

# 다물체 시스템이 이동하는 유연한 케이블의 동역학 해석에 관한 연구

## Dynamic Analysis of a Very Flexible Cable Carrying A Moving Multibody System

서 종 휘<sup>†</sup> · 정 일 호\* · 한 형 석\*\* · 박 태 원\*

Jong-Hwi Seo, Il-Ho Jung, Hyung-Seok Han and Tae-Won Park

(2003년 11월 8일 접수 : 2004년 1월 5일 심사완료)

**Key Words** : Multibody Dynamics(다물체 동역학), Absolute Nodal Coordinate(절대절점좌표), Sliding Joint(미끄러움 조인트), Large Deformation(대변형), Flexible Cable(유연 케이블)

### ABSTRACT

In this paper, the dynamic behavior of a very flexible cable due to moving multibody system along its length is presented. The very deformable motion of a cable is presented using absolute nodal coordinate formulation, which is based on the finite element procedures and the general continuum mechanics theory to represent the elastic forces. Formulation for the sliding joint between a very flexible beam and a rigid body is derived. In order to formulate the constraint equations of this joint, a non-generalized coordinate, which has no inertia or forces associated with this coordinate, is used. The modeling of this sliding joint is very important to many mechanical applications such as the ski lifts, cable cars, and pulley systems. A multibody system moves along an elastic cable using this sliding joint. A numerical example is shown using the developed analysis program for flexible multibody systems that include a large deformable cable.

### 1. 서 론

스키 리프트, 케이블 카, 풀리 시스템 등 다양한 기계분야에서 매우 유연한 케이블이 사용되고 있다. 이러한 시스템에서 케이블의 동적 특성은 케이블을 따라 이동하는 전체 기계 메커니즘의 안정성과 동적 거동을 좌우하는 중요한 요인이 될 수 있다.

그 동안 케이블의 동적 특성을 해석하려는 많은 연구가 진행되어 왔지만 주로 해양의 견인 로프나 현수교량 등의 구조물에 이용되는 정적인 문제이거나,<sup>(1~8)</sup>

질량이 케이블을 따라 이동하는 문제<sup>(9~10)</sup>에 한정되어 왔으며, 다물체 시스템과 케이블의 동적 상호작용을 동시에 해석할 수 있는 연구는 미진한 실정이다. 그 이유로는, 유연한 케이블 자체의 특성만을 구현하고자 한다면 지배방정식<sup>(8~10)</sup>을 유도하거나 대변형(large deformation) 해석이 가능한 상용 유한요소해석 프로그램을 사용할 수 있겠지만, 다물체 시스템과 함께 연성 될 경우의 동역학 해석은 매우 복잡해지기 때문이다.

질량 또는 다물체 시스템이 이동하는 케이블의 동역학 문제를 해석하기 위한 기존의 연구들을 살펴보면 먼저, 연속된 케이블을 이산 된 집중질량으로 고려한 연구들이 있다.<sup>(11~13)</sup> 이러한 방법은 다물체 동역학 해석방법에서 케이블을 포함하여 벨트나 체인 등과 같이 매우 유연한 연속체를 모델링하기 위해 주로 사용되어 오고 있으나, 많은 수의 집중질량을 사

<sup>†</sup> 책임저자 : 정희원, 아주대학교 대학원 기계공학과

E-mail : jonghwi@ajou.ac.kr

Tel : (031) 219-2952, Fax : (031) 219-1965

\* 정희원, 아주대학교 기계공학부

\*\* 정희원, 한국기계연구원(KIMM) 수송기계그룹

용해야 하므로 수치적인 효율성이 떨어질 수 있다. Al-Qassab<sup>(10)</sup> 등은 기저함수(basis function)와 Galerkin 근사법을 이용하여 질량이 케이블을 이동할 때의 동적 특성을 해석하였는데 이 방법은 경계조건을 만족하는 기저함수의 선정이 까다롭고 케이블의 파동에 대한 복잡한 편미분 방정식을 풀어야 하기 때문에 대변형 케이블과 다물체 동역학 문제에 적용되기는 어렵다.

