{a_U} \left\{ \text{Ln} \left(\frac{x'}{a_U} + 1 \right) + \frac{x'}{x' + a_U} \right\} \quad (2.3)$$

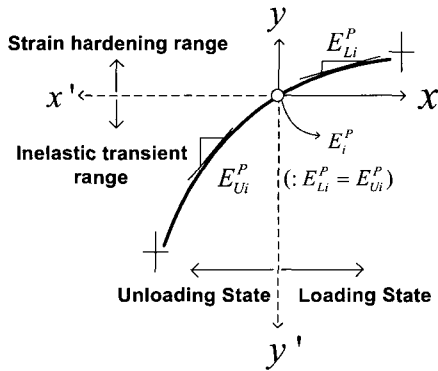
여기서,

E_{Ui}^p : 비탄성 천이영역상의 소성계수

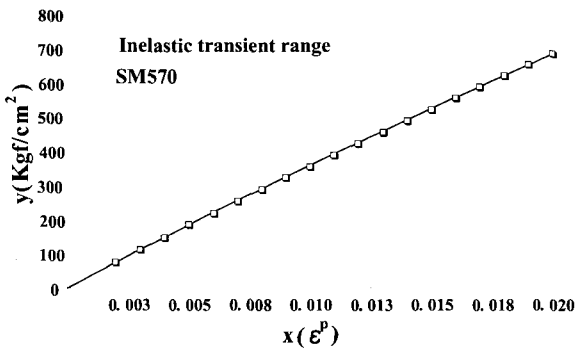
E_{Li}^p : 하중반전 전 변형률 경화영역상의 소성계수

a_U, b_U : 재료상수로 저짜이클 피로실험에 의해 산정

또한 식 (2.8)의 그림 5(a)와 같이 하중반전의 소성계수 E_{Li}^p 를 중심으로 한 (x', y')좌표계 내에서 전개된다. 그림 4(a)는 비탄성 천이영역에서 변형률경화영역으로 전환되는 과정

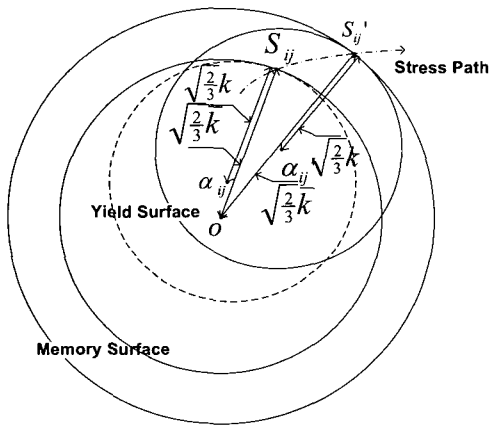


(a) 제하영역상의 소성계수

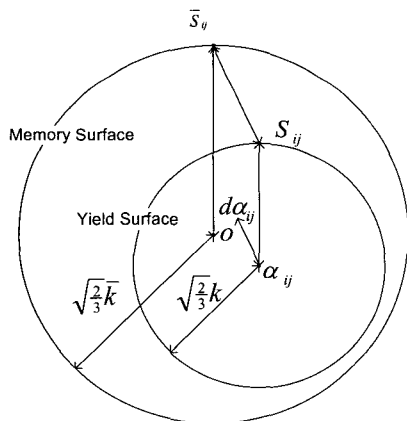


(b) 재료실험과 제안모델의 비교

그림 4 제하곡선(Unloading curve)



(a) 재하상태(Loading state)



(b) 제하상태(Unloading state)

그림 5 다축응력상태에서 항복곡면 및 기억곡면

을 보이고 있다. 접점에서의 소성계수는 하중반전 전의 소성계수(E_{Ui}^p)값이며 이후 단조재하곡선에 근거한 식 (2.3)에 따라 응력경로가 결정된다.

그림 4(b)는 비탄성 천이영역에서 SM570강재의 구성식과 실험값을 비교한 결과이다. 제안한 구성식이 비탄성천이영역에서 응력 경로를 정확히 예측하고 있음을 알 수 있다.

