KJHM Vol. 17, No. 1, 2004, 69-86

20세기의 수학과 수학교육에 대한 재조명*

단국대학교 수학교육과 **한길준**
단국대학교 대학원 수학교육과 **정승진**

Abstract

Discussing the history of mathematics in classrooms is often recommended as a way to help show that mathematics was not handed down unchanged from God into the students' notebooks but has been changing and growing throughout the centuries. Now that new millenium century is begun, it is appropriate for historians to look back and for teachers to show that mathematics is not only alive and well but in its most productive period ever. This paper is a brief summary that hints at the flavor of recent mathematical developments. Even if the actual content may be difficult, however, the exciting stories of the people, developments, results, and applications deserve coverage. These stories can add life to school mathematics and encourage our students to join in the fun.

0. 서론

수학의 역사적 발달과 교과 교육학으로써 수학의 역사적 발달은 동일한 단계를 밟지는 않는다. 유클리드(Euclid)의 기하학은 수 천년 전부터 교과 내용으로 수학에서 중요한 위치를 차지하고 있지만 매듭이나 패턴과 같은 몇 가지의 오래된 기하학적 형태는 최근에 이르러서야 교육적 관심의 대상이 되었다. 또한 그래프, 기초통계학은 비교적 현대에 이르러서야 발달하였지만 그 발생의 역사에 비교하면 빠른 속도로 수학교과의 내용이 되었다고 볼 수 있다[21]. 그러나 대부분의 수학에 관한 역사가 기술된 책이나 수학교과서에 기술된 수학의 역사에 대한 설명은 고대 이집트, 바빌로니아, 그리스의 수학에 집중되어 있고, 우리가 학교에서 가르치는 수학은 16세기에서 19세기에 걸쳐 이루어진 유럽 수학이 대부분이다. 이는 학생들로 하여금 수학적인 진보가 그 이후로 멈추어진 듯 한 인상을 주어 학생들은 종종 현대

* 이 연구는 2002학년도 단국대학교 대학연구비의 지원으로 연구되었음.

수학의 발전이 대략 백년 전에 멈춘 것으로 생각할 수도 있다. 그러나 어떤 수학자들은 지금까지 알려진 수학의 절반 가량이 거의 1900년 이후 개발된 것이라고 하고, 심지어 어떤 수학자들은 1950년 이후에 개발된 것[19]이라고 말할 정도로 현대 수학은 엄청난 속도로 발전하였다. 또 21세기 New Millenium 시대의 수학 역시 20세기 수학의 연장선에서 그 맥을 같이 하고 있기에 20세기의 수학의 위치는 아주 중요하다고 볼 수 있다.

이러한 측면에서 20세기 수학에 대한 재조명은 아주 중요하다고 생각한다. 그러나 위대한 수학자들이 수학의 여러 가지 주제에 대한 논리적 근거를 세우기 위해서 수세기의 시간이 걸리기 때문에 20세기에 발생된 수학을 일목요연하게 종합·분석한다는 것이 쉬운 일은 아니며 논리적으로 완벽하게 증명된 이론이라 할지라도 20세기에 발생된 수학들이 너무 추상적이고 어렵기 때문에 초·중·고 학생들에게 가르치는 것이 현실적으로도 어려울 것이라고 생각한다.

그러나 수학과 수학교육에 대한 최근의 역사를 재조명해 봄으로써 수학을 공부하는 학생들에게 고대의 오래된 유산으로써 수학뿐만 아니라 그것을 토대로 끊임없이 새롭고 역동적으로 발전하는 생생한 수학을 보여 줄 수 있을 것이다. 또한 수학을 발전 과정 중에 있는 살아 숨쉬는 역동적 산물로 인식하는데 도움을 줄 것으로 기대한다. 20세기의 수학을 가르치는 것이 현실적으로 어려울 지라도 20세기 수학자들의 삶과 수학에서 어떠한 발전이 있었는지, 그리고 그 결과물들이 어떻게 응용되고 있는지를 안다는 것은 수학의 역사적 흐름을 아는 것으로 수학의 생생한 생명력을 보여줄 수 있을 것이다.

따라서 본 연구에서는 미시적 입장에서 20세기 수학의 발전을 자세하게 조사하기보다는 20세기 수학의 역사적 흐름을 알 수 있는 거시적인 입장에서 수학과 수학교육 발전의 큰 줄기와 변화를 살펴보고자 한다.

1. 수학

1.1. 순수수학

20세기에 가장 발전한 것이 응용 수학과 컴퓨터 관련 연구라고 말하는 사람들도 있지만 순수수학자들은 두말할 필요도 없이 추상 수학의 성장을 가장 중요한 발전이라고 말한다. 추상 수학이 발전한 역사를 살펴보면, 1900년에 열린 국제 수학자 대회(International Congress of Mathematicians)에서 그 출발점을 찾아 볼 수 있다. 이 회의에서 힐베르트(Hilbert)는 23개의 미해결 수학문제를 제시하였고, 그 후 이 문제들을 공리적으로 해결하기 위해서 많은 시도들이 이루어졌다. 23개 문제 중에서 첫 번째 문제는 연속체 가설에 대한 것이다. 여기서 주목할 것은 $\aleph_0$과 연속체의 농도 C사이에 어떤 농도가 존재하는가에 대한 코헨(Cohen)의 증명이다. 코헨은 아무런 모순없이 정수론에서 '예'와 '아니오' 둘 다 증명할

수 있음을 보여 주었는데 이것은 바로 유클리드의 제5공준의 승인 여부에 따라 유클리드와 비유클리드 기하학으로 나누어지는 것과 같은 것으로 집합론에서 칸토어(Cantor)와 비칸토어(non-Cantor) 구조로 볼 수 있다([8], [9]).

23개의 문제 중에서 대부분은 해결되었지만 아직도 몇 개의 문제는 해결되지 않은 채로 남아있다[8].[1] 특히, 공리적 체계를 이용하여 수학을 정립하려는 시도들로 인하여 수학은 더욱 엄밀화되고 형식화, 추상화되었다.

그러나 1931년 괴델(Gödel)이 발표한 불완전성 정리[2]는 당시의 힐베르트나 러셀(Russell)이 공리적인 방법에만 의존하여 수학의 체계를 세우려는 확신을 좌절시켰고 이후의 수학 기초론이나 논리학의 방법에 결정적인 전환점을 가져왔다. 사실 괴델은 논리적 체계와 명제를 계속적으로 반복해 나가는 복잡한 과정을 거쳐서 참인 명제가 증명될 수 없을 수도 있다는 결론에 이르렀는데 이러한 자기 유사성의 과정은 나중에 프랙탈과 점화이론에서 재현되었으며, 계산기가 어디까지 논리적으로 작동할 수 있는가에 대하여 처음으로 지적인 실험을 시도한 튜링(Turing)의 계산이론(theory of computability)에도 영향을 주었다[12].

