韓國數學教育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2004, 2. 제 43권, 제 1호, 13-33.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
Feb. 2004, Vol. 43, No. 1, 13-33.

상업계 고등학교 수학교과서의 재구성이 학습자에게 미치는 영향[1)]

오 춘 영 (여수대학교)

1. 서론

현대사회는 지식 정보화 사회이며 정보화 사회에서 수학은 매우 중요하다. 정보통신의 발달로 사람들은 더 많은 정보를 얻어 삶을 보다 더 풍성하게 할 수 있는 기회를 가질 수 있게 되었다. 1963년 고등학교 수학과 교육과정 개정 이후 현재의 제7차 교육과정에 이르게 되었다. 약 40여년에 걸친 여러 교육과정개혁으로 변화와 발전이 있어 왔다. 비교적 최근의 교육개혁을 살펴볼 때 1988년 3월 31일에 공포한 5차 교육과정에서는 고등학교 수학교과에 대한 과목이 일반수학, 수학Ⅰ, 수학Ⅱ로 나뉘어져 있으며일반 수학은 수학교과의 공통필수 과목으로 편성되어 있다. 그리고 실업계 고등학교에서는 수학Ⅰ, 수학Ⅱ 중에서 학교 실정에 따라 선택할 수 있도록 되어있었다.

제6차 교육과정에서는 실업계 고등학교의 수학 교과목을 공통수학과 실용수학이나 수학Ⅰ,수학Ⅱ를 선택하여 교육과정을 운영하도록 되었다. 제7차 교육과정에서는 단계형 수준별 교육과정, 과목 선택형 수준별 교육과정 구성, 학습 내용의 최적화 및 학습량의 적정화, 내용을 상세화 한내용+행동의 형식으로 제시, 기본과정, 심화과정의 학습 내용 제시, 문제 해결력 신장, 다양한 선택 과목 신설(3과목 → 6과목)을 개정의 중점 목표로 하고 난이도와 학습의 부담을 경감하기 위하여 내용이 삭제되거나 변동이 있으며 학생의 적성, 능력, 진로, 흥미 등에 따른 학습 기회를 제공한다는 개정 취지에 따라 선택과목을 실용수학, 수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 미분과 적분, 확률과 통계. 이산수학으로 하였다.

* 2003년 5월 투고, 2004년 1월 심사완료.
* ZDM분류 : B77
* MSC2000분류 : 97B30
* 주제어 : 상업계고등학교 교육과정,
1) 본 연구는 여수대학교 2001년도 학술연구과제 지원비에 의하여 연구되었음

2. 연구의 필요성과 목적

교육과정의 꾸준한 개발과 발전에도 불구하고 실업계 수학교육이 효율적으로 개선되지 않아 그 내면을 조사해 보고자 한다. 제5차 교육과정부터 실업계 수학교육의 상황을 연구한 내용을 살펴보면 이준홍(1990), 구제현(1991)은 제5차 교육과정기간(1989 - 1994) 동안에

(1) 학생들의 낮은 수학 수준으로 선수 과목과 대수적 계산능력의 부족을 지적하고

(2) 학습량에 비해 수업 시수가 부족하며

(3) 수학교과와 전문교과를 연계하여 지도가 되어지지 않으므로 실업계 학생들에게 필요한 기본적인 수학내용을 수정·보완하는 뜻에서 일반계열 고등학교와 별도로 학교의 목적에 적합한 교과서가 구성되어야 함을 제언하였다. 또한 제6차 교육과정(1995 - 2001)에서도 장병현(1997), 신해인(1997), 윤외한(1998), 권경내(2000) 그리고 김영애(2002)등의 연구결과들이 비록 제6차 교육과정에서 실업계열 고등학교를 위해 실용수학이라는 과목이 선택과목으로 편성되었을지라도 연구자들 모두 위의 제5차 교육과정에서 지적된 사항과 똑같이 실업계 고등학교의 수학교육현장에 문제점으로 지적하였다.

1998학년도 전남지역의 경우 연도별 각급학교 학생수 현황은 일반계열 고등학교 학생들은 약55%이고 실업계 고등학교 학생들은 약45%이며 2000년의 경우는 일반계열 고등학교 학생들은 약57%이고 실업계 고등학교 학생들은 약43%이다. 2002년 입학생수 통계에 의하면 일반계열 입학생 수가 15,128이고 실업계열 입학생수는 9,881명으로 전체의 약 40%에 달한다(전남교육청 홈페이지(2002)). 이는 상당수의 학생들에게 좀 더 적절한 수학교육을 제공하여야 된다고 본다. 물론 실업계 고등학교의 교육목표는 학생들이 직업인으로서 기본적인 교양을 함양하고, 관련 직업분야의 직무수행에 필요한 기초 전문지식과 기술 및 태도를 확립함으로써 직업세계에 능동

적으로 대처하고 평생교육 체계에서 관련분야의 진로를 바르게 선택할 수 있게 함에 있다(전남교육청(2002)).

또 하나의 현실은 실업고생의 대학진학이 매년 증가하는데 서울지역의 경우 1999년 25.4%에서 2000년 27.5%, 2001년 29.7%, 2002년 33.6%등으로 매년 증가하고 있는 추세이다. 공업고등학교 졸업생 대학진학률은 지난해보다 5.7%포인트 오른 44.8%를 기록했고, 상업고등학교 졸업생의 진학률도 24.7%로 2.3%포인트 높아졌다. 충북지역의 경우 실업고 졸업생 대학 진학률이 지난해보다 2.8%포인트 높아진 50.9%를 기록했고 대구지역은 실업고 졸업생의 진학률이 55.7%, 충남은 지난해보다 7%포인트 높아진 42%, 전남은 4.1%포인트 상승한 44.5%를 각각 기록했다 (중앙일보, 2002. 4). 부산의 모 정보고등학교의 진학률이 86%이고 대전시내 실업계고교 진학률은 59%로 취업률 38.7%이고 전국 실업계 교교생의 진학률이 2001년 49.8%를 기록 작년에는 50%를 넘어선 것으로 추산 한다 (중앙일보 2003, 3, 20).

현 제7차 교육과정 내용 중 수학교과목은 학습자의 난이도와 학습자의 부담을 경감하기 위하여 내용이 삭제되거나 변동이 있었고 교과서 자체가 학습자들의 부담을 많이 줄여 주었다. 실업계열 학생들에게는 많은 부분을 학교장의 재량에 의한 교과운영을 할 수 있는 상황이긴 하지만 실업계열에 진학을 하게 되는 학생들의 상황(전남교육청, 2002)과 실업계 학교 특히 공업계 고등학교의 5개 학과는 전공교과목과 수학교과목과의 관련성에 관해 신해인(1997)은 실용수학이 43.36%, 공통수학이 56.64%가 관련되어 있고 김영애(2002)도 전공교과목과의 관련성이 있는데 전자기계과에서 여러 가지 방정식 단원에서의 빈도수는 44.8%라 했다. 그리고 실업계열 고등학교의 교육목표를 고려해 볼 때 제5, 6차 교과과정 중에 발생되었던 연구결과가 여전히 예상된다.

따라서 연구자는 위에 언급한 제5, 6차 교육과정동안 현장에 계신 선생님들의 연구결과들과 50% 이상의 학생들이 대학진학을 하고 있는 현실에서 대학에서도 같은 문제점을 가질 수밖에 없을 것이다. 선행학습 수준이 낮은 상황이므로 인문계열 학생들보다 내용의 수준을 낮추고 예시를 다양화 할 경우 학생들이 수학에 관심을 가지는지를 알고자 하였다.

3. 연구 문제

학습의 주체자가 효과적인 학습을 수행하기 위한 학습전략의 방법들 중 한 가지는 학습자에게 적절한 교재를 제공하는 것이다.

본 연구에서는 고등학교 1학년 수학 10-가의 문자와 식 단원의(박두일외 8인, 2001) 이차방정식, 여러 가지 방정식, 부등식에 관해서

(1) 선수과목의 내용이 본 내용을 이해하는데 필요한 과정으로 본 내용에 앞서 제시하고

(2) 수학과목이 전공과목과 어떻게 관련이 있는지

(3) 수학과목이 일상생활에 필요한 과목임을 인식시키고자 교재를 재구성하여 다음과 같은 연구문제를 설정하였다. 재구성한 교재가

1) 실험집단과 비교집단간의 학습수행에 대한 차이가 있는가?

2) 실험집단 개개인이 위 (1), (2), (3)에 관해 학습수행에 영향이 있는가? 를 위해 순천지역의 C상업계열 고등학교에서 실험을 실시하였다. 실험을 실시한 학교에서 2002년도 입학생의 수학과목은 1학년에 수학 10-가 과목이 주 2시간씩 1, 2학기로 수업이 진행되고 3학년에서 수학 I 의 강의가 이루어진다. 따라서 현장에 계신 선생님들의 연구결과에 나타난 두 번째 사항인 "학습량에 비해 수업 시수가 부족하다"고 하는 내용은 관련이 적다고 생각되어 연구내용에 포함시키지 않았다. 연구자가 연구하고자 한 선행연구로는 신해인(1997)이 공업계 수학교과 교과과정 재구성 모델을 제시하였다.

