

확률적 불확실성을 갖는 선형 연속 시간 시스템의 고유구조 지정제어

Eigenstructure Assignment Control for Linear Continuous-Time Systems with Probabilistic Uncertainties

서영봉, 최재원*

(Young Bong Seo and Jae Weon Choi)

Abstract : In this paper, an S(stochastic)-eigenvalue and its corresponding S-eigenvector concept for linear continuous-time systems with probabilistic uncertainties are proposed. The proposed concept is concerned with the perturbation of eigenvalues due to the stochastic variable parameters in the dynamic model of a plant. An S-eigenstructure assignment scheme via the Sylvester equation approach based on the S-eigenvalue/-eigenvector concept is also proposed. The proposed control design scheme based on the proposed concept is applied to a longitudinal dynamics of an open-loop-unstable aircraft with possible uncertainties in aerodynamic and thrust effects as well as separate dynamic pressure effects. These results explicitly characterize how S-eigenvalues in the complex plane may impose stability on the system.

Keywords : stochastic uncertainty, eigenvalue, eigenvector, eigenstructure assignment

I. 서론

고유구조 지정(eigenstructure assignment)은 다입출력 시스템 제어에 효과적으로 사용되어 온 설계 기법 중 하나이며, 최근 들어서 여러 가지 다양한 실제적인 다변수 제어 시스템, 예를 들면 헬리콥터, 비행기, 미사일 그리고 여러 가지 기계 시스템들에 적용되었다[1]. 1980년대에 들어서면서 활발하게 연구되어 왔던 기존의 고유구조 지정 문제는 우(right) 고유구조 즉, 고유치 및 우 고유벡터의 동시 지정문제를 지정하는 것으로서, 고전적인 제어 문제에서 다루어 왔던 감쇠, 정착시간 및 모드(mode) 또는 외란 분리 특성을 현대 다변수 제어 구조에 반영시킬 수 있는 효과적인 제어 방법 중 하나로 잘 알려져 있다[2-4].

고유구조 지정기법에서 설계 파라미터는 원하는 페루프 고유치와 대응되는 페루프 고유벡터의 특정 요소이며, 설계 파라미터가 정해지면 되먹임 제어이득은 유일하게 결정된다. 그러나, 시스템 동역학 모델의 작은 변화에 의해서도 페루프 시스템은 불안정해 질 수 있으며, 이런 경우에는 낮은 견실 안정성을 가지게 된다[5]. 따라서, 설계자는 되먹임 시스템이 적절한 견실 안정성을 가지도록 설계 조건을 어떻게 바꾸어야 하는지를 결정해야 한다. 페루프 고유치와 대응되는 고유벡터를 정확하게 지정하는 것보다 오히려 페루프 고유치의 원하는 영역과 대응되는 고유벡터의 허용가능한 영역에 대한 요구조건 측면에서 요구조건이 정해져야 하는 경우가 생길 수 있다. 이 문제에 대한 적용 연구는 대단한 파급효과를 가지고 있음에도 불구하고 아직은 주요 연구결과가 보고되고

있지 않다.

실제로 시스템의 불완전한 수학적 모델에 대하여 파라미터의 불확실성(uncertainty)은 확정적으로 정해지지 않기 때문에, 모델링된 시스템의 수학적 모델에는 많은 불확실성이 존재할 수 있다. 이러한 불확실성은 기계요소들의 노화, 환경 조건의 변화, 교정(calibration) 오차, 또는 설계시에 정확하지는 않지만 단순한 모델을 사용하는 경우에 있어서 야기된다. 이와 같은 여러 조건들 아래에서도 전체 시스템의 안정성을 최소한으로 보장하기 위한 연구가 진행되고 있으며, 일반적으로 견실 제어[6]와 랜덤-파라미터 제어기법[7]이 이용되어 왔다.

견실 제어는 미지(unknown)의 섭동(perturbation)에 대해서 섭동 자체의 허용가능한 값의 상한(upper limit)을 확정적으로 특징짓는 방법을 이용한다. 한계는 알지못한 미지인 섭동에 대한 제어 시스템의 내성(tolerance)의 정도는 여러 연구자들에 의해서 연구되어 왔고, 기본적으로 특이값 분해를 이용한 주파수역 기법과 Lyapunov 안정성 영역[8]을 이용한 시간역 접근 방법을 이용하였다. 또한 선형 이차 레귤레이터의 특성을 이용한 제어시스템의 견실성 확보에 관한 연구도 수행된 바가 있다[9].

파라미터 섭동을 다루는 다른 방법으로 곱셈형 잡음(multiplicative noise)이나 모델의 확률적인 파라미터를 이용하는 것이 있으며, 제어 임무에서 운전자의 모델링이나 거시경제 모델의 제어, 그리고 제어루프에 사용되는 디지털 컴퓨터의 라운딩(rounding) 오차의 모델링에서 확률적인 파라미터 모델이 이용된 바가 있다[10]. 제어 시스템의 견실성은 모든 가능한 시스템 파라미터 변동이 존재하는 경우에 충분한 안정성이나 성능 특성을 유지하는 능력으로 정의된다. 견실성은 이득 적응(gain adaptation)의 택일이나 기지(known)의 파라미터 변동에 적용시키는 스케줄링(scheduling) 중의 하나로 보장되지만, 더 많은 경우 시스템 요구조건에서 불확실성에 대

* 2 임저자(Corresponding Author)

논문 접수 : 2003. 5. 9., 채택확정 : 2004. 1. 8.

서영봉, 최재원 : 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소
(ybs@pusan.ac.kr/choijw@pusan.ac.kr)

※ 이 논문은 2001년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2001-041-E00278).

해 보완하는 것으로써 보장된다. 따라서, 제어시스템에 대한 견실성의 통계적인 기술(description)은 시스템 동역학 모델의 구조와 파라미터에 대한 불확실성에 대해서 이루어져야 한다.

Stengel과 Ray[11]는 시스템의 파라미터가 확률적으로 변하는 경우의 안정성 문제를 불안정 확률(probability of instability)의 개념을 이용해서 다루었으며, Ray[12]는 Monte Carlo 시뮬레이션을 통하여 이것을 도식적으로 나타내었다. Stengel과 Ray가 제안한 불안정 확률 개념은 확률적으로 변하는 파라미터에 의해서 시스템이 불안정해질 수 있는 가능성을 복소평면에서의 고유치 분포를 이용해서 다룬 확률적인 안정성 개념이다. 또한, Seo와 Choi[13]는 고유구조 지정기법을 이용하여 페루프 고유치들을 원하는 값으로 지정함에 있어 시스템의 불안정성 확률을 줄이고, 고유치 민감도를 최소화하도록 고유벡터를 지정함으로써 파라미터의 확률적 변동에 덜 민감한 제어기를 설계하였다.