적분의 개념은 아르키메데스(Archimedes) 시대부터 시작되었지만 20세기의 창조물이라고 할 정도로 새로운 변화를 맞이하였다. 그 선두에 선 사람은 바로 프랑스의 르베그(Lebesgue)로 그는 학위 논문 "적분(積分) · 길이 · 면적"에서, 리만(Riemann)이 정립해 놓은 적분의 정의를 더욱 일반적인 점집합의 관점에서 정의하였다. 이 이론은 근대적인 적분론의 단서도 되고, 확률론의 측도론적 연구를 가능하게 했을 뿐만 아니라, 푸리에(Fourier) 급수론 등에도 결정적인 영향을 주었으며, 보다 일반적인 힐베르트 공간론으로서 취급받게 되었다. 또한 위상기하학에 있어서도 밀집성의 정의와 밀집한 집합에 관한 르베그 수(數)의 도입 등 기초가 되는 연구를 하였다. 그러나 그는 수학의 일반화에 대해서 "일반 이론으로 환원되면 수학은 내용이 없는 단순히 아름다운 형식이 되어 곧 죽음으로 끝나버린다."라고 생각하여 일반화에 대하여 두려움을 가지고 있었지만, 그 후 수학의 발전을 보면 이러한 르베그의 생각은 기우였음을 알 수 있다. 덴조이(Denjoy)의 적분과 하르(Haar) 적분, 르베그-스틸체(Stieltjes) 적분 등은 모두 적분을 일반화한 것들이기 때문이다[8].

한편 대수학, 해석학, 기하학의 아이디어를 연결하면서 위상수학은 철학이 모든 지식을 통합하고자 하는 것과 같이 수학 전체를 통합하는 학문으로써 하나의 거대한 새로운 영역처럼

1) 23개의 문제에 대한 내용과 해결자에 대한 정보는 양영오 · 조윤동이 번역한 "수학의 역사(하), pp. 991-997, 경문사"를 참고하거나 인터넷 사이트 http://aleph0.clarku.edu/~djoyce /hilbert/toc.html를 참고하기 바란다.

2) 괴델 이전의 수학자들은 내부적으로 모순이 없고 모든 참인 명제를 증명할 수 있는 체계를 만들기 위해서 노력했는데 "자연수의 공리계가 무모순이면, 그것은 완전하지 않다."라는 괴델의 불완성 정리에 의해서 증명할 수 없는 참인 존재가 존재함을 인정해야 했다. 6년 후에 로저가 "자연수의 공리계가 무모순이면, 그것은 완전하지 않다."는 것을 확실히 하였다. 따라서 "자연수의 공리계가 무모순이면, 그 무모순성을 그 공리계로부터 이끌어 낼 수는 없다."는 것이 되어 자연수를 출발점으로 하는 무한개념을 포함하는 수학에서는 무모순이면서 또 그 자신의 무모순성을 정리로 이끌어 낼 수 있는 공리계를 만드는 것은 불가능하게 되었다.

19세기에 나타나 20세기에 큰 발전을 하였다. 위상 수학의 창시자에 대해서는 위치해석학의 푸앵타레(Poincaré), 집합론 또는 추상공간의 칸토어, 그리고 둘을 결합한 브로우베르(Brouwer)로 생각해 볼 수 있지만 어째든 브로우베르에 의해서 위상 수학은 급격히 발전하였다. 따라서, 위상수학은 뫼비우스의 띠, 쾨니히스베르크의 다리와 같은 비공식적 위상수학으로 시작하였지만 20세기의 학생들에게는 4색문제, 매듭이론과 매듭 주위의 공간 연구, 구내부의 방향 전환 등과 같은 현대적인 내용들을 가르치게 되었다. 그리고, 위상수학을 기하학과의 관련성 때문에 측량을 수반하지 않는 기하학이라고 불렀지만 미국 수학자들의 노력으로 인하여 요즘에는 기하학과의 관련성보다는 대수학과의 관련성에 더 초점을 두고 있다 [19].

대수학은 20세기에 접어들면서 추상화의 정도에 급격한 전환점을 맞게 되었다. 추상화에 영향을 미친 사람은 미국인 딕슨(Dickson)으로 추상체에 대한 결합적 선형 대수의 공리적 정의를 발표하였다. 이후 웨더번(Wedderburn)의 초월 복소수와 유한 대수, 슈타이니츠(Steinitz)의 대수 체, 뇌터(Noether)의 임의의 환의 이데알에 대한 분해 이론 등에 의해서 추상화가 가속화되었다.

확률론은 Borel의 "확률론의 원리", 기브스(Gibbs)의 "통계역학의 기본 원리", 피어슨(Pearson)의 생물 통계 잡지 창간과 카이제곱 판정법, 갈톤(Galton)의 회귀현상 연구 등에 의해서 수학의 한 분야로 출발하게 되었다. 특히, 20세기 중엽 이후에는 연속하는 사상에 대한 마르코프(Markov) 연쇄가 널리 연구 되었다. 결과적으로 오늘날 확률론은 가측함수의 개념과 현대적인 적분론을 사용하지 않고는 엄밀히 표현하는 것이 어렵게 되었다.

20세기 말에 이루어진 놀라운 성과 중에 하나는 페르마(Fermat)의 정리를 와일스(Wiles)가 증명한 것이다. 1993년에 발표되어 2년간의 수정 작업 후에 현재까지 가장 완벽한 증명으로 남아 있다.

이상으로 20세기의 순수수학에 대하여 개략적으로 살펴보았는데 더욱 주목할 만한 것은 현대의 수학은 현대적인 외피를 쓰고는 있지만 기하학을 부활시키려는 특징이 있었으며, 푸앵카레의 추측(사차원을 위한)에서 유한군의 분류에 이르기까지 수많은 유명한 문제들을 해결하는 면에 진보가 있었다.

1.2. 응용수학

2차 세계 대전이 일어나면서 수학자들은 새로운 문제에 직면하게 되었다. 이러한 분위기로 인하여 당시의 수학자들은 응용수학에 대하여 많은 관심을 갖게 되었고, 그 결과 20세기 수학의 가장 위대한 업적 중에 하나가 바로 응용수학으로 여겨질 정도이다. 현대 물리학 역시 수학의 한 분야로 여겨질 정도로 수학이라는 학문의 영향 속에서 발전하였는데 아인슈타인(Einstein), 보어(Bohr), 디랙(Dirac), 파인만(Feynman), 겔만(Gell-Mann)과 같은 위대한 물리학자들은 수학을 응용하여 그 이론들을 전개하였다.

응용수학은 역사적으로 볼 때 뉴턴(Newton)이 미분방정식을 발견하면서부터 사실상 시작되었고 18세기쯤, 헤센베르크(Hessenberg)와 슈레망거(Schuremanger)의 파동방정식이 발견되면서부터 미분 방정식과 편미분방정식으로 발전하기 시작하였으며, 20세기에 이르러 컴퓨터 산업과 공학, 수리경제학 등에 응용되는 수치해석이 급속도로 발전하면서 꽃을 피우게 되었다. 전통적 순수 학문의 관점에서 본다면 응용수학은 통계학의 발전과 관련이 있고, 현대적 관점에서 본다면 응용수학은 논리적 수학적 사고에 기초하여 과학의 모든 분야를 해석하는 데 도움이 되는 분야라고 말할 수 있다. 예를 들면 양자역학에서는 확률을 응용하고 있고 소립자론에서는 군론을 응용하고 있다.

20세기에 이루어진 응용수학의 분야를 구체적으로 살펴보면 다음과 같다([5], [19]).