2.2 다축응력상태로 정식화

제안된 구성식은 소성이면모델을 적용하여 다축응력상태로 정식화하였다. 반복하중을 받는 강재는 일반적으로 탄성영역의 감소, 바우싱어 효과, 항복고원, 변형을 경화현상을 나타내며 이러한 현상을 다축응력 상태에서 구현하기 위하여 소성이면모델을 적용하였다. 소성이면모델은 항복함수로 표현되는 항복곡면(Yield surface)과 과거 경험한 최대상당응력으로 표현되는 기억곡면(Memory surface), 두 곡면으로 그림 5(a),(b)와 같이 구성되어 있다.

항복곡면은 재료의 소성거동시 응력경로에 접하여 이동경화이론에 기초하여 이동하며 식 (2.4)와 같이 α_{ij} 를 이용하여 표현한다.

$$f(\sigma_{ij}, \alpha_{ij}, k) = \frac{3}{2} (S_{ij} - \alpha_{ij})(S_{ij} + \alpha_{ij}) - k^2 = 0 \quad (2.4)$$

여기서, S_{ij} 는 주응력공간상의 편차응력을 나타내며 k 는 곡면의 반지름으로 탄성영역의 크기를 나타낸다. α_{ij} 는 항복곡면의 중심으로 하는 함수로 바우싱어효과에 따라 식 (2.5)에 근거하여 이동한다.

$$\alpha_{ij} = S_{ij} \left(1 - \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{k}{|S_{ij}|} \right) \quad (2.5)$$

여기서, k 는 항복곡면의 반지름으로 구조용 강재의 경우 반복하중이 진행될수록 탄성영역의 크기가 감소(탄성영역감소현상)하며 이러한 특징을 표현하기 위하여 식 (2.6)과 같이 정식화하였다.

$$k = \sigma_{yi} = \sigma_{y0} \left\{ \frac{1-c}{(x+1)^n} + c \right\} \quad (2.6)$$

여기서, σ_{y0} 는 초기 항복응력이며 x 는 항복고원을 제외한 소성변형률의 크기로 식 (2.2)의 x 값과 동일하다. c, n 은 실험에 의해 결정되는 재료상수이다.

기억곡면은 반복하중을 받는 강재가 경험한 최대 상당응력으로 정의되며 등방경화법칙(isotropic hardening rule)을 따라 식 (2.7)과 같이 표현된다.

$$F(\sigma_{ij}, \bar{k}) = \frac{3}{2} S_{ij} S_{ij} - \bar{k}^2 = 0 \quad (2.7)$$

여기서, \bar{k} 는 과거 경험했던 최대상당응력으로 기억곡면의

크기를 나타낸다.

3. 제안구성식을 적용한 3차원 유한요소 해석

소성이면모델과 등방-이동경화법칙 및 단조제하곡선을 바탕으로 한 반복소성모델을 제시하였으며 이를 저자가 개발한 3차원 8절점 Solid요소를 이용한 탄소성 유한요소프로그램에 적용하였다. 제안구성식을 적용한 유한요소 프로그램을 이용하여 내진해석을 수행하였으며 기존 실험데이터⁽¹⁵⁾와 그 결과를 비교하여 본 연구에서 제안한 반복소성모델의 타당성을 검증하였다.

3.1 해석조건

제안구성식을 3차원 8절점 탄소성 유한요소프로그램에 적용⁽¹⁶⁾후 내진해석을 수행하였다. 해석모델은 SM570강재가 적용된 원형강교각들로 제원 및 치수는 그림 6(a)과 표 2와 같다.