시스템 동역학 모델에서 파라미터가 확률적으로 변동하는 경우에 시스템의 고유치들의 분포 또한 복소평면에서 확률적으로 분포하게 되며, 복소평면의 좌반(left-half)에 분포하게 되는 모든 고유치들의 확률이 시스템의 견실성에 대한 척도가 될 수 있다. 따라서, 이러한 고유치의 확률적 분포는 시스템의 안정성 및 견실성을 결정짓는 중요한 정보가 되므로, 이러한 고유치의 섭동을 정의하고 시스템의 안정성을 보장하기 위한 효과적인 제어방법에 대한 연구가 반드시 필요하다.

본 논문에서는 먼저 확률적 불확실성을 갖는 선형 연속 시스템에 대한 고유치를 S-고유치로 정의하고, 확률적으로 섭동된 고유치에 대한 기본적인 개념 및 대응되는 S-고유벡터를 새로이 제안한다. 또한, 제안된 S-고유치/고유벡터 개념에 기반하여 Sylvester 방정식을 이용한 S-고유구조 지정기법도 제안한다. 마지막으로 개루프 상태에서 불안정한 비행체의 종방향 동역학 모델의 파라미터 모델에 적용하여 본 논문에서 제안한 S-고유치/고유벡터의 개념 및 S-고유구조 지정기법의 유용성 및 타당성을 고찰한다.

II. S-고유치/고유벡터

필드(field) **F**는 일반적으로 실수 **R**과 허수 **C**로 표기되며, 필드 **F**에 존재하는 $n \times n$ 행렬들을 $M_n(\mathbf{F})$ 로 나타낸다. 또한 실수값을 가지는 n 벡터의 집합은 \mathbf{R}^n , 복소수값을 가지는 경우에는 \mathbf{C}^n 으로 표기하며, 모두 행 벡터이다. 모든 행렬들은 따로 명시되지 않은 경우에도 적합한 차원을 가진다고 가정한다.

다음과 같은 확률 파라미터에 의해서 변하는 선형 시불변 확률시스템을 고려하자.

$$\dot{x}(t) = F(p)x(t) + G(p)u(t) \tag{1}$$

$$u(t) = -K(p)x(t) \tag{2}$$

여기서 $x(t) \in \mathbf{R}^n$ 와 $u(t) \in \mathbf{R}^m$ 는 상태변수와 제어입력이고, 시스템 행렬 $F(p)$ 와 입력 행렬 $G(p)$ 는 각각 확률 변수 p 에 의존하는 $(n \times n)$ 행렬과 $(n \times m)$ 행렬로 정규 분포를 갖는 파라미터 p 의 함수로 표시된다. (1)에 제어입력

(2)가 인가되면 페루프 시스템은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (F(p) - G(p)K(p))x(t) \\ &\triangleq A(p)x(t) \end{aligned} \tag{3}$$

여기서, 페루프 시스템 $A(p)$ 의 고유치 $\rho_i(p)$ 는 다음 식을 통해서 구할 수 있다.

$$\det(\rho_i(p)I - A(p)) = 0, \quad i = 1, \dots, n \tag{4}$$

여기서, I 는 $(n \times n)$ 단위행렬이다. (4)의 해인 고유치 $\rho_i(p)$ 는 n 개이며 역시 p 의 함수로 표시되고, 매 시간마다 확률 파라미터 p 의 영향으로 다음과 같은 자기 다른 n 개의 고유치를 갖는다.

$$\rho_i(p) = \rho_i^k + \tilde{\rho}_i(p), \quad i = 1, \dots, n \tag{5}$$

여기서, ρ_i^k 는 i 번째 고유치의 평균(mean)을 나타내며, $\tilde{\rho}_i(p)$ 는 i 번째 고유치의 평균으로부터의 편차를 나타내며 역시 확률분포를 갖는 변수이다. (5)의 섭동된 형태의 고유치는 준 시스템에 존재하는 확률 파라미터 변수에 의해 변하게 되는 시스템의 확률적인 정보를 반영하고 있다. 각각의 확률 파라미터 변수에 의한 페루프 시스템의 근래적은 각 고유치들의 평균값을 중심으로 그 주변에 더 높은 밀도를 가지고 분포하므로, 이러한 고유치들의 확률적 분포를 정규분포를 가지는 확률 변수로 가정해 볼 수 있다. 다음 정리는 확률 파라미터 변수를 가지는 시스템의 페루프 고유치 분포를 정규 분포로 가정하는 것에 대한 근거를 제공한다.

정리 1. 중앙 극한 정리(Central Limit Theorem)대량생산되는 선형 시불변 확률시스템의 집합 $\{A^k(p)\}_{k=1}^N$ 의 고유치의 집합 $\{\rho_i^k(p) \mid i = 1, \dots, n\}_{k=1}^N$ 을 고려하자. 또한, 집합 $\{\tilde{\rho}_i^k(p) = \rho_i^k(p) - \rho_i^k\}_{k=1}^N$ 의 각 요소는 평균 m^k 와 분산 P^k 를 갖는 독립된 랜덤 n -벡터라고 하자. 이제, 변수 $\tilde{\rho}_i^k(p)$ 의 합을 랜덤 벡터 y_N 으로 정의하면 다음과 같다.

$$y_N = \sum_{k=1}^N \tilde{\rho}_i^k(p)$$

그리고, 정규화된 합인 랜덤 변수 $\tilde{\rho}_i(p)$ 를 다음과 같이 정의한다[14].

$$\tilde{\rho}_i(p) = [P_{y_N y_N}]^{-1/2} [y_N - E[y_N]]$$

여기서 $E[y_N] = \sum_{k=1}^N m^k$, $P_{y_N y_N} = \sum_{k=1}^N P^k$, 그리고 $P^{-1/2} = (P^{1/2})^{-1}$. 여기서 $P^{1/2}$ 은 $(n \times n)$ 행렬로 $P^{1/2}(P^{1/2})^T = P$ 로부터 정의된다. 그러면, N 이 ∞ 에 접근할수록 $\tilde{\rho}_i(p)$ 는 단위행렬과 같은 공분산 행렬을 가지는 영-평균 Gaussian 랜덤 n -벡터가 된다.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} f_{\tilde{\rho}_i(p)}(\xi) = [(2\pi)^{-n/2}]^{-1} \exp\left\{-\frac{1}{2} \xi^T \xi\right\}$$

위 정리에 따르면 시스템 (3)의 고유치의 확률 분포는 무수히 많은 동일한 시스템의 고유치의 합으로써 생성되는 것으로 정규분포에 접근하게 된다. 이러한 고유치를 가지는 시스템

(3)의 일반화된 고유치 문제는 다음과 같이 정의될 수 있다.