첫째, 수치해석학은 자연과학, 공학, 의학, 그리고 사회과학 등에 나타나는 문제들 중, 수학적인 문제로 표현될 수 있는 문제들을 궁극적으로 컴퓨터를 이용하여 해결하고자 하는 수학의 실질적인 응용분야로 자연현상의 이해, 실생활이나 우주탐험, 국방 등에서 필요한 예측결과를 강력한 컴퓨터를 통해 미리 알아 볼 수 있도록 도움을 주고 있다. 20세기 초에 피어슨, 피셔(Fisher), 켄달(Kendall) 등이 여러 가지 통계적 방법들을 언급하였지만 계산의 불편함 때문에 이용할 수 없었다. 그러나 컴퓨터의 강력한 계산력과 시뮬레이션 효과는 수학에 수치해석학이라는 새로운 장을 열게 했다.

둘째, 산업수학은 수리과학 중에서 특히 최근 들어 급속히 발전하고 있는 중요한 분야로 통신, 반도체, 항공기, 자동차, 신소재, 컴퓨터 등과 같은 산업계의 연구개발에서 유래하였고, 편미분방정식, 동역학, 제어이론, 확률론, 통계학 및 이산수학에서 그 원리들을 가져왔다. 확률론을 보면 예전에는 한낱 도박꾼들을 위한 도구에 지나지 않았지만 폰 노이만(John von Neumann)의 게임이론을 통해서 경영, 경제, 정치와 전쟁 등 다양한 산업에 응용되다.

셋째, 동역학계는 어떤 한 공간에서 자기 자신으로 가는 사상이 주어졌을 때 이의 궁극적인 성질을 연구하는 것으로 이는 주어진 조건에 따라 위상적, 미분적, 해석적 역학계로 분리되며 각 분야마다 독특한 연구 방법과 주제가 있다. 응용성도 강하여 수학에서만 아니라 전산학, 물리, 공학, 생태학, 사회과학에까지 깊게 응용된다. 이와 같이 경제계와 생물계의 복잡성, 여타 다른 현상들의 난잡성들은 동력학계와 카오스 이론을 통하여 다루어지고 있다. 학생들은 아마도 쥬라기 공원이라는 영화를 통해서 카오스 이론에 대하여 한번쯤은 들었을 것이다.

넷째, 수리물리는 물리학의 여러 분야에서 나타나는 수학적 모형, 특히 편미분방정식의 해석학적 측면의 연구와 그 결과의 물리적 연계성을 연구한다. 따라서, 유체역학, 기상학, 초전도체이론, 게이지장, 중력장 등의 장론에서 나타나는 여러 가지 방정식과 기타 해석학적 문제를 연구하며, 이론적 결과의 물리학적 응용도 연구한다. 그리고 수학은 물리학과 가장 인접하여 발전해 왔기 때문에 현대 물리학은 수학의 한 분야와도 같다. 아인슈타인, 보어, 디

랙, 파인만, 겔만 등과 같은 뛰어난 물리학자들의 연구는 대부분 수학 안에서 이루어졌다. 물리학이 수학을 응용한다면 공학은 물리학을 응용한다. 20세기에 만들어진 자동차, 비행기와 우주선, TV, 컴퓨터 등과 같은 공산품들은 바로 수학의 위대한 힘의 결과물들이라고도 할 수 있다.

다섯째, 금융수학은 최근에 들어 금융산업에서 수학의 역할이 빠른 속도로 커지고 있는 것을 반영한 것으로, 각종 금융거래에서 발생하는 미래의 불확실성을 제어하는 옵션을 위시한 파생금융상품의 연구는 고도의 수학을 이용하여 급격히 발전하고 있다. 특히, 확률미분방정식, 편미분방정식, 확률최적제어이론, 수치해석 등 다양한 수학 분야의 방법론을 동원하여 금융산업 발전에 기여하고 있다. 사실 19세기에는 수학이 회계 장부에서나 사용되었다고 생각할 수 있으나 1947년 단치히(Dantzig)가 제안한 경영의 최적화이론은 선형계획법에 의해서 이루어 졌고, 1970년대 톰(Rene Thom)과 지만(Christopher Zeeman)의 카타스트로피 이론은 경영과 재무에 응용되고 있으며, 내쉬(John Nash)와 셀튼(Reinhard Selten)은 게임이론으로 1994년 노벨 경제학상을 타기도 했다.

여섯째, 역문제(Inverse Problem)는 물체의 표면에서 나타나는 현상을 가지고 내부의 성질을 알아내는 문제를 통칭한 것으로 병원에서 쓰는 단층촬영이 역문제를 응용한 예이다. 최근 편미분방정식이론, 포텐셜이론, 이론물리학 등 순수과학의 발전에 힘입어 역문제가 수학의 연구대상이 되기 시작하였는데, 비파괴공학, 의공학, 석유탐사 등 그 가능성은 무한하다고 하겠다.

이상으로 살펴본 것처럼 응용수학은 첨단화, 전문화가 되어가고 있는 현실에서 모든 학문의 기초로서 수학의 역할과 중요성을 일깨워 주고, 전반적인 수학 및 통계에의 응용, 수치해석과 미분방정식의 교육에 의한 공학과의 연결을 도모하고 있다.

그러나 21세기가 시작되는 시점에서 볼 때 수학의 미래에 대한 견해는 대부분의 주요 문제는 이미 해결되었다고 했던 18세기 후반의 비관주의도 아니고 19세기 말에 모든 문제가 해결될 수 있다고 공표 했던 힐베르트의 낙관주의도 아닌 것 같다. 중요한 것은 수학의 장래에 대한 낙관적, 비관적 견해가 아니라 수학의 발전이 사회에 어떠한 영향을 미치는가 이다. 왜냐하면 수학의 응용이 잠재적으로 노벨(Nobel)의 다이너마이트에 대한 우려와 같이 인간을 파멸로 이끌 가능성이 있기 때문이다. 이러한 걱정을 해결하기 위해서는 의학용 기기의 개발과 같은 좀더 사회적으로 유용한 것을 만들어 정보 산업화 사회에 기여할 수 있는 응용수학도로서의 역량을 기르는데 교육의 초점이 맞추어져야 할 것이다.

1.3. 수학과 컴퓨터

많은 사람들은 컴퓨터의 역사는 수학의 역사의 일부분이 아니라 서로 상호 작용한다고 생각한다. 그러나 대수학으로부터 코딩이론, 위상수학으로부터 네트워크 분석 등 계속적으로 수학은 컴퓨터에 영향을 미치고 있다.

초창기에 수학자들은 수학이란 정신을 도야하는 것이기 때문에 계산이나 다루는 컴퓨터를 수학에 사용하는 것을 용납하지 않았다. 그러나 1976년 하켄(Wolfgang Haken)과 아펠(Kenneth Appel)은 100여년 동안 풀리지 않았던 4색문제를 컴퓨터의 도움을 얻어 해결하였다. 그들은 2000여 개에 달하는 경우를 6개월 동안 컴퓨터를 이용하여 해결하였는데 만약 컴퓨터가 없었다면 10년은 족히 걸렸을 일이었다[10].