4. 교재의 재구성

교재의 재구성은 내용면에 있어서 원래의 교과서와 크게 차이가 나지 않으면서 실업계 고등학교 수학교재와 일반 고등학교 수학교재가 별도로 편찬된 나라들 중에서 독일의 실업계 교과서를 참고하였다. 독일은 인문 계열과 실업계열의 교과서가 다르고 실업계열 고등학교는 주어진 문제와 관련하여 다양한 그림과 실제의 사진을 칼라로 사용하고 있었다. 일본은 우리나라의 교과서와 유사한 형태이지만 고급스러운 용지를 사용하였고 함수부분에서는 눈금을 사용한 그래프가 제시되었다(井川 滿,

伊關兼四郎 외8인(1997), Dietrich Kahle, Gustav Adolf Locher(1996), Rainer Maroska외 6인 (1998)). 또한 현장의 선생님들의 지적사항에 관련해서 기본 틀을 형성하고자 하였다

이명숙, 전평국(1992)은 "수학의 모든 것은 경험에 기초하고 있다"고 주장하고 있고, Bruner은 수학적 개념들이 독립적으로 존재하는 경우는 거의 없기 때문에 학생들이 점진적이고 의미 있는 학습을 수행하려면 개념들이 서로 연결되어져야하며 학습된 수학적 개념이나 원리가 보다 상위 개념이나 원리를 학습하는데 정적 전위가 일어나도록 이끌려면 선행경험과 학습의 유의미하게 고리처럼 연결되어 재조직 되었을 때 유의미 학습이 이루어진다고 보았다(이명숙・전평국, 재 인용, 1992). 이와 관련하여 첫째는 본 내용을 공부하기 위해 본 내용과 관련된 중학교 과정의 내용이 선행 경험으로 먼저 수업시간에 기억을 할 수 있도록 중학교 과정의 내용을 삽입하였다. 그런데 가능한 이러한 내용의 예를 학생들이 수학은 항상 우리 주변에 있는 자연적 현상임을 인식하고, 그에 대한 관심을 유도하기 위해 그림과 일반적으로 알고 있는 일의 내용을 예제로 제시 하려고 노력을 하였다. 두번째 단계로는 용어의 설명 방법과 보기, 용어의 설명, 예제, 문제, 연습문제 등 모든 구성을 교과서 그대로 사용하고 학과 전공과목과 학문영역에서의 상호연결을 시켜주고 수학과목이 별개의 과목이 아니라 일상생활에 밀접히 관련되는 과목이라는 것을 인식 할 수 있도록 하기 위해 그림이나 사진을 예제에 삽입하고자 했다. 그러나 실험대상 학생들이 디자인학과 계통의 학생들이었는데 특별히 전공과 관련을 시키기가 쉽지 않았다. 셋째로는 제7차 교육과정에서는 학생들의 부담을 줄여주는 측면으로 편성이 되었다고 본다. 하지만 연구자는 재구성한 방정식 내에 있는 4차 방정식 단원에서 3차 방정식만을 다루었고 절대 부등식 부분까지 수업은 진행 되었으나 부등식 부분부터는 중간고사 내용에 포함되지 않아 부록에 넣지 않았다. 다음으로 교재의 형식적인 구성 측면에서 교재의 재구성은 교재 수학 10-가 박두일외 8인, (2001)의 교재의 구성을 그대로 따랐고 실험을 하는 학교에서는 박윤범 외 5인(2001)의 교과서를 사용하였다.

5. 교과내용의 방정식 구성

문자와 식 단원의 구성은 학년별로 다음과 같다.

	문자와 식 .내용 체계
7-가 (중1)	*문자의 사용 *식의 값 *일차식의 계산 *일차방정식과 그 해 *등식의 성질 *일차방정식의 풀이와 활용 *일차방정식을 활용하여 실생활의 문제 해결 (제7차 교육과정에서는 방정식이 7단계에서 처음도입)
8-가 (중2)	*다항식의 연산 *지수법칙 *간단한 등식의 변형 *미지수가 2개인 일차방정식과 연립일차 방정식 *연립일차방정식 *부등식과 그 성질 *일차부등식과 그 해 *연립일차부등식 *부등식의 활용 *방정식과 부등식을 이용한 생활문제 해결
9-가 (중3)	*다항식의 곱셈 *곱셈공식 *인수분해 *이차방정식과 그 해 *이차방정식의 풀이와 활용 *식의 일부를 치환하여 전개하는 다항식의 곱셈

박두일외 8인(2001)의 교재구성은 아래와 같다.

	내용	세부내용
10-가	수와 연산	*집합 *명제 *실수
	문자와 식	*다항식 *유리식과 무리식 *이차방정식 *여러 가지 방정식 *부등식
	통계(자료의 정리)	*산포도와 표준편차
10-나	도형	*평면좌표 *직선의 방정식 *원의 방정식 *도형의 이동
	측정	*부등식의 영역
	함수	*함수 *유리함수와 무리함수 *삼각함수 *삼각형에의 응용

6. 실험실시

실험 집단과 비교집단의 대상은 순천시 소재 C상업 고등학교 1학년 여학생들로 그래픽 산업디자인학과 2개 반(68명)과 비교집단은 정보 처리반의 1개 반(35명)이었다. 평균 나이는 16세이고 출신지역은 주로 순천(78%), 여수, 광양, 고흥, 기타지역의 여학생들이다. 학생들의 부모의 사회적, 경제적 상황은 농업(21%), 상업(17%), 회사원(20%), 공무원(6%), 기타(34%)로 실험 대상들의 학업성취도 수준은 신입생 진단평가 실시 결과 (2회 실시한 학급별 평균)는 100점 만점에 실험집단의 수학 평균 점수는 31.97이고 비교집단의 평균 점수는 36.94였다. 해당 학교의 교사 수는 85명이고 학교에서의 수학 교수-학습 방법은 1학년에서는 협력학습 + 교사주심 강의식이다.

수업은 기존의 담당교사분이 실시하였다. 수업은 기초학습이 부족한 학생들이라는 전제로 새로운 단원이 도입될 때는 중학교 과정과 연관된 부분을 확인 후 수업을 하였고 교수 학습시 심화 단계보다는 보충과정 수준의 문제를 중심으로 흥미를 유발하고 성취도를 높이는데 중점을 두었다. 평가에 있어서는 난이도를 조절 중간고사는 어렵게 기말고사는 조금은 쉽게 출제하고 수학 성적이 낮은 학생을 선발하여 특별 보충반를 운영하여 중학교 1,2,3학년 과정의 대수영역을 학기 당 30시간씩 보충교육 실시하면서 수업을 진행하였다.

실험수업은 2002년 9월 2일로 시작하는 주에서 11월 18일로 시작되는 주까지 중간고사 주를 제외한 11주간 수업이 학사일정에 따라 진행되었다. 시험 중간고사가 10월 7일로 시작되는 주간에 시행됨에 따라 실험을 하고자 하는 단원의 내용이 중간고사에 시험을 보게 되었고 기말고사 시험 범위의 절반 가까이를 차지하게 되었다. 평가에 있어서 실험을 행한 반과 그렇지 않은 반을 비교하기 위해서는 실험을 행한 반과 학년 전체가 동일한 시험문제로 학교의 학사일정에 따라 시험을 치렀다. 일반적으로 수학을 싫어하고 특히 실업계 고등학교는 성적이 낮은 학생들이 지원하므로 수학을 싫어하는 학생들이 많이 있는 상태였다.

설문지에 모두 한곳에만 표를 한 학생들은 결과분석에서 제외 시켰고 성적은 1학기 기말고사와 2학기 중간고사를 비교 분석했다. 실험수업이 끝난 후 실험수업을 행한 학생들에게만 재구성된 교재에 대한 학생들의 생각을 선수학습에 대한 관련도(4개), 일상생활과의 관련도(3개)와 전공과의 관련도(4개)로 나누어 11개 문항과 평소의 학생들 본인의 수학에 관한 관심도(5개)와 본인의 수학 과목에 관한 학습도(5개)로 총 10문항으로 조사했다(설문지는 부록2 참조). 응답에 있어서 긍정적인 문항의 점수를 5점으로 점수차는 1점씩이며 5단계로 응답 할 수 있으며 가장 부정적인 응답에 대해서는 1점으로 결과를 분석했다.

7. 결과의 분석

1) 실험 전후의 결과 1학기 기말고사 성적과 2학기 중간고사 성적을 비교하였는데 이를 살펴보면 <표 1>에서처럼 두 집단 모두 성적이 하락했다. <표 1>에서 마이너스는 평균 점수의 하락 정도를 나타낸다.

<표 1> 실험집단과 비교집단의 평균비교

	학생수	평 균	표준편차	t값	자유도	p값
실험집단	62	-9.371	17.908	0.30	95	0.762
비교집단	35	-8.343	11.896			

그런데 실험집단이 비교집단보다는 성적 하락이 약간은 더 컸으나 p값이 0.05보다 크므로 두 집단간의 평가점수로는 유의하지 않으므로 평균의 차이가 있다고 할 수 없다.