정의 1. 다음 식을 고려하자. 이때, $A(p) \in M_n$ 이고 $\phi_i(p) \in C^n$.

$$A(p)\phi_i(p) = \rho_i(p)\phi_i(p), \quad \phi_i(p) \neq 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (6)$$

여기서, $\rho_i(p)$ 는 스칼라(scalar)이다. 스칼라 $\rho_i(p)$ 와 벡터 $\phi_i(p)$ 가 (6)을 만족한다면, $\rho_i(p)$ 는 시스템 $A(p)$ 의 'S (stochastic)-고유치', $\phi_i(p)$ 는 $\rho_i(p)$ 에 대응되는 시스템 $A(p)$ 의 'S-고유벡터'이다.

시스템 (3)의 n 개의 S-고유치를 특정 시간구간 $[t_0, t_f]$ 동안 l 번 복소평면에 점으로 도시하면, 복소평면에는 $n \cdot l$ 개의 고유치들이 표시되게 된다. $n \cdot l$ 개의 고유치들이 모두 복소평면의 좌반에 분포한다면 준 시스템은 안정하다. 그러나, 이 중에서 복소평면의 우반(right-half)에 고유치들이 존재한다면 시스템은 불안정해질 가능성을 가지게 되며, 이러한 고유치의 분포 확률을 시스템의 견실-안정성에 대한 척도로 삼을 수 있다. 정리 1에 의해서 S-고유치는 정규분포를 가지므로, 복소평면에서 각 고유치들은 고유치의 평균을 중심으로 하여 정규분포를 보이게 된다. 이와 같은 $n \cdot l$ 개의 점들로 표시되는 S-고유치의 확률 밀도를 복소평면의 새로운 축으로 추가하여 3차원 확률 복소공간을 구성하면, 복소고유치의 경우 다음과 같이 S-고유치의 실수값과 허수값을 두 개의 변수로 하는 2차원 Gaussian 분포로 표시된다.

$$f(\rho(p)) = \frac{1}{2\pi|\Sigma|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} (P(p) - P^E)^T \Sigma^{-1} (P(p) - P^E)\right] \\ = \frac{1}{2\pi|\Sigma|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} P^T(p) \Sigma^{-1} P(p)\right] \quad (7)$$

여기서, $P(p) = [\tilde{\alpha}(p) \quad \tilde{\omega}(p)]^T$, $\Sigma = \text{diag}(\sigma_\alpha^2, \sigma_\omega^2)$ 이다. 그리고, $P^E = E[P(p)]$ 와 $\Sigma = E[(P(p) - P^E)(P(p) - P^E)^T]$ 는 각 2-벡터 $P(p) = [\alpha(p) \quad \omega(p)]^T$ 의 평균과 분산이다. 또한, S-고유치가 실수값만을 가질 경우에는 다음과 같은 스칼라 Gaussian 분포식으로써 확률 밀도를 나타낼 수 있다.

$$\text{pr}(\rho(p)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\rho} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_\rho^2} (\rho(p) - E[\rho(p)])^2\right] \quad (8)$$

S-고유치의 2차원 복소평면에서의 확률 분포를 3차원 확률 복소공간에 도시함으로써 시스템 동역학 모델에서 파라미터가 확률적으로 변동하는 경우의 견실-안정성에 대한 해석을 획기적으로 단순화시킬 수 있는 장점을 가지게 된다.

다음으로, S-고유치에 대응되는 스펙트럼(spectrum)을 정의하며 다음과 같다.

정의 2. $A(p) \in M_n$ 의 S-고유치인 $\rho(p) \in C$ 의 집합을 'S-스펙트럼'이라고 하고, $\sigma(A(p))$ 로 표기한다. $A(p)$ 의 스펙트럼 반경(spectral radius)은 음이 아닌 실수 값 $r(A(p)) = \max\{|\rho(p)| : \rho(p) \in \sigma(A(p))\}$ 이며, $A(p)$ 의 모든 S-고유치를 포함하고 있는 복소공간에서 원점을 중심으로 한 가장 작은 디스크(disk)의 반경이다.

그리고, S-고유치에 대응되는 S-고유벡터는 다음 정리에 의해 구해진다.

정리 2. $\rho(p) \in \sigma(A(p))$ 가 주어졌을 때, $A(p)\phi_i(p) = \rho_i(p)\phi_i(p)$ 를 만족하는 S-고유치 $\rho_i(p)$ 에 대응되는 고유벡터 $\phi_i(p) \in C^n$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\phi_i(p) = \gamma_i(p) \phi_i^E \quad (9)$$

여기서, $\gamma_i(p) = \{(I + (\rho_i(p)I - A(p))^{-1}(\bar{A}(p) - \bar{\rho}_i(p)D))\}$ 이고, $\phi_i^E = \phi_i(p) - \bar{\phi}_i(p)$, $\phi_i^E = E[\phi_i(p)]$, $\text{VAR}[\bar{\phi}_i(p)] = \phi_i^E(\phi_i^E)^T$ 이다.

증명 : $\rho_i(p) = \rho_i^E + \bar{\rho}_i(p)$, $\phi_i(p) = \phi_i^E + \bar{\phi}_i(p)$ 그리고 $A(p) = A^E + \bar{A}(p)$ 를 (6)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$(\rho_i^E I + \bar{\rho}_i(p)I - A^E - \bar{A}(p))(\phi_i^E + \bar{\phi}_i(p)) = 0$$

$$(\rho_i^E I - A^E)\phi_i^E + (\bar{\rho}_i(p)I - \bar{A}(p))\phi_i^E +$$

$$(\rho_i^E I + \bar{\rho}_i(p)I - A^E - \bar{A}(p))\bar{\phi}_i(p) = 0$$

위 식에서 확정적인 고유치 문제의 성질에 의해서 $(\rho_i^E I - A^E)\phi_i^E = 0$ 이므로 $\bar{\phi}_i(p)$ 에 대해서 정리하면 다음과 같이 된다

$$\bar{\phi}_i(p) = (\rho_i(p)I - A(p))^{-1}(\bar{A}(p) - \bar{\rho}_i(p)D)\phi_i^E$$

따라서, $\phi_i(p) = \phi_i^E + \bar{\phi}_i(p)$ 이므로 $\{(I + (\rho_i(p)I - A(p))^{-1}(\bar{A}(p) - \bar{\rho}_i(p)D))\}$ 를 $\gamma_i(p)$ 로 두면 (9)를 얻을 수 있다. 또한, S-고유치에 대응되는 S-고유벡터의 평균 및 분산은 다음과 같이 구해진다.

$$E[\phi_i(p)] = \phi_i^E$$

$$\text{VAR}[\bar{\phi}_i(p)] = E[\phi_i(p)\phi_i^T(p)] \\ = E[\gamma_i(p)\phi_i^E(\gamma_i(p)\phi_i^E)^T] \\ = \phi_i^E(\phi_i^E)^T$$

고유벡터의 평균과 임의의 각도로 움직인 벡터 사이의 각도는 다음과 같이 구해진다.

