

## 역학적으로 엄밀한 사면안정도표의 제안

### Proposal of a Mechanically Rigorous Slope Stability Chart

김 종 민<sup>1</sup> Kim, Jong-Min

#### Abstract

In this study, a slope stability chart for assessing stability of homogeneous simple soil slopes is proposed. Most existing slope stability charts are based on limit equilibrium method, which is not rigorous in mechanical standpoint. Meanwhile, limit analysis based on the principle of virtual work and the bound theorems of plasticity is suitable for evaluating the stability of geotechnical structures such as slope due to its simplicity in computation and mechanical rigor. Numerical limit analysis taking advantage of finite elements and linear programming can consider various slope conditions and, in addition, find the optimum stability solution with efficiency. In this study, a numerical limit analysis program in terms of effective stress is developed and a mechanically rigorous slope stability chart is proposed by performing stability analyses for various slope conditions. Pore pressure ratio, commonly used in stability charts, is applied to consider the effects of pore pressure for effective stress analysis. As a result of comparison between proposed stability chart and Spencer's stability chart, it was found that Spencer's chart solutions are biased to lower bound which means conservative in design.

#### 요 지

본 연구에서는 균질 단순사면의 안정검토 시 간편하게 이용할 수 있는 사면안정도표를 제안하였다. 기존의 사면안정도표는 대부분 한계평형해석에 근거하고 있으나 잘 알려진 바와 같이 한계평형해석은 역학적으로 엄밀한 해석기법이 아니다. 반면 가상일방정식과 소성이론의 경계정리를 이용한 한계해석은 계산이 간단하면서도 역학적 엄밀성이 보장되어 사면과 같은 지반구조물의 안정해석에 적합한 해석기법이다. 특히 유한요소와 최적화기법을 적용한 수치한계해석은 다양한 사면조건을 반영할 수 있을 뿐 만 아니라 안정해의 최적값을 효율적으로 산정할 수 있는 장점이 있다. 본 연구에서는 유효응력 개념의 수치한계해석기법을 개발하고 다양한 사면조건에 대한 해석을 수행하여 역학적으로 엄밀한 사면안정도표를 제안하였다. 유효응력해석을 위한 간극수압의 영향은 기존의 사면안정도표와 같이 간극수압비를 적용하여 고려하였다. 제안된 안정도표와 Spencer 안정도표를 비교한 결과 Spencer 안정도표를 적용하여 사면설계를 수행할 경우 안전측 설계가 됨을 알 수 있었다.

**Keywords :** Effective stress analysis, Limit analysis, Pore pressure ratio, Slope stability chart

#### 1. 서 론

사면은 토목공사시 가장 흔하게 접하게 되는 지반구조물로서 안정해석을 수행하여 그 붕괴가능성을 검토

하여야 한다. 현재 사면의 안정성 검토에 가장 널리 사용되는 해석기법으로는 한계평형법을 들 수 있다. 한계평형법은 파괴면을 가정하고, 평형조건으로부터 산정되는 파괴면 상의 전단응력과 전단강도를 비교하여

<sup>1</sup> 정회원, 세종대학교 토목환경공학과 전임강사 (Member, Full-time Lecturer, Dept. of Civil & Environmental Engrg., Sejong Univ., jongmin@sejong.ac.kr)

사면의 활동에 대한 안전율을 산정해내는 기법으로 다양한 형태의 파괴면을 가정하여 최소안전율과 임계파괴면을 산정해낸다. 특히 한계평형해석의 절편법은 복잡한 사면 형상, 지층구조, 지하수위, 다양한 하중조건들을 해석에 고려할 수 있고 무엇보다도 해석방법이 간편한 장점을 지니고 있어 오랜 기간 대표적인 사면안정 해석기법으로 사용되고 있다.

사면안정해석문제는 수학적으로 경계값문제(boundary value problem)의 일종으로서 해석대상 사면의 하중 및 변위 경계조건에 대한 평형, 적합, 그리고 구성방정식을 만족시키는 해를 산정해내야만 역학적으로 엄밀한 해석이라 할 수 있다. 여기서 경계값문제의 해는 안전율, 사면의 임계경사, 임계높이, 혹은 파괴하중이 될 수 있다. 그러나 전술한 바와같이 한계평형법은 경계값문제에서 만족되어야하는 조건들 중 평형조건만을 고려하는 바, 한계평형법으로 산정된 안전율은 역학적으로 엄밀한 값이 아니다. 모든 평형조건들이 만족되는 이른바 엄밀한 한계평형해석법들(Morgenstern et al., 1965; Spencer, 1967; Janbu, 1968; Fredlund et al., 1977; Espinoza et al., 1994)도 적합 및 구성방정식이 고려되지 않으므로 역학적으로 엄밀한 해석방법이라 볼 수 없다. 역학적으로 엄밀한 사면안정해석법으로는 유한차분법이나 유한요소법과 같은 탄소성 수치해석기법들을 들 수 있으나 이들 해석법은 어떠한 구성방정식을 적용했는가에 따라 해석결과의 차이가 발생하며, 해의 발산문제 등 초급기술자들이 사용하기에는 어려움이 있다. 특히 파괴의 정량적 판단기준이 되는 안전율을 산정하지 못하는 바, 파괴를 주관적으로 판단해야하므로 실무적용성이 떨어진다. 한편 소성이론의 경계정리를 이용한 한계해석은 이론 및 계산과정이 간단하면서도 역학적으로 엄밀한 해를 산정해내는 안정해석기법이다. 한계해석은 토체를 관련유동법칙을 따르는 강성완전소성체로 가정함으로써 해석을 단순화시키고, 해석의 관점을 파괴발생시점으로 국한하여 하계해석에서는 평형방정식을 그리고 상계해석에서는 적합 및 구성방정식을 고려하여 역학적으로 엄밀한 해의 하한 및 상한값을 산정하게 된다. 이러한 해석상의 장점들로 인해 한계해석을 이용한 사면안정해석에 관한 많은 연구가 수행되었다(Chen, 1975). 지금까지 대부분의 한계해석 관련 연구는 상계해석에만 집중되어 왔으며 하계해석에 관한 연구는 매우 미미한 실정이다. 이는 상계해석이 실무에서 널리 사용되는 한계평형해석과 개념적인 유사점

이 많기 때문이기도 하지만, 그보다는 하계해석에 필요한 최적의 정적허용응력장을 가정하는 것이 어렵기 때문이다. 그러나 하계해석 결과는 파괴상태에 대한 하한값을 제공하므로 설계 적용시 안전측에 해당되는 결과를 산정하는 바, 상계해석 보다 실무적용성이 더 높다고 판단된다. 이러한 단점을 극복하기 위한 방안으로 유한요소를 이용한 수치한계해석기법들이 연구·개발되었다.