이와 같은 컴퓨터의 연산능력 덕분에 완전수 역시 서서히 그 베일을 벗고 있다. 그리스인들이 찾아낸 완전수는 6, 28, 496, 8182로 모두 4개였다. 계산의 어려움 때문에 1900년대까지만 해도 6개 정도가 더 발견되었고, 1911, 1914년에 각각 1개씩이 더 발견되었다. 컴퓨터의 도움으로 1998년까지 총 37개의 완전수가 발견되었고, 1999년 6월 미국의 Nayan Hajratwala가 2백만 자리가 넘는 메르센 소수를 찾음으로써 이와 관련된 완전수는 $2^{6,972,592}(2^{6,972,593}-1)$가 되었다. 과연 이 수를 컴퓨터의 도움 없이 찾아 낼 수 있었을까? 이외에도 컴퓨터를 이용하여 더 정확한 원주율을 구하기 위하여 지금도 노력하고 있다[19].

이와 같이 컴퓨터가 계산에 직접적인 도움을 주는 것 외에도 컴퓨터의 도움으로 인해 새롭게 수학의 한 부분으로 발전된 것이 바로 프랙털이다. 프랙털은 자기 유사성의 무한한 증가로 인하여 만들어지는 패턴으로 기하학적 대상을 포함한다. 그러나 프랙털의 구조를 좀더 깊게 볼 수 있는 컴퓨터의 그래픽 기능이 없었더라면 그 구조를 이해하기가 힘들었을 것이다.

이상으로 살펴본 바와 같이 컴퓨터의 뛰어난 연산처리 속도와 그래픽, 시뮬레이션 기능은 수학자들에게 시간을 절약하게 해 주었고 수학적 대상을 좀더 구체적으로 시각화시켜 줌으로써 수학의 발전을 가속화시키고 있다.

1.4. 수학자

20세기 수학을 발전시킨 수학자들 중에서 뇌터와 영(Grace Chisholm Young)은 탁월한 수학적 능력을 발휘한 여류수학자들이다. 뇌터는 여성수학자 중에서 가장 위대한 평가를 받고 있는데 추상대수학 분야에서 그녀로부터 영감을 얻은 제자들은 추상적 환과 이데알 이론에 관련된 현대 대수학의 발전에 특히 중요한 역할을 했으며 그녀의 장례식에서 아인슈타인이 그녀를 열렬하게 칭찬할 정도로 위대한 수학자였다.

20세기를 풍미했거나 하고있는 수학자들을 좀더 살펴보면 다음과 같다[23].

· Kenneth Appel(1932-) : 4색정리
· Edward Begle(1914-1985) : 새수학 학교교육과정
· Paul Cohen(1934-) : 기초론, 연속체 가설
· Ubiratan D'Ambrosio(1933-) : 인류학적 수학
· George Dantzig(1914-) : 선행계획법, simplex method

· Jean Dieudonne(1906-1992) : 위상수학, 추상대수학
· Paul Erdos(1913-1996) : 정수론
· Wolfgang Haken(1928-) : 4색정리
· Stephen Hawking(1942-) : 우주론
· Grace Hopper(1906-1992) : 컴퓨터, COBOL
· Imre Lakatos(1922-1974) : 준경험주의 수리철학
· Benoit Mandelbrot(1924-) : 프랙탈
· Srinivasa Ramanujan(1887-1920) : 정수론, 함수론
· Atle Selberg(1917-) : 정수론
· Reinhard Selten(1930-) ; 경제학, 균형론
· Rene Thom(1923-) : 카타스트로피 이론
· Alan Turing(1912-1954) : 컴퓨터이론, 계산론
· Andre Weil(1906-1998) : 대수기하
· Grace Chisholm Young(1868-1944) : 집합론
· Christopher Zeeman(1925-) : 카타스트로피 이론 응용, 역학체계

위의 수학자들은 교육인적자원부의 수학편수자료 인명편[2]에 있지 않은 수학자들 위주로 소개한 것이므로 이외에 다른 수학자들은 "[부록1] 20세기 수학자"를 참고하기 바란다.

20세기의 수학자들 대부분이 서양 출신들이다. 앤드루스(Andrews) 대학에서 운영하는 World wide web의 인명편에 올라 있는 동양 출신 수학자들을 살펴보면 다음과 같다.

· Kiyoshi Oka(1901-1978, 일본) : 다변수 함수
· Shokichi Iyanaga(1906- , 일본) : 1957-1978년 ICMI 의장
· Pao-Lu Hsu(1910-1970, 중국) : 확률과 통계
· Shizuo Kakutani(1911- , 일본) : 복소해석학, 위상적 군론 등
· Shigeo Sasaki(1912- , 일본) : 미분기하
· Kunihiko Kodaira(1915-1997, 일본) : 1954년 필즈상 수상
· Kiyosi Ito(1915- , 일본) : Modern theory of stochastic analysis의 창시자
· Kenkichi Iwasawa(1917-1998, 일본) : 대수기하
· Hsien Chung Wang(1918-1978, 중국) : Discrete subgroups of Lie groups
· Heisuke Hironaka(1931- , 일본) : 1970년 필즈상 수상
· Sun-Yung Alice Chang(1948- , 중국) : 편미분 방정식
· Shing-Tung Yau(1949- , 중국) : 편미분방정식으로 1982년에 필즈상 수상
· Fan Rong K Chung Graham(1949- , 대만) : Ramsey theory
· Shigefumi Mori(1951- , 일본) : 1990년 algebraic manifolds로 필즈상 수상
· Lai-Sang Young(1952- , 홍콩) : Measurements of dynamical complexity

일본과 중국의 수학자들은 많은데 우리 나라의 수학자가 한 사람도 없는 것이 안타깝지만, 앞으로 훌륭한 수학자가 나올 것이라 기대해 본다.

2. 수학교육학

유럽과 미국을 비롯한 모든 나라에서 수학교육이 오늘날과 같은 모습을 갖추기 시작한 것은 대체로 20세기가 시작한 1900년 이후라고 할 수 있다. 20세기의 시작과 함께 1900년대 초의 수학교육 개혁 운동[3], 그리고 1950-1969년대의 수학교육 현대화 운동, 1970년대의 Back-to-Basics 운동, 그리고 1980년대 이후의 문제해결력 교육, 1990년대의 NCTM 주도의 수학교육이 20세기 수학교육의 큰 주류를 이루고 있다.

먼저, 수학교육의 철학적 배경이 되고 있는 플라톤주의, 논리주의, 형식주의, 직관주의, 준경험주의, 구성주의 수리철학에 대하여 간략하게 살펴보고자 한다.

플라톤주의는 "수학의 대상은 실재하나 인간과는 무관하게 객관적으로 존재하며, 수학을 한다는 것은 창조하는 것이 아니라 이미 존재하는 것을 발견하는 것[11]"이라고 생각하는 것으로 여기서 수학적 지식은 불변하는 절대적인 참인 지식으로 생각되었다. 그러나 플라톤(Platon)의 수학관을 구체화한 유클리드 **원론**의 제5공준에 대한 의심의 결과 비유클리드 기하가 탄생하게 되었고 이로 인해 수학적 지식이 절대 진리가 아니라 가설에 불과하다는 새로운 수학관을 형성하게 만들었다.

