

# 신경회로망을 이용한 이산 비선형 재형상 비행제어시스템

## Nonlinear Discrete-Time Reconfigurable Flight Control Systems Using Neural Networks

신 동 호, 김 유 단\*  
(Dongho Shin and Youdan Kim)

**Abstract** : A neural network based adaptive reconfigurable flight controller is presented for a class of discrete-time nonlinear flight systems in the presence of variations of aerodynamic coefficients and control effectiveness decrease caused by control surface damage. The proposed adaptive nonlinear controller is developed making use of the backstepping technique for the angle of attack, sideslip angle, and bank angle command following without two time separation assumption. Feedforward multilayer neural networks are implemented to guarantee reconfigurability for control surface damage as well as robustness to the aerodynamic uncertainties. The main feature of the proposed controller is that the adaptive controller is developed under the assumption that all of the nonlinear functions of the discrete-time flight system are not known accurately, whereas most previous works on flight system applications even in continuous time assume that only the nonlinear functions of fast dynamics are unknown. Neural networks learn through the recursive weight update rules that are derived from the discrete-time version of Lyapunov control theory. The boundness of the error states and neural networks weight estimation errors is also investigated by the discrete-time Lyapunov derivatives analysis. To show the effectiveness of the proposed control law, the approach is illustrated by applying to the nonlinear dynamic model of the high performance aircraft.

**Keywords** : discrete-time system, neural networks, backstepping, reconfigurable flight control, control surface damage

### I. 서론

최근에 개발되고 있는 고성능 항공기 제어시스템은 넓은 비행영역에서 운용될 수 있도록 설계된다. 일반적인 비행제어시스템은 게인 스케줄링 방법을 사용해서 설계되고 있으나 많은 동작점에 대해서 반복적인 설계가 수행되어야 하는 단점이 있다[1]. 더군다나 임무 수행 중에 조종면 파손, 날개 파손, 구동기 고장, 센서 고장 등이 발생하는 경우에는 그로 인해 비선형 특성이 크게 나타날 수 있을 뿐 아니라 공력계수 등의 변화가 심해질 수 있다. 최근에는 자동적으로 시스템 손상을 보상하여 원하는 성능을 얻을 수 있는 연속시스템에 대한 재형상 제어기(Reconfigurable Controller)에 관한 연구들이 활발히 진행 중이다. 이러한 연구로서 적응모델추종기법[2], two-time separation 가정을 바탕으로 한 슬라이딩 모드 기법[3], 그리고 온라인 파라미터 식별기법을 이용하는 방법 등이 있다[4]. 최근에는 신경회로망을 이용한 제어기법이 활발히 연구되고 있는데, 신경회로망은 임의의 복잡한 비선형 함수를 표현할 수 있다는 특성으로 인해 불확실성을 많이 포함한 시스템의 인식이나 제어기법설계에 적절하기 때문이다[5].

항공기 시스템에 신경회로망을 적용한 많은 연구들은 대부분 연속시스템을 기반으로 유도된 제어법칙들로서 신경회로망 가중치 갱신법칙이 미분식의 형태로 도출된다[6-13]. 이렇게 도출된 제어시스템의 성공적인 적용에도 불구하고 이산제어기의 설계는 중요하다. 그 이유로는 첫째, 제어기가 디

지털 마이크로 프로세서상에 장착되어야 하므로 갱신법칙 등이 차분식의 형태로 표현되어야 장착하기가 용이하게 된다. 둘째, 연속시스템을 기반으로 유도하는 경우 신경회로망 가중치 갱신 이득의 발산하지 않기 위한 한계값을 해석적으로 알 수 없다. 마지막으로 갱신법칙이 차분식의 형태여서 미분방정식을 풀 필요가 없으므로, 계산 상 용이할 뿐만 아니라 시간지연에 의한 시스템 성능저하를 막을 수 있게 된다.

일반적으로 이산시스템에 대한 적응제어기 설계는 연속시스템에 대한 제어기 설계보다 훨씬 복잡하게 된다. 그 이유는 이산화 르야프노프 차분식에 의해 상태변수와 신경회로망 가중치 간의 연성(coupling)된 2차식 항들이 많이 생기기 때문이다. 비선형 이산시스템에 대한 제어기 설계에 관한 연구를 살펴보면 다음과 같다. Yeh 와 Kokotovic[14,15]은 선형적으로 파라미터화 된 불확실성을 갖는 SISO 시스템에 대한 적응제어법칙을 제안하였다. Jaganathan 와 Lewis[16,17]는 상태변수 되먹임을 이용한 간접 적응 신경회로망 제어기를 설계하였으나, 그들이 고려한 시스템은 일반적인 시스템이 아닌 Brunovsky 형태이다[17]. Ge 등은 고차 신경회로망(higher-order neural network)을 이용해서 일반적으로 표현된 SISO시스템에 대해 적응 신경회로망 제어기를 제안하였다[18].