수치한계해석은 해석 대상사면을 유한요소로 모델링함으로써 한계해석에 필요한 응력장 및 속도장을 다양한 형태로 가정할 수 있는 장점이 있다. 또한 파괴하중과 하계 및 상계해석 조건을 유한요소의 절점 및 요소변수의 함수로 표현할 수 있으므로 최적화기법을 적용할 경우 최적의 한계해석 해(파괴하중의 최대하한값과 최소상한값)를 용이하게 산정할 수 있게된다. 사면의 수치한계해석에 대한 연구는 여러 연구자들에 의해 수행된 바 있으나(Jiang et al., 1997; Yu et al., 1998), 대부분 간극수의 영향을 고려하지 않은 전응력 개념의 해석에 국한되었다. Kim 등(1999, 2002)은 유효응력 개념의 수치한계해석기법을 개발하여 사면안정해석에 적용한 바 있으며, 이 때 간극수압은 침윤선을 가정하여 산정하고 이를 한계해석에 반영하였다. 사면의 안정성을 개략적으로 판단하고자 할 때 사면안정도표가 널리 쓰이고 있는데, 기존의 사면안정도표는 대부분 간극수압비를 이용하여 간극수의 영향을 고려하고 있다. 따라서 본 연구에서는 간극수압비를 이용한 유효응력개념의 사면안정도표를 제안하고자 하며, 도표제안에 필요한 안정해석에 한계해석을 적용함으로써 안정도표의 역학적 엄밀성을 확보하고자 한다.

## 2. 간극수압을 고려한 한계해석

### 2.1 유효응력개념의 한계해석

한계해석은 강성-완전소성체 가정과 가상일의 원리를 이용하여 안정문제에 대한 역학적으로 엄밀한 해의 범위를 산정해내는 기법이다. 강성-완전소성체에 가상일의 원리를 적용하게 되면 소성이론의 하계정리와 상계정리를 유도할 수 있다. 하계정리에 근거한 하계해석은 파괴시점 혹은 직전의 상태에 대한 해석으로서 가상일 방정식에서 평형조건만을 고려하여 파괴하중을 산정하게 되며 산정된 파괴하중은 실제 파괴하중의 하한

값이 된다. 반면 상계정리에 근거한 상계해석은 파괴시점 혹은 직후의 상태에 대한 해석으로서 가상일 방정식에서 적합 및 구성조건만을 고려하여 파괴하중을 산정하게 되며 산정된 파괴하중은 실제 파괴하중의 상한값이 된다. 따라서 한계해석에서는 평형조건은 하계해석을 통해 그리고 적합 및 구성조건은 상계해석을 통해 만족되는 방식으로 역학적 엄밀성을 확보하게 된다. 이렇게 평형-적합-구성조건을 동시에 고려하지 않는 간단한 해석을 통해서도 역학적 엄밀성을 확보할 수 있는 이유는 흙을 강성-완전소성체로 가정하였기 때문이다. 흙의 실제 거동은 강성-완전소성이 아니지만, 해석의 범위를 파괴시점으로만 국한시키면 탄성영역이 작은 흙과 같은 재료의 파괴여부를 판단하는데에는 적용가능한 가정으로 사료된다.

유효응력개념의 한계해석을 수행하기 위해서는 식 (1)에서 보는바와 같이 가상일 방정식에 간극수압을 포함시켜야 한다.

$$\int_S T_i v_i dS + \int_V X_i v_i dV = \int_V (\sigma'_{ij} - \delta_{ij} u_w) \dot{\epsilon}_{ij} dV \quad (1)$$

여기서,  $T_i$ =외력;  $X_i$ =체력;  $v_i$ =변위의 변화율(속도);  $\sigma'_{ij}=T_{ij}$ ,  $X_i$ 와의 평형조건을 만족하는 유효응력텐서;  $\delta_{ij}$ =Kronecker delta;  $u_w$ =간극수압;  $\dot{\epsilon}_{ij}=v_i$ 와의 적합조건을 만족하는 변형률의 변화율 텐서;  $S, V$ =해석대상 영역의 표면적, 체적

식 (1)의 좌변은 외력과 체력이 한 일을 그리고 우변은 내부에너지 소산을 의미한다. 식 (1)을 이용한 유효응력개념의 사면안정해석을 수행하기 위해서는 사면

내 간극수압의 분포를 산정해야 한다. 사면내 간극수압 분포를 산정하는 방안으로는 우선망해석법, Dupuit 이론, 그리고 간극수압비의 적용 등을 들 수 있다. 이중 우선망해석법과 Dupuit이론은 먼저 사면내 침윤선을 결정해야 하며 침윤선의 형상에 따라 간극수압분포가 달라지므로 간극수압에 대한 정보의 일반화가 필요한 안정도표에의 적용에는 어려움이 있다. 사면안정도표에서는 간극수압을 고려하는 방안으로 간극수압비를 이용하는 것이 일반적이다. 간극수압비는 간극수압과 간극수압 산정 지점의 상재응력의 비로 정의되며 식 (2)와 같다.

$$r_u = \frac{u_w}{\gamma y} \quad (2)$$

여기서,  $y$ =간극수압 산정지점의 지표면으로부터 연직거리;  $\gamma$ =단위중량

그림 1은 균질한 단순사면을 나타낸 것으로 사면 선단을 원점으로 한다면, 간극수압은 사면을 그림 1과 같이 3구역으로 나누어 식 (3)을 적용하여 산정할 수 있다.

$$u_w = r_u \gamma (-y) \quad \text{for } x \leq 0 \quad (3a)$$

$$u_w = r_u \gamma (x \tan \beta - y) \quad \text{for } 0 < x < H / \tan \beta \quad (3b)$$

$$u_w = r_u \gamma (H - y) \quad \text{for } H / \tan \beta \leq x \quad (3c)$$

본 연구에서는 식 (3)을 한계해석의 하계이론과 상계이론에 적용하여 간극수압을 고려한 수치한계해석 프로그램을 개발하고, 이를 이용하여 유효응력개념의 사면안정도표를 제안할 것이다.