$$\theta_i(p) = \cos^{-1}\left(\frac{|\phi_i^T(p)\phi_i^E|}{\|\phi_i(p)\|_2 \|\phi_i^E\|_2}\right) \quad (10)$$

여기서, $\theta_i(p)$ 는 주어진 벡터를 특정 각도만큼 움직이는 선형작용소[15]로서 (9)의 $\gamma_i(p)$ 와 같은 특성을 가진다. 즉, S-고유벡터는 고유벡터의 평균을 중심으로 특정 각도만큼 움직인 형태로 분포하는 기하학적 구조를 가지며, 2차원의 경우 확률적인 부채꼴 모양, 3차원의 경우 확률적인 원뿔모양을 가진다. 예를 들어 2차 시스템에서 원하는 고유벡터의 평균으로 이루어진 모드행렬을 편의상 단위행렬로 정하면, 원하는 고유벡터는 그림 1과 같이 고유벡터의 평균을 중심으로 부채꼴의 분포를 가지게 된다.

그리고, S-고유벡터로 이루어진 S-모드 행렬은 다음과 같이 정의된다.

정의 3. 시스템 $A(p)$ 의 S-고유치 $\rho(p) \in \sigma(A(p))$ 에 대응되는 행렬 $\Phi(p) \in C^{n \times n}$ 을 S-모드 행렬이라고 하며 다음과 같이 정의한다.

$$\Phi(p) = \Gamma(p)\Phi^E \quad (11)$$

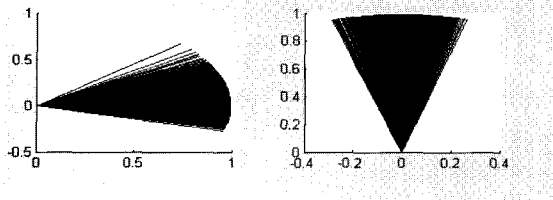


그림 1. 2차 시스템의 실수 고유치에 대응되는 고유벡터의 분포.

Fig. 1. Eigenvector distribution corresponding to a real eigenvalue of second order system.

여기서 $I(p) = [\gamma_1(p) \ \gamma_2(p) \ \dots \ \gamma_i(p) \ \dots \ \gamma_n(p)]$, $\gamma_i(p) = \{(I + (\rho_i(p)I - A(p))^{-1}(A(p) - \bar{\rho}_i(p)I))\}$, 그리고 $\Phi^E = \Phi(p) - \Phi(p)$ 이다.

III. 확률적 안정성

선형 시불변 시스템은 시스템의 고유치가 복소평면의 좌반에 있기만 하면 점근적으로 안정하다는 것은 널리 알려져 있는 사실이다. 이러한 선형 시불변 시스템의 LHP(left-half plane)안정성 기준은 (3)의 시스템에 대해서도 유효하다. 즉, 2차원 복소평면에서의 정규 분포를 갖는 모든 S-고유치들이 좌반에 있기만 하면 된다. 그러나, 정규 분포는 확정적으로 정해지지 않기 때문에 S-고유치를 가지는 시스템의 안정성은 확정적으로 정해지지는 않는다. 이러한 시스템의 안정성을 다루기 위해서 우선 S-고유치의 S-평균을 정의하도록 한다.

정의 4. 복소평면에서 $\alpha(p)$ 를 S-고유치 $\rho(p)$ 의 실수값이라고 하자. 전체 복소평면에 걸쳐서 $\alpha(p)$ 의 S-평균 $sm(\alpha(p))$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$sm(\alpha(p)) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \alpha(p) dp \tag{12}$$

여기서 $\alpha(p) = \sigma^E + \bar{\alpha}(p)$ 이고, σ^E 는 $\alpha(p)$ 의 평균이며, $\bar{\alpha}(p)$ 의 확률적 적분이 존재한다고 가정한다.

정의 4는 선형 시불변 시스템의 안정성이 고유치의 실수값에 의해 결정되는 것을 이용하기 위한 것이다. 즉, 다시 말하면 S-고유치의 실수값이 평균을 중심으로 Gaussian 분포를 가지므로 준 시스템이 안정하기 위해서는 S-고유치의 실수값의 평균이 적어도 좌반에 존재해야 한다.

앞장에서 정의한 S-고유치의 PDF $pr(\rho(p))$ 가 LHP $(-\infty, 0]$ 에서 확률적으로 적분 가능한 함수이면, 시스템 $A(p)$ 가 안정할 확률은 다음과 같이 얻어진다.

$$S = \int_{-\infty}^0 pr(\rho(p)) dp \tag{13}$$

여기서 $0 \leq S \leq 1$. 한편, 에르고딕(ergodic) 관점에서 시스템 $A(p)$ 가 안정할 확률은 다음과 같이 된다.

$$S = \lim_{J \rightarrow \infty} \frac{1}{Jn} \sum_{j=1}^{\infty} N(\alpha(p) \leq 0) \tag{14}$$

여기서, $N(\alpha(p) \leq 0)$ 는 $\alpha(p)$ 의 모든 요소가 0보다 작거나 같은 모든 경우의 수이고, n 은 시스템의 차원이며, J 는

Monte Carlo 시뮬레이션 횟수이다.

S-평균과 시스템이 안정할 확률에 관한 식을 이용하면, 준 시스템의 S-안정성에 관한 다음의 정리를 유도해낼 수 있다.

정리 3. $\rho(p)$ 를 시스템 $A(p)$ 의 S-고유치라고 하면, $\det(\rho_i(p)I - A(p)) = 0$ 의 해의 안정성은 모든 시간 t 에 대해서 다음의 두 조건을 동시에 만족하기만 하면 ‘S-안정성’이 보장된다.

- 1) $\exists \sigma_i^E (0 < \sigma_i^E \leq \infty)$ such that $sm(\sigma_i(p)) = -\sigma_i^E < 0$.
- 2) $\exists \epsilon > 0$ such that $P_{cip}\{|1 - S| > \epsilon\} \rightarrow 0$ as $J \rightarrow \infty$ for $\forall t, t \geq T_0$.