본 논문에서는 이전의 연구보다 좀더 일반화된 형태의 이산시스템에 대해 백스테핑기법과 되먹임 선형화기법을 이용하여 적응 신경회로망 재형상 제어기를 제안하였다. 그리고 일반적으로 이산시스템에 대해 백스테핑 기법을 적용할 때 생기는 causality contradiction 문제[18]를 시스템을 구성하는 상태변수들을 고려하여 신경회로망의 입력을 적절하게 선택함으로써 해결하여 백스테핑기법이 적용가능하게 하였다. 신경회로망의 재귀적 갱신법칙을 이산형태의 르야프노프 함수의 차분식 해석을 통해 유도하였으며, 이산화 버전의 Lasalle

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2003. 11. 5., 채택확정 : 2003. 12. 12

신동호, 김유단, 서울대학교 항공우주공학과

(donghoup@dreamwiz.com/ydkim@snu.ac.kr)

※ 본 연구는 과학기술부 국가지정연구사업(M1-0318-00-0028)의 지원으로 연구되었음.

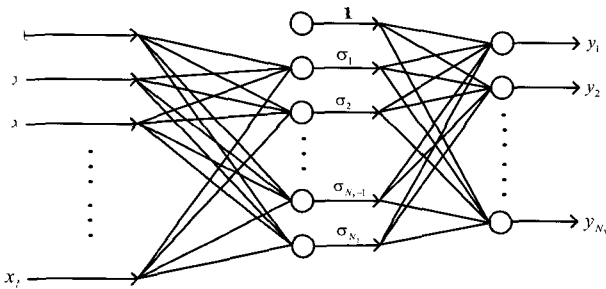


그림 1. 신경회로망의 구조.  
Fig. 1. Neural Network Structure.

이론[19]을 바탕으로 오차상대변수와 신경회로망 오차가중치의 안정성 해석을 수행하였다.

**II. 신경회로망 구조와 기본적인 성질**

이 절에서는 다음 절에서 제어법칙을 유도하는 데 필요한 신경회로망의 구조와 기본적인 성질, 그리고 신경회로망 가중치의 한정성을 보이는데 필요한 안정성 개념을 정리한다. 본 논문에서는 비선형 연속함수를 근사화하는데 그림 1과 같이 1개의 은닉층을 갖는 신경회로망 구조를 사용하였다.

일반적으로 입력  $x_m \in \mathbb{R}^{N_1+1}$  에 대해서 신경회로망의 출력을 표현하면 다음과 같다.

$$y = W^T \tilde{\sigma}(V^T x_m) \tag{1}$$

여기서  $W = [w_1, w_2, \dots, w_{N_2}] \in \mathbb{R}^{(N_2+1) \times N_2}$  는 은닉층과 출력층을 연결하는 가중치 행렬,  $V = [v_1, v_2, \dots, v_{N_2}] \in \mathbb{R}^{(N_2+1) \times N_2}$  는 입력층과 은닉층을 연결하는 가중치 행렬,  $x_m = [1, x_1, x_2, \dots, x_{N_1}]^T \in \mathbb{R}^{N_1+1}$  는 입력 열벡터, 그리고  $\tilde{\sigma}(z) = [1, \sigma(z_1), \sigma(z_2), \dots, \sigma(z_{N_2})]^T$  는 활성화 함수  $\sigma(\cdot)$  로 구성된 열벡터이다. 활성화 함수로는 sigmoidal activation 함수, hyperbolic tangent 함수, 그리고 radial basis 함수 등이 있으나, 본 논문에서는 다음과 같은 sigmoidal 활성화 함수를 사용하였다.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}} \tag{2}$$

한 개의 은닉층을 가진 신경회로망은 임의의 연속적인 함수  $\Sigma$  를 임의의 원하는 정확도로 근사화 할 수 있다는 사실이 증명되어져 있다[20]. 이것을 수학적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\Sigma = W^T \tilde{\sigma}(V^T x_m) + \varepsilon(x_m), \|\varepsilon(x_m)\| \leq \bar{\varepsilon} \quad \forall x_m \text{ in some input space} \tag{3}$$

신경회로망 가중치 갱신법칙을 유도하는데 필요한 신경회로망의 성질에 관해 살펴보자.  $\hat{W}$  과  $\hat{V}$  를 각각 이상적인 가중치 행렬  $W$  과  $V$  의 추정값,  $\tilde{W} = W - \hat{W}$  와  $\tilde{V} = V - \hat{V}$  를 각각 가중치 추정오차로 정의하면 다음과 같은 성질을 얻을 수 있다.

성질 1 (1)로 주어진 신경회로망의 추정오차는 다음과 같이 표현된다.

$$W^T \tilde{\sigma}(V^T x_m) - \hat{W}^T \tilde{\sigma}(\hat{V}^T x_m) = \tilde{W}^T \tilde{\sigma}(\hat{V}^T x_m) + W^T \tilde{\tilde{\sigma}} \tag{4}$$

여기서  $\tilde{\tilde{\sigma}} = \tilde{\sigma}(V^T x_m) - \tilde{\sigma}(\hat{V}^T x_m)$  이다.

본 논문에서는 이상적인 가중치 행렬은 다음과 같이 모르는 임의의 양의 값으로 한정되어 있다고 가정한다.

$$\|W\|_F \leq \bar{W}, \|V\|_F \leq \bar{V} \tag{5}$$

여기서  $\|\cdot\|_F$  는 프로베니우스(Frobenius) 놈을 의미한다. 프로베니우스 놈의 정의는  $\|A\|_F = \sqrt{\text{tr}\{A^T A\}}$  이며,  $\text{tr}\{\cdot\}$  는 행렬의 trace이다.