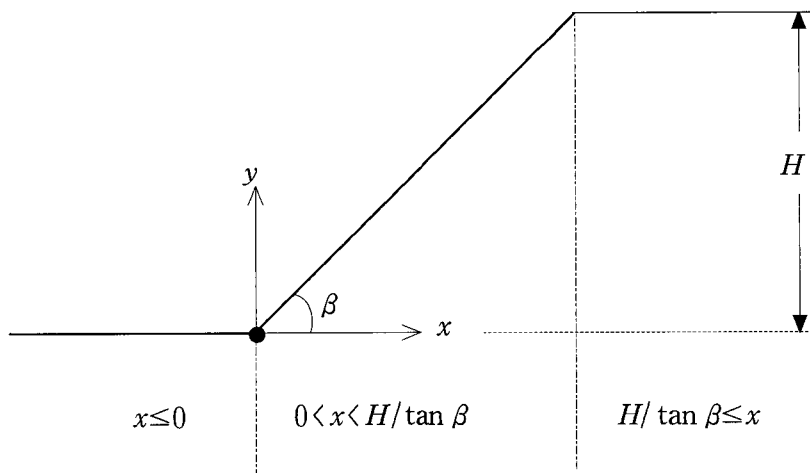


그림 1. 간극수압비를 이용한 간극수압 산정구역(균질단순사면)

## 2.2 하계해석

하계해석에서는 해석대상 토체에 적절한 정적허용응력장을 가정하고 이에 가상일의 원리를 적용하여 파괴하중을 산정하게 된다. 정적허용응력장은 (i) 해석대상 토체 내의 모든 점에서 파괴가 발생하지 않고, (ii) 연속체의 응력평형조건, (iii) 응력불연속면의 응력평형조건, 그리고 (iv) 하중경계조건이 만족되는 응력장으로서, 파괴발생 시점 혹은 직전의 상태를 의미한다. 따라서 정적허용응력장을 기반으로 하는 하계해석을 통해 산정되는 파괴하중은 실제 파괴하중의 하한값이 된다. 응력장의 정적허용조건 (i)~(iv)는 각각 식 (4)~(6)과 같다.

$$F = (\sigma'_x - \sigma'_y)^2 + (2\tau_{xy})^2 - \{2c' \cos \phi' - (\sigma'_x + \sigma'_y) \sin \phi'\}^2 \leq 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial u_w}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 ; \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_y}{\partial y} + \frac{\partial u_w}{\partial y} = \gamma \quad (5)$$

$$\sigma'_n = \sigma'_e ; \quad \tau_1 = \tau_2 \quad (6)$$

$$\sigma'_b + u_w = q ; \quad \tau_b = t \quad (7)$$

여기서,  $F$ =Mohr-Coulomb 파괴기준에 의한 항복함수;  $\sigma'_n, \sigma'_e$ =응력불연속면에 작용하는 연직응력;  $\tau_1, \tau_2$ =응력불연속면에 작용하는 전단응력;  $\sigma'_b, \tau_b$ =경계면에서의 연직 및 전단응력;  $q, t$ =연직 및 전단 경계응력

응력장의 정적허용조건에 간극수압 산정식 (3)을 적용하면 응력평형조건을 나타내는 식 (5)는 다음의 식 (8)과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad \text{for } x \leq 0 \quad \text{또는 } H/\tan \beta \leq x \quad (8a)$$

$$\frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = -r_u \gamma \tan \beta \quad \text{for } 0 < x < H/\tan \beta \quad (8b)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_y}{\partial y} = (r_u - 1)\gamma \quad (8c)$$

## 2.3 상계해석

상계해석에서는 해석대상 토체에 적절한 운동학적허용속도장을 가정하고 이에 가상일의 원리를 적용하여 파괴하중을 산정하게 된다. 운동학적허용속도장은 (v) 해석대상 토체 내의 모든 점에서 파괴가 발생하고, (vi) 연속체의 적합조건과 유동법칙, (vii) 속도불연속면의 적합조건과 유동법칙, 그리고 (viii) 속도경계조건이 만족

되는 속도장으로서, 파괴발생 시점 혹은 직후의 상태를 의미한다. 따라서 운동학적허용속도장을 기반으로 하는 상계해석을 통해 산정되는 파괴하중은 실제 파괴하중의 상한값이 된다. 속도장의 운동학적허용조건 (v)~(viii)은 각각 식 (9)~(12)와 같다.

$$F = (\sigma'_x - \sigma'_y)^2 + (2\tau_{xy})^2 - \{2c' \cos \phi' - (\sigma'_x + \sigma'_y) \sin \phi'\}^2 = 0 \quad (9)$$

$$\dot{\epsilon}_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma'_x} ; \quad \dot{\epsilon}_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma'_y} ;$$

$$\dot{\gamma}_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \tau_{xy}} \quad (10)$$

$$\Delta v = \tan \phi' |\Delta u| \quad (11)$$

$$u_b = \delta_1 ; \quad v_b = \delta_2 \quad (12)$$

여기서,  $u, v$ =수평 및 수직방향 속도;  $\Delta u, \Delta v$ =속도불연속면에서의 접선 및 연직방향 속도점프;  $u_b, v_b$ =경계면에서의 수평 및 수직방향 속도;  $\delta_1, \delta_2$ =수평 및 수직방향 경계속도