Hwang<sup>(14)</sup> 등은 모드좌표(modal coordinates)를 이용한 탄성다물체 동역학 해석을 위하여 탄성체(flexible body)를 이동할 수 있는 미끄럼 조인트에 대한 구속식을 유도하였는데, 이는 조인트에 의해 연결된 두 탄성체의 상대적인 운동에 의하여 경계조건이 계속 변하기 때문에 시간에 종속적인 변형모드만을 이용해서는 미끄럼 조인트의 정확한 특성을 구현하기 어려우며, 더욱이 선형 탄성변형을 가정하기 때문에 대변형 케이블의 동역학 문제에 적용되기는 어렵다.

Sugiyama<sup>(15)</sup> 등은 연속체 이론을 이용하여, 질량이 대변형 탄성 빔 위를 이동할 수 있는 미끄럼 조인트에 대한 구속방정식을 제안하였다. 이 방법은 대변형 케이블 전체를 하나의 빔 요소로 가정하여 케이블과 질량의 상호작용을 해석할 수 있으나 케이블이 둘 이상의 유한요소로 모델링 될 경우에는 불연속적인 노드 점에서 미끄럼 조인트가 정의되기 어렵다.

이 외에도 케이블의 동적 거동이나 진동현상을 해석하려는 연구들<sup>(16-17)</sup>이 수행되었지만 대부분 구조역학적인 관점에서 케이블의 장력이나 동적 특성만을 계산하기 위한 것으로 다물체 시스템과 연성된 케이블의 동역학 문제를 연구한 사례는 매우 드문 상황이다.

본 연구에서는 유연한 케이블을 따라 다물체 시스템이 이동할 때, 전체 시스템을 해석할 수 있는 일반적인 운동방정식을 절대절점좌표를 이용하여 유도하였다. 여기에는 다물체와 유연한 케이블의 연속적인 동적 상호작용을 위한 미끄럼 조인트의 개발이 포함된다. 다물체 시스템은 강체로 고려되고, 유연한 케이블은 절대절점좌표를 이용한 빔 요소로 모델링 함으로써 기하학적 비선형성과 대변형 현상을 매우 잘 구현할 수 있다. 절대절점좌표를 이용한 대변형 동역학 해석방법<sup>(18-19)</sup>의 타당성은 실제 시험<sup>(20)</sup>을 통해서도 확인되고 있다.

본 연구는 2차원 평면상의 다물체 시스템 문제를

대상으로 수행하였다.

## 2. 케이블의 운동방정식

### 2.1 변위 관계식

Fig. 1은 케이블을 구성하는 2차원 빔 요소  $i$ 의 관성좌표계(global reference frame)에 대한 양 끝 절대절점의 위치와 기울기를 나타내고 있다.

식 (1)은 빔 요소내의 임의의 위치를 요소의 형상함수와 절대절점좌표로 나타낼 수 있음을 보이고 있다.

$$\mathbf{r}^i(x, t) = \begin{bmatrix} r_x^i \\ r_y^i \end{bmatrix} = \mathbf{S}^i(x) \mathbf{e}^i(t) \quad (1)$$

여기서,  $\mathbf{r}^i$ 는 관성좌표계에 대한 빔 요소내의 임의의 위치를 나타내고,  $\mathbf{S}^i$ 는 요소의 형상함수로서 축 방향(longitudinal direction)과 축에 수직한 방향(transversal direction)의 변형에 대해 동일한 삼차항식(cubic polynomial)을 이용하여 식 (2)와 같이 표현된다. 이때 형상함수는 절점좌표계가 아닌 관성좌표계에서 정의된 것이다.

$$\mathbf{S}^i(x) = \begin{bmatrix} S_x^i \\ S_y^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & S_2 & 0 & S_3 & 0 & S_4 & 0 \\ 0 & S_1 & 0 & S_2 & 0 & S_3 & 0 & S_4 \end{bmatrix}$$

$$S_1 = 1 - \frac{3x^2}{l^2} + \frac{2x^3}{l^3}, \quad S_2 = x - \frac{2x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}$$

$$S_3 = \frac{3x^2}{l^2} - \frac{2x^3}{l^3}, \quad S_4 = -\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2} \quad (2)$$

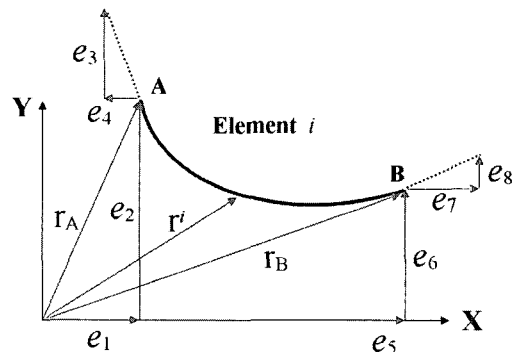


Fig. 1 The global position of an arbitrary point on a beam element  $i$  on the flexible cable