이제 다음과 같은 시변 이산 시스템을 고려하자.

$$x(k+1) = A(k)x(k) + Bu(k), \quad y(k) = Cx(k) \tag{6}$$

여기서  $A(k)$ ,  $B$ , 그리고  $C$  는 적합한 차원을 갖는 행렬이다.

**보조정리 1**[18].  $\Phi(k_1, k_0) = \prod_{i=k_0}^{k_1-1} A(i)$  를 (6)에서 주어진  $A(k)$

에 해당하는 상태전이행렬(state-transition matrix)이라 하면 다음과 같이 말할 수 있다.

$\|\Phi(k_1, k_0)\| < 1, \forall k_1 > k_0 \geq 0$  이면 시스템 (6)은 (i) 시스템 입력이 영이면 globally exponentially stable 하다. (ii) 한정된 입력에 대해 한정된 출력을 갖는다.

**III. 시스템 모델 및 문제 정의**

본 논문에서 사용된 비행기 운동방정식은 다음과 같다[21].

$$\dot{v} = \frac{\cos \alpha \cos \beta}{m} [T + F_x] + \frac{\sin \beta}{m} [F_y] + \frac{\sin \alpha \cos \beta}{m} [F_z] + g[-\cos \alpha \cos \beta \sin \theta + \sin \beta \sin \phi \cos \theta] + g[+\sin \alpha \cos \beta \cos \phi \cos \theta] \tag{7}$$

$$\dot{\alpha} = -\cos \alpha \tan \beta p + q - \sin \alpha \tan \beta r - \frac{\sin \alpha}{mV \cos \beta} [T + F_x] + \frac{\cos \alpha}{mV \cos \beta} [F_z] + \frac{g}{V \cos \beta} [\sin \alpha \sin \theta + \cos \alpha \cos \phi \cos \theta] \tag{8}$$

$$\dot{\beta} = \sin \alpha p - \cos \alpha r - \frac{\cos \alpha \sin \beta}{mV} [T + F_x] + \frac{\cos \beta}{mV} [F_y] - \frac{\sin \alpha \sin \beta}{mV} F_z + \frac{g}{V} [\cos \alpha \sin \beta \sin \theta] + \frac{g}{V} [\cos \beta \cos \theta \sin \phi - \sin \alpha \sin \beta \cos \phi \cos \theta] \tag{9}$$

$$\dot{p} = I_2 pq + I_1 qr + I_3 L + I_4 N \tag{10}$$

$$\dot{q} = I_5 pr - I_6 (p^2 - r^2) + I_7 M \tag{11}$$

$$\dot{r} = -I_2 qr + I_8 pq + I_4 L + I_9 N \tag{12}$$

$$\dot{\phi} = p + \tan \theta (\sin \phi q + \cos \phi r) \quad (13)$$

$$\dot{\theta} = \cos \phi q - \sin \phi r \quad (14)$$

$$\dot{\psi} = \frac{\sin \phi q + \cos \phi r}{\cos \theta} \quad (15)$$

여기서 관성모멘트  $I_j, j=1,2,\dots,9$  는 다음과 같이 정의된다

$$I_1 = -\frac{I_z(I_z - I_y) + I_{xz}^2}{I_x I_z - I_{xz}^2}, \quad I_2 = \frac{I_{xz}(I_x - I_y + I_z)}{I_x I_z - I_{xz}^2}, \quad I_3 = \frac{I_z}{I_x I_z - I_{xz}^2}$$

$$I_4 = \frac{I_{xz}}{I_x I_z - I_{xz}^2}, \quad I_5 = \frac{I_z - I_x}{I_y}, \quad I_6 = \frac{I_{xz}}{I_y}, \quad I_7 = \frac{1}{I_y}$$

$$I_8 = \frac{I_x(I_x - I_y) + I_{xz}^2}{I_x I_z - I_{xz}^2}, \quad I_9 = \frac{I_x}{I_x I_z - I_{xz}^2}$$

(7-15)를 상태공간 운동방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{V} = f_v(x_1, x_2, \theta, V, u) \quad (16)$$

$$\dot{x}_1 = f_{x1}(x_1, x_2, \theta, V, u) \quad (17)$$

$$\dot{x}_2 = f_{x2}(x_1, x_2, V, u) \quad (18)$$

$$\dot{x}_3 = f_{x3}(\theta, \phi)x_2 \quad (19)$$

여기서  $x_1 = [\alpha \beta \phi]^T$ ,  $x_2 = [p q r]^T$ ,  $x_3 = [\theta \psi]^T$ ,  $u = [\delta_e \delta_a \delta_r]^T$  이다.

(16-19)를 간단한 오일러 근사화 방법을 통해 이산화하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다[22].

$$V(k+1) = V(k) + Tf_v(x_1(k), x_2(k), \theta(k), V(k), u(k)) \quad (20)$$

$$x_1(k+1) = x_1(k) + Tf_{x1}(x_1(k), x_2(k), \theta(k), V(k), u(k)) \quad (21)$$

$$x_2(k+1) = x_2(k) + Tf_{x2}(x_1(k), x_2(k), V(k), u(k)) \quad (22)$$

$$x_3(k+1) = x_3(k) + Tf_{x3}(\theta(k), \phi(k))x_2(k) \quad (23)$$

여기서  $T$  는 이산화를 위한 샘플링 시간이다.