## 3. 유한요소를 이용한 수치한계해석

### 3.1 유한요소를 이용한 응력장 및 속도장의 구축

앞 절에서 보았듯이 한계해석을 수행하기 위해서는 정적허용응력장과 운동학적허용속도장을 가정해야 한다. 상계해석에 필요한 운동학적허용속도장은 한계평형해석의 파괴면과 유사한 물리적 의미를 갖는 것으로서, 주어진 사면에 대한 적절한 속도장을 해석적으로 추정할 수 있다. 실제로 동일한 파괴면에 대해 사면안정해석을 수행할 경우 상계해석과 한계평형해석은 동일한 결과를 내놓는 것으로 알려져있다. 반면 하계해석에 필요한 정적허용응력장은 토체 내부의 응력분포와 관련된 것으로 발생가능한 적절한 응력장을 해석적인 방법으로 추정하는 것은 불가능하다. 또한 실제 적용가능한 역학적으로 엄밀한 파괴하중을 산정하기 위해서는 한계해석 결과로 산정되는 파괴하중의 하한값과 상한값의 차이를 최소화하는, 즉 최대하한값과 최소상한값을 찾는 최적화의 과정이 필요하다. 한계해석의 최적화된 결과를 얻기 위해서는 무수히 많은 정적허용응력장과 운동학적허용속도장을 가정하여 해석을 수행해야 한다. 따라서 응력장과 속도장을 일정한 패턴(예: 직선, 원호, 대수나선 등)으로 국한시키지 않는 한 해석적인 방법으

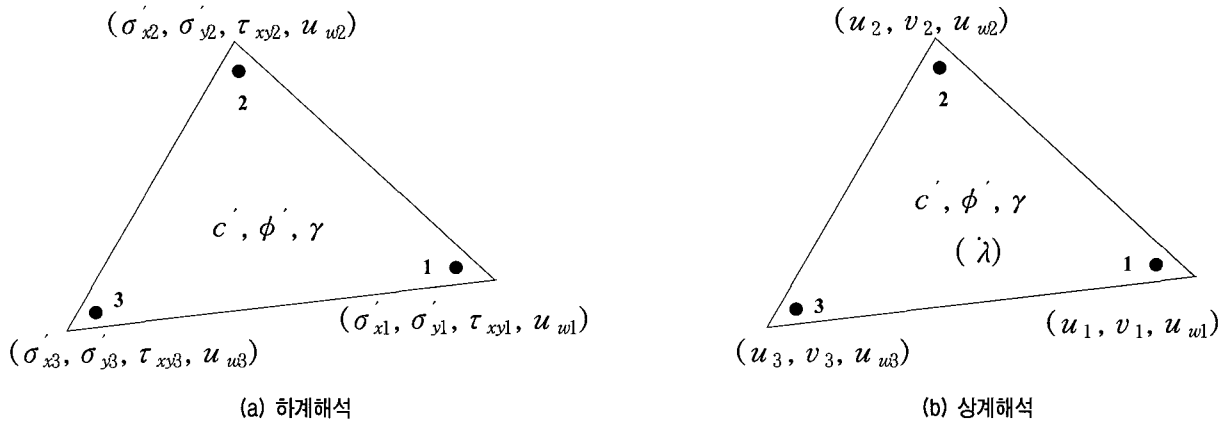


그림 2. 하계해석과 상계해석의 유한요소와 절점 및 요소변수

로 최적의 결과를 산정해내는 것은 불가능하다. 그러나 해석대상 사면을 유한요소를 이용하여 모델링할 경우, 각각의 요소는 연속체로 그리고 요소 간의 경계면은 응력 혹은 속도경계면으로 간주되어 발생가능한 모든 응력장과 속도장에 대한 해석을 수행할 수 있게 된다. 그림 2는 하계 및 상계해석에 적용한 유한요소와 절점 및 요소변수를 도시한 것이다.

또한 유한요소의 형상함수를 선형으로 가정할 경우, 파괴하중 산정식과 정적 및 운동학적 허용조건식들은 절점변수 및 요소변수의 선형함수로 표현되므로 파괴하중의 최적값은 선형계획법을 적용하여 산정할 수 있다.

### 3.2 수치한계해석

사면의 붕괴는 사면에 작용하는 외력 혹은 자중, 침투력, 부력 등을 포함한 체력에 의해 발생되는데, 본 연구에서는 외력이 작용하지 않는 상태의 사면을 대상으로 안정검토를 수행하였다. 따라서 최적화 대상인 파괴하중은 사면의 자중이 되며 또한 자중은 흙의 단위중량의 함수이므로 최종 최적화 대상은 단위중량이 되어 이를 가상일 방정식 (1)로부터 유도하면 다음 식 (13)과 같다.

$$\gamma = \frac{\int_V (\sigma'_{ij} - \delta_{ij} u_w) \dot{\epsilon}'_{ij} dV}{\int_V v_i dV} \quad (13)$$

여기서,  $u_w$ =식 (3)으로 표현되는 간극수압

따라서 한계해석 결과의 최적값, 즉 파괴하중의 최대 하한값 및 최소상한값을 산정하는 문제는 정적허용조건과 운동학적허용조건을 구속조건으로 하고 식 (13)을

목적함수로 갖는 최적화문제로 표현할 수 있게 된다. 특히 앞 절에 기술한 바와같이 응력장과 속도장을 구축하는데에 이용된 유한요소의 형상함수를 선형으로 가정하면 목적함수와 정적/운동학적허용조건들 역시 유한요소 절점 및 요소변수의 선형함수로 표현되므로 선형계획법을 적용하여 최적해를 산정할 수 있다. 하계해석과 상계해석의 최적화문제를 행렬을 이용한 일반형으로 쓰면 각각 식 (14), (15)와 같다.