해석모델은 높이 1800mm이며 지름이 300mm인 단주로서 R/t비(반지름과 두께비 : 25, 50)에 따라 R/t25, R/t50 모델로 분류하여 축하중의 변화에 따른 실험⁽¹⁵⁾ 및 내진해석을 수행하였다. 경계조건은 교각의 하부인 경우 지반에 완전히 고정된 상태를 가정하여 모든 자유도를 고정하였으며 나머지 부분은 모두 자유로 하였다. 재하하중은 실제 지진하중에서 발생할 수 있는 하중형태를 이상화하여 그림 6(b)과 같이 수평하중을 싸이클의 형태로 이상화하여 적용하였으며 동시에 수직하중을 변화하여 원형강교각의 내진성능을 검토하였다. 이때 적용된 수평반복하중은 항복변위(δ_y)에 비례하여 해석을 수행하였으며 항복 수평하중(H_y)과 수평변위(δ_y)⁽¹⁷⁾는 식 (3.1)과 같다.

$$H_y = \frac{M_y}{h} \left(1 - \frac{P}{P_y}\right)$$

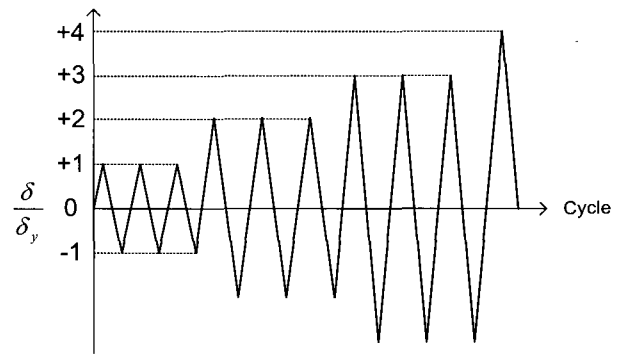
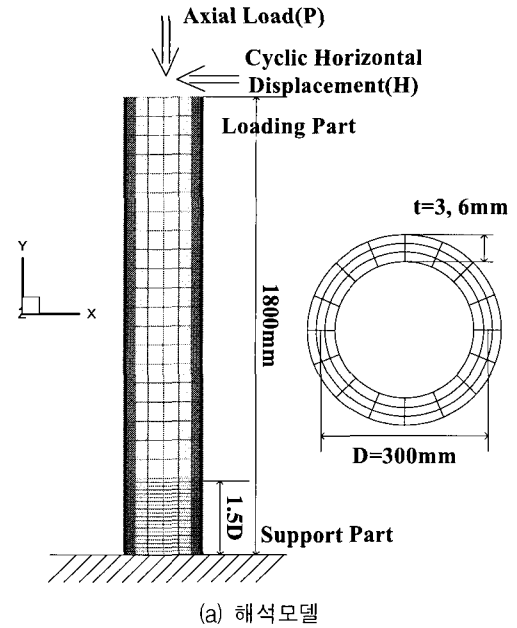
$$\delta_y = \frac{H_y h^3}{3EI} \tag{3.1}$$

여기서,

- M_y : 항복모멘트
- P : 수직하중
- P_y : 항복수직하중
- h : 원형강교각의 높이

표 2 해석모델

Specimens	Models	R/t	P/Py	Diameter(mm)	Thickness(mm)	Height(mm)	Metal
R/t50	R/t50-P/Py0.00	50.0	0.00	300	3.0	1800	SM570
	R/t50-P/Py0.15	50.0	0.15	300	3.0	1800	SM570
	R/t50-P/Py0.30	50.0	0.30	300	3.0	1800	SM570
R/t25	R/t25-P/Py0.00	25.0	0.00	300	6.0	1800	SM570
	R/t25-P/Py0.15	25.0	0.15	300	6.0	1800	SM570
	R/t25-P/Py0.30	25.0	0.30	300	6.0	1800	SM570