증명: 1)의 조건은 S-고유치의 실수값의 평균은 임의의 음수 $-\sigma_i^E$ 보다 작으므로, Gaussian 분포의 중심축이 적어도 좌반에 존재한다. 1)의 조건을 만족한다고 하더라도 시스템 $A(p)$ 가 불안정해질 확률은 여전히 존재한다. 한편, 2)의 조건은 시간이 ∞ 로 흐르거나 시뮬레이션 횟수 J 가 많아질수록 시스템이 불안정해질 확률은 0으로 수렴한다는 것이다. 따라서, 1)의 조건을 만족하고 2)의 조건을 만족한다면, S-고유치의 Gaussian 확률적 특성 때문에 시스템은 확률적으로 S-안정성을 보장하게 된다. ■

물리적으로 실제 안정한 시스템이라 할지라도 시스템이 변동할 때 불안정해질 확률이 존재하며, 불안정해질 확률이 존재한다고 하더라도 확정적인 경우처럼 시스템이 불안정하다고 단정지을 수는 없다. 본 논문에서는 대상으로 하고 있는 확률적인 파라미터들에 대해서 에르고딕 가설(ergodic hypothesis)이 성립한다고 가정하였다. 이 가설에 의하면 어떤 일정한 시간에서 에르고딕 앙상블(ensemble)의 모든 요소의 평균에 의하여 계산한 통계학적 값은 오직 한 개이 샘플된 랜덤프로세스에서 모든 시간에 대한 평균을 취한 값으로 계산할 수 있다는 것이다. 실제로 정상 랜덤프로세스에 대한 통계학적 값들은 일반적으로 에르고딕 가설이 성립한다는 가정 아래서 오직 한 개의 샘플된 랜덤프로세스에 대하여 충분히 긴 시간동안 시험한 결과를 가지고 있다. 즉, 원하는 페루프 시스템의 고유치 분포를 실수부의 평균이 좌반에 존재하는 가우시안 분포로 지정하는 것이 가능하면, 에르고딕 가설에 의해서 페루프 시스템은 시간이 흐를수록 불안정해질 확률은 0으로 수렴하게 된다. 위 정리에서 확률적 수렴성[16]은 다음과 같다. 임의의 $\epsilon > 0$ 이 다음의 조건을 만족한다면,

$$P_{cip}[X_n(\xi) - X(\xi) > \epsilon] \rightarrow 0 \text{ as } n \rightarrow \infty$$

랜덤 변수의 시퀀스 $\{X_n(\xi)\}$ 이 랜덤 변수 $\{X(\xi)\}$ 에 대해서 확률적으로 수렴한다.

예제 1) 다음과 같은 간단한 2차 시스템을 고려한다.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} x(t)$$

여기서, 감쇠율(damping ratio) ζ 와 고유주파수(natural frequency) ω_n 의 평균은 각각 0.707과 1이며, 각각은 표준편차가 0.2인 Gaussian 분포인 확률 변수를 갖는다고 가정한다. 예제에서 $p = [\zeta \ \omega_n]^T$ 는 각각에 대해 비연관(uncorrelated)되어 있다. 본 시스템의 고유치는 매 시간마다 2개의 고유치를 가지며, 이 2개의 고유치는 각각 시간구간 $[t_0, t_f]$ 에 걸쳐

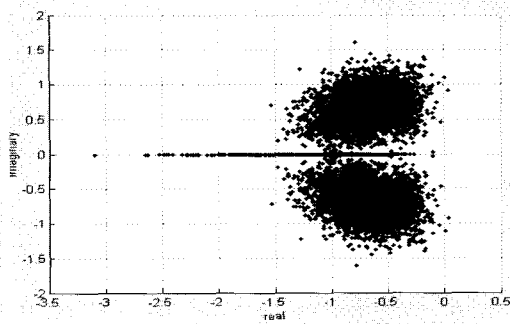


그림 2. (예제 1)의 2차원 복소평면 개루프 고유치 분포.

Fig 2. Open-loop eigenvalues distribution of (Example 1) on 2-D complex plane.

서 확률적으로 변환다. 여기서는 $t_j=5000$ 일 때까지 시뮬레이션이 수행하였으며, 개루프 상태에서의 고유치의 평균은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \rho_1^E &= -0.707 + 0.7072i \\ \rho_2^E &= -0.707 - 0.7072i \end{aligned}$$

개루프 시스템 $F(p)$ 가 안정할 확률은 $S=0.96$ 이며, 개루프 고유치의 평균이 안정한 좌반에 있으므로, J 가 증가할수록 P_{cb} 도 0으로 접근하게 되어 본 시스템은 개루프 상태에서 확률적으로 안정하다. 그림 2는 2차원 복소평면에 개루프 고유치들의 분포를 도시한 것이다.

IV. S-고유구조(고유치/고유벡터) 지정제어

본 시스템의 고유구조 지정을 위해서 설계자가 원하는 설계 사양은 앞에서 전개된 것과 같이 다음과 같이 정할 수 있다. 먼저 원하는 S-고유치를 정한다.

$$\rho_i^d(p) = (\rho_i^E)^d + \bar{\rho}_i^d(p), \quad i=1, \dots, n$$

여기서, $E[\rho_i^d(p)] = (\rho_i^E)^d$ 이고,

$$E[(\rho_i^d(p) - (\rho_i^E)^d)(\rho_i^d(p) - (\rho_i^E)^d)^T] = (\sigma_i^d)^2.$$

그리고, 원하는 고유벡터의 평균으로 이루어진 모드행렬 $(\Phi^d)^d$ 를 정하면, S-고유치에 대응되는 S-고유벡터로 이루어진 원하는 S-모드 행렬은 다음과 같이 구해진다.

$$\Phi^d(p) = \Gamma^d(p) (\Phi^E)^d$$

여기서, $\Gamma^d(p) = [\gamma_1^d(p) \ \gamma_2^d(p) \ \dots \ \gamma_n^d(p)]$,

$$\gamma_i^d(p) = \{ (I + (\rho_i^d(p)I - F(p))^{-1}(F(p) - \bar{\rho}_i^d(p)I)) \}.$$

다음으로 준 시스템에 대해서 원하는 S-고유치와 대응되는 S-고유벡터를 가지도록 지정하는 되먹임 이득 행렬 $K(p)$ 는 다음 정리를 통해서 구해진다.

정리 4: (S-Sylvester 방정식). 시스템 $F(p)$ 와 입력 행렬 $G(p)$ 가 주어질 때, S-고유치 행렬 $\Lambda(p) = \Lambda^E + \lambda(p)$ 와 S-모드 행렬 $\Phi(p) = \Gamma(p)\Phi^E$ 에 대해서 파라미터 행렬 $H(p)$ 는 다음과 같은 S-Sylvester 방정식으로부터 구해진다.

$$\Lambda^E \Gamma(p) \Phi^E + \lambda(p) \Gamma(p) \Phi^E - \Gamma(p) \Phi^E F(p) = G(p) H(p) \quad (15)$$

여기서 $\Phi^E = [\phi_1^E \ \dots \ \phi_n^E]$, $\Lambda^E = \text{diag}(\rho_1^E, \dots, \rho_n^E)$, $\lambda(p) =$

$\text{diag}(\bar{\rho}_1(p), \dots, \bar{\rho}_n(p))$, 그리고 $H(p) = [h_1(p) \ \dots \ h_n(p)]$.