여기서,  $l$ 은 빔 요소  $i$ 의 변형되기 전의 길이이고  $x$ 는 축 방향에 대한 임의의 위치이다.  $\mathbf{e}^i$ 는 요소의 두 끝 노드점 A, B에 대한 위치와 기울기(slope)를 나타내는 절대절점좌표 벡터로서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{e}^i = [e_1^i \ e_2^i \ e_3^i \ e_4^i \ e_5^i \ e_6^i \ e_7^i \ e_8^i]^T \quad (3)$$

여기서,  $e_1^i, e_2^i, e_5^i, e_6^i$ 는 노드점 A, B의 절대절점 변위이고,  $e_3^i, e_4^i, e_7^i, e_8^i$ 은 기울기로서 식 (4)와 같이 쓸 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} e_1^i &= r_x^i(x=0), \quad e_2^i = r_y^i(x=0) \\ e_3^i &= \frac{\partial r_x^i(x=0)}{\partial x}, \quad e_4^i = \frac{\partial r_y^i(x=0)}{\partial x} \\ e_5^i &= r_x^i(x=l), \quad e_6^i = r_y^i(x=l) \\ e_7^i &= \frac{\partial r_x^i(x=l)}{\partial x}, \quad e_8^i = \frac{\partial r_y^i(x=l)}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

이상의 변위관계식을 이용하여 케이블을 구성하는 빔 요소  $i$ 의 운동에너지를 식 (1)을 이용하여 식 (5)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} T^i &= \frac{1}{2} \int_{V^i} \rho^i \dot{\mathbf{r}}^i \dot{\mathbf{r}}^i dV^i \\ &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}^i T \left( \int_{V^i} \rho^i \mathbf{S}^i T \mathbf{S}^i dV^i \right) \dot{\mathbf{e}}^i \\ &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}^i T \mathbf{M}^i \dot{\mathbf{e}}^i \end{aligned} \quad (5)$$

여기서,  $\rho^i$ 와  $V^i$ 는 빔 요소  $i$ 에 대한 밀도와 부피이고  $\mathbf{M}^i$ 은 질량행렬이며, 대칭행렬(symmetric matrix)의 특징을 갖는다. 또한 형상함수  $\mathbf{S}^i$ 에 의해서만 정의되기 때문에 시간에 대해서 일정한 특징을 가지며 시스템이 결정되면 한번만 계산을 하면 된다. 그리고 빔 요소의 길이  $l$ 과 질량  $m$ 에 대한 함수이므로 식 (6)과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\mathbf{M}^i = \int_{V^i} \rho^i \mathbf{S}^i T \mathbf{S}^i dV^i = m^i \int_0^l \mathbf{S}^i T \mathbf{S}^i dx \quad (6)$$

빔 요소의 축 방향과 전단방향의 변형에 의한 탄성력은 전체 변형에너지를 구하고 이를 일반좌표에 대

해 편미분해서 얻을 수 있다.<sup>(21)</sup> 본 연구에서는 고전적인 Euler-Bernoulli 빔 이론에 기초하여 탄성력을 구하게 된다. 먼저, Fig. 2에서는 축 방향과 전단방향에 대한 변형을 보여주고 있으며 식 (7)을 이용하여 임의의 위치에서의 변형량을 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} = \mathbf{r}_p - \mathbf{r}_A = (\mathbf{S}^i - \mathbf{S}^i_A) \mathbf{e}^i \\ \mathbf{u}_d &= \begin{bmatrix} u_l \\ u_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}^T \mathbf{i} - x \\ \mathbf{u}^T \mathbf{j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x i_x + u_y i_y - x \\ u_x j_x + u_y j_y \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,  $\mathbf{S}^i_A = \mathbf{S}^i|_{x=0}$ 이고,  $i, j$ 는 빔의 기준좌표계의  $x, y$ 축에 대한 단위벡터이다. 빔의 전체 변형에너지는 식 (8)과 같이 임의의 점에서 생기는 변형에너지를 축 전체길이에 대해 적분하여 구할 수 있다.<sup>(21)</sup>

$$\begin{aligned} U^i &= \frac{1}{2} \int_0^l \left( Ea \left( \frac{\partial u_l}{\partial x} \right)^2 + EI \left( \frac{\partial^2 u_t}{\partial x^2} \right)^2 \right) dx \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{e}^i T \mathbf{K}_a^i \mathbf{e}^i \end{aligned} \quad (8)$$