제어입력에 선형적인 운동방정식 형태로 표현하기 위해 공기역학적인 힘  $F_x, F_y, F_z$  와 모멘트  $L, M, N$  이 받음각, 옆미끄러짐각과 비선형적으로 함수관계에 있고, 제어입력과는 선형적으로 표현된다고 가정하자. 이러한 가정은 비선형 운동방정식이 제어변수에 대해 선형적인 관계를 형성하게 만들어 준다. 공기역학적인 힘과 모멘트를 운동방정식에 대입하면 다음과 같은 형태의 운동방정식을 얻을 수 있게 된다 [11,12].

$$\dot{x}_1^A = f_1^N(x_1, \theta, V) + g_{11}^N(x_1, \theta)x_2 + g_{12}^N(x_1)x_2 + h_1^N(x_1, V)u$$

$$= f_1^N(x_1, \theta, V) + g_1^N(x_1, \theta)x_2 + h_1^N(x_1, V)u \quad (24)$$

$$\dot{x}_2^A = f_2^N(x_1, x_2, V) + g_2^N(x_1, V)u \quad (25)$$

$$\dot{x}_3^A = f_3^N(\theta, \phi)x_2 \quad (26)$$

여기서  $(\bullet)^A$  는 근사화된 운동방정식임을 나타내고,

$g_i^N = g_{i1}^N + g_{i2}^N$  이며, 그리고  $(\bullet)^N$  는 공기역학 모델로부터 얻은 공칭 함수행렬을 의미한다. 한편, (24)는 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$\dot{x}_1^A \approx f_1^N(x_1, \theta, V) + g_1^N(x_1, \theta)x_2 \quad (27)$$

(27)과 같이 근사화 할 수 있는 이유는 일반적으로 항공기의 경우 힘 방정식에 대한 제어입력의 커플링 정도는 모멘트 방정식에 대한 제어입력의 영향 정도에 비해 상당히 작기 때문이다. 이는 항공기의 제어입력 수단인 조종면이 자세제어를 위한 모멘트 발생장치이기 때문이다[1,23,24].

앞에서와 마찬가지로 (25-27)을 이산화하면 다음식과 같이 된다.

$$x_1^A(k+1) = x_1^A(k) + Tf_1^N(x_1(k), \theta(k), V(k)) + Tg_1^N(x_1(k), \theta(k))x_2(k) \quad (28)$$

$$x_2^A(k+1) = x_2^A(k) + Tf_2^N(x_1(k), x_2(k), V(k)) + Tg_2^N(x_1(k), V(k))u(k) \quad (29)$$

$$x_3^A(k+1) = x_3^A(k) + Tf_3^N(\theta(k), \phi(k))x_2(k) \quad (30)$$

(28-30)과 같이 근사화 함으로써 생기는 실제 모델과의 모델링 오차는 신경회로망으로 보상된다.

본 연구의 제어기 설계 목적은 상태변수  $x_1 = [\alpha \beta \phi]^T$  가 주어진 원하는 궤적  $x_{1d} = [\alpha_d \beta_d \phi_d]^T$  을 추종하도록 하는 것이다. 이를 수학적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|x_1(k) - x_{1d}(k)\| \leq \varepsilon \quad \text{여기서 } \varepsilon > 0 \quad (31)$$

그리고 추정해야 할 궤적  $x_{1d}(k)$  는 모든  $k$  에 대해서 주어지는 것으로 가정한다.

#### IV. 제어기 설계방법

##### 1. 백스테핑 제어기 설계

추정할 변수의 상태오차를  $z_1(k) = x_1(k) - x_{1d}(k)$  라 정의하면,  $x_1$ -부시스템의 운동방정식은 다음과 같이 된다.

$$z_1(k+1) = x_1(k) + Tf_{x1}(x_1(k), x_2(k), \theta(k), V(k), u(k)) - x_{1d}(k+1) \quad (32)$$

(28)을 이용하면 (32)는 다음과 같이 표현된다.

$$z_1(k+1) = x_1(k) + T\Sigma_1(k) + Tf_1^N(x_1(k), \theta(k), V(k)) + Tg_1^N(x_1(k), \theta(k), V(k))x_2(k) - x_{1d}(k+1) \quad (33)$$

여기서

$$\Sigma_1(k) \equiv f_{x1}(x_1(k), x_2(k), \theta(k), V(k), u(k)) - \{f_1^N(x_1(k), \theta(k), V(k)) + g_1^N(x_1(k), \theta(k))x_2(k)\} \quad (34)$$

위 식에서  $\Sigma_1(k)$  은 1개의 은닉층을 갖는 신경회로망에 의해 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\Sigma_1(k) = W_1^T(k)\bar{\sigma}(V_1^T(k)x_{m1}(k)) + \varepsilon(x_{m2}(k)), \quad \|\varepsilon(x_{m1}(k))\| \leq \bar{\varepsilon}_1 \quad (35)$$

여기서  $\mathbf{x}_{m1}(k) = [1 \ x_1^T(k) \ x_2^T(k) \ \theta(k) \ 1/V(k)]^T$  이다. 신경회로망의 입력으로  $V(k)$  대신에  $1/V(k)$  이 사용된 이유는 좀 더 나은 신경회로망 성능을 위해 입력들의 차수를 거의 같게 만들기 위해서이다.