그런데 이러한 성적의 하락에 대하여는 '학교수학의 각 영역에 대한 선호도 연구'(김영국외 5인, 2000)에서 실업계열의 경우 중학교 수학의 각 영역에 있어서 수와 식에 대한 선호도는 43-57%이고 방정식과 부등식에 대한 선호도는 37-53%이고 통계 대한 선호도는 23-34%이다. 고1 공통수학의 각 영역에 대한 선호도에서 수와 식은 38-54% 이고 방정식과 부등식은 31-41%이다(김영국외 5인, 2000). 따라서 방정식과 부등식의 내용이 1학기동안 공부했던 앞 단원의 내용보다는 학생들의 선호도가 낮은 결과, 이러한 선호도는 관심도와 밀접한 관계가 있다고 볼 수 있을 것이다.

2) 실험집단 학생 개개인에 대한 연구문제 (1), (2),

(3)에 관해 재구성된 교재가 수학 학습수행 중에 영향이 있는를 살펴본 결과는 다음과 같다.

<표 2> 재구성된 교재에 대한 의견(%)

문 항		⑤	④	③	②	①	계
f1	1	28.57	42.86	23.81	3.17	1.59	100
	4	30.16	44.44	19.05	6.35	0	100
	7	15.87	41.27	19.05	20.63	1.59	98.41
	9	6.35	22.22	44.44	23.81	3.17	99.99
f2	2	9.52	20.63	31.75	31.75	6.35	100
	3	6.35	30.16	42.86	17.46	3.16	99.99
	5	7.94	15.87	41.27	26.98	7.94	100
f3	6	3.17	20.63	41.27	25.40	9.52	99.99
	8	9.52	17.46	34.92	28.57	7.94	98.41
	10	6.35	25.40	39.68	26.98	1.59	100
	11	4.76	14.29	41.27	25.40	14.29	100.01

*재구성된 교재에 대한 학생들의 생각
f1 : 선수학습에 대한 관련도
f2 : 일상생활과의 관련도
f3 : 전공과의 관련도
*문항 7, 8번은 각각 한명의 학생이 응답을 하지 않는 결과이면 100%를 초과하거나 부족한 항은 소수 다섯 번째에서 반올림으로 인한 차이임.

(1) 선수학습의 필요성에 대한 문항이 4종류인데 이에 대해서는 <표 2>의 ⑤점과 ④점의 응답률에서 알 수 있듯이 선행학습으로서 도움이 되었고 또한 필요함을 적극적으로 나타내었다. 이는 많은 학생들이 수학 학습 능력이 부족한 상태이기 때문에 필요한 내용이 많음을 알 수 있다.

(2) 대체적으로 수학이 전공과 관련이 있는지에 대한 인식으로는 ③점으로 그저 그렇다고 대답을 하는 항목이 많았는데 이는 실험을 시행한 학과가 수학을 많이 필요로 하는 학과가 아니며 또 그래픽 디자인학과에서 교통표지판, 현수교, 분수 등이 전공과의 관련이 있으나 일학년이기 때문에 익숙하지 않기 때문인 것으로 보인다.

(3) 실생활과의 연관성에 대하여는 그저 그렇다고 대답을 한 항목과 종종 그렇다고 대답을 한 항목이 많았다. 종종 그렇다고 응답한 것은 교재의 예시에서 학생들이 직접적으로 느낄 수 있는 축구장에 들어가는데 연립방정식의 입장료문제나 혹은 현수교 다리의 아치모양의 이차방정식 문제 등에서 이런 응답을 했다고 보인다. 그런데 이 항목의 학생들의 응답은 <표 3>과 관련이 있다. 개개인의 수학과목에 대한 관심에 관한 응답을 살펴보면 보통이거나 전혀 관심이 없는 학생들이 응답 학생의 64-84%이고 본인의 학습정도는 보통이거나 전혀 스스로 학습을 하지 않은 학생들이 응답 학생의 89%이상에 달하므로 이와 같은 응답을 보여 준다고 보인다.

<표 3>학생들의 수학에 관한 태도(%)

문 항		⑤	④	③	②	①	계	평균
g1	1	4.76	25.40	39.68	17.46	12.70	100	20
	2	6.35	30.16	41.27	17.46	3.17	98.41	19.68
	6	4.76	11.11	30.16	28.57	25.40	100	20
	7	17.46	25.40	20.63	22.22	14.29	100	20
	8	12.70	15.87	38.10	23.81	9.52	100	20
g2	3	0	3.17	12.70	41.27	42.86	100	20
	4	3.17	3.17	19.05	36.51	38.10	100	20
	5	0	4.76	23.81	34.92	36.51	100	20
	9	1.59	9.52	25.40	31.75	31.75	100.01	20.00
	10	0	0	7.94	23.81	68.25	100	20

*문항 2번은 한명의 학생이 응답을 하지 않는 결과이면 100%를 초과한 항은 소수 다섯 번째에서 반올림으로 인한 차이임.
*g1 : 본인의 수학에 관한 관심도
*g2 : 본인의 수학과목에 관한 학습도

그런데 다음 쪽의 <표 4>처럼 학생들이 재구성된 교재에 관련하여 다변량 분산분석(MANOVA)의 결과 성적이 상대적으로 높은 상위그룹의 학생들의 응답은 선수학습에 대한 관련성과 일상생활의 관련성 그리고 수학이 전공과 관련성에 대하여 성적이 상대적으로 낮은 하위그룹의 학생들에 비하여 평균점수가 더 높았고 전공과의 관련성에 대하여는 유의 확률 0.0429로 수학이 전공과의 관련성에 유의한 차이가 있었다.

학생들의 성적 관계는 <표 3>에서 나타난 것처럼 학생 자신들의 수학에 관한 관심도나 학습도가 높은 학생들이 더 높은 성적을 얻는데 다 변량 분산분석(MANOVA)의 결과를 다음 쪽의 <표 5>에서 보면 본인의 수학에 관한 관심도나 학습도에서 각각 유의한 차이가 있었다. 그런데 수학에 관한 학습도가 높은 학생보다 관심도가 더 높은 학생들이 더 좋은 성적을 얻는데 크게 작용하는 것을 보여준다.

<표 4> 교재비교에 대한 다변량 분산분석(MANOVA) 각 요인들의 관계

	요인	상위그룹		하위그룹		유의확률
		평균	표준편차	평균	표준편차	
교재비교	f1	14.61	2.87	14.15	2.52	0.5075
	f2	9.25	2.44	8.74	2.49	0.4198
	f3	12.22	3.31	10.48	3.30	0.0429
	-0.00020*f1 - 0.04047*f2 +0.05665*f3					

<표 5> 학생 자신의 학습에 관한 다변량 분산분석(MANOVA)

	요인	상위그룹		하위그룹		유의확률
		평균	표준편차	평균	표준편차	
수학에 관한학습도	g1	16.28	3.79	11.81	3.27	<0.0001
	g2	10.14	3.60	8.11	2.65	0.0165
	0.03285*g1 + 0.00786*g2					

8. 결론 및 제언

실업계학교에 재직중인 선생님들의 의견인 첫째 학생들의 낮은 수학 수준으로 선수 과목과 대수적 계산능력의 부족과 둘째 수학교과와 전문교과를 연계하여 지도가 되어지지 않으므로 실업계 학생들에게 필요한 기본적인 수학내용 수정·보완하는 측면에서 상업계 학교의 목적에 가능한 적합하도록 교재를 재구성해 실험을 해 보았으나 학습결과에는 <표 1>에서처럼 영향이 없었다. 그러나 재구성된 교재에 대해 선행학습 부분에서는 <표 2>의 f_1에서와 같이 대다수 학생들이 적극적인 반응을 보인 것으로 판단되므로 이러한 점들에 대한 관심을 가져야 될 것이다. 전공과의 관련성이 많다고 응답한 학생들은 성적이 상위인 학생들이었다. 이러한 요인은 상위인 그룹의 학생들은 전공에 대해서도 의욕적인 자세를 가지고 학교생활을 하고 있다고 본다. 따라서 학생들에게 좀 더 효율적인 수학교육을 하기 위해서도 학습지도가 종합적으로 이루어져야 하는 필요성을 나타낸다. 본인 개개인의 수학에 대한 관심도와 학습도가 높은 학생들이 성적이 높은 것으로 나타났는데 학습도보다 관심도가 높은 부분이 더 큰 유의한 차이가 있었다. 이는 수학에 관심이 없는 학생들에게 어떻게 수학에 흥미를 가지질수 있게 하는가가 큰 과제라고 본다. 이를 위해 여러 부분에서 연구를 해야 하겠지만 우선 제공되고 있는 교재에서는 교재의 표지뿐만 아니라 각 활용문제에 좀 더 실제적인 사진 그림을 제공하고 보다 질 좋은 용지를 사용하여 교재를 제작할 필요가 있다. 앞서 검토한 현직 선생님들의 연구를 참고하더라도 수업시간에 선생님들이 선행되었던 학습의 내용에 대해 학생들을 지도하는 데에는 한계가 있다고 본다. 우선 실업계열학교에서는 전공이 있고 또한 전공분야도 매우 다양하다. 전공에 따라서 수학이 큰 역할을 하지 않은 학과도 있고 또한 필수적으로 필요한 학과도 있을 뿐만 아니라 상당한 수학적 지식을 요구하는 학과도 있다. 이러한 다양함 때문에 이를 잘 조정하는 노력이 더욱 필요하다고 사료된다. 독일이나 중국에서처럼 책을 인문 계열과 실업계열로 다양하게 하는 것도 고려해야 된다고 본다. 설문조사에서 나타난 것처럼 학생들 자신들의 학습도가 많이 부족하고 또한 선행학습에 대한 필요성을 강력하게 나타낸 점, 현장에 계신 선생님들의 의견 등을 고려하여 학생들에게 적절한 수업을 제공하기 위해서는 기대보다 더 자상한 교재의 공급과 학습지도가 절실히 필요하다.