$$\begin{aligned} \text{하계해석} & : \text{최대화} && C_1^T X_1 && (14a) \\ & \text{구속조건} && [A_1] X_1 = B_1 && (14b) \\ & && [A_2] X_1 < 0 && (14c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{상계해석} & : \text{최소화} && C_2^T X_2 && (15a) \\ & \text{구속조건} && [A_3] X_2 = B_2 && (15b) \\ & && [A_4] X_2 = 0 && (15c) \end{aligned}$$

여기서,  $C_1, C_2$ =하계해석 및 상계해석 목적함수의 계수벡터;  $[A_1]$ =연속체 및 응력불연속면에서의 평형방정식의 계수행렬;  $[A_2], [A_4]$ =하계해석 및 상계해석 항복함수의 계수행렬;  $[A_3]$ =연속체 및 속도불연속면에서의 유동법칙과 적합방정식의 계수행렬;  $B_1, B_2$ =경계응력 및 경계속도;  $X_1$ =하계해석 변수벡터=응력= $\sigma'_{x1}, \sigma'_{y1}, \tau_{xy1}, \dots, \sigma'_{xN}, \sigma'_{yN}, \tau_{xyN}$ ;  $X_2$ =상계해석 변수벡터=속도, 소성비례계수, 속도점프= $u_1, v_1, \dots, u_N, v_N, \lambda_1, \dots, \lambda_E, u_{11}^+, u_{11}^-, u_{12}^+, u_{12}^-, \dots, u_{D1}^+, u_{D1}^-, u_{D2}^+, u_{D2}^-$ ;  $N$ =유한요소 절점개수;  $E$ =유한요소 개수;  $D$ =속도 불연속면 개수

일반적으로 정적허용조건과 운동학적허용조건을 나타내는 구속조건 방정식의 계수행렬,  $[A_1]$ ,  $[A_2]$ ,  $[A_3]$ ,  $[A_4]$ 는 대부분의 원소가 0인 희박한 행렬(sparse matrix)이다. 이러한 경우 Simplex method와 같은 전통적인 선형계획법은 계산효율이 떨어진다. 본 연구에서는 희박한 행렬을 포함하는 선형최적화 문제에 적합한 steepest active set algorithm(Best et al., 1985)을 이용한 선형계획법 루틴을 적용하여 최적화를 수행하였다.

#### 4. 시면안정도표

##### 4.1 해석조건

본 연구에서는 그림 3(a)와 같은 균질한 단순사면에 대한 한계해석을 수행하여 시면안정성을 검토하였다. 하계 및 상계해석을 위한 정적허용응력장과 운동학적허용속도장을 그림 3(b)와 같은 유한요소망으로 모델링하여 가정하였다.

해석대상 사면의 경계조건은 하계해석의 경우 반무한 지반 경계조건을 적용하였고, 상계해석의 경우 수평 및 수직방향 속도를 모두 고정( $u=v=0$ )시켰다. 이러한 경계조건을 적용함으로써 하계해석은 실제 파괴하중 보다 작은 값에서 그리고 상계해석은 실제 파괴하중 보다 큰 값에서 파괴가 발생하게 되며, 따라서 하한값 및 상한값의 구분을 보다 명확히 하였다. 그림 3(b)에서 점선으로 도시한 요소는 하계해석에 적용하는 무한요소로서 전술한 반무한 경계조건을 반영한다. 또한 요소망의 차이에 의한 해석결과의 차이를 없애기 위해 무한요소의 존재 유무를 제외하고는 하계 및 상계해석 모두 동일한 유한요소망을 적용하여 해석을 수행하였다.

응력장과 속도장을 구성하는 유한요소망의 특성은 해석결과에 큰 영향을 미치는 요소 중의 하나로서 이에 대한 분석이 필요하다. 본 연구는 균질한 단순사면을 대상으로 하므로 유한요소의 모양은 그림 3(b)와 같은 형태로 고정할 수 있으며, 따라서 해석결과에 영향을 미치는 요소는 유한요소의 크기가 된다. 유한요소의 크기가 작을수록 파괴하중의 하한값과 상한값의 차이가 줄어들게 되므로 유한요소의 크기변화에 따른 하계 및 상계 해석 결과의 변화를 살펴보았다. 그림 4는 유한요소의 크기와 해석결과의 관계를 도시한 것이다.

그림 4에서 보듯이 하계해석의 경우 유한요소 크기에 따른 파괴하중의 변화가 거의 없는 반면 상계해석의 경우 유한요소 크기가 작아짐에 따라 파괴하중 역시 작아짐을 보이는데 삼각형요소의 짧은 변의 길이가 25cm 이하, 즉 2m당 유한요소 8개 이상이 되면 이러한 변화가 거의 없어짐을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 짧은 변의 길이가 25cm인 삼각형 요소를 그림 3(b)와 같은 형태로 배열한 유한요소망을 적용하여 응력장과 속도장을 모델링하였다.