여기서,  $E$ 는 종탄성계수,  $a$ 는 축의 단면적,  $I$ 는 빔 요소의 2차 관성모멘트를 나타낸다. 또한  $\mathbf{K}_a^i$ 는

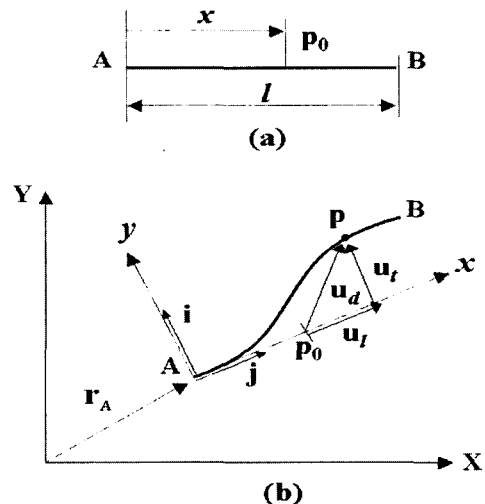


Fig. 2 (a) Original and (b) Current deformation of longitudinal and transverse

요소의 강성행렬(stiffness matrix)로 절대절점좌표에 대한 비선형 함수로 표현된다. 결국, 탄성력은 식 (9)와 같이 전체 변형에너지를 일반좌표로 편미분해서 얻을 수 있으며 시간에 따라서 변하기 때문에 계산량이 질량행렬보다는 많다.

$$\left( \frac{\partial U^i}{\partial \mathbf{e}^i} \right) = \mathbf{Q}_k^i \quad (9)$$

지금까지는 케이블을 모델링하기 위하여 고전적인 Euler-Bernoulli 빔 이론에 기초하여 설명을 하였으며, 참고로 Omar<sup>(22)</sup> 등은 Timoshenko 빔 이론에 기초한 탄성력을 계산할 수 있는 방법을 제안하기도 하였다.

### 2.2 케이블의 운동방정식

유연한 케이블을 모델링하기 위하여 다수의 빔 요소가 사용될 경우의 케이블 운동방정식은 FEM에서 사용하는 요소의 일반적인 Assemble과정을 거쳐 식 (10)과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{M}^a \ddot{\mathbf{e}} + \Phi_e^T \lambda + \mathbf{Q}_k = \mathbf{Q}_e \quad (10)$$

여기서,  $\mathbf{M}^a$ 는 케이블을 구성하는 빔 요소들에 대한 질량행렬,  $\Phi = \Phi(\mathbf{e}, t)$ 는 구속식을 의미하고,  $\Phi_e$ 는 이에 대한 자코비안 행렬,  $\lambda$ 는 라그랑지 승수벡터(lagrange multiplier)이다.  $\mathbf{Q}_k$ 는 탄성력 벡터,  $\mathbf{Q}_e$ 는 중력과 Spring-Damper 등에 의한 외력벡터이며 식 (11)과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{M}^a = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^1 & \mathbf{0} \\ & \mathbf{M}^2 \\ & & \ddots \\ \mathbf{0} & & & \mathbf{M}^n \end{bmatrix}, \mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}^1 \\ \mathbf{e}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{e}^n \end{bmatrix}, \mathbf{Q}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_k^1 \\ \mathbf{Q}_k^2 \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_k^n \end{bmatrix}, \mathbf{Q}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_e^1 \\ \mathbf{Q}_e^2 \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_e^n \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서,  $n_e$ 는 케이블을 구성하는 전체 빔 요소의 수이다. 그리고 구속식  $\Phi$ 에서 시간에 대해 2차 미분을 수행하면 식 (12)와 같이 구속식에 대한 가속도 우변항<sup>(23)</sup>을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{e}, t) &= \mathbf{0} \\ \Phi_e \ddot{\mathbf{e}} &= -(\Phi_e \dot{\mathbf{e}})_e \dot{\mathbf{e}} - 2\Phi_{e_t} \dot{\mathbf{e}} - \Phi_{tt} = \gamma \end{aligned} \quad (12)$$

식 (10)과 식 (12)를 행렬형태로 다시 쓰면 식

(13)과 같이 절대절점좌표만을 이용한 케이블의 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}^a & \Phi_e^T \\ \Phi_e & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{e}} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^a \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서,  $\mathbf{Q}^a = \mathbf{Q}_e - \mathbf{Q}_k$  이다.