러셀, 화이트헤드(Whitehead) 등과 같은 논리주의 수리철학자들은 "순수 수학은 논리에 불과한 것으로 모든 수학 개념은 논리에서 유도될 수 있는 것[20]"으로 생각하였다. 논리주의는 유클리드 기하를 통해 논리적 사고력을 배양하고 새수학을 통해 수학의 엄밀하고 우아한 모습을 보여주었지만, 수학적 개념의 발생과 발전과정을 느껴보고 구성해보는 활동에 대한 답을 주지 못하였다. 또한, 러셀의 패러독스에 의해 스스로 논리의 불완전성을 입증하는 모순에 빠지면서 한계를 드러냈다.

위와 같은 플라톤주의와 논리주의의 실패로 직관주의가 부흥하게 되었다. 직관주의는 "근본적인 수학적 지식의 유일한 원천은 직관이며, 그에 의해 기본적인 개념 및 정리가 절대적으로 자명하게 되고 수학적 활동은 공리와 정리보다 내관적 구성으로 이루어진 것[16]"으로 생각하였다. 칸트(Kant), 크로네커(Kronecker), 푸앵카레, 브로우베르(Brouwer) 등이 지지를 하였으며, 특히 브로우베르는 직관적으로 자명하다고 인정되는 자연수에 기초하여 유한한 구성 과정으로 수학을 전개하려고 시도하였다. 직관주의는 수학에서 정신적 구성과 수학적 실재에 대한 의미를 강조했다는 점에서는 지지를 받고 있으나 직관의 주관성에 대한 명확한

3) '수학교육 개량(改良) 운동' 또는 '수학교육 근대화(近代化) 운동'이라고 하기도 한다.

해답을 제시하지 못했고 수학적 모순을 피하기 위하여 정당화의 기준에 맞지 않은 고전 수학의 많은 부분을 포기했다는 점에서는 비난을 받고 있다.

형식주의는 논리주의와 직관주의의 대안으로 "수학은 완전성과 무모순성을 추구하는 의미없는 기호들의 형식체계"라고 생각하는 수리철학이다. 대표적인 학자인 힐베르트는 수학의 확실성을 보증하는 것은 진리가 아니라 무모순성이라고 생각하여 일부 공리계가 무모순이며 완전하다는 것을 증명하였으나 괴델의 불완전성의 정리에 의해 무모순성이 증명될 수 없음이 입증되어 수학 세계에 언제 모순이 발견될지 모르는 불안감을 안겨 주었다.

준경험주의는 라카토스(Lakatos)의 수리철학으로 "수학은 준경험적 과학이며 이는 자명하게 확립된 정리가 누적되면서 성장하는 것이 아니라 증명과 반박, 추측과 비판의 창조적인 활동에 의해 성장하는 것[15]"으로 생각한 수리철학으로 퍼트남(Putnam,) 티모츠코(Tymoczko), 데이비스(Davis), 핼릿(Hallett), 허쉬(Hersh) 등이 이를 지지하고 있다. 또한 준경험주의는 연역주의자들의 견해를 배격하며 수학의 역사적 발달을 받아들이고 수학적 개념이 점진적으로 발달한다고 보고 있다.

구성주의는 인식론의 발달과 함께 끊임없이 진화, 형성되어 온 것이 1960년대와 70년대를 거치면서, 그 이론적 체계를 갖추게 된 것으로[3], "지식은 환경으로부터 수동적으로 받아들이는 것이 아니라 인식 주체(主體)에 의하여 능동적으로 구성되어지는 것[13]"으로 절대적 지식관 보다는 상대적인 지식관을 가지고 있다.

위에서 살펴본 것처럼 수리철학의 역사는 서로의 단점을 보완하면서 좀더 나은 방향을 향해서 변화하고 있음을 알 수 있다. 또한 수리 철학의 관점에 따라 지식관과 교육관이 서로 달라질 수 있음을 보여준다. 그러나 꼭 이것이 최고라는 아집에 빠지기보다는 서로 상보적인 입장에서 발전 지향적으로 생각하는 것이 올바르지 않을까 생각해 본다.

본 장의 서두에서 말하였듯이 20세기의 수학교육은 수학교육 개혁 운동, 수학교육 현대화 운동, Back-to-Basics 운동, 문제해결교육, NCTM의 규준으로 나누어 그 역사를 살펴 볼 수 있다.

20세기 초에, 수학교육의 개선을 위해 유럽과 미국에서 일어난 일련의 움직임을 일컬어 흔히 '수학교육 개혁 운동'이라고 한다.

유럽에서는 18세기 후반부터 산업 혁명이 시작되면서 자본가들의 이윤을 극대화하기 위하여 실용학문의 교육을 받은 양질의 노동자가 필요하였다. 그리하여 1870년경부터 영국, 독일, 프랑스와 같은 나라에서는 과학·기술 교육이 국가적인 문제로 대두되게 되었고 수학교육도 이러한 과학·기술 교육의 일환으로 주목을 받게 되었다. 그러나 그 당시의 수학은 유클리드 기하학을 중심으로 하는 소수 엘리트의 교양과목에 불과하였고 유명 대학의 입학 시험 과목으로 밖에는 여겨지지 않았다. 이에 점차적으로 수학교육을 개선하자는 자각이 감돌기 시작했고 영국의 페리(Perry), 독일의 클라인(Klein), 프랑스의 푸앵카레와 보렐(Borel) 등을 중심으로 본격적인 수학교육 개혁 운동이 일어나게 되었다.

영국의 페리는 1901년 글래스고(Glassgo)에서 수학의 교수라는 제목으로 처음 강연을 시작하여 수학에서 이론과 실천, 실용성, 학생들의 심리적 발달에 기인한 수학을 가르치자고 주장하였고, 독일의 클라인은 1904년에 브레슬라우(Breslau)에서 열린 자연과학자 회의에서 수학, 물리학의 교육에 대하여 강연하면서, 학습자의 심리적 측면과 수학의 실용성, 수학의 통합에 관련된 원칙들을 주장하였다. 미국은 어느 정도 유클리드 교육에서 탈피하고 있었기에 영국의 페리의 연설이 직접적으로 영향을 미치지는 않았지만 무어(Moor)가 1902년 12월 29일 제 9차 미국 수학회(AMS) 연차 회의에서 행한 수학의 기초에 관한 연설에서, 수학교육의 개혁은 혁명이 아니라 진화라고 하면서, 특히 초등학교에서는 수학을 구체적인 사항과 직접 관련시킬 수 있도록 관찰, 실험, 추리하는 능력을 단련시켜야 한다는 것을 주장하였다. 이것은 미국의 수학교육계에 큰 반향을 일으켰다[6].

수학교육 개혁 운동에서는 전반적으로, 실재하는 물리량과 공간을 중요시하고, 또 학생들의 심리를 고려하려 했다는 점에서 실용적, 심리적 원칙을 강조하고 있었다. 그러나, 이에 비해 논리적 원칙을 깊이 고려하지 않았기에, 결국에는 논리를 불신하는 경향마저 나타나게 되었다. 그 결과 현실적으로는 양과 공간의 구조를 정식화하고 교재화하는 이론적, 실천적 연구가 진전되지 못했다[1].