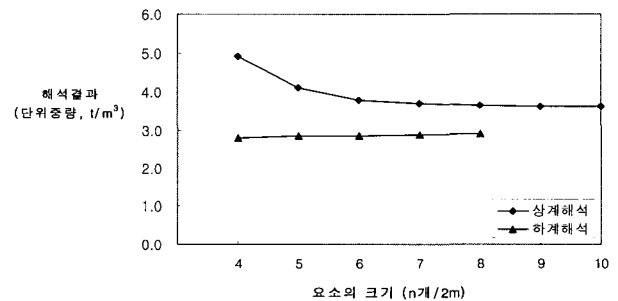


그림 4. 유한요소의 크기에 따른 해석결과

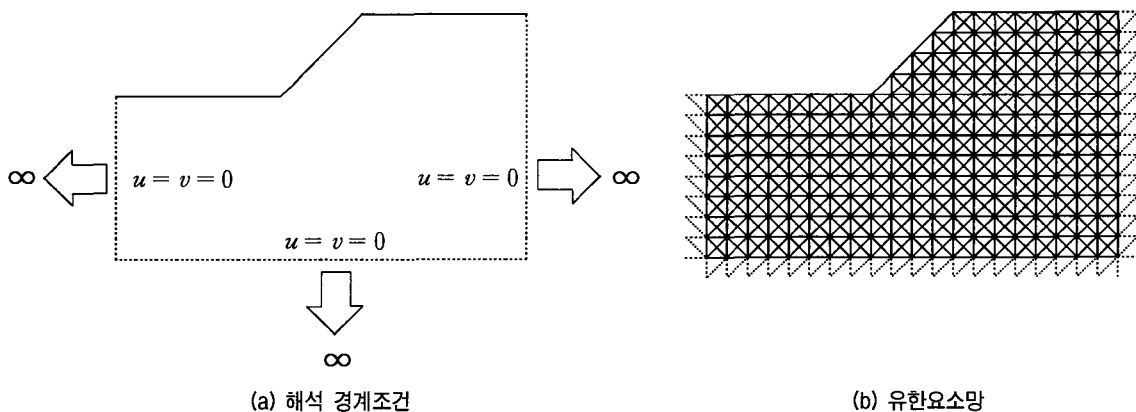


그림 3. 수치한계해석 수행을 위한 경계조건 및 유한요소망

## 4.2 사면안정도표 제안을 위한 해석조건

사면안정도표를 이용하여 사면의 안정성을 검토할 경우, 흙의 전단강도정수, 간극수압비, 사면경사, 사면높이 등 주어진 사면조건을 이용하여 사면의 안정수를 산정하고 이로부터 안전율을 역산하게 된다. 한계평형법을 이용한 사면안정도표의 경우, 안전율 산정공식의 특성에 따라 도표에 적용되는 전단강도정수의 개념이 달라지게 된다. 일체법이나 Bishop의 간편법과 같이 안전율 산정공식이 선형인 경우 파괴전단강도정수( $c'$ ,  $\phi'$ )를 적용할 수 있다. 반면 안전율 산정공식이 비선형인 절편법을 이용하는 경우, 안정도표에 적용하는 전단강도정수는 외력에 대한 저항으로써 발현된 가동전단강도정수(mobilized shear strength parameter), 즉 가동마찰각( $\phi'_m$ )과 가동점착력( $c'_m$ )이 된다. 따라서 대부분의 안정도표는 사면안정 검토 시, 우선 안전율을 가정하고 이를 식 (16)에 적용하여 가동마찰각을 산정한 후 안정도표로부터 안정수( $N_F$ )를 산정하고 식 (17)로부터 안전율을 역산하여 가정치와 역산치가 같아질 때까지 반복연산을 수행하게 된다.

$$\phi'_m = \tan^{-1}\left(\frac{\tan \phi'}{FS}\right) \quad (16)$$

$$N_F = \frac{c'_m}{\gamma H} = \frac{c'}{\gamma H} \frac{1}{FS} \quad (17)$$

여기서,  $N_F$ =안정수

한계평형법의 절편법을 이용하여 사면안정도표를 제안할 경우, 다양한 사면조건에 대한 안정해석을 수행하고 그 결과로 산정된 안전율을 파괴전단강도정수에 적용하여 도표 제안에 필요한 가동전단강도정수와 안정수를 산정해야 한다. 도표를 제안하기 위해서는 몇몇 임의의 가동전단강도정수 값을 선정하고 각각에 대한 해석을 수행해야 하는데, 전술한 바와 같이 가동전단강도정수는 한계평형해석의 결과로부터 산정되는 바 임의의 값을 해석 전에 미리 선정해 놓는 것이 불가능하다. 따라서 한계평형법을 이용할 경우, 방대한 양의 해석을 수행하여 도표 제안에 필요한 자료를 취합·정리해야만 한다. 반면 한계해석은 파괴시점에 대한 해석 즉, 안전율이 1인 경우에 대한 해석이므로 가동전단강도정수와 파괴전단강도정수가 동일한 값이( $\phi' = \phi'_m$ ;  $c' = c'_m$ )된다. 따라서 해석에 적용할 임의의 가동전단강도정수

표 1. 사면안정도표 제안을 위한 해석조건

항 목	조 건
점착력/높이	$c'/H = 1$
사면기울기(H:V)	1.5:1, 2:1, 3:1, 4:1
마찰각	10°, 15°, 20°, 25°, 30°, 35°, 40°
간극수압비	0, 0.25, 0.5

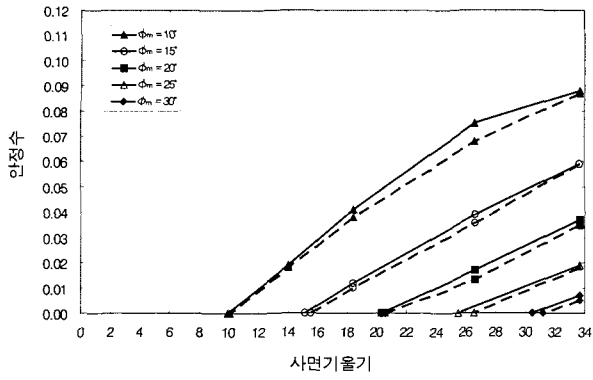
를 미리 선정할 수 있으며, 한계평형법을 이용하는 경우에 비해 해석량이 현격하게 줄어드는 장점이 있다. 본 연구에서 사면안정도표 제안을 위한 해석에 적용한 사면조건은 표 1과 같다.

표 1의 해석조건에 대해 수치한계해석을 수행하여 사면기울기와 마찰각에 따른 안정수의 하한값과 상한값을 산정하고 이들 자료들을 이용하여 사면안정도표를 제안하였다. 본 연구에서는 자중에 의한 사면붕괴를 대상으로 하므로, 전술한 바와 같이 수치한계해석의 결과는 파괴를 일으키는 단위중량의 최적값으로서 하계해석과 상계해석은 각각 단위중량의 하한값과 상한값의 최적값을 산정하게 된다. 또한 안정수는 단위중량의 역수를 취하게 되므로 하계해석 결과는 안정수의 상한값이 그리고 상계해석 결과는 안정수의 하한값이 된다.