## 3. 시스템 운동방정식

지금까지는 케이블만의 운동방정식을 유도하였으나, 다물체 시스템과의 동적 상호작용을 연성하여 해석하기 위해서는 미끄럼 조인트에 대한 구속식을 포함하는 전체 시스템의 운동방정식이 필요하다.

### 3.1 미끄럼 조인트의 구속식

Fig. 3에서는 강체들로 이루어진 다물체 시스템이 유연한 케이블을 따라 이동할 경우에 사용되는 미끄럼 조인트의 개념을 보여주고 있으며, 이를 모델링하기 위하여 비일반좌표(non-generalized coordinate)  $n$ 을 도입한다. 비일반좌표는 질량과 외력에 관계되지 않는 좌표계이다.

미끄럼 조인트의 구속식은 식 (1)을 이용하여 식 (14)와 같이 정의할 수 있다. 즉, 강체좌표계( $x-y$ )를 이용하여 정의된 점  $p$ 의 위치는 케이블을 구성하는 임의의 빔 요소로부터 정의된 위치와 항상 동일하게 함으로써 구속식을 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{e}, n, t) &= \mathbf{r}_p^i - \mathbf{r}^R = \mathbf{0} \\ &= \mathbf{S}^i(x=n) \mathbf{e}^i(t) - \mathbf{r}^R = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (14)$$

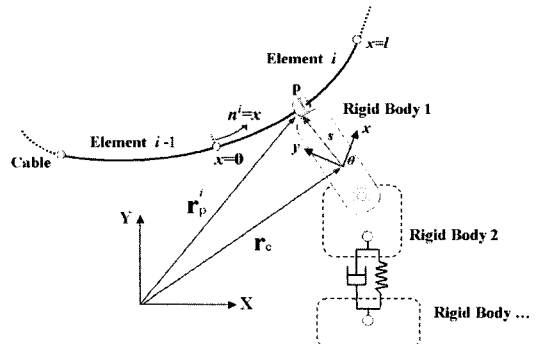


Fig. 3 Multibody system moving along a cable

여기서,  $\mathbf{r}^R = [\mathbf{r}_x^R, \mathbf{r}_y^R]^T = \mathbf{r}_c + \mathbf{A}\mathbf{s}$  이며,  $\mathbf{A}$ 는 관성좌표계( $X-Y$ )에 대한 강체좌표계( $x-y$ )의 변환행렬,  $\mathbf{s}$ 는 강체좌표계( $x-y$ )로부터 정의되는  $p$ 점의 변위로서 항상 일정하다.  $\mathbf{r}_p^i$ 는 빔 요소  $i$ 로부터 정의되는  $p$ 점의 전역변위(global position)이며 비일반좌표  $n$ 에 의해 시간에 따라 변하게 된다.

참고로, 식 (14)에서  $n$ 을 일정하게 하여  $\mathbf{r}_p^i$ 이 변하지 않는다면 다물체와 케이블의 묶임을 정의할 수 있는 매듭 조인트(fixed joint)에 대한 구속식이 될 것이다.

식 (14)는 전개하면 식 (15)와 같이  $x$ 와  $y$ 방향에 대한 두개의 구속식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \Phi^{(x)} &= e_1^i \left(1 - \frac{3n^2}{l^2} + \frac{2n^2}{l^3}\right) + e_3^i \left(n - \frac{2n^2}{l} + \frac{n^3}{l^2}\right) \\ &+ e_5^i \left(\frac{3n^2}{l^2} - \frac{2n^3}{l^3}\right) + e_7^i \left(-\frac{n^2}{l} + \frac{n^3}{l^2}\right) \\ &- \mathbf{r}_x^R = 0 \\ \Phi^{(y)} &= e_2^i \left(1 - \frac{3n^2}{l^2} + \frac{2n^2}{l^3}\right) + e_4^i \left(n - \frac{2n^2}{l} + \frac{n^3}{l^2}\right) \\ &+ e_6^i \left(\frac{3n^2}{l^2} - \frac{2n^3}{l^3}\right) + e_8^i \left(-\frac{n^2}{l} + \frac{n^3}{l^2}\right) \\ &- \mathbf{r}_y^R = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

식 (15)의 구속식을 이용하여 미끄럼 조인트에 대한 자코비안 행렬과 가속도의 우변항을 계산할 수 있다. 참고로 미끄럼 조인트에 대한 마찰력을 고려하고자 한다면, 점  $p$ 에서의 접선과 법선의 벡터관계식을 이용해 구할 수 있을 것이나 본 연구에서는 고려하지 않는다.