증명 : 개루프 시스템 $\dot{x}(t) = F(p)x(t) + G(p)u(t)$ 에 되먹임 입력 $u(t) = -K(p)x(t)$ 가 인가되면, 폐루프 시스템은 $\dot{x}(t) = (F(p) - G(p)K(p))x(t)$ 가 된다. 본 폐루프 시스템에 대한 S-고유치 식은 다음과 같이 정의된다.

$$(F(p) - G(p)K(p))\phi_i(p) = \rho_i(p)\phi_i(p) \quad (16)$$

여기서 $\phi_i(p)$ 는 S-고유치 $\rho_i(p)$ 에 대응되는 우 S-고유벡터이다. 파라미터 벡터 $h_i(p) \in \mathbb{C}^m$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$h_i(p) = K(p)\phi_i(p) \quad (17)$$

그러면, (16)은 다음과 같은 Sylvester 방정식의 형태가 된다.

$$(F(p) - \rho_i(p)I)\phi_i(p) = G(p)h_i(p) \quad (18)$$

또는

$$(F(p) - (\rho_i^E + \bar{\rho}_i(p)I))\gamma_i(p)\phi_i^E = G(p)h_i(p) \quad (19)$$

(19)의 행렬 형태는 (15)로 표현된다. ■

정리 4를 준 시스템에 적용했을 때, 되먹임 행렬 $K(p)$ 는 다음과 같은 선형 관계식으로부터 구해진다.

$$K(p)\Gamma(p)\Phi^E = H(p) \quad (20)$$

여기서 $\Gamma(p)\Phi^E (= \Phi(p))$ 의 역행렬은 언제나 존재하며, 되먹임 이득 행렬 $K(p)$ 는 $\Gamma(p)\Phi^E$ 의 변화에 의존하여 확률적인 특성을 갖는 요소들로 이루어진다.

V. 시뮬레이션 및 결과 고찰

다음과 같은 개루프 상태에서 불안정한 비행체의 종방향 동역학 모델을 대상으로 하여 앞에서 다루어진 내용들을 적용한 결과를 고찰한다. 준 비행체 모델은 중력 중심 방향을 향하고 있으며, 시스템 내의 각각의 파라미터들은 각각의 평균을 중심으로 확률적으로 분포하고, 서로간의 연관성은 없는 것으로 가정하여 불확정성의 향으로 시스템 모델을 구성하면 다음과 같이 된다.

$$F(p) = \begin{bmatrix} \frac{-2gf_{11}}{V} & \frac{\mu V^2 f_{12}}{2} & \mu Vf_{13} & -g \\ \frac{-45}{V^2} & \frac{\mu Vf_{22}}{2} & 1 & 0 \\ 0 & \frac{\mu V^2 f_{32}}{2} & \mu Vf_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G(p) = \frac{\mu V^2}{2} \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ 0 & 0 \\ g_{31} & g_{32} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

여기서, 상태변수들은 각각 전진 속도, 받음각(angle of attack), 피치율(pitch rate), 피치각(pitch angle)을 나타낸다. 제어 입력은 각각 카나드(canard) 제어 표면(control surface)과 추

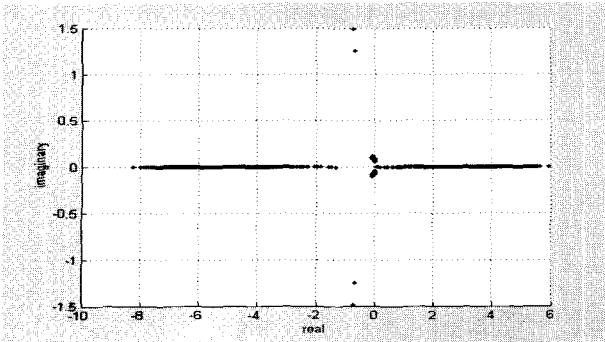


그림 3. 준 비행체 모델의 2차원 복소평면 개루프 고유치 분포.
Fig. 3. Open-loop eigenvalues distribution for the flight control application on 2-D complex plane.

력 장치(thrust setting)이다. 불확정성은 공력계수(aerodynamic)와 추력 효과 뿐만 아니라 속도(V)와 공기밀도(μ)에 이르기까지 다음과 같이 발생할 수 있다[11].

$$p = [\mu, V, f_{11}, f_{12}, f_{13}, f_{22}, f_{23}, f_{33}, g_{11}, g_{12}, g_{31}, g_{32}]$$

여기서, μ 와 V 를 제외한 나머지 파라미터 항들은 운동학적으로 중력에 기인하거나, 이상적인 상황에서는 0으로 볼 수 있는 공력계수들을 나타낸다.

준 비행체 모델의 평균 모델은 다음과 같다.

$$F^E = \begin{bmatrix} -0.02 & -0.3 & -0.4 & -32.2 \\ -0.0001 & -1.2 & 1 & 0 \\ 0 & 18 & -0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad G^E = \begin{bmatrix} -0.04 & 35 \\ 0 & 0 \\ 0.2 & -0.2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\rho_{1-4}^E = -5.1535, -0.102 \pm 0.057i, 3.3539$$

여기서, 평균 모델의 고유치 중의 하나가 복소평면의 우반에 존재하므로 이 시스템은 개루프 상태에서 불안정하다.

시뮬레이션을 위하여 속도(V)와 공기밀도(ρ)는 10% 표준편차의 Gaussian 불확정성, p 의 나머지 파라미터는 각각 서로간에 독립인 30% 표준편차의 Gaussian 불확정성을 갖는 것으로 가정하였다. 그림 3은 2차원 복소평면에 고유치들을 도시한 것이다. 본 시스템을 안정화시키기 위해서 다음과 같이 평균과 분산을 갖는 원하는 S-고유치를 설정한다.

$$\begin{aligned} (\rho_1^E)^d &= -5.1535, \quad \sigma_{\rho_1}^d = 0.6492 \\ (\rho_2^E)^d &= -4, \quad \sigma_{\rho_2}^d = 0.3525 \\ (\rho_3^E)^d &= -0.5 + i, \quad \Sigma_3^d = \text{diag}(0.0102, 0.0099) \\ (\rho_4^E)^d &= -0.5 - i, \quad \Sigma_4^d = \text{diag}(0.0102, 0.0099) \end{aligned}$$

여기서, $(\rho_3^E)^d$ 과 $(\rho_4^E)^d$ 는 대표고유치로써 증방향 단주기 모드(short-period mode)에서 감쇠율($\zeta=0.447$)과 고유치파수($\omega_n=1.12$)을 가지도록 정하였고, 나머지 고유치들은 대표극점의 고유진동수의 3~5배가 되도록 정하였다. 그리고, 원하는 고유벡터는 다음과 같이 선정하였다.

$$(\Phi^E)^d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - i & 1 + i \\ 0 & 0 & 1 + i & 1 - i \end{bmatrix}$$

(9)에 의해서 원하는 S-고유치 각각에 대응하는 원하는 S-

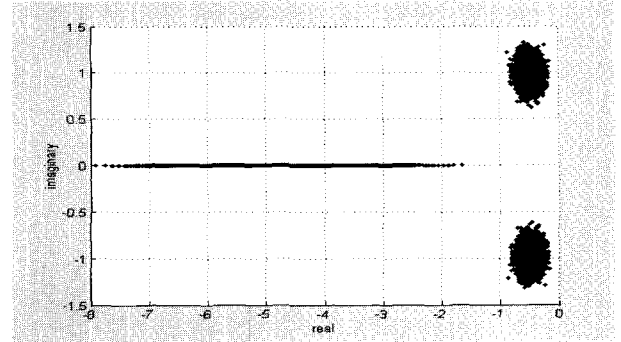


그림 4. 준 비행체 모델의 2차원 복소평면 페루프 고유치 분포.
Fig. 4. Closed-loop eigenvalues distribution for the flight control application on 2-D complex plane.