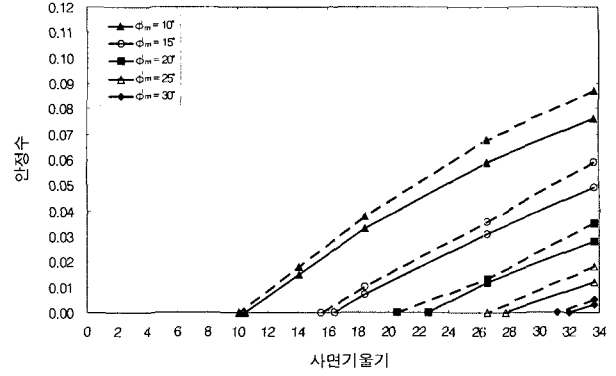
## 4.3 사면안정도표의 제안 및 기존 사면안정도표와의 비교

수치한계해석 결과를 이용하여 본 연구에서 제안하는 사면안정도표는 그림 5 및 6과 같다. 그림 5는 하계해석 결과로 산정된 안정수의 상한값을 그리고 그림 6은 상계해석 결과로 산정된 안정수의 하한값을 도시한 것이다.

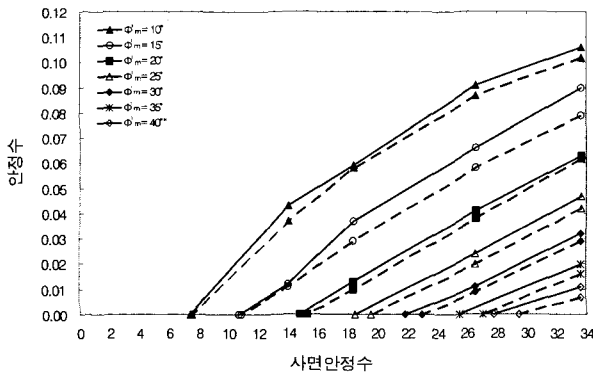
그림 5와 6에서 실선은 본 연구에서 개발한 수치한계해석에 의해 산정된 안정수를 나타내고 점선은 기존의 사면안정도표 중 Spencer의 안정도표(Spencer, 1967)에 의해 산정된 안정수를 나타낸다. Spencer의 사면안정도표는 힘과 모멘트 평형조건이 모두 만족되는 엄밀한 한계평형해석기법인 Spencer 방법에 의해 제안된 도표로서 간극수압비를 이용하여 유효응력해석을 수행할 경우 널리 이용되는 도표이다. 그림에서 보듯이 Spencer 방법의 결과는 한계해석 결과의 안정수 범위 내에 있음을 알 수 있다. 다만 Spencer 안정도표는 상계해석 결과보다는 상대적으로 하계해석 결과에 더 근접하는 경향을 보이는데, 이는 점착력과 마찰각이 모두 0이 아닌  $c$ -



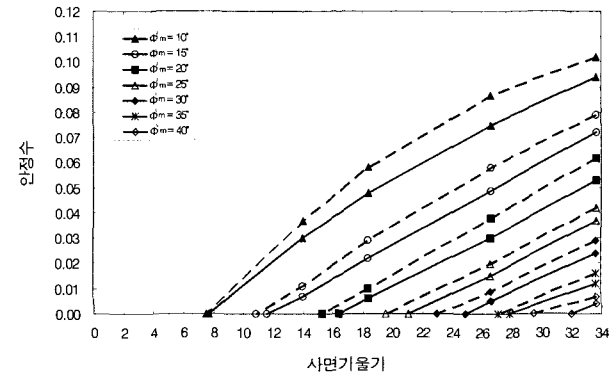
(a) 간극수압비,  $r_u=0$



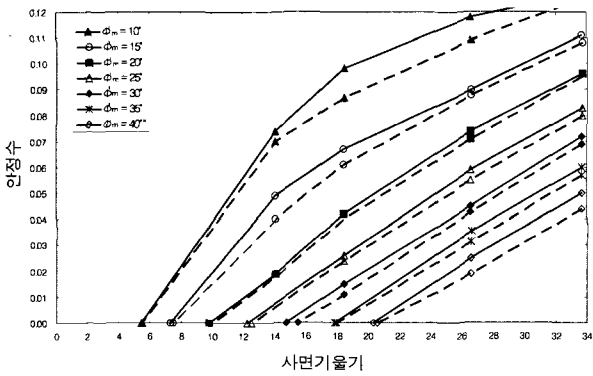
(a) 간극수압비,  $r_u=0$



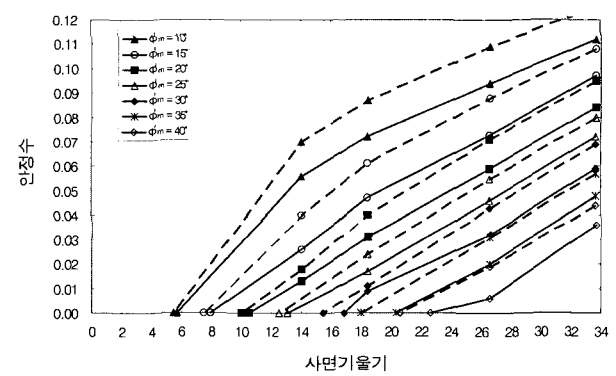
(b) 간극수압비,  $r_u=0.25$



(b) 간극수압비,  $r_u=0.25$



(c) 간극수압비,  $r_u=0.5$



(c) 간극수압비,  $r_u=0.5$

그림 5. 하계해석에 의한 사면안정도표와 Spencer 도표의 비교

그림 6. 상계해석에 의한 사면안정도표와 Spencer 도표의 비교

$\phi$  지반으로 구성된 사면의 한계평형해석 결과가 나타내는 기존 연구결과(Yu et al. 1998)와 일치한다. 따라서 하계해석이 안전측 설계개념임을 고려할 때 Spencer 안전도표는 실무설계 적용에 유용함을 알 수 있다. 또한 경사각과 가동마찰각이 동일한 경우 간극수압비가 커질수록 안정수가 증가함을, 즉 안전율이 감소함을 알 수 있다. 도표에 주어진 값 이외의 간극수압비와 가동마찰각을 지닌 사면의 안정검토는 보간법을 적용하여 수행한다.