### 3.2 전체 시스템 운동방정식

식(13)은 케이블에 대한 운동방정식이며 다물체 시스템과의 상호작용을 동시에 고려하기 위해서는 절대절점좌표 뿐만 아니라, 다물체를 정의하기 위한 강체좌표와 미끄럼 조인트를 정의하기 위해 사용한 비일반좌표를 모두 포함하는 새로운 시스템 좌표계  $\mathbf{q} = [\mathbf{r}^T, \mathbf{e}^T, \mathbf{n}^T]$ 를 정의해야 한다. 따라서 식 (12)의 구속식은  $\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{e}, \mathbf{n}, t) = \mathbf{0}$ 이 되고, 여기에는 다물체 시스템과 케이블과의 상호작용을 구현하기 위한 미끄럼 조인트의 구속식이 포함된다. 또한 질량행렬도 추가로 제정의 되어서 식 (13)은 아래 식 (16)과 같이 케이블과 다물체시스템의 상호작용을 동시에 해석할 수 있는 최종적인 운동방정식으로 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}^r & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Phi_r^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}^a & \mathbf{0} & \Phi_e^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Phi_n^T \\ \Phi_r & \Phi_e & \Phi_n & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{r}} \\ \ddot{\mathbf{e}} \\ \ddot{\mathbf{n}} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^r \\ \mathbf{Q}^a \\ \mathbf{0} \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (16)$$

여기서, 다물체를 정의하기 위한 강체좌표계  $\mathbf{r} = [\mathbf{r}^1, \mathbf{r}^2, \dots, \mathbf{r}^m]$ 이고,  $m$ 은 다물체를 구성하는 전체 강체의 수이며  $\mathbf{r}^k = [x^k, y^k, \theta^k]^T$ 이다.  $\mathbf{M}^r$ 은 다물체의 질량행렬,  $\Phi_r$ 은 강체좌표계에 대한 자코비안 행렬,  $\Phi_n$ 은 비일반좌표에 대한 자코비안 행렬,  $\mathbf{Q}^r$ 은 강체좌표계에 대한 외력이다. 식 (16)은 미분대수방정식이며 이러한 식을 효율적으로 풀기 위한 많은 방법들이 제안되어 있다.<sup>(23)</sup>

참고로, 미끄럼 조인트가  $i$ 요소에서  $i-1$ 의 요소로 이동하게 되는 순간은 자코비안 행렬을 다시 구성함으로써 요소 연결점(노드점)에서의 불연속적인 문제를 피하도록 하였다. 이를 위해서는 식 (16)의 해석을 위한 적분기내에 노드점을 지나는 순간을 결정할 수 있는 알고리즘이 포함되어야 하는데 본 연구에서는 4차 Runge-Kutta 적분방법을 이용하여,  $n^i \approx 0$ 이 되는 경우의 적분스텝에서 미끄럼 조인트가 이동하게 될  $i-1$ 의 빔 요소를 파악하고 그 빔 요소의 일반좌표에 대해 자코비안 행렬을 재구성하여 시스템의 해석이 진행되도록 프로그램을 개발하였다.

### 4. 수치예제

Fig. 4는 본 논문의 수치예제를 위한 모델을 보여주고 있으며 Table 1은 케이블을 모델링하기 위해 사용된 빔 요소와 다물체에 대한 물성치를 나타내고 있다. 케이블은 12, 18, 24개의 빔 요소를 이용해 각각 모델링하고 이에 대해 해석하였다.

Fig. 5에서는 Fig. 4의 모델에 대하여 24개의 빔 요소를 이용하여 시뮬레이션을 수행하였을 때 케이블과 다물체의 거동을 보여주고 있다.

Fig. 6은 케이블을 구성하는 빔 요소의 개수를 달리 하였을 때에 대한 Point 1의 경로를 보여주고 있다.