참 고 문 헌

교육부(2000), 그래픽 디자인, 신구대학 산업 기술 연구소, 대한교과서 주식회사.

교육 인적 자원부(2002)(http://www.moe.go.kr/), 제7차 교육과정.

교육 인적 자원부(2002), 광고. 사진, 홍익대학교 산업디자인 연구소, 대한교과서 주식회사.

교육 인적 자원부(2002), 제품 디자인 기초, 한국 직업능력 개발원, 대한교과서 주식회사.

전남교육청 홈페이지(2002) (http://www.jne.go.kr/),전남교육통계(1999, 2000,2002년).

전남교육청(2002), 제 7차 교육과정에 따른 고등학교 전

문 교과 편성·운영의 실제.
충청남도교육과학연구원 (2000). 제7차 실업계 고등학교 교육과정 편성, 운영 지침 및 장학자료 개발.
박규홍 외 3인 (2001), 수학 10-가,나, 교학사.
박두일 외 8인 (2001), 수학 10-가,나, 교학사.
박배훈 외 1인 (2002), 중학교 수학3, 교학사.
박윤범 외 3인 (2000) 수학 7-가,나, 대한교과서(주).
고성은 외 5인 (2001), 수학 8-가,나, 블랙박스(주).
구제현 (1991), 공업계 고등학교에서 수학교과 학습지도상의 문제점 분석 및 개선방안 모색-기계과, 배관과, 금속과를 중심으로, 충남대학교 석사학위논문.
권경내 (2000), 실업계 고등학교 수학교육 실태와 수학교과의 관심도에 관한 연구- 상업계 고등학교를 중심으로, 경희대학교 석사학위논문
김영국 · 박기영 · 박규홍 · 박혜숙 · 박재윤 · 임재훈 (2000), 학교수학의 각 영역에 대한 선호도 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>. 39(2), pp 127-144.
김영애 (2002), 실업계 고등학교 수학교육의 문제점 분석, 여수대학교 석사학위논문.
김응태 외2인 (2001), 수학교육학개론, 서울대학교출판부.
김진용 (1998). 수학 학습 부진학생의 수학교과에 대한 인식 및 학습 실태 조사 연구, 한국교원대학교 석사학위논문.
신해인 (1997), 공업계 고등학교의 수학교과와 전공교과목의 연계성에 관한 연구-6차 교육과정 중심으로, 충북대학교 석사학위논문.
윤외한 (1998), 공업계 고등학교 교육과정에서 수학교과목과 전공교과목의 관계성에 관한 연구-기계과, 전기과, 전자과를 중심으로, 경성대학교 석사학위논문.
이명숙 · 전평국 (1992), 수학적 선행경험이 산수학습에 미치는 인지적 효과, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 31(2), 93-107.
이준홍 (1990), 공업계 고등학교에서의 수학교육과정에 관한 연구, 경상대학교 석사학위논문.
장병현 (1997), 실업계 고등학교에서 수학교육 활성화 방안, 경북대학교 석사학위논문.
중앙일보, 2002, 4월, 2003년 3월 20일자.
井川 滿, 伊關兼四郎 외8인 (1997), 新編 數學, 數硏出版 株式會社.
Bruner, J. S. (1960), *The process of education*. New York: Vintage Books.
Diennes, J. P. (1971). *Building up mathematics* (4th ed.). London : Hutchinson Educational Ltd.
Dietrich Kahle & Gustav Adolf Locher (1996), *Querschnitt Mathematik 10 Niedersachsen*, westermann Schulbuchverlag Gmbh, Braunschweig,
Rainer Maroska 외 6인 (1998), *Schnittpunkt Mathematik 10 Niedersachsen*, Ernst Klett Verlag Stuttgart Duseldorf Leipzig.
Richard, A. Johnson & Dean W. Wichern, (1998), *Applied Multivariate Statistical Analysis, 4th*

Effects of Reorganizing a Textbook on Mathematics Education in a Vocational High School

Oh, Chunyoung
Department of Applied Mathematics, Yosu National University, Yosu, Chonnam
E-mail : cyoh@yosu.ac.kr

Many questions have been raised about mathematical education in vocational high schools. In this study, we have reorganized a typical mathematics textbook used in vocational high schools to check if this reorganization could be effective in students' learning. We also examined students' feeling about this. Contrary to our expectations, we could not find any noticeable differences in students'achievement. But we found that students with a high grade tend to major in mathematics- related subjects.

* ZDM Classification : B77
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97B30
* Key Word : national curriculum, vocational high school.

[부 록 1] 교 재

3. 이차방정식

3.1 이차방정식의 근과 판별식

♠ 이차방정식의 뜻은 무엇인가?

보기 지이는 그래픽 작업을 한 결과를 한 변의 길이가 8㎝인 정사각형으로 출력을 하여 홈페이지에 붙이고자 하였다. 모양이 삼각형이면 전체적으로 더 좋은 모양이 될 것 같아 넓이는 변하지 않고 밑변이 높이보다 3㎝ 더 큰 직각삼각형으로 출력하고자 할 때 한 변을 얼마로 해야 하는가?

위 문제에 대한 풀이는 면적은 그대로이므로 삼각형의 면적을 구하는 방법을 사용하면

$$x(x+3)\times\frac{1}{2}=64$$

정리하면 $x^2+3x-128=0$이다.

이와 같이, x에 관한 방정식을 정리하여 $ax^2+bx+c=0$(단, $a\neq0$)꼴로 나타낼 수 있는 식을 x에 관한 이차방정식이라 하였다. 위의 식에서는 $a=1,\ b=3,\ c=-128$인 경우이다.
즉, (이차다항식) $=0$인 꼴을 이차방정식이라 한다.

♠ 이차방정식에서 실근과 허근이란 무엇인가?

위 이차방정식에서 해를 구하기 위해 인수분해를 이용하여 풀어보자.
위 이차방정식이 (일차식)(일차식)=0인 꼴로 인수분해가 된다면 「$ab=0$ 이면 $a=0$ 또는 $b=0$」인 성질을 이용하여 이차방정식의 해를 구할 수 있다. 하지만 인수분해가 잘 되지 않을 경우 다음으로 계수가 실수인 이차방정식
$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$의 근의 공식

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

을 이용하여 근을 구할 수 있다.
이때 근호안의 b^2-4ac의 값이 양수이거나 0이면 방정식의 근도 실수이고, 음수이면 방정식의 근은 허수가 된다. 이와 같이 어떤 이차방정식의 근이 실수일 때 이 근을 **실근**이라 하고, 근이 허수 일 때 이근을 **허근**이라고 한다. 중학교 과정에서는 b^2-4ac의 값이 음수이면 즉 허근이 존재할 때는 실수의 범위를 벗어남으로 근이 존재하지 않는다고 했다.

예제 1. 다음 이차방정식을 풀어라.
(1) $3x^2-x-10=0$
(2) $5x^2+20=20x$
(3) $2x^2-36=0$
(4) $(x+3)^2=16$

풀이 (1) 좌변을 인수분해하면
$(x-2)(3x+5)=0$이므로, $x-2=0$ 또는 $3x+5=0$ 따라서, $x=2$ 또는 $x=-\frac{5}{3}$
(2) $20x$을 좌변으로 이항하면,
$5x^2-20x+20=0$ 양변을 5로 나누고 인수분해하면 $x^2-4x+4=(x-2)^2=0$.
따라서 $x-2=0$. $\therefore x=2$
(3) 양변을 2로 나누고 상수항을 우변으로 이항하면 $x^2=18$
$\therefore x=\pm\sqrt{18}=\pm3\sqrt{2}$
(4) $x+3=X$로 놓으면 주어진 식은 $X^2=16,\ X=\pm4$ 그러므로 $x+3=\pm4$ 따라서 $x+3=4$ 또는 $x+3=-4$, $\therefore x=1$ 혹은 $x=-7$.

문제 1. 다음 이차방정식을 풀어라.
(1) $x^2-4x+3=0$
(2) $x^2+6x+5=0$
(3) $3x^2=6x-3$
(4) $3x^2-24x+48=0$
(5) $4x^2=9$

(6) $-5x^2+40=0$

(7) $3(x+2)^2=15$

(8) $(2x-1)^2=1$

이차방정식의 근을 분류하면 다음과 같다.

$$\text{이차방정식의 근}\begin{cases}\text{실근}\begin{cases}\text{서로 다른 두 실근}\\ \text{중 근}\end{cases}\\ \text{허근}\end{cases}$$

이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$에서 일차항의 계수가 짝수, 즉 $b=2b'$이면 근의 공식은

$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$$

이 된다.

예제 2. 다음 이차방정식을 풀고, 그 해가 실근인지 허근인지를 말하여라.