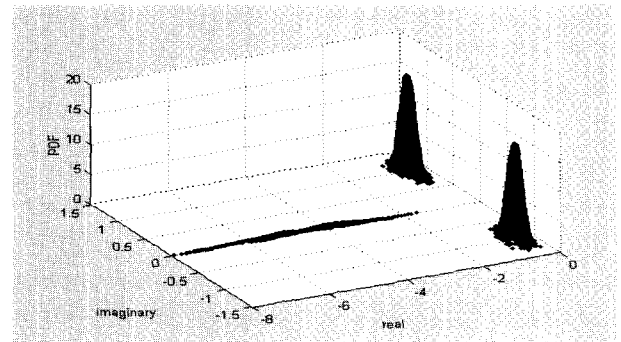


그림 5. 준 비행체 모델의 3차원 확률 밀도 복소공간 페루프 고유치 분포.
Fig. 5. Closed-loop eigenvalues distribution for the flight control application on 3-D probability density complex space.

고유벡터가 정해진다. 원하는 고유벡터의 평균과 확률적으로 움직이는 벡터 사이의 각도의 평균과 분산을 (10)을 이용하여 구하면 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \theta_1^d(p) &\sim (0, 0) \text{ rad} \\ \theta_2^d(p) &\sim (0, 0) \text{ rad} \\ \theta_3^d(p) &\sim (-0.0728, 0.0045) \text{ rad} \\ \theta_4^d(p) &\sim (0.0728, 0.0045) \text{ rad} \end{aligned}$$

S-Sylvester 방정식을 이용하여 $t_r=5000$ 까지 시뮬레이션을 수행한 결과 되먹임 이득 행렬 $K(p)$ 의 평균 K^E 는 다음과 같이 구해진다.

$$K^E = \begin{bmatrix} 0.4158 & 200.4464 & 28.3421 & -121.4804 \\ 0.0708 & 20.9026 & -2.4931 & -39.0587 \end{bmatrix}$$

그리고, 획득가능한 고유치의 평균과 분산은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (\rho_1^E)^a &= -5.1525, \quad \sigma_{\rho_1}^a = 0.6444 \\ (\rho_2^E)^a &= -4.0005, \quad \sigma_{\rho_2}^a = 0.3472 \\ (\rho_3^E)^a &= -0.4982 - 0.9992i, \quad \Sigma_3^a = \text{diag}(0.0099, 0.0102) \\ (\rho_4^E)^a &= -0.4982 + 0.9992i, \quad \Sigma_4^a = \text{diag}(0.0099, 0.0102) \end{aligned}$$

페루프 시스템 $A(p) - BK(p)$ 가 안정할 확률은 $S=1$ 이며, 불안정한 고유치가 존재하는 확률은 0이다. 획득가능한 고유벡터의 평균은 다음과 같다.

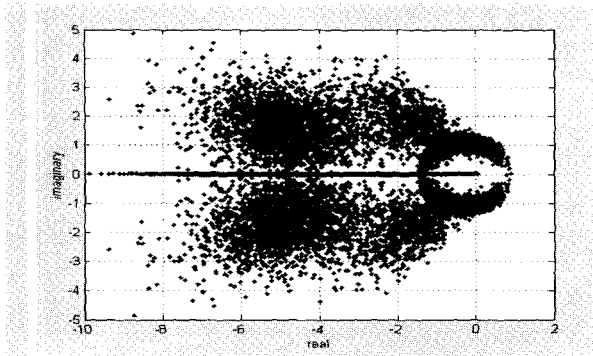


그림 6. 일반적인 고유구조 지정기법을 통한 페루프 고유치 분포.

Fig. 6. Closed-loop eigenvalues distribution via general eigenstructure assignment.

$$(\lambda^0)^a = \begin{bmatrix} 0.541 & 0.8349 & 1 & 1 \\ 0.0608 & 0.1533 & -0.0004-0.0000i & -0.0004+0.0000i \\ -0.2249 & -0.4141 & -0.0017-0.0000i & -0.0017+0.0000i \\ 0.0476 & 0.1039 & 0.0013-0.0000i & 0.0013+0.0000i \end{bmatrix}$$

획득가능한 고유벡터의 평균과 확률적으로 움직인 벡터 사이의 각도의 평균과 분산을 구하면 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \theta_1^a(p) &\sim (-1.0684e-012, 7.5822e-021) \text{ rad} \\ \theta_2^a(p) &\sim (1.4593e-010, 1.8232e-015) \text{ rad} \\ \theta_3^a(p) &\sim (-1.2212e-006, 1.5576e-008) \text{ rad} \\ \theta_4^a(p) &\sim (1.2212e-006, 1.5576e-008) \text{ rad} \end{aligned}$$

위 결과는 고유벡터의 경우 획득가능한 고유벡터의 평균을 중심으로 확률적 섭동이 거의 일어나지 않았음을 보여준다. 그림 4와 5는 획득가능한 고유치와 이에 대응하는 확률 밀도를 각각 2차원 복소평면과 3차원 확률 밀도 복소공간에 도시한 것으로서 제어결과를 도식적으로 확인할 수 있게 한다. 복소공역 페루프 S-고유치의 경우 고유치의 평균을 중심으로 2차원 Gaussian 분포를 나타내며, 실수 페루프 S-고유치의 경우 고유치의 평균을 중심으로 스칼라 Gaussian 분포를 나타내고, 모든 고유치들이 복소평면의 좌반에 위치해 있음을 확인할 수 있다.