본 논문의 제안방법에 의한 수치해석 결과들의 신뢰성 검증을 위해서는, 기존의 상용 해석프로그램으로는 매우 어렵기 때문에 실제 시험에 대한 연구가 추가로 이루어져야 할 것이다.

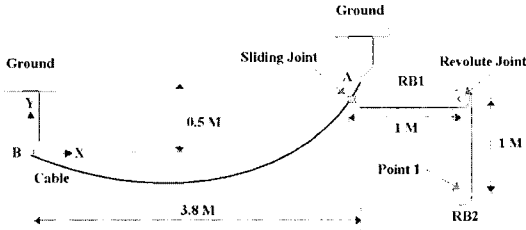


Fig. 4 Simulation model

Table 1 Simulation model data

| Body       | Data   | 비고            |
|------------|--|---------------|
| Cable      | Total length: 4.02 M<br>Beam elements : 12, 18, 24<br>(circular section)   | Very flexible |
|            | Total mass (kg): 0.148<br>Diameter (mm): 3<br>Cross area (m <sup>2</sup> ): 7.068×10 <sup>-6</sup><br>I (m <sup>4</sup> ): 7.952×10 <sup>-12</sup><br>E (GPa): 200.0 |               |
| RB1<br>RB2 | Mass (kg): 2.67<br>Inertia (kg · m <sup>2</sup> ): 0.2242  | Rigid         |
| Ground     |  | Fix           |

## 5. 결론

본 논문에서는 매우 유연한 케이블을 따라 다물체 시스템이 이동할 때 케이블과 다물체 시스템의 상호 동적 특성을 해석할 수 있는 일반적인 운동방정식을 유도하였다. 이를 위하여 유연한 케이블을 따라 다물체 시스템이 이동할 수 있는 미끄럼 조인트를 개발하였다. 향후에는 마찰효과를 고려할 수 있는 연구와, 미끄럼 조인트를 시간에 대한 구속조건으로 구동할 수 있는 조인트의 개발이 추가로 이루어져야 할 것이다. 또한 제한한 방법이 실제 시스템에 적용되기 위해서는, 실제 시험을 통하여 신뢰성을 검증하는 연구가 필요하다.

본 연구의 적용대상으로는, 그 동안 해석이 어려웠던 케이블의 대변형 문제를 포함하는 여러 다물체 시스템들, 즉 스키 리프트, 케이블 카, 고속전철의 집전장치(pantograph)와 가선(catenary), 폴리 시스템, 해저 견인 케이블 등 다양한 기계분야에 실제적인 응용이 가능할 것으로 사료된다.

## 참고 문헌

- (1) Yi, W. S. and Cho, K. N., 1991, "On the Dynamic Analysis of Cables for ROV Implementation," *Journal of Ocean Engineering and Technology*, Vol. 5, No. 1, pp. 45~54.
- (2) Shin, H. K., 1990, "Cable Dynamics for Marine Applications," *Journal of Ocean Engineering and Technology*, Vol. 4, No. 2, pp. 185~199.
- (3) Kaczmarczyk, S. Ostachowicz, W., 2003, "Transient Vibration Phenomena in Deep Mine Hoisting Cables," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 262, No. 2, pp. 219~289.
- (4) Wu, Q., Takahashi, K. and Nakamura S., 2003, "Non-linear Vibrations of Cables Considering Loosening," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 261, No. 3, pp. 385~402.
- (5) Wang, P. H., Fung, R. F. and Lee, M. J., 1998, "Finite Element Analysis of a Three-dimensional Underwater Cable with Time-

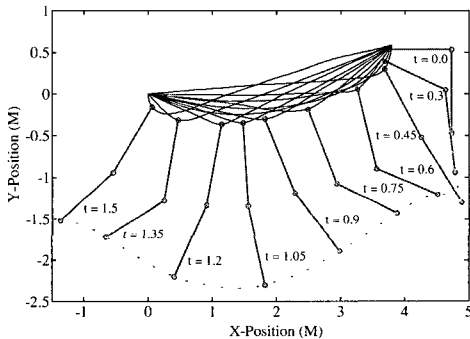


Fig. 5 Behaviors of cable and multibod

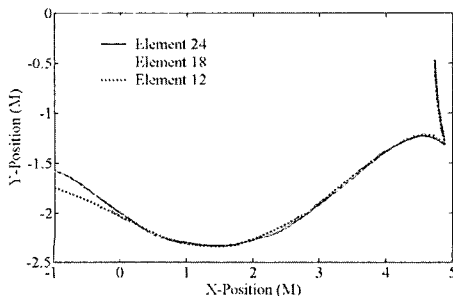


Fig. 6 Trajectory of point 1

dependant Length," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 209, No. 2, pp. 223~249.