(1) $x^2+3x+1=0$

(2) $5x^2-4x+4=0$

풀이 (1) 근의 공식을 이용하면 $a=1, b=3, c=1$ 이므로

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times1}}{2\times1}=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}\ \text{(실근)}$$

(2) 일차항의 계수가 짝수이고 $a=5,\ b=-4, c=4$ 이므로 근의 공식을 이용하면

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-5\times4}}{5}$$
$$=\frac{2\pm\sqrt{4-20}}{5}=\frac{2\pm\sqrt{-16}}{5}$$
$$=\frac{2\pm4i}{5}\ \text{(허근)}$$

문제 2. 다음 이차방정식을 풀고 실근인지 허근인지를 말하여라.

(1) $2x^2-3x+1=0$

(2) $x^2-12x+36=0$

(3) $x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=0$

(4) $2x^2+2x+1+0$

(5) $4x^2+4x+1=0$

(6) $x(x+6)=2(x-3)+2$

(7) $x^2+2x-2=0$

(8) $2x^2+2x+3=0$

♠ 이차방정식에서 판별식이란 무엇인가?

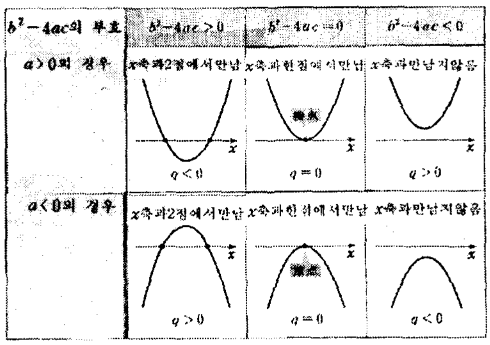
이차방정식에서 어느 때에 실근과 허근이 나오는지를 알아보자.

계수가 a인 이차방정식

$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$의 근이 실근인지 허근인지를 근의 공식에서 근호 안에 있는 b^2-4ac의 값의 부호에 따라 판별할 수 있다. 이것을 D라 할 때

$$D=b^2-4ac$$

을 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 **판별식**이라고 한다. 이 판별식 ① $D=b^2-4ac>0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖게 되는데 이를 중학교 3학년에서 배운 이차함수 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$에서 우변 이차식 ax^2+bx+c의 그래프와 좌변 $y=0$인 즉 x축과 두 점에서 만난다는 것을 의미한다. ② $D=b^2-4ac=0$이라는 것은 중근을 갖게 되는데 $y=0$인 그래프 즉 x축과 이차식 그래프가 한 점에서 만난다는 것이고, ③ $D=b^2-4ac<0$은 서로 다른 두 허근을 갖는다고 하는데 이는 $y=0$과 이차식 그래프가 만나지 않음을 의미한다. 이것을 그림으로 나타내면 아래와 같다.



따라서 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의근은 다음과 같이

판별한다.

① $D=b^2-4ac>0$ ⇔ 서로 다른 두 실근

② $D=b^2-4ac=0$ ⇔ 중근

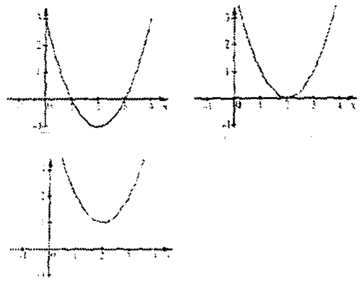
③ $D=b^2-4ac<0$ ⇔ 서로 다른 두 허근

예제 3. 다음 이차방정식들 중에서 아래 그래프 중에서 맞는 그래프 들을 찾아라

(1) $x^2-4x+3=0$

(2) $x^2-4x+4=0$

(3) $x^2-4x+5=0$



문제 3. 다음 이차방정식의 근을 판별하여라.

(1) $x^2-5x+2=0$

(2) $x^2-6x+10=0$

(3) $4x^2-12x+9=0$

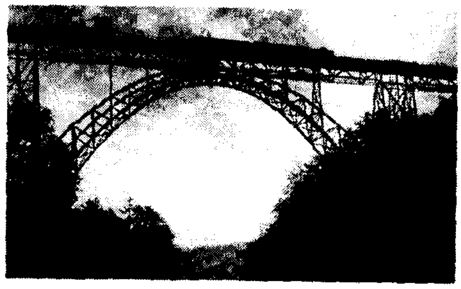
(4) $x^2+2x+2=0$

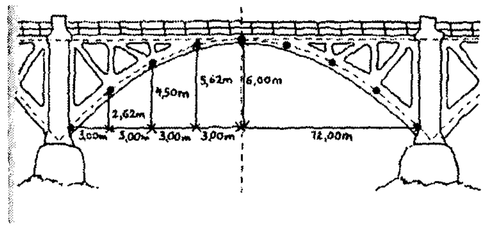
(5) $x^2-2x+1=0$

(6) $x^2-6x+7=0$

문제 4. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에서 $a>0$, $b<0$, $c<0$ 일 때, 이 방정식의 근을 판별하여라.

예제 4. 사진과 같은 다리를 디자인 하고자 하여 아래 그림과 같이 대략 그려 보았더니 다리 아래 아치형의 그래프가 이차방정식 $-x^2+3x-k-1=0$이었다. 이 때 k의 값을 정하여라.





풀이 이차방정식에 -1을 곱하면 $a=1$, $b=-3$, $c=k+1$이고 그래프가 위 다리에 접하므로 판별식을 D라 하면 $D=0$일 때 중근을 가지므로 $D=(-3)^2-4\times1\times(k+1)=0$,

$9-4k-4=0$ 에서 $k=\dfrac{5}{4}$.

문제 5. 이차방정식 $4x^2-(k-1)x+1=0$이 중근을 가지도록 상수 k의 값을 정하여라. 또 이 때의 근을 구하여라

문제 6. 이차 방정식 $x^2-4x+p=0$ 의근이 다음과 같을 때, 실수 p의 값 또는 범위를 구하여라.

(1) 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(2) 중근을 갖는다.

(3) 서로 다른 두 허근을 갖는다.

이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$을 $ax^2+bx+c=a(x-p)^2+q=0$으로 표현하고 이 꼴을 완전제곱식 꼴이라 있다. 이 때 $q=0$인 경우

$ax^2+bx+c=a(x-p)^2$를 이차방정식의 완전제곱식이라 하였다. 이때의 판별식은 $D=0$이다. 그래프는 4쪽에 있다.

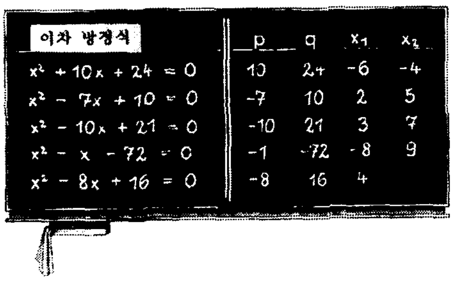
예제 5. x에 대한 이차식 x^2+3x+k 가 일차식의 완전제곱식이 되도록 실수 k의 값을 정하여라.

풀이 이차방정식 x^2+3x+k가 중근을 가지는 것이므로 판별식을 이용하는 것이 쉽다. 판별식 $D=3^2-4k=0$ 에서 $k=\frac{9}{4}$

3.2. 근과 계수의 관계

♠ 이차방정식의 근과 계수는 어떤 관계가 있는가?

성희는 이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$의 근 x_1, x_2을 구하고 다시 $ax^2+bx+c=0$을 $x^2+px+q=0$으로 변형을 시킨 후 다음과 같은 공통점을 발견했다. 공통점들 사이에 어떠한 관계가 있는지 생각해 보자.



즉, x^2+px+q
$=x^2-(x_1+x_2)x+x_1x_2=0$임을
알았다.

따라서 이차방정식의 근과 계수사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$의 두 근을 x_1, x_2 라 하면,

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a},\quad x_1\times x_2=-\frac{c}{a}$$

예제 1. 다음 이차방정식 $x^2-7x+10=0$에서 근과 계수와의 관계식을 사용하여 두 근 x_1, x_2를 구하여라.

(1) $x^2-7x+10=0$

(2) $x^2-2x-35=0$

풀이 (1) $a=1$ 이므로

(합) $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=7=2+5$

(곱) $x_1\times x_2=10=2\times5$

$x_1=5,\ x_2=2$

(2) $a=1$ 이므로

(합) $x_1+x_2=2$

(곱) $x_1\times x_2=-35$

은 (1)과 같은 방법으로

$x_1=7$, $x_2=-5$

예제 2. 이차방정식 $2x^2+3x+4=0$의 두 근을 x_1, x_2 라 할 때 x_1+x_2, $x_1\times x_2$의 값을 구하여라.

풀이 $a=2$, $b=3$, $c=4$ 이므로 근과 계수의 관계에서

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-\frac{3}{2},$$

$$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}=\frac{4}{2}=2$$

문제 1. 다음 이차방정식의 두 근의 합 x_1+x_2와 곱 $x_1\times x_2$를 구하여라.