그림 6은 본 논문에서 제시한 결과와 비교하기 위해서 동일한 설계조건에서 일반적인 고유구조 지정기법을 이용하였을 때의 2차원 복소평면에서의 고유치 분포를 도시한 것이다. 이 경우 페루프 시스템이 안정한 확률은 0.9065이고, 되먹임 이득행렬, 페루프 고유치 및 대응되는 고유벡터는 각각 다음과 같이 구해진다.

$$K = \begin{bmatrix} 0.5419 & 286.2739 & 20.8633 & -269.1261 \\ 0.1003 & 29.895 & -3.3662 & -56.8933 \end{bmatrix}$$

$$A^a = \text{diag} \begin{bmatrix} -5.1535 \\ -4 \\ -0.5-i \\ -0.5+i \end{bmatrix}$$

$$r = \begin{bmatrix} 0.7675 & 0.8712 & 1 & 1 \\ 0.1545 & 0.1607 & -0.0006-0.0018i & -0.0006+0.0018i \\ -0.6107 & -0.4499 & -0.0021-0.0006i & -0.0021+0.0006i \\ 0.1185 & 0.1125 & 0.0014-0.0014i & 0.0014+0.0014i \end{bmatrix}$$

VI. 결론

본 논문에서는 먼저, 시스템 행렬에 존재하는 파라미터의

확률적 특성을 고려하기 위하여 S-고유치 및 S-고유벡터 개념을 새로이 제안하였다. S-고유치와 이에 대응하는 S-고유벡터는 시스템의 일반화된 고유치 문제를 만족한다. S-고유치는 복소평면에서 확률 밀도를 새로운 축으로 하여 Gaussian 분포를 가지고, 모든 S-고유치가 복소평면의 좌반에 있을 확률이 확률 안정성의 척도가 된다. 이렇게 정의된 S-고유치, S-고유벡터 및 S-고유치의 확률 밀도 정보를 이용하면 시스템 동역학 모델에서 파라미터가 확률적으로 변화하는 시스템을 효율적으로 해석하고 제어할 수 있는 이론적 근거로 삼을 수 있다.

또한, 확률적 안정성을 S-고유치 개념을 이용하여 정의하고, S-Sylvester 방정식을 이용하여 S-고유치, S-고유벡터를 지정하는 확률 고유구조 지정이 가능하다. 이렇게 하면, 기존의 선형 시불변 시스템을 위한 고유구조 지정 기법의 장점을 충분히 이용할 수 있는 효과적인 제어기법이 된다. 그리고, S-고유치 개념은 확률 고유구조 지정 기법 뿐만 아니라, 불확실한 파라미터의 특성이 확률적으로 기술되는 시스템의 해석 및 제어기 설계에 있어서도 유용하게 활용될 수 있을 것으로 기대한다.

앞으로 더 연구되어야 할 부분으로는 좀 더 실제적인 파라미터 모델을 대상으로 하여 직접적인 성능 분석을 통한 접근 뿐만 아니라 다른 강건제어기법과의 비교 분석을 통한 성능 평가에 대한 연구가 요구된다.

참고문헌

- [1] G. P. Liu, and R. J. Patton, Eigenstructure Assignment for Control System Design, John Wiley & Sons, 1998.
- [2] K. M. Sobel, and E. Y. Shapiro, "Eigenstructure assignment for design of multimode flight control systems," IEEE Control Systems Magazine, pp. 9-15, 1985.
- [3] J. W. Choi, "A simultaneous assignment methodology of right/left eigenstructures," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 34, no. 2, pp. 625-634, 1998.
- [4] J. W. Choi, J. G. Lee, Y. Kim, and T. Kang, "Design of an effective controller via disturbance accommodating left eigenstructure assignment," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 18, no. 2, pp. 347-354, 1995.
- [5] S. Garg, "Robust eigenspace assignment using singular value sensitivities," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 14, no. 2, pp. 416-424, 1991.
- [6] P. Dorato, "A historical review of robust control," IEEE Control Systems Magazine, vol. 7, pp. 44-47, 1987.
- [7] R. R. Mohler, and W. J. Kolodziej, "An overview of stochastic bilinear control process," IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol. SMC-10, pp. 913-918, 1980.
- [8] B. D. O. Anderson, and J. B. Moore, Linear Optimal Control, Englewood-Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1971.
- [9] J. W. Choi, and Y. B. Seo, "LQR design with

- eigenstructure assignment capability," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, no. 2, pp. 700-708, 1999.
- [10] E. Yaz, "Deterministic and stochastic robustness measures for discrete systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 33, no. 10, pp. 952-955, 1988.
- [11] R. F. Stengel, and L. R. Ray, "Stochastic robustness of linear time-invariant control systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 36, no. 1, pp. 82-87, 1991.
- [12] L. R. Ray, "Robust linear-optimal control laws for active suspension systems," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 114, pp. 592-597, 1992.
- [13] Y. B. Seo, J. W. Choi, and M. H. Lee, "Eigenstructure assignment for LTI systems with stochastic parameter variations," *Proceedings of the 2000 American Control Conference (ACC'00)*, Chicago, IL, U.S.A., June 28-30, pp. 3812-3816, 2000.
- [14] P. S. Maybeck, *Stochastic Models, Estimation, and Control*, vol. 1, *Mathematics in Science and Engineering*, vol. 141, Academic Press, pp. 101-111, 1979.
- [15] S. B. John, *Fundamentals of Linear State Space Systems*, WCB/McGraw-Hill, pp. 147-193, 1999.
- [16] A. Leon-Garcia, *Probability and Random Processes for Electrical Engineering*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1994.



서영봉

1997년 부산대학교 기계설계공학과 졸업. 1999년 부산대학교 기계공학부 대학원 석사. 2003년 부산대 기계공학부 대학원 박사. 2003년~현재 부산대학교 기계공학부 대학원 PostDoc. 1998년 5월 부산대학교 대학원 공학계열 학술상 수상. 관심분야는 최적제어이론, 견실제어이론, 고유구조 지정 및 응용. 자동차 현가장치 제어.



최재원

1987년 서울대학교 제어계측공학 졸업. 1989년 서울대학교 대학원 제어계측공학 석사. 1995년 서울대학교 대학원 제어계측공학 박사. 1995년 2월~3월 일본 NASDA/TKSC 방문 연구원. 1995년 9월~1996년 2월 미국 USC PostDoc. 1998년 1월~2월, 1999년 12월~2000년 1월 미국 LSU 방문 교수. 1999년 8월~현재 IFAC Technical Committee on Aerospace 및 Technical Committee on Linear Systems 위원. 2000년 1월~현재 IEEE Control Systems Society Conference Editorial Board, Associate Editor. 2000년 1월~현재 제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지 편집위원, 대한기계학회 동역학 및 제어부분 운영위원, 1996년~현재 부산대학교 기계공학부 전임강사, 조교수. 2000년 5월 한국과학기술단체총연합회 수여 제 10회 과학기술우수논문상 수상. 2003년 8월~현재 미국 MIT 방문 교수, 관심분야는 네트워크 차량의 통신, 항법 및 유도제어와 ITS에의 응용, 초소형 비행체의 항법 및 유도제어, 다중표적 추적필터 설계, 고장진단기반 제어기 재구성 등.