1957년 10월 4일에 있었던 옛 소련의 인공위성 스푸트니크(Sputnik) I호가 발사에 성공함으로써 미국에 충격을 주었고, 후에 세계적으로 영향을 미친 SMSG[4]의 활동 계기가 되었으며, 이 영향으로 1970년대 후반까지 세계 각국에서 이루어진 수학교육운동을 '수학교육 현대화 운동(The New Math Movement)'이라고 한다. 그러나 그 이면에는 1930년경부터 비약적으로 발달한 현대 수학을 학교수학에 반영시켜야 한다고 주장해 온 수학자들의 노력이 숨어 있었고 1950년대 범주이론이 도입되면서 수학의 구조화 운동이 더욱 가속되었기 때문이다 [4].

그러나 수학의 논리적 접근에 의한 엄밀화, 연연적 추론화, 형식화, 추상화에 대한 비판적 시각이 대두되면서 점차 그 자리를 잃게 되었다. 특히, 클라인(Kline, [14])은 '새수학 실패'를 부제로 하는 'Why Johnny Can't Add?'라는 책을 출판했다. '왜 쟈니는 덧셈을 못하는가?'는 수학교육현대화 운동으로 학생들의 계산능력 저하가 심각함을 비유적으로 표현한 것으로 수학교육 현대화 운동을 비판하는 하나의 슬로건이 되기도 했다.

이러한 수학교육현대화 운동에 대한 대안으로 1970년 논리적 접근 방법의 조기도입을 반대하여 SMSG 활동을 중지하고 학생들의 발달 단계를 고려하여 기초·기본을 찾아 교재로 재구성하자는 움직임이 대두되었으며 이 운동을 Back-to-Basics 운동이라고 한다. 이 운동에서는, 행동적 목표를 강조하였고, 저하된 학생들의 계산능력을 기르기 위하여 필산과 함께 소비자 수학을 강조하였다. 승급을 위한 최소 학력을 설정하여 어느 정도 성공을 거두었으나 우수한 학생들의 학력과 문제해결 능력이 저하되었고, 새수학에 대한 반작용이 심하게

4) School Mathematics Study Group

작용하여 1980년대의 새로운 사고로의 진보를 늦추는 결과를 가져오기도 했다.

학생들의 학력저하로 인하여 NACOME[5]는 계산 기능 위주의 교육과정보다는 기초・기본의 범위를 문제해결을 비롯한 고차적 기능으로 확대해야 할 것을 주장하였고, 그 결과 NCTM에서는 '1980년대의 학교수학을 위한 권고' 안에서 문제해결이 80년대의 수학교육의 초점이 되어야 한다고 주장하였다. 특히, 수학교육에서 문제해결을 논의의 대상으로 부각시킨 최초의 인물은 미국의 수학자인 폴리아(Polya)이다. 폴리아는 1945년 How to Solve It? 이라는 베스트 셀러를 출판하여 문제를 잘 해결하는 기초적인 아이디어와 방법들에 대한 예를 제공하였다.

1990년대의 수학교육의 방향을 이끌어나간 것은 NCTM의 규준(Standards)이라 할 수 있다. 1986년 NCTM은 학교수학의 질(質)을 향상시키기 위해, 향후 10년간 학교수학의 개혁을 담당할 학교수학 규준 위원회[6]를 설립하였다. 이 위원회는 새로운 시대에 필요한 수학적 능력, 비전, 그리고 교육과정(K-12)과 성취도 평가를 위한 규준을 작성하여, 1989년 3월에 Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics[7]라는 이름으로 발표하였다. 그 일반 목표를 살펴보면 다음과 같다[17].

첫째, 수학의 가치를 느낄 수 있어야 한다.

둘째, 수학을 하는 자신의 능력에 대해 자신감을 가져야 한다.

셋째, 수학 문제의 해결자가 되어야 한다.

넷째, 수학적으로 의사소통을 할 줄 알아야 한다.

다섯째, 수학적으로 추론할 줄 알아야 한다.

NCTM에서는 1998년부터 2000년을 대비하여 새로운 규준집을 준비하였고, Principles and Standards for School Mathematics[18]를 출판하였다. 큰 특징을 살펴보면 수학교실을 수학에 대하여 생각하고 행하는 장소로 보는 견해가 핵심이고, 10개의 규준(수와 연산・패턴・함수・함수・기하와 공간감각・측정・자료분석과 통계 및 확률・문제해결・추론과 증명・의사소통・연결성・표상)을 설정하였으며 10개의 규준에 대한 원리로 기회균등의 원리, 수학교육과정의 원리, 교수의 원리, 학습의 원리, 평가의 원리, 공학의 원리를 선정하였다.

요즘 들어 수학교육에서 교실문화와 다양한 문화 속에서 수학을 연구하는 문화기술연구법(Ethnography)이 새로운 연구 영역으로 조명 받고 있다. 문화기술 연구자들은 학교를 문화

5) The Conference Board of the Mathematical Science, National Advisory Committee on Mathematical Education
6) The Commission on Standards for School Mathematics
7) 이것을 보완하기 위하여 1991년에 Professional Standards for Teaching Mathematics과 1995년에 Assessment Standards for School Mathematics를 출판하였다.

전수의 주된 매개체로 생각하여 다음 세대에게 문화를 전수하고 유지 발전시키기 위하여 학교를 그 사회의 신념, 태도, 가치, 규범, 행위 그리고 기대 등을 전달하는 장소로 본다. 따라서 교육은 문화의 전수이고 교사는 문화 전수의 책임자가 되며 학생들은 문화적 활동에 적극 참여하는 과정을 통해서 지식을 얻게 된다[7].

이밖에 20세기 수학교육에 영향을 준 학자들을 간략하게 살펴보면 다음과 같다.

· Thorndike(1874-1949, 미국) : 훈련과 연습을 통한 수학 교수 학습
· Dewey(1859-1952, 미국) : 수의 심리학과 산술교수법
· Treutlin(1845-1912, 독일) : 기하학적 직관 교수
· Piaget(1896-1980, 스위스) : 발생적 인식론에 근거한 수학학습
· Vygotsky(1896-1934, 러시아) : ZPD, 내면화이론, 사회문화적 접근
· Bruner(1915- , 미국) : EIS 이론, 지식의 구조, 발견학습
· Dienes(1916- , 미국 : 놀이, 게임학습. 수학적 개념 형성의 6단계
· Skemp(1919-1995, 영국) : Schematic Learning, 이해중심의 수학교육
· Gagne(1916- , 미국) : 학습 위계
· Ausbel : 유의미 학습
· Guilford : 지적 구조이론과 수학적 능력
· Polya(1897-1985, 미국) : 문제해결
· Krutetskii : 수학적 능력의 구조
· van Hiele : 기하학적 사고 발달 이론, 사고 수준이론
· Freudental(1905-1990, 네델란드) : 교수학적 현상학, 수학화, RME

3. 결론

본 연구에서는 수학과 수학교육에 대한 최근의 역사를 재조명해 봄으로써 수학을 공부하는 학생들에게 고대의 오래된 유산으로써 수학뿐만 아니라 그것을 토대로 끊임없이 새롭고 역동적으로 발전하는 생생한 수학을 보여주기 위하여 20세기의 수학과 수학교육에 대하여 재조명을 하였다. 20세기에 이루어진 수학과 수학교육에 관련된 여러 가지 내용을 시대별로 정리해보면, 다음과 같다.