35)를 (33)에 대입하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$z_1(k+1) = x_1(k) + T\mathbf{W}_1^T(k)\bar{\sigma}(V_1^T(k)\mathbf{x}_{m1}(k)) + T\varepsilon(\mathbf{x}_{m2}(k)) + T\mathbf{f}_1^N(x_1(k), \theta(k), V(k)) + T\mathbf{g}_1^N(x_1(k), \theta(k))x_2(k) - x_{1d}(k+1)) \quad (36)$$

백스테핑 기법을 적용하기 위해  $x_2(k)$  를 가상의 제어입력으로 간주하면,  $x_1$ -부시스템을 안정화 시키는 가상제어기  $x_2$  는 다음과 같이 선택할 수 있다.

$$x_{2d}(k) = \left\{ T\mathbf{g}_1^N(x_1(k), x_2(k)) \right\}^{-1} \{-x_1(k) - T\mathbf{f}_1^N(x_1(k), \theta(k), V(k)) + \Lambda_1 z_1(k) + x_{1d}(k+1) - T\hat{\mathbf{W}}_1^T(k)\bar{\sigma}(V_1^T(k)\mathbf{x}_{m1}(k))\} \quad (37)$$

여기서  $\Lambda_1$  는 대각성분이 1보다 작은 대각행렬이다.

이상적인 신경회로망의 가중치를 알 수 없으므로 추정된 가중치 행렬이 (37)에서 사용되었다.

이제,  $z_2(k) = x_2(k) - x_{2d}(k)$  로 정의하고, (4)와 (37)을 (36)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$z_1(k+1) = \Lambda_1 z_1(k) + T\mathbf{g}_1^N(x_1(k), \theta(k))z_2(k) + T\hat{\mathbf{W}}_1^T(k)\bar{\sigma}_1(k) + T\mathbf{W}_1^T(k)\bar{\sigma}_1(k) + T\varepsilon(\mathbf{x}_{m1}) \quad (38)$$

여기서  $\hat{\sigma}_1(k) \equiv \bar{\sigma}_1(V_1^T(k)\mathbf{x}_{m1}(k))$  이다.

앞에서  $z_2(k) = x_2(k) - x_{2d}(k)$  로 정의하였으므로,  $x_2$ -부시스템의 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$z_2(k+1) = x_2(k) + T\mathbf{f}_{x2}(x_1(k), x_2(k), V(k), u(k)) - x_{2d}(k+1) \quad (39)$$

일약에 가상제어입력  $x_{2d}$  의 미래의 값, 즉,  $x_{2d}(k+1)$  를 알 수 있다고 가정하면, 가상제어기와 유사한 방법으로 최종적인 제어기를 설계할 수 있지만, 실제로 미래의 가상제어기 값을 알 수 없다. 따라서  $x_{2d}(k+1)$  를 알 수 있다는 가정 하에 유도된 제어기는 실제 시스템에 적용이 불가능하게 된다. 이러한 문제점은 계층적 구조를 갖는 이산시스템에 대해 백스테핑 기법을 적용할 때 일어나는 문제로서 causality contradiction이라 불리워진다[18]. 본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해 신경회로망의 응용성을 이용하였다. 우선,  $\Sigma_2$  를 다음과 같이 정의하자.

$$\Sigma_2(k) \equiv \left[ \begin{array}{c} f_{x2}(x_1(k), x_2(k), V(k), u(k)) - \frac{x_{2d}(k+1)}{T} \\ f_2^N(x_1(k), x_2(k), V(k)) + g_2^N(x_1(k), V(k))u(k) - \frac{x_{2d}(k)}{T} \end{array} \right] \quad (40)$$

이 식에서  $\Sigma_2(k)$  는 다음과 같이 신경회로망에 의해 표현될 수 있다.

$$\Sigma_2(k) = \mathbf{W}_2^T(k)\bar{\sigma}(V_2^T(k)\mathbf{x}_{m2}(k)) + \varepsilon(\mathbf{x}_{m2}(k)), \quad \|\varepsilon(\mathbf{x}_{m2}(k))\| \leq \bar{\varepsilon}_2 \quad (41)$$

(40)에서  $x_{2d}(k+1)$  는 알 수 없지만, (20-23)과 더불어 (37)을 살펴보면  $x_{2d}(k+1)$  는  $V(k)$ ,  $x_1(k)$ ,  $x_2(k)$ ,  $\theta(k)$ ,  $x_{1d}(k)$ ,  $x_{1d}(k+1)$  그리고  $x_{1d}(k+2)$  의 함수의 형태로 표현됨을 알 수 있다. 그러므로  $\Sigma_2(k)$  을 표현하는 신경회로망의 입력을 다음과 같이 설정하면,  $x_{2d}(k+1)$  의 값을 모르는 상태에서 현재의 알 수 있는 상태변수들과 원하는 궤적정보를 이용하여 표현할 수 있게 된다.

$$\mathbf{x}_{m2}(k) = [1 \ x_1^T(k) \ x_2^T(k) \ \theta(k) \ 1/V(k) \ x_{1d}^T(k) \ x_{1d}^T(k+1) \ x_{1d}^T(k+2)]^T \quad (42)$$

따라서 (42)와 같이 신경회로망의 입력을 선택하면  $x_{2d}(k+1)$  에 대한 정보가 필요치 않게 됨으로 causality contradiction을 피할 수 있게 된다.