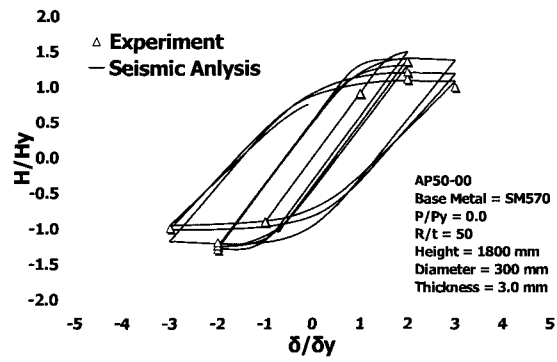


(b) 하중패턴
그림 6 해석조건

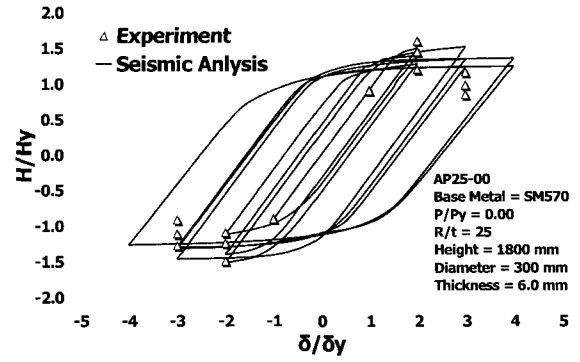
3.2 해석결과 및 고찰

기존 SM570강재를 적용한 원형강교각의 실험결과와 제안구성식을 적용한 내진해석결과를 그림 6과 같이 Peak Point에서 비교하였다.

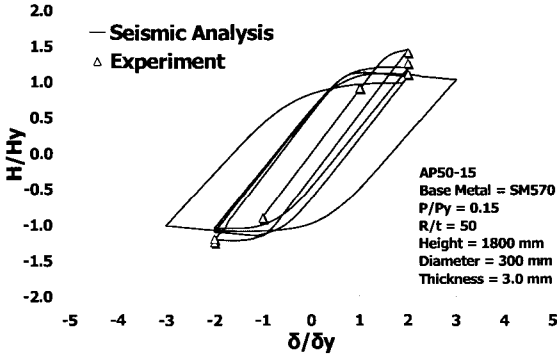
R/t50모델의 경우 상대적으로 교각의 두께(3mm)가 작으며 축하중이 증가할수록 파괴가 발생하는 수평변위의 값이 점차 감소하였으며 본 연구에서 제안한 구성식을 적용한 내진해석 결과와 거의 일치함을 알 수 있다. R/t25모델의 경우 실험결과와 내진해석 결과와 전체적으로 잘 일치하였다. 그림 8은 R/t25-P/Py0.3모델의 각 싸이클별 변형형상을 보이고 있다.