· 1900년대 : 힐베르트가 23개의 문제 제시, 페리, 클라인, 푸앵카레, 보렐, 무어에 의해 수학교육 개혁운동 시작.
· 1910년대 : Principia Mathematica 출판
· 1920년대 : 기초와 논리, 환론, 함수해석학, NCTM 설립
· 1930년대 : 괴델의 불완전성이론, 브로바키 학파, 위상수학, 유의미한 수학학습

· 1940년대 : 폴리아의 How to solve it? 출판
· 1950년대 : Erdos 소수 분포 증명, 수학교육현대화 운동
· 1960년대 : 연속체 가설 해결, 새수학 교육과정
· 1970년대 : 4색정리, 라카토스의 수리철학, Back-to-Basics 운동
· 1980년대 : 수학교육에서 컴퓨터 등장, 문제해결력, NCTM Standard 발행
· 1990년대 : 페르마의 정리 증명, NCTM Standard 발행

먼 과거에 대한 역사를 객관적으로 평가하기는 쉽지만 우리가 살고 있는 현재의 역사를 객관적으로 평가하기란 쉬운 일이 아니다. 그래서 그런지 20세기에 대한 수학사를 다루는 책들이 많지가 않다. 세계적인 역사학자 토인비(Toinbe)는 "역사는 흘러간 옛이야기가 아니라 현재와 미래의 거울이다"라고 말하며 역사가 한낱 흘러버린 추억거리가 아니라 미래를 안내하는 중요한 역할을 한다고 강조하였다. 또 앙드레 베유(Andr Weil)는 "과거에 그랬듯이 미래의 위대한 수학자들도 반듯하게 잘 뚫어진 길보다는 우리들의 상상력으로는 도저히 알 수 없는 예기치 못한 길을 택하여 미완의 어려운 문제를 해결할 것이다."라고 언급하며 미래의 수학의 발전을 예견하고 있다.

결론적으로, 20세기 수학사에 대한 정리와 평가가 완전히 되어 있지 않을지라도, 20세기의 수학을 가르치는 것이 현실적으로 어려울 지라도, 미래를 짊어지고 나갈 학생들에게 우리의 가까운 선조들이 수학을 어떻게 발전시켰으며 어떤 난관을 어떻게 극복하였는지, 그리고 그 결과물들이 어떻게 응용되고 있는지를 보여준다는 것은 수학의 역사적 흐름과 수학의 생생한 생명력을 보여줄 수 있는 좋은 예이며 수학에 대한 미래를 확신하게 해 줄 수 있는 좋은 방법 중의 하나가 될 것으로 생각된다.

참고 문헌

1. 김응태 · 김연식, **수학교육교재론**, 서울: 이우출판사, 1982.
2. 김홍기 · 박교식 · 박경미 · 이장주 · 정승진, **수학편수자료 연구 · 개발**, 2002년도 교육과정 후속지원 연구과제 답신 보고, 2003.
3. 박영배, **수학 교수 · 학습의 구성주의적 전개에 관한 연구**, 서울대학교 박사 학위 논문, 1996.
4. 數學教育硏究會編, **新數學教育の理論と實際**, 東京: 聖文社, 1995.
5. 서울대수리과학부, "응용수학," Retrieved August 5, 2003, from the World Wide Web: *http://www.math.snu.ac.kr/dept/Html/applied.htm.*
6. 이성헌, **수학교수법**, 서울: 교학사, 1991.
7. 조정수, 수학교사의 신념과 교실 규범 연구를 위한 Ethnography, **수학교육논문집**(한국수학교육학회지 시리즈E), 제 12 집, 2001.

8. Boyer, C., *A History of Mathematics*. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1989; 양영오 · 조윤동 역, 수학의 역사(하), 서울: 경문사, 2000.
9. Burton, D.M., *The History of Mathematics: An Introduction.* Dubuque, Iowa: Wm. C. Brown Group, 1991.
10. Courant, R. & Robbins, H., *What is Mathematics*, Oxford Universe Press, Inc., 1996.
11. Ernest, P., *The Philosophy of Mathematics Education*, The Falmer Press, 1991.
12. Eves, H., *An Introduction to the History of Mathematics*. Orlando, Fla. Saunders College Publishing, 1990.
13. Kilpatrick, J., *What Constructivism Might Be in Mathematical Education*, *Proceedings of PME-XI*, pp. 3-27, 1987.
14. Kline, M., *Why Johnny Can't Add: The Failure of the New Math*, St. Martin's Press, New York, 1973.
15. Lakatos, I., *Mathematics, Science and Epistemology*, Edited by J. Worrall and G. Currie, London: Cambridge University Press, 1978.
16. Maziarz, E.A., *The Philosophy of Mathematics*, New York: Philosophical Library Inc., 1950.
17. National Council of Teachers of Mathematics(NCTM), *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Reston, Va.: NCTM, 1989.
18. National Council of Teachers of Mathematics(NCTM). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, Va.: NCTM, 2000.
19. Shirley, L., "Twentieth-Century Mathematics: A Brief Review of the Century," *Mathematics Teaching in the Middle School*, Vol. 5, Issue 5, 2000.
20. Singh, J., *The Great Ideas of Modern Mathematics: Their Nature and Use*, New York: Dover Publications, 1959.
21. Struik, D.J., *A Concise History Of Mathematics*. NY: Dover Publications, 1987.
22. Joyce, D.E., "Hilbert's Mathematical Problems," Retrieved August 5, 2003, from the World Wide Web: *http://babbage.clarku.edu/~djoyce/hilbert/.*
23. University of St Andrews Scotland, "The MacTutor History of Mathematics Archive," Retrieved August 5, 2003, from the World Wide Web: *http://www-history.mcs.stand.ac.uk/ %7Ehistory /index.html.*

[부록1] 20세기의 수학자

인명	국적 (출생지)	주요업적
만하임(Mannheim ; 1831~1906)	프랑스	계산기의 설계자. 만하임 곡선 연구
데데킨트(Dedekind, J. W. R. ; 1831~1916)	독일	실수의 절단 생각. 추상대수의 선구자
라게르(Laguerre, E. ; 1834~1886)	프랑스	공형기하학(conformal geometry)에 공헌. 라게르의 다항식 연구
벤(Venn, J. ; 1834~1923)	영국	논리학자. 벤 다이어그램을 창안
카소라티(Casorati, F. ; 1835~1890)	이탈리아	카소라티의 행렬식에 연구
벨트라미(Beltrami, E. ; 1835~1900)	이탈리아	미분 기하학에 공헌
고르단(Gordan, P. ; 1837~1912)	독일	대수 형식론(불변식론) 연구
조르당(Jordan, C. ; 1838~1922)	프랑스	조르당 곡선 연구
항켈(Hankel, H. ; 1839~1873)	독일	형식 불변의 원리를 창안함
기브스(Gibbs, J. W. ; 1839~1903)	미국	통계학 연구
슈뢰더(Schröder, F. ; 1841~1902)	독일	부울(Boole)의 논리학을 토대로 논리대수를 발전시킴
다르부(Darboux, J. G. ; 1842~1917)	프랑스	'곡면론'을 지음. 고전 기하학을 집대성
리(Lie, M. S. ; 1842~1899)	노르웨이	리군론 연구. 기하학에 공헌이 큼
슈바르츠(Schwarz, H. A. ; 1843~1921)	독일	등각사상, 극소곡면, 초기화급수, 미분방정식등 연구. 슈바르츠의 부등식 발견
클리퍼드(Clifford, W. K. ; 1845~1879)	영국	군환론 연구
칸토어(Cantor, G. ; 1845~1918)	독일	집합론의 창시자. 현대 수학의 시조
프레게(Frege, F. L. G. ; 1848~1925)	독일	집합 개념과 논리 관계 규명. 명제함수 도입
프로베니우스(Frobenius, G. F. ; 1849~1917)	독일	'군의 지표' 지음. 행렬 연구
클라인(Klein, F. C. ; 1849~1925)	독일	저서 '에르랑겐 목록'
페리(Perry, J. ; 1850~1920)	영국	Perry Movement의 중심인물
헤비사이드(Heaviside, O. ; 1850~1925)	영국	헤비사이드의 연산자법 발견
린데만(Lindemann, F. ; 1852~1939)	독일	원주율 π의 초월성 증명
푸앵카레(Poincaré, J. H. ; 1854~1912)	프랑스	수론, 대수 기하학, 위상기하학 연구, 천체의 역학 연구
베로네세(Veronese, G. ; 1854~1917)	이탈리아	논리주의 기하학자
아펠(Appell, P. E. ; 1855~1930)	프랑스	이변수의 초기하함수 연구
마르코프(Markov, A. ; 1856~1922)	러시아	확률론, 수리 통계학 연구
피어슨(Pearson, K. ; 1857~1936)	영국	생물 통계학 개발, 기술 통계학 연구