(40,41)을 이용하면 (39)는 다음과 같이 다시 정리 할 수 있다.

$$z_2(k+1) = z_2(k) + T\mathbf{f}_2^N(x_1(k), x_2(k), V(k)) + T\mathbf{g}_2^N(x_1(k), V(k))u(k) + T\mathbf{W}_2^T(k)\bar{\sigma}(V_2^T(k)\mathbf{x}_{m2}(k)) + T\varepsilon(\mathbf{x}_{m2}(k)) \quad (43)$$

제어입력  $u(k)$  를 다음과 같이 선택하자.

$$u(k) = \left\{ T\mathbf{g}_2^N(x_1(k), V(k)) \right\}^{-1} \{(\Lambda_2 - 1)z_2(k) - T\mathbf{f}_2^N(x_1(k), x_2(k), V(k)) - T\hat{\mathbf{W}}_2^T(k)\bar{\sigma}(V_2^T(k)\mathbf{x}_{m2}(k)) + T\upsilon(k)\} \quad (44)$$

여기서  $\Lambda_2$  는 대각성분이 1보다 작은 대각행렬이다. 그리고  $\upsilon(k)$  는 보정항으로서 나중에 결정한다.

(44)를 (43)에 대입하고 (4)를 이용하면 빠른 동특성을 갖는  $x_2$ -부시스템의 폐루프 운동방정식은 다음과 같이 된다.

$$z_2(k+1) = \Lambda_2 z_2(k) + T\hat{\mathbf{W}}_2^T(k)\hat{\sigma}_2(k) + T\mathbf{W}_2^T(k)\hat{\sigma}_2(k) + T\upsilon(k) + T\varepsilon(\mathbf{x}_{m2}(k)) \quad (45)$$

여기서  $\hat{\sigma}_2(k) \equiv \bar{\sigma}(V_2^T(k)\mathbf{x}_{m2}(k))$  이다.

본 논문에서 제안한 신경회로망을 이용한 되먹임 선형화 기법을 실제 시스템에 적용키 위해서는 다음의 가정과 보조정리가 필요하다.

**가정 1**  $g_1^N(x_1(k), \theta(k))$  의 프로베나어스 놈은 상한값  $\bar{g}_1$  으로 한정된다.

**보조정리 2**  $g_1^N(\theta(k), x_3(k))$  와  $g_2^N(x_1(k), V(k))$  은 역변환이 가능하다.

**증명 :** 앞에서  $g_1^N = g_{11}^N + g_{12}^N$  으로 정의하였는데,  $g_{11}^N$  항은 운동기하학에 의해 생기는 항으로서 모든 항공기에 동일하게 생기는 항이다. 임의의  $\phi$  와 물리적으로 움직일 수 있는 의미있는 범위 값을 갖는  $\alpha, \beta, \theta$  에 대해서  $g_{11}^N$  을 구성하는 항들은 선형적으로 독립적이다[11,24]. 따라서  $g_{11}^N$  행렬은 full rank를 갖는다. 또한,  $g_{12}^N$  은 매우 작은 값을 갖는  $\rho/m$  항과 곱해진 공력계수들로 구성되므로,  $g_{12}^N$  의 값은 매우 작다. 본 논문에서 사용한 공력계수 모델을 이용해서 모

의실험을 수행한 결과, 의미있는 상태변수 범위, 즉  $-10^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$ ,  $-15^\circ \leq \beta \leq 15^\circ$ ,  $-180^\circ \leq \phi \leq 180^\circ$  에서  $g_{11}^N$  의 최소특이치는  $1.71e-1$  이고,  $g_{12}^N$  의 최대 특이치는  $7.785e-2$  이었다. 그리고  $\sigma(g_{11}^N) \geq \sigma(g_{12}^N) - \bar{\sigma}(g_{12}^N)$  [25] 이므로  $\sigma(g_{11}^N)$  는 항상 양수이다. 따라서  $g_{11}^N(x_1, x_2)$  는 역변환이 가능하다. 또한, 항공기의 제어면들은 독립적으로 각각의 축에 해당하는 각속도를 제어하도록 설계되어 있으므로 [11],  $g_{21}^N(x_1, V)$  은 항상 역변환이 가능하다. 그림 2는 제안한 신경회로망을 이용한 적응제어기의 전체적인 시스템 구성도를 보여준다.

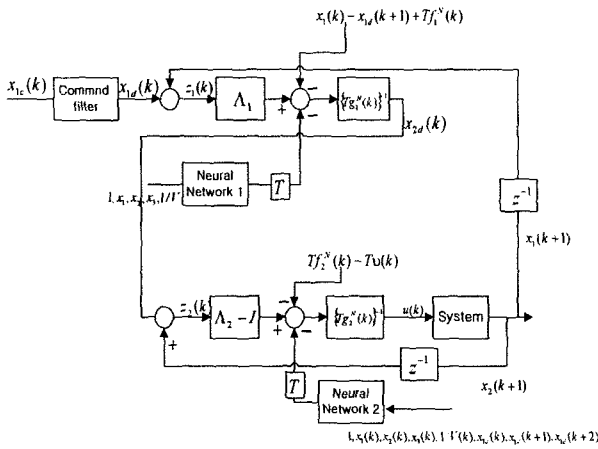


그림 2. 신경회로망 적응제어기 시스템 구성도.  
Fig. 2. The Configuration of NN Based Adaptive Control.