(1) $3x^2+2x+5=0$

(2) $(2x-1)(x+2)=2$

예제 3. 이차방정식 $2x^2+6x-3=0$의 두 근을 x_1, x_2 라 할 때 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$, (2) $x_1^2+x_2^2$

풀이 (1) $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}$

(2) $x_1^2+x_2^2$

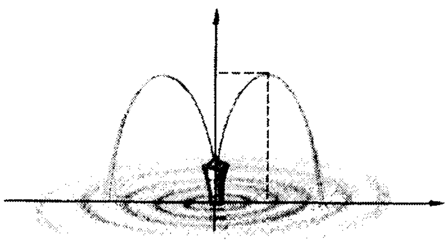
$=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$

$=(-3)^2-2\left(-\frac{3}{2}\right)=12$

문제 2. 이차방정식 $x^2-6x+k-1=0$의 두 근은 복사용지 A_4의 가로, 세로의 비를 나타낸다. 이때 상수 k의 값을 구하여라.

♠ 두 수를 근으로 가지는 이차방정식은 어떻게 구하는가?

보기 그림과 같은 두 방향으로만 분출되는 실내 분수를 만들려 한다. 물이 떨어지는 폭을 50 ㎝로 하려고 한다. 분출되는 이 물줄기의 관계식을 구하기 위해 프로그램을 작성하였다. 이 방정식을 구하라.



풀이 분수는 이차방정식의 곡선을 나타내므로 근을 사용한 이차방정식을 바로 구할 수 있다. 수면과 분수의 물줄기가 만나는 점은 0과 ±50이다.

$$a(x-0)(x-50)=0\ (a<0)$$

와 $a(x-0)(x+50)=0\ (a<0)$이다.

따라서 우측의 물줄기의 방정식은

$-x^2-50x=0$이고 좌측의 방정식은

$-x^2+50x=0$이다.

두 수 x_1, x_2를 근으로 하고, x^2의 계수가 1인 이차방정식은 $(x-x_1)(x-x_2)=0$이므로 이 방정식의 좌변을 정리하면 다음과 같다.

$x^2-(x_1+x_2)x+x_1x_2=0$

일반적으로, x에 관한 이차방정식은

$ax^2+bx+c=0$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$)과 같은 모양으로 나타내지만 $a\neq0$로 양변을 나누어서 x^2의 계수를 1로 만든 $x^2+px+q=0$와 같은 꼴이 더 편리할 때가 많이 있다.

특히, 두 근의 합이 p, 곱이 q이고, x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$x^2-px+q=0$이다.

예제 4. 두 수 $1+\sqrt{3}$, $1-\sqrt{3}$을 근으로 하고, x^2의 계수가 1인 이차방정식을 구하여라.

풀이 두 수의 합을 p, 곱을 q라 하면,

즉 $x_1=1+\sqrt{3}$, $x_2=1-\sqrt{3}$

$p=x_1+x_2=(1+\sqrt{3})+(1-\sqrt{3})=2$

$q=x_1\cdot x_2=(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})=1-3=-2$

따라서 구하는 이차방정식은

$x^2-2x-2=0$이다.

문제 3. 다음 두 수를 근으로 하고, x^2의 계수가 1인 이차방정식을 구하여라.

(1) 2, 3 (2) $2+\sqrt{3}$, $2-\sqrt{3}$

(3) $2+i$, $2-i$ (4) $1+2i$, $1-2i$

예제 5. 이차방정식 $x^2+2x+3=0$의 두 근을 x_1, x_2라 할 때, x_1-2, x_2-2 을 근으로 하고, 이차항의 계수가 1인 이차방정식을 구하여라.

풀이 근과 계수와의 관계에서

$x_1+x_2=-2$, $x_1\cdot x_2=3$ 이므로

$(x_1-2)+(x_2-2)=(x_1+x_2)-4$

$=-2-4=-6$

$(x_1-2)+(x_2-2)=x_1x_2-2(x_1+x_2)+4$

$=3+4+4=11$

따라서, 구하는 이차방정식은

$$x^2-(-6x)+11=0$$

♠ 이차방정식의 근을 이용하여 이차식을 어떻게 인수분해 하는가?

이차방정식 $ax^2+bx+c=0(\ a\neq0)$의 두 근을 x_1, x_2 라 하면 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, $x_1\times x_2=\frac{c}{a}$ 이므로

$$\begin{aligned} ax^2+bx+c &= a(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}) \\ &= a\{x^2-(x_1+x_2)x+x_1x_2\} \\ &= a(x-x_1)(x-x_2) \end{aligned}$$

예제 6. 다음 이차식을 인수분해 하여라.

(1) x^2+4x+1

(2) x^2-2x+5

풀이 (1) $x^2+4x+1=0$은 바로 인수분해가 되지 않는다. 따라서 먼저 두 근을 구한 뒤 위의 두 근을 알 때의 이차식의 인수분해 공식을 사용하여 인수분해 한다.

$x^2+4x+1=0$의근을 구하기 위해 근의 공식

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 을 이용하면,

$x=\frac{-4\pm\sqrt{16-4}}{2}=-2\pm\sqrt{3}$ 이다.

이차방정식에서 $a=1$이므로,

x^2+4x+1

$=\{x-(-2-\sqrt{3})\}\{x-(-2+\sqrt{3})\}$

$=(x+2-\sqrt{3})(x+2+\sqrt{3})$

로 인수분해 된다.

(2) (1)식과 마찬가지로 근의 공식을 사용하여 두 근을 구하면 $x=1\pm2i$ 이고, 이차방정식에서 $a=1$이므로

$x^2-2x+5=\{x-(1+2i)\}\{x-(1-2i)\}$

$=(x-1-2i)(x-1+2i)$

위 예제6에서 (1)번은 실수의 범위에서 인수분해 되었다고 하고 (2)번은 복소수 범위에서 인수분해가 되었다고 한다.

문제 4. 다음 이차식을 실수 범위에서 인수분해 하여라.

(1) x^2-5

(2) x^2-4x+2

(3) $2x^2+4x-1$

(4) $4x^2-6x+3$

연습문제(Ⅱ-3)

1. 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2-3x+2=0$

(2) $x^2+4=0$

(3) $(x-2)(x-3)=-2$

(4) $-3x^2+6x-4=0$

2. 이차방정식 $x^2+8x+k=0$이 서로 다른 두 실근을 가지도록 상수 k의 값의 범위를 정하여라.

3. 다음 이차방정식의 두 근의 합과 곱을 구하여라.

(1) $x^2+2x+3=0$

(2) $5x^2+4x+1=0$

4. 이차방정식 $x^2+4x-5=0$의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $(\alpha+1)(\beta+1)-2$

(2) $\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2$

(3) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$

(4) $\alpha-\beta$

5. 다음 두 수를 근으로 하고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 구하여라.

(1) $-1, 8$

(2) $-1+\sqrt{2}, -1-\sqrt{2}$

6. 합이 2 이고, 곱이 -1 인 두 수를 구하여라.

7. 다음이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2-4x+4=0$

(2) $2x^2-x-3=0$

(3) $2x^2-2x-1=0$

(4) $x^2-2x+2=0$

8. 다음 이차방정식의 근을 판별하여라.

(1) $x^2+8x+16=0$

(2) $5x^2-7x+2=0$

9. 다음 이차방정식의 두 근의 합과 곱을 각각 구하여라.

(1) $2x^2+3x=0$

(2) $x^2+9x+3=0$

10. 이차 방정식 $x^2+4xy-5y^2+x-y+a$ 가 x, y에 대한 일차식으로 인수분해 될 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 상수 a의 값을 구 하여라

(2) $x^2+4xy-5y^2+x-y+a$ 를 인수분해 하여라.

11. 판별식을 이용하여 다음 물음에 답 하여라

$x^2-5x-6=0$ ·········①

$5x^2+x-3=0$ ·········②

$x^2-x+1=0$ ·········③

(1) 위의 방정식 중에서 유리수인 근을 가지는 방정식을 찾아라.

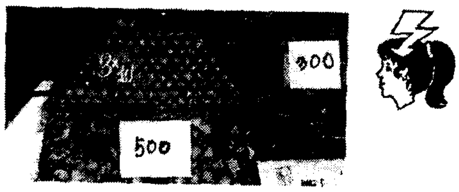
(2)위의 방정식 중에서 무리수인 근을 가지는 방정식을 찾아라.

4. 여러 가지 방정식

4.1 삼차 방정식

♠ 삼차 방정식은 어떻게 푸는가?

보기 어느 과일가게에서 밑변을 x인 정사각형이고 높이가 $x+2$인 4각뿔 모양으로 귤을 진열해 놓았을 때의 체적이 16㎤ 라고 하자. 귤과 귤 사이의 간격이 없다고 가정한 방정식은 무엇인가?



$$x^2(x+2)\times\frac{1}{3}=16,$$

정리하면 $x^3+2x^2-48=0$.

위 다항식처럼

$p(x)=x^3+2x^2-48$ 가 x에 대한 삼차식일 때, $p(x)=0$을 x에 대한 삼차방정식이라고 한다.

예제 1. 삼차방정식 $x^3-1=0$ 을 풀어라.

풀이 좌변을 인수분해하면

$x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)$ 이므로

$(x-1)(x^2+x+1)=0$ 에서

$x-1=0$ 또는 $x^2+x+1=0$

따라서 $x=1$ 또는

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

문제 1. 다음 삼차방정식을 풀어라.