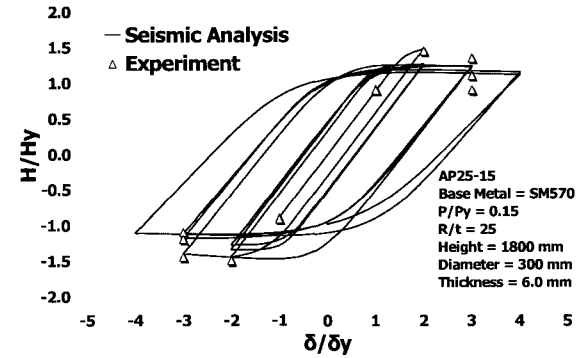
(a) R/t50-P/Py0.00



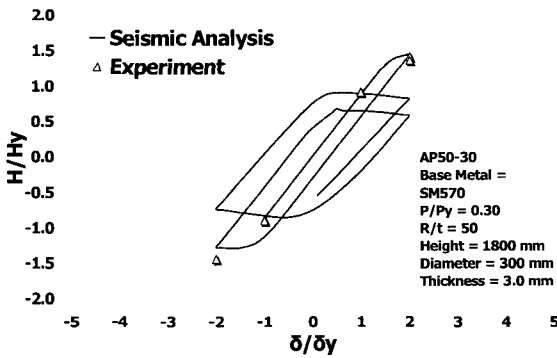
(b) R/t25-P/Py0.00



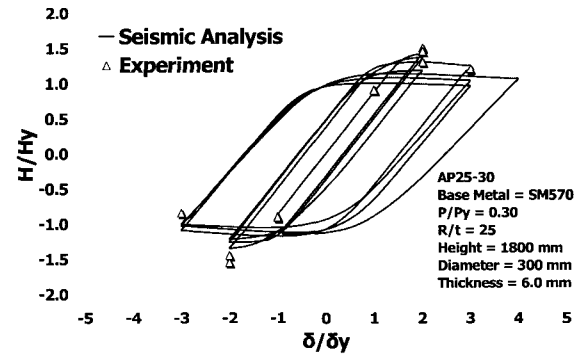
(c) R/t50-P/Py0.15



(d) R/t25-P/Py0.15



(e) R/t50-P/Py0.30



(f) R/t25-P/Py0.30

그림 7 내진해석과 실험결과의 비교

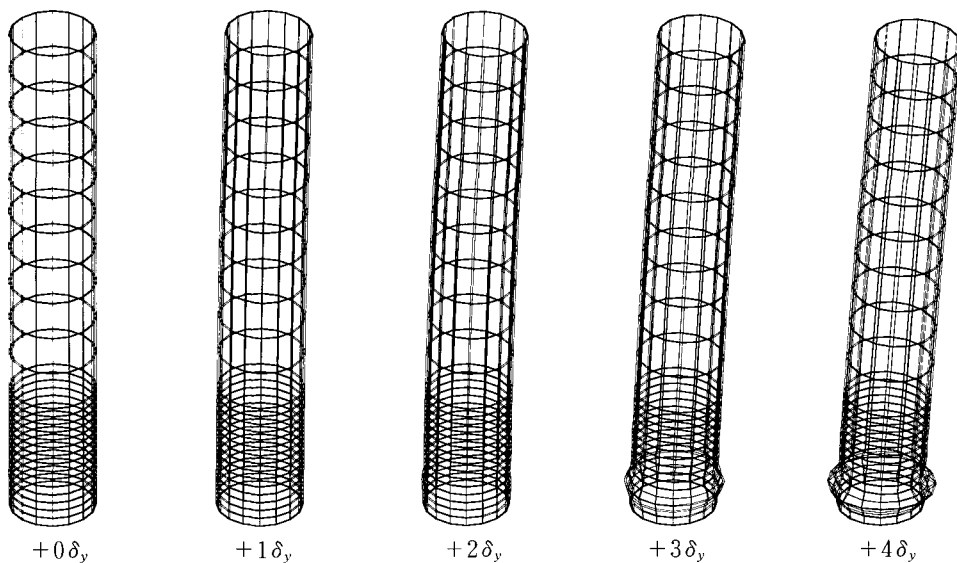


그림 8 변형형상(R/t25-P/Py0.3)

싸이클이 증가할수록 교각 하부에 발생하는 국부좌굴이 점차 증가하며 교각의 내하력이 감소됨을 알 수 있다.

본 연구에서 제안한 SM570강재 반복소성모델의 타당성을 검증하기 위하여 기존 원형강교각 내진실험과 유한요소 해석결과를 비교 및 검토하였다. 그림 6은 그 비교결과를 나타내며 R/t50의 경우 매우 잘 일치하였으며 R/t25의 경우 거의 일치함을 알 수 있었다. 즉, 제안된 SM570강재의 구성식이 비선형 반복하중을 받는 강구조물의 반복소성거동을 정확히 구현하였음을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 SM570강재가 적용된 강구조물의 정확한 내진해석을 위해 실험을 통하여 반복소성모델을 제안하였다. 제안구성식은 등방-이동경화법칙을 적용하였으며 단조 재하곡선을 바탕으로 하여 재하영역과 제하영역상에서 소성 계수의 연속성을 통하여 정식화하였다. 제안된 반복소성모델을 3차원 탄소성 유한요소 프로그램에 적용하여 내진해석을 수행하였다. SM570강재를 적용한 원형강교각 실험결과와 3차원 탄소성 유한요소프로그램을 이용한 내진해석을 비교하여 본 연구에서 제안한 반복소성모델의 타당성을 검증하였으며 그 결과는 다음과 같다.