그림 2에서 볼 수 있듯이 신경회로망 1과 2는 각각  $x_1$ -부시스템과  $x_2$ -부시스템의 공칭모델과의 오차를 보상하기 위해 도입하였다. 특히, 신경회로망 2의 입력을 이산 시스템 운동방정식을 고려하여 적절히 선택함으로써 백스테핑기법을 이산 시스템에 적용시에 나타나는 causality contradiction 문제를 해결하였다.

2. 안정성 해석

이 절에서는 이산 르야프노프 차분식을 이용하여 신경회로망 가중치 추정오차와 오차 상태변수들을 한정시킬 수 있는 신경회로망 가중치 갱신법칙을 유도한다.

먼저, 다음과 같은 르야프노프 후보함수를 고려하자.

$$V_1(k) = z_1(k)^T z_1(k) + \frac{1}{\alpha_1} \text{tr}(\tilde{W}_1^T(k) \tilde{W}_1(k)) + \frac{1}{\alpha_2} \text{tr}(\tilde{V}_1^T(k) \tilde{V}_1(k)) + z_2(k)^T z_2(k) + \frac{1}{\alpha_3} \text{tr}(\tilde{W}_2^T(k) \tilde{W}_2(k)) + \frac{1}{\alpha_4} \text{tr}(\tilde{V}_2^T(k) \tilde{V}_2(k)) \quad (46)$$

여기서  $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0, \alpha_3 > 0, \alpha_4 > 0$  이다.

두개의 연속적인 르야프노프 후보함수의 차분값은 다음과 같이 된다.

$$\Delta V(k) = V(k+1) - V(k) = \Delta V_{z_1} + \Delta V_{W_1} + \Delta V_{V_1} + \Delta V_{z_2} + \Delta V_{W_2} + \Delta V_{V_2} \quad (47)$$

여기서

$$\Delta V_{z_1} = z_1(k+1)^T z_1(k+1) - z_1(k)^T z_1(k) \quad (48)$$

$$\Delta V_{W_1} = \frac{1}{\alpha_1} \text{tr}(\tilde{W}_1^T(k+1) \tilde{W}_1(k+1)) - \frac{1}{\alpha_1} \text{tr}(\tilde{W}_1^T(k) \tilde{W}_1(k)) \quad (49)$$

$$\Delta V_{V_1} = \frac{1}{\alpha_2} \text{tr}(\tilde{V}_1^T(k+1) \tilde{V}_1(k+1)) - \frac{1}{\alpha_2} \text{tr}(\tilde{V}_1^T(k) \tilde{V}_1(k)) \quad (50)$$

$$\Delta V_{z_2} = z_2(k+1)^T z_2(k+1) - z_2(k)^T z_2(k) \quad (51)$$

$$\Delta V_{W_2} = \frac{1}{\alpha_3} \text{tr}(\tilde{W}_2^T(k+1) \tilde{W}_2(k+1)) - \frac{1}{\alpha_3} \text{tr}(\tilde{W}_2^T(k) \tilde{W}_2(k)) \quad (52)$$

$$\Delta V_{V_2} = \frac{1}{\alpha_4} \text{tr}(\tilde{V}_2^T(k+1) \tilde{V}_2(k+1)) - \frac{1}{\alpha_4} \text{tr}(\tilde{V}_2^T(k) \tilde{V}_2(k)) \quad (53)$$

표기상의 편의를 위해 이하 부분에서는 시간 인덱스  $k$  를 생략하기로 한다. 또한,  $\|A\|$  는  $A$  가 벡터인 경우 Euclidian 노름,  $A$  가 행렬인 경우 프로베니우스 노름을 각각 의미한다. 오차 운동방정식 (38)을 (48)에 대입하면 다음의 부등식이 성립하게 된다.

$$\Delta V_{z_1} \leq -(1 - \kappa_1^2) \|z_1\|^2 + T^2 \|g_1^N\|^2 \|z_2\|^2 + 2\kappa_1 z_1^T R + 2T z_2^T g_1^{N^T} R + 2\kappa_1 T z_1^T g_1^N z_2 + T^2 \|\hat{\sigma}_1\|^2 \|\tilde{W}_1\|^2 + 2T^2 \left( \|\hat{\sigma}_1\| \|\tilde{\sigma}_1\| \|\tilde{W}_1\| + \|\hat{\sigma}_1\| \|\tilde{\epsilon}_1\| \|\tilde{W}_1\| \right) + T^2 \left( \|\tilde{W}_1\|^2 \|\tilde{\sigma}_1\|^2 + \tilde{\epsilon}_1^2 + 2\tilde{\epsilon}_1 \tilde{W}_1 \|\tilde{\sigma}_1\| \right) \quad (54)$$

여기서  $\kappa_1$  는  $\Lambda_1$  의 최대 특이치이고,  $R = T(\tilde{W}_1 \hat{\sigma}_1 + \tilde{W}_1 \tilde{\sigma}_1 + \tilde{\epsilon}_1(x_{mi}))$  이다.