(1) $x^3-9x=0$

(2) $x^3+x=0$

(3) $x^3-8=0$

이차방정식은 인수분해나 근의 공식을 이용하면 쉽게 해를 구할 수 있으나, 삼차이상의 방정식을 푸는 것은 간단하지 않다. 그러나 삼차방정식 또는 사차방정식은 앞에서 공부한 인수분해 정리와 조립제법을 이용하여 인수분해 되는 경우에는 쉽게 풀 수 있다.

예제 2. 삼차방정식 $x^3+4x^2+x-6=0$을 풀어라.

풀이

$p(x)=x^3+4x^2+x-6$ 이라 하면

$p(1)=1+4\cdot1^2+1-6=0$ 이므로 인수정리에 의해 $(x-1)$은 $p(x)$의 인수이다. 이것을 이용 조립제법 사용하면,

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & 4 & 1 & -6 \\ & & 1 & 5 & 6 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 0 \end{array}$$

따라서

$$\begin{aligned} p(x) &= (x-1)(x^2+5x+6) \\ &= (x-1)(x+3)(x+2) \end{aligned}$$

$$(x-1)(x+3)(x+2)=0$$

따라서 $x=1$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=-3$

문제 2. 다음 삼차방정식을 풀어라.

(1) $x^3-6x^2+11x-6=0$

(2) $x^3-x^2-14x+24=0$

(3) $x^3-x^2-3x+2=0$

(4) $x^3-6x^2+5x=0$

4.2 연립방정식

♠ 미지수가 세 개인 연립방정식은 어떻게 푸는가?

먼저 중학교 때에 배웠던 미지수가 두 개인 연립방정식을 풀었던 것을 기억해 보자.

보기 민지네 가족은 여름방학에 축구경기를 관람하기 위해 광양 경기장에 갔다. 입장료가 어른은 10000원, 학생은 5000원 이라고 할 때 어른수와 학생수를 각각 x, y명으로 하여 민지네 가족이 7명이고 어른과 학생의 입장료를 모두 합하면 50000원을 지불했을 경우, 어른의 수와 학생의 수는 각각 몇 명이었나?

풀이 어른의 수를 x명, 학생의 수를 y명이라 하면 다음 관계식은

$x+y=7$ ·········①

또, 어른 x명의 입장료는 10000 x원, 학생 y명의 입장료는 5000 y원의 합이 50000원 일 경우 다음 관계식을 얻었다.

$10000x+5000y=50000$ ·········②

두 일차 방정식 ①,②로부터 다음 연립방정식이 만들어 진다.

$$\begin{cases} x+y=7 \\ 10000x+5000y=50000 \end{cases}$$

여기서 어른수와 학생수를 구하려면 두 일차방정식 ①,②를 동시에 만족하는 x, y의 값을 구하면 된다.

위 연립방정식을 **풀이**로는 대입법으로 ①식에서 $y=7-x$를 ②식에 대입하면

$$\begin{aligned} &10000x+5000(7-x)=50000 \\ &10000x+35000-5000x=50000 \\ &5000x=15000 \\ &x=3,\ y=4 \end{aligned}$$

위의 방법을 대입법이라 하였고 소거법은

① ×5000 - ②이면

$5000x=15000$, 따라서

$x=3,\ y=4$ 이다.

이제 미지수가 세 개인 연립방정식으로 돌아가자.

예제 1. 수학 성적을 평가하기 위해 엑셀 프로그램에 이름과 각 성적을 입력하였다. 한 반 전체 학생수가 47명이고, 수는 우보다 10명이 많게 하고, 미보다 12명이 많게 하려한다. 이때 수, 우, 미를 받은 학생은 각각 몇 명인가?

풀이 수를 받은 학생을 x명, 우를 받은 학생은 y명이고, 미를 받은 학생은 z명이라 할 때 관계식을 쓰시오.

$$\begin{cases} x=y+10 & ----① \\ x=z+12 & ----② \\ x+y+z=47 & ----③ \end{cases}$$

미지수가 3개인 연립방정식을 풀 때에는 먼저 미지수 하나를 소거한 다음에 남은 두 미지수에 대한 연립방정식을 풀어서 해를 구한다.

①식을 ②식과 ③식에 대입하면 x가 소거되고 정리하면,

$$\begin{cases} y-z=2 & ----④ \\ 2y+z=37 & ----⑤ \end{cases}$$

미지수가 2개인 연립방정식이 된다.

④식과 ⑤식을 더하면 z가 소거되고 $3y=39$

즉, $y=13$을 ①식과 ④식에 대입하여

$x=23$, $z=11$을 얻는다. 따라서 구하는 해는 $y=13$, $x=23$, $z=11$이다.

예제 2. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} x+y=8 & ----① \\ y+z=4 & ----② \\ z+x=2 & ----③ \end{cases}$$

풀이 주어진 세 식을 좌변은 좌변끼리, 우변은 우변끼리 더하면

$$2(x+y+z)=14$$

이므로

$$x+y+z=7 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ④$$

①을 ④에 대입하면, $z=-1$
②를 ④에 대입하면, $x=3$
③을 ④에 대입하면, $y=5$
따라서 구하는 해는
$x=3$, $y=5$, $z=-1$

문제 1. 다음 연립방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 2x-3y+z=2 \\ x+y+z=4 \\ 3x+2y-2z=6 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x-3y+4z=5 \\ x+y+3z=10 \\ x+3y+6z=23 \end{cases}$

(3) $\dfrac{x-y}{6}=\dfrac{y-z}{3}=\dfrac{z+x}{5}=1$

(4) $\begin{cases} x+y-z=2 \\ x-y+z=8 \\ -x+y+z=-7 \end{cases}$

♠ 미지수가 두 개인 연립이차방정식은 어떻게 푸는가?

연립방정식에서 차수가 가장 높은 방정식이 이차방정식인 것을 **연립이차방정식**이라고 한다.
일차방정식과 이차방정식으로 된 연립방정식은 일차방정식을 한 문자에 대하여 푼 다음, 이것을 이차방정식에 대입하여 미지수가 1개인 이차방정식을 만들어 푼다.

예제 1. 아래 연립이차방정식은 그림과 같은 교통표지판의 직경이 25cm인 원과 금지 표시가 45˚로 기울어진 사선과 만나는 관계식이다. 만나는 점을 구하여라.

$$\begin{cases} x+y=1 & ------① \\ x^2+(y-1)^2=25 & ---② \end{cases}$$

풀이 ①에서 $x=1-y$을 ②에 대입하면 y에 대한 이차방정식이 된다.

$$(1-y)^2+(y-1)^2=2(y-1)^2=25,$$

즉, $y-1=\pm\dfrac{5}{\sqrt{2}}$

그러므로 $y=1+\dfrac{5}{\sqrt{2}}$ 이면 $x=-\dfrac{5}{\sqrt{2}}$,

$y=1-\dfrac{5}{\sqrt{2}}$ 이면 $x=\dfrac{5}{\sqrt{2}}$

예제 2. 연립방정식

$$\begin{cases} x+y=4 & ----① \\ xy=3 & ----② \end{cases}$$

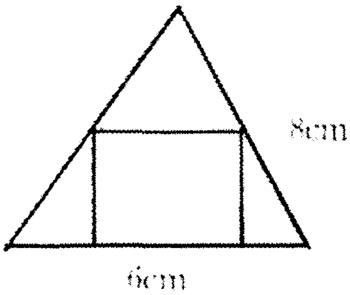
을 풀어라.

풀이 ①에서 $y=4-x$를 ②에 대입하면
$x(4-x)=3$에서
$x^2-4x+3=0$
$(x-1)(x-3)=0$ 에서
$x=1$ 또는 $x=3$
$x=1$ 이면 $y=3$
$x=3$ 이면 $y=1$
따라서 구하는 해는 $x=1, y=3$ 또는 $x=3$, $y=1$이다.

a, b를 두 근으로 하는 이차방정식은
$$x^2-(a+b)x+ab=0$$
임을 이용하여 풀어도 된다.

문제 1. 희정이는 그림과 같이 밑변의 길이가 6㎝, 높이

가 8㎝인 삼각형 모양의 빨강 색상이 있다. 그림과 같이 넓이가 12㎠인 직각 사각형 모양을 수축되는 느낌을 가진 색상으로 바꾸고자 한다. 이때 가로와 세로의 길이를 구하여라.



문제 2. 다음 연립방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} x-y-1=0 \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} y=7x-2 \\ xy=5 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x=y-1 \\ y^2-2x-5=0 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x+y=1 \\ xy=-2 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x+y=11 \\ xy=24 \end{cases}$

(6) $\begin{cases} 2x-y=1 \\ y^2-3x^2=6 \end{cases}$

연습문제 (Ⅱ-4)

1. 다음 방정식을 풀어라.