(6) Warnitchai, P., Fujino, Y. and Susumpow, T., 1995, "A Non-linear Dynamic Model for Cables and Its Application to a Cable-structure System," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 187, No. 4, pp. 695~712.

(7) Chucheepeksakul, S., Srinil, N. and Petchpeart, P., 2003, "A Variational Approach for Three-dimensional Model of Extensible Marine Cables with Specified Top Tension," *Journal of Applied Mathematical Modeling*, Vol. 27, pp. 781~803.

(8) 김남식, 정운, 2002, "진동법을 이용한 인장 케이블의 장력 추정에 관한 연구," *한국소음진동공학회 논문집*, 제 12 권, 제 12 호, pp. 956~963.

(9) Wang, Y. M., 2000, "The Transient Dynamics of a Cable-mass System Due to the Motion of an Attached Accelerating Mass," *Journal of Solids and Structures*, Vol. 37, pp. 1361~1383.

(10) Al-Qassab, M. and Nair, S., 2003, "Dynamics of an Elastic Cable Carrying a Moving Mass Particle," *Journal of Nonlinear Dynamics*, Vol. 33, pp. 11~32.

(11) Huston, R. L. and Passerello, C. E., 1982, "Validation of Finite Segment Cable Models," *Journal of Computers and Structures*, Vol. 15, No. 6, pp. 653~660.

(12) Winget, J. M. and Huston, R. L., 1976, "Cable Dynamics A Finite Segment Approach", *Journal of Computers and Structures*, Vol. 6, pp. 475~480.

(13) Kamman, J. W. and Huston, R. L., 2001, "Multibody Dynamics Modeling of Variable Length Cable Systems," *Journal of Multibody System Dynamics*, Vol. 5, pp. 211~221.

(14) Hwang, R. S. and Haug, E. J., 1990, "Translational Joints in Flexible Multibody Dynamics", *Journal of Mechanical Structures and Machines*, Vol. 18, No. 4, pp. 543~564.

(15) Sugiyama, H., Escalona, J. and Shabana, A. A., 2003, "Formulation of Three-dimensional Joint Constraints Using Absolute Nodal Coordinates," *Journal of Nonlinear Dynamics*, Vol. 31, pp. 167~195.

(16) Zhu, W. D. and Xu, G. Y., 2003, "Vibration of Elevator Cables with Small Bending Stiffness," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 263, pp. 679~699.

(17) Xu, Y. L. and Guo, W. H., 2003, "Dynamic Analysis of Coupled Road Vehicle and Cable-stayed Bridge Systems Under Turbulent Wind," *Journal of Engineering Structures*, Vol. 25, pp. 473~486.

(18) Shabana, A. A., 1998, "Computer Implementation of the Absolute Nodal Coordinate Formulation for Flexible Multibody Dynamics," *Journal of Nonlinear Dynamics*, Vol. 16, pp. 293~306.

(19) Escalona, J. L., Hussien, H. A. and Shabana, A. A., 1998, "Application of the Absolute Nodal Coordinate Formulation to Multibody System Dynamics," *Journal of Nonlinear Dynamics*, Vol. 16, pp. 293~306.

(20) Yoo, W. S., Lee, J. H. and Sohn, J. H., 2003, "Physical Experiments for Large Deformation Problems," *Proc. of the KSME Spring Conference*, No. 03S115, pp. 705~710.

(21) Shabana, A. A., 2001, "Definition of the Elastic Forces in the Finite-element Absolute Nodal Coordinate Formulation and the Floating Frame of Reference Formulation," *Journal of Multibody System Dynamics*, Vol. 5, pp. 21~54.

(22) Omar, M. A. and Shabana, A. A., 2001, "A Two-dimensional Shear Deformable Beam for Large Rotation and Deformation Problems," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 243, No. 3, pp. 565~576.

(23) Haug, E. J., 1989, "Computer-aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems," *Allyn and Bacon*.