1. 임의의 반복하중을 받는 강재(SM570)의 응력이력곡선의 비선형성을 정확히 구현하기 위하여 인장 및 저싸이클 피로실험을 수행하여 로그함수(ln)를 이용한 반복소성모델을 제안하였다.
2. 제안구성식을 3차원 탄소성 유한요소프로그램에 적용하여 내진해석을 수행하였으며 내진해석값과 실험값을 비교한 결과 본 연구에서 제안한 반복소성모델이 반복하중을 받은 SM570강재가 적용된 강구조물의 복잡한 소성거동을 정확히 구현함을 알 수 있었다. 즉, 본 연구에서 제안한 반복소성모델은 실제 지진시 강구조물에 발생하는 소성거동을 정도 높게 예측할 수 있음을 알 수 있다.

감사의 글

본 연구는 중앙대학교 연구기자재 구입 지원프로그램의 도움을 받아 수행한 결과입니다. 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. 임성우, "건축구조재로서의 SM570 강재", 한국강구조학회지, 제132권, 제1호, 2000, pp. 59-65.
2. 임성우, 장인환, "공장력강의 경제성 평가", RIST 연구논문, 제13권, 제2호, 1999, pp. 127-132.

3. 임성우, 고상기, 하동우, 오상훈, 장인환, "고장력(SM570) 강재의 재료특성에 관한 연구", 한국강구조학회논문집, 제12권, 제6호, 2000, pp. 649-659.
4. JSCE, "Report on the Hanshin-Awaji Earthquake Disaster," 1997, pp. 128-130.
5. Prager W., "A New Method of Analyzing Stresses and Strains in Working-Hardening Plastic Solids," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 78, 1959, pp. 493-496.
6. Ziegler H., "A Modification of Parger's Hardening Rule," *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 17, 1959, pp. 55-65.
7. Morz Z., "An Attempt to Describe the Behavior of Metals under Cyclic Loads Using a More General Work-Hardening Model," *Acta Mech.*, 1967, pp. 199-212.
8. Dafalias Y. F. and Popov E. P., "A Model for Nonlinearly Hardening Materials for Complex Loading," *Acta Mech.*, Vol. 21, No. 3, 1975, pp. 173-192.
9. Tseng N. T. and Lee, G. C., "Simple Plasticity Model of two-Surface Type," *J. Engrg. Mech.*, ASCE, Vol. 109, No. 3, 1983, pp. 795-810.
10. Kerig R. D., "A Practical Two Surface Plasticity Theory," *J. Appl. Mech. Trans.*, ASME, Vol. 42, No. 3, 1975, pp. 641-646.
11. McDowell D. L., "A Two Surface Model for Transient Nonproportional Cyclic Plasticity : Part 1. Development of Appropriate Equation", *J. Appl. Mech., Trans.*, ASME, Vol. 52, No. 2, 1985, pp. 298-302.
12. Shen C. and Mizuno E., Usami T., "A Generalized Two-Surface Model for Structural Steels under Cyclic Loading" *J. Struct. Mech.*, 471, 1992, pp. 23-33.
13. Nishimura N., Ono K., and Ikeuchi T., "A Constitutive Equation for Structural Steels Based on a Monotonic Loading Curve under Cyclic Loading," *Proc. JSCE*, Vol. 513, 1992, pp. 27-38.
14. 이은택, "구조용 강재의 반복소성모델 분석 연구", 한국강구조학회논문집, 제14권, 제6호, 2002, pp. 735-746.
15. Hiromichi Y., Masahiro T., Tetsuhiko A., and masaki Y., "An Experimental Study on The Cyclic Elasto-Plastic Behavior of High Strength Steel(SM570Q) Pipe Column," *JSCE*, No. 591, 1-43, 1998, pp. 233-242.
16. 장경호, 장갑철, "3차원 SOLIDFEM에 의한 원형 강교각의 내진성능에 관한 연구", 2001년도 대한토목학회 국제심포지움 및 학술발표회, 2001, pp. 1-4.
17. Usami T. and Ge H. B., "Cyclic Behavior of Thin-Walled Steel Structures-numerical analysis," *Thin-Walled Structures*, Vol. 32, 1998, pp. 41-80.