(1) $x^3-8=0$

(2) $x^3-5x+2=0$

(3) $x^4-16=0$

(4) $x^3-x^2+8x-8=0$

2. 다음 연립 방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} x+2y+z=6 \\ 3x+4y-2z=-11 \\ 4x-3y-3z=50 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2x+y-x=-4 \\ x+2y+3z=10 \\ 3x-y+2x=2 \end{cases}$

3. 다음 연립방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} x+2y=0 \\ x+y^2=15 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x^2-y^2=0 \\ xy+2x=3 \end{cases}$

4. 정육면체에서 가로의 길이를 1㎝, 세로의 길이를 2㎝ 늘이고, 높이를 1㎝ 줄여서 직육면체를 만들었더니 부피가 12㎤ 이었다. 처음 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

5. 지름의 길이가 10㎝인 원기둥 모양의 목재를 잘라 직육면체의 기둥을 만들었다. 이때, 단면이 원에 내접하고 둘레의 길이가 28㎝라고 한다. 단면의 가로와 세로의 길이를 구하여라.

6. 다음 방정식을 풀어라.

(1) $(x-1)(x+2)(3x-1)=0$

(2) $x^2(x-3)=0$

(3) $(x+1)(x^2-x-2)=0$

(4) $4x^4-1=0$

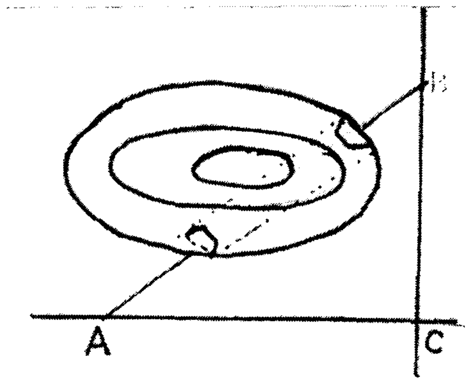
7. 삼차방정식 $x^3+ax+3=0$ 의 한 근이 1 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

8. 세 집합 A={ x | $f(x)=0$ },
B={ x | $g(x)=0$ }, C={ x | $h(x)=0$ } 에 대하여 연립 방정식 $f(x)h(x)=0$의해의 집합 $g(x)=0$ 을 A, B, C 로 나타내어라.

9. 철민이는 가로의 길이가 20㎝, 세로의 길이가 14㎝인 두꺼운 종이를 가지고 네 귀퉁이에서 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 x ㎝인 정사각형을 잘라내고, 접선

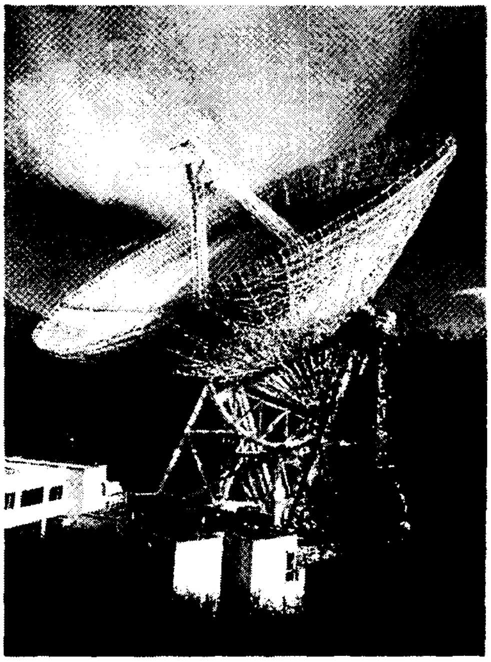
부분을 접어서 부피가 320㎤인 직육면체 모양의 용기를 만들려고 한다. 이때, x의 값을 구하여라. (단, 붙이는 부분은 생각하지 않는다.)

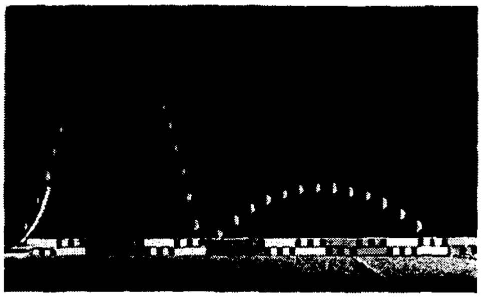
10. 아래 그림과 같이 두 지점 구례에서 순천 사이에 산이 있어 구례에서 순천으로 올 때 슬치재로 돌아올 수 밖에 없었다. 4년 전에 구례에서 순천을 직선으로 연결하는 터널이 개통되어 두지점 사이의 거리가 종전보다 100m 단축된 250m가 되었다. 구례에서 슬치재의 정상, 슬치재의 정상에서 순천까지의 거리를 각각 xm, ym 라 할 때 x, y를 구하여라.(단, 두 도로는 서로 수직으로 만난다.)

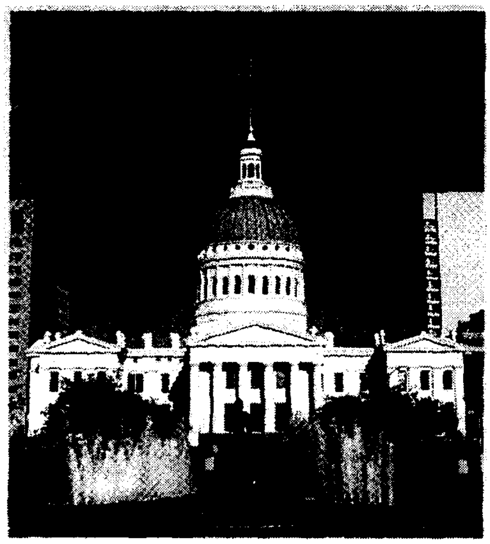


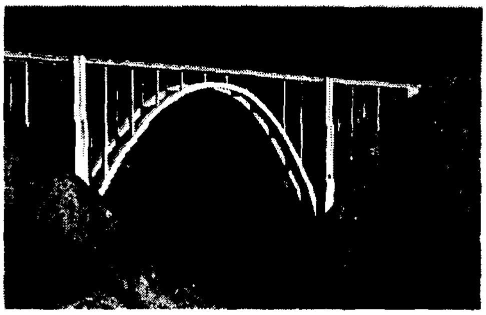
11. 한 개의 가격이 500원, 600원, 800원하는 세 종류의 캔 음료가 있다. 12000원을 가지고 이세종류의 음료를 섞어서 17개를 사려면 각 음료를 몇 개씩 사야 하는가? (단, 12000원을 모두 사용하기로 한다.)

<참고> 다음은 이차곡선과 관련이 있는 사진들이다.









[부 록 2]

설 문 지

수고가 많으십니다.

이 설문지는 여러분들이 이차방정식 단원을 개편한 교재를 사용하여 수학공부를 하면서 어떤 생각과 느낌을 가졌었는지를 알아보기 위한 것과 수학에 대한 여러분의 생각을 알아보기 위한 것입니다. 아래 질문 중(1번-11번)까지의 질문은 학교에서 선택한 교재와 일부(이차방정식) 개정한 교재와 비교하여 V를 해주십시오. 여러분 자신의 생각과 느낌을 솔직하게 답해주시면 됩니다.

1학년 학과 이름

번호	질 문	매우 그렇다	종종 그렇다	그저 그렇다	별로 그렇지 않다	전혀 그렇지않다
1	각 절의 본 내용을 배우기전 선수학습의 필요가 적절 하다고 생각하게 되었는가?	⑤	④	③	②	①
2	수학과목이 우리의 주변이나 생활과 관련이 많다고 생각하게 되었는가?	⑤	④	③	②	①
3	사진이나 그림들로 인해 전공과 관련이 될 것이라고 생각하게 되었는가?	⑤	④	③	②	①
4	각 절에 들어 있는 보기나 중학교 과정의 내용이 본 내용을 공부하는데 필요하다고 생각하는가?	⑤	④	③	②	①
5	사진이나 그림들로 인해 수학이 꼭 필요한 과목이라고 생각하게 되었는가?	⑤	④	③	②	①
6	전공과 관련하여 도움이 되었다고 생각하게 되었는가?	⑤	④	③	②	①
7	선수학습의 내용이 도움이 되었다고 생각하게 되었는가?	⑤	④	③	②	①
8	전공과 관련이 많은 과목이라고 생각하게 되었는가?	⑤	④	③	②	①
9	선수학습의 내용으로서 충분하다고 생각하였는가?	⑤	④	③	②	①
10	많은 전공이 수학에서 배운 내용을 필요로 할 것이라고 생각하게 되었는가?	⑤	④	③	②	①
11	수학을 이용하면 전공을 잘 할 것이라고 생각하는가?	⑤	④	③	②	①
	질 문	매우동의한다	대체로 동의한다	보통이다	별로동의하지 않는다	전혀동의하지 않는다
1	나는 수학에 대해 좋은 느낌을 가지고 있다.	⑤	④	③	②	①
2	나는 수학문제를 풀 땐 깊이 생각한	⑤	④	③	②	①
3	나는 집에서 수학 예습을 한다.	⑤	④	③	②	①
4	나는 수학시간이 기다려진다.	⑤	④	③	②	①
5	나는 수학 복습을 한다.	⑤	④	③	②	①
6	나는 내 자신의 수학공부에 대해 만족한다.	⑤	④	③	②	①
7	나는 수학과목이 다른 과목에 비해 어렵다.	⑤	④	③	②	①
8	나는 누구나 수학은 배워야한다고 생각한다.	⑤	④	③	②	①
9	나는 참고서나 문제집의 문제들을 종종 풀어 본다.	⑤	④	③	②	①
10	나는 신문, 잡지 등의 수학 기사를 자주 읽는다.	⑤	④	③	②	①