안전도표는 설계안전율에 따른 사면기울기나 사면높이를 산정하는 경우 혹은 주어진 사면의 안전율을 산정하는 경우에 이용할 수 있다. 예를 들어 점착력  $c'=10$  kPa, 마찰각  $\phi'=20^\circ$ , 그리고 단위중량  $\gamma=18$  kN/m<sup>3</sup>인 지반을 깊이  $H=10$ m, 설계 최소안전율  $F=1.3$ 의 조건으로 굴착하는 경우, 최대 굴착정사도를 결정하기 위해서는 우선 안정수와 가동마찰각을 산정해야 한다. 주어진 사면조건으로부터 안정수  $N_F=c'/\gamma HF=0.043$ 와 가동마찰각  $\phi'_m=\tan^{-1}(\tan \phi'/F)\approx 15^\circ$ 를 산정하고 이를



표 2. 예제사면의 도표적용 결과

간극수압비 ( $r_u$ )	최대 굴착경사도 (°)		
	하한값	상한값	Spencer
0	27.7	31.2	28.7
0.25	20.0	24.6	22.2
0.5	13.1	17.4	14.7

그림 5와 6의 사면안정도표에 적용하여 간극수압비에 따른 최대 굴착경사도를 산정하면 표 2와 같다.

표 2에서 최대 굴착경사도의 하한 및 상한값은 한계 해석에 의해 산정된 값으로 역학적으로 엄밀한 최대 굴착경사도의 범위를 규정한다. 표에서 보듯이 Spencer의 안정도표에 의해 산정된 최대 굴착경사도는 역학적으로 엄밀한 범위 내에 위치하는 것을 알 수 있으며, 전술한 바와 같이 하한값, 즉 안전측에 더 가까움을 알 수 있다.

## 5. 결론

본 연구에서는 역학적으로 엄밀한 유효응력개념의 사면안정도표를 제안하였다. 도표 제안을 위한 토사면의 안정해석기법으로는 역학적 엄밀성이 보장되는 한계해석을 이용하였으며 유효응력해석 수행을 위한 간극수압의 영향은 간극수압비를 이용하여 고려하였다. 본 연구를 통해 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 안정해석 대상 사면을 선형 형상함수를 갖는 유한요소로 모델링하여 수치한계해석을 수행할 경우, 파괴 하중의 최소상한값과 최대하한값을 산정하는 문제는 선형계획법을 이용한 최적화문제가 된다.
- (2) 다양한 조건의 균질한 단순 토사면에 대한 유효응력개념의 수치한계해석을 수행하여 사면안정도표를 제안하였다. 제안된 사면안정도표는 간극수압비에 따라 역학적으로 엄밀한 안정수의 하한값과 상한값을 제공한다. 따라서 주어진 사면조건에 대한 역학적 엄밀해(성토사면의 높이, 굴착사면의 깊이, 안전율 등)의 범위를 산정하는데 이용할 수 있다.
- (3) 한계평형법을 적용하여 제안된 기존의 사면안정도표 중 모든 평형조건이 만족되는 대표적인 도표인 Spencer 안정도표와 본 연구의 사면안정도표를 비교한 결과, Spencer 안정도표는 역학적으로 엄밀한 해의 범위 내에 있음을 알 수 있었고 하계해석결과

에 더 근접함을 알 수 있었다. 따라서 Spencer 안정도표를 이용할 경우 비교적 안전측 설계가 된다고 볼 수 있으며, 이는  $c-\phi$  기반으로 구성된 사면의 한계평형해석 결과가 나타내는 일반적인 경향과 일치한다.

## 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구사업(과제번호: R01-2000-000-00365-0)의 지원으로 수행되었으며, 한국과학재단의 연구비 지원에 감사드립니다.

## 참고 문헌

1. Best, M. J. and Ritter, K. (1985), Linear Programing: Active Set Analysis and Computer Programs, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
2. Chen, W. F. (1975), Limit Analysis and Soil Plasticity, Elsevier, Amsterdam.
3. Espinoza, R. D., Bourdeau, P. L., and Muhunthan, B. (1994), "Unified Formulation for Analysis of Slopes with General Slip Surface", *Journal of Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol.120, No.7, pp.1185-1204.
4. Fredlund, D. G. and Krahn, J. (1977), "Comparison of Slope Stability Methods of Analysis", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.14, No.3, pp.429-439.
5. Janbu, N. (1968), Slope Stability Computations, Soil Mechanics and Foundation Engineering Report, The Technical University of Norway, Trondheim.
6. Jiang, G. J. and Magnan, J. P. (1997), "Stability Analysis of Embankments: Comparison of Limit Analysis with Methods of Slices", *Geotechnique*, Vol.47, No.4, pp.857-872.
7. Kim, J., Salgado, R., and Yu, H. S. (1999), "Limit Analysis of Soil Slopes Subjected to Pore-Water Pressures", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.125, No.1, pp.49-58.
8. Kim, J., Salgado, R., and Lee, J. (2002), "Stability Analysis of Complex Soil Slopes using Limit Analysis", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.128, No.7, pp.546-557.
9. Morgenstern, N. R. and Price, V. E. (1965), "The Analysis of the Stability of Generalized Slip Surfaces", *Geotechnique*, Vol.15, pp.79-93.
10. Spencer, E. (1967), "A Method of Analysis of the Stability of Embankments Assuming Parallel Inter-slice Forces", *Geotechnique*, Vol.17, No.1, pp.11-26.
11. Yu, H. S., Salgado, R., Sloan, S. W., and Kim, J. M. (1998), "Limit Analysis versus Limit Equilibrium for Slope Stability", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 124, No.1, pp.1-11.

(접수일자 2003. 12. 31, 심사완료일 2004. 2. 14)