인명	국적 (출생지)	주요업적
페아노(Peano, G. ; 1858-1932)	이탈리아	페아노의 공리, 해석학, 기하학의 기초연구
캐조리(Cajori, F. ; 1859-1930)	미국	'수학사' 지음
화이트헤드(Whitehead, A. N. ; 1861-1947)	영국	부울(Boole)의 논리학을 발전시킴
무어(Moore, E. H. ; 1862-1932)	미국	수학 교육학자, 미국 수학회 회장을 역임
도카뉴(d'Ocagne, M. ; 1862-1938)	프랑스	'계산도표(nomogram)' 지음
힐베르트(Hilbert, D. ; 1862-1943)	독일	기하학의 기초론, 힐베르트의 공간 창시, 공리론적 방법으로 현대 수학의 기틀을 마련. 힐베르트의 문제 연구
민코프스키(Minkowski, H. ; 1864-1909)	러시아	민코프스키 공간 생각
아다마르(Hadamard, J. S. ; 1865-1963)	프랑스	'편미분방정식' 지음, 소수(素數)정리 증명
하우스도르프(Hausdorff, F. ; 1868-1942)	독일	위상공간론 창시자
카르탕(Cartan, E. ; 1869-1951)	프랑스	'연속군' 지음. 미분기하학 연구
체르멜로(Zermelo, E. : 1871-1953)	독일	공리적 집합론의 창시자. 선택공리로 유명
보렐(Borel, F. E. E. ; 1871-1956)	프랑스	해석학, 확률론에 공헌
러셀(Russell, B. ; 1872-1970)	영국	화이트헤드와 함께 '수학원리' 3권 지음
베르(Baire, R. L. ; 1874-1932)	프랑스	불연속함수의 연구
르베그(Lebesgue, H. L. ; 1875-1941)	프랑스	르베그적분 연구. '적분, 길이, 면적' 지음
하디(Hardy, G. H. ; 1877-1947)	영국	함수론 연구
프레세(Frĕchet, M. ; 1878-1973)	프랑스	'추상공간론(抽象空間論)' 지음
아인슈타인(Einstein, A. ; 1879-1955)	미국	독일 태생. 상대성 이론 펴냄
브로우베르(Brouwer, J. ; 1881-1966)	네델란드	위상기하학, 수학 기초론 연구
뇌터(Noether, E. A. ; 1882-1935)	독일	여류 수학자로, 추상대수학의 선구자
당주아(Denjoy, A. ; 1884-1974)	프랑스	당주아 적분 연구
베일(Weyl, H. ; 1885-1955)	독일	'공간, 시간, 물질' 지음. 통일장 이론 세움
리틀우드(Littlewood, E. ; 1885-1977)	영국	해석학, 해석적 정수론에 공헌
폴리아(Pólya, G. : 1887-1985)	미국 (헝가리)	'어떻게 문제를 풀 것인가?' 지음. 문제해결 연구
헤케(Hecke, E. ; 1887-1947)	독일 (폴란드)	L-function발견

인명	국적 (출생지)	주요업적
베르나이스(Bernays, P. I. ; 1888~1977)	체코(영국)	수학의 공리화를 괴델과 함께 체계화
피셔(Fisher, R. A. ; 1890~1962)	영국	현대 추측 통계학의 창시자
비노그라도프(Vinogradov ; 1891~1983)	소련	소수(素數)연구, 해석적 수학론에 공헌
바나흐(Banach, S. ; 1892~1945)	폴란드	바나흐 공간 이론 세움
위너(Wiener, N. ; 1894~1964)	미국	사이버네틱스의 창시자
핀슬러(Finsler, P. ; 1894~1907)	영국	핀슬러 공간 이론 세움
아르틴(Artin, E. ; 1898~1962)	독일	L-function도입, 유체론의 연구에 공헌
노이게바우어(Neugebauer, O. ; 1899~1990)	미국 (오스트리아)	바빌로니아의 점토판을 해독하여 '고대수학사' 펴냄
브라우어(Brauer, R. D. ; 1901~1977)	폴란드(독일)	위상기하학 연구, 직관주의 창시자
폰 노이만(von Neumann, J. ; 1903~1957)	미국	헝가리 태생, 순수 수학과 응용 수학에 공헌, program 내장방식, 전자계산기의 개발, game이론 창시자로 유명
콜모고로프(Kolmogorov, A. ; 1903~1987)	러시아	'확률론의 기초 개념' 지음, 공리론적 확률론에 공헌
화이트헤드(Whitehead, J. H. C. ; 1904~1960)	영국 (인도)	위상기하학 연구
슈니렐만(Shnirelman ; 1905~1938)	독일 (벨로루시)	소수(素數)연구
프로이덴탈(Freudenthal, H. ; 1905-1990)	네덜란드 (독일)	교수학적현상학을 정립
괴델(Gödel, K. ; 1906~1978)	미국	체코 태생, 완전성의 원리, 불완전성의 정리 발견
에르브랑(Herbrand, J. ; 1908~1931)	프랑스	수학 기초론 연구
폰트랴긴(Pontryagin, L. S. ; 1908~1988)	러시아	위상군론 개척
슈발레(Chevalley ; 1909~1984)	프랑스	Bouribaki의 창시자
아일렌버그(Eilenberg, S. ; 1913~1998)	폴란드	Category이론, homology 대수학 창시자
슈바르츠(Schwartz, L. ; 1915~2002)	프랑스	'초함수론' 지음
섀넌(Shannon, C. E. ; 1916~2001)	미국	'정보 이론' 지음
내쉬(Nash, J. F. ; 1928~)	미국	게임이론 연구
스메일(Smale, S. ; 1930~)	미국	위상기하학 연구
와일즈(Wiles, A. J. ; 1953~)	영국	페르마의 정리 증명