본 논문에서 고려한 활성화 함수는 (2)와 같이 정의된 활성화 함수를 사용하므로,  $\sigma$  와  $\hat{\sigma}$  는 유한한 성질을 갖는다. 이러한 성질과 가정 1로부터 다음의 부등식을 쉽게 도출할 수 있다.

$$2T^2 \left( \|\hat{\sigma}_1\| \|\tilde{\sigma}_1\| \|\tilde{W}_1\| + \|\hat{\sigma}_1\| \|\tilde{\epsilon}_1\| \right) \leq c_1 \quad (55a)$$

$$T^2 \left( \|\tilde{W}_1\|^2 \|\tilde{\sigma}_1\|^2 + \tilde{\epsilon}_1^2 + 2\tilde{\epsilon}_1 \tilde{W}_1 \|\tilde{\sigma}_1\| \right) \leq c_2 \quad (55b)$$

$$2T\kappa_1 \left( \|\tilde{W}_1\| \|\tilde{\sigma}_1\| + \tilde{\epsilon}_1 \right) \leq c_3 \quad (55c)$$

$$2T^2 \left( \|\tilde{W}_1\| \|\tilde{\sigma}_1\| + \tilde{\epsilon}_1 \right) \leq c_4 \quad (55d)$$

$$2\kappa_1 z_1^T R \leq 2T\kappa_1 z_1^T \tilde{W}_1^T \hat{\sigma}_1 + c_3 \|z_1\| \quad (55e)$$

$$2T z_2^T g_1^{N^T} R \leq 2T^2 z_2^T g_1^{N^T} \tilde{W}_1^T \hat{\sigma}_1 + c_4 \|g_1^N\| \|z_2\| \quad (55f)$$

(55)를 (57)에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\Delta V_{z_1} \leq -(1 - \kappa_1^2) \|z_1\|^2 + T^2 \|g_1^N\|^2 \|z_2\|^2 + c_3 \|z_1\| + c_4 \|g_1^N\| \|z_2\| + 2\kappa_1 T z_1^T g_1^N z_2 + T^2 \|\hat{\sigma}_1\|^2 \|\tilde{W}_1\|^2 + c_1 \|\tilde{W}_1\| + 2T\kappa_1 z_1^T \tilde{W}_1^T \hat{\sigma}_1 + 2T^2 z_2^T g_1^{N^T} \tilde{W}_1^T \hat{\sigma}_1 + c_2 \quad (56)$$

이제, 신경회로망 가중치 오차  $\tilde{W}_1$  의 운동방정식을 다음과

값이 선택하자.

$$\begin{aligned} \tilde{W}_1(k+1) &= \tilde{W}_1(k) + T\mu_{w_1}\hat{W}_1(k) + \frac{\kappa_1\alpha_1 T}{T\mu_{w_1}-1}\hat{\sigma}_1(k)z_1^T(k) \\ &\quad + \frac{T^2\alpha_1}{T\mu_{w_1}-1}\hat{\sigma}_1(k)z_2^T(k)g_1^N(k)^T \end{aligned} \quad (57)$$

(57)을 이용하면, (52)의  $\Delta V_{w_1}$ 는 다음과 같은 부등식을 만족한다.

$$\begin{aligned} \Delta V_{w_1} &\leq \frac{T^2\mu_{w_1}^2 - 2T\mu_{w_1}}{\alpha_1}\|\tilde{W}_1\|^2 + c_7\|\tilde{W}_1\| + \frac{\kappa_1^2\alpha_1 T^2}{(T\mu_{w_1}-1)^2}\|\hat{\sigma}_1\|^2\|z_1\|^2 \\ &\quad + \frac{T^4\alpha_1}{(T\mu_{w_1}-1)^2}\|\hat{\sigma}_1\|^2\|g_1^N\|^2\|z_2\|^2 + c_5\|z_1\| + c_6\|g_1^N\|\|z_2\| \\ &\quad + 2\frac{\kappa_1\alpha_1 T^3}{(T\mu_{w_1}-1)^2}\|\hat{\sigma}_1\|^2 z_2^T g_1^N z_1 \\ &\quad - 2T\kappa_1 z_1^T \tilde{W}_1^T \hat{\sigma}_1 - 2T^2 z_2^T g_1^N \tilde{W}_1^T \hat{\sigma}_1 + c_8 \end{aligned} \quad (58)$$

여기서

$$\begin{aligned} \frac{2T^2\kappa_1\mu_{w_1}}{T\mu_{w_1}-1}\|\tilde{W}_1^T \hat{\sigma}_1\| &\leq c_5, \quad \frac{2T^3\mu_{w_1}}{T\mu_{w_1}-1}\|\tilde{W}_1^T \hat{\sigma}_1\| \leq c_6, \\ \left\|\frac{2T^2\mu_{w_1}^2 - 2T\mu_{w_1}}{\alpha_1}\tilde{W}_1\right\| &\leq c_7, \quad \frac{T^2\mu_{w_1}^2\bar{w}_1^2}{\alpha_1} = c_8. \end{aligned}$$

이한,  $\tilde{V}_1$ 의 운동방정식을 다음과 같이 선택하자.

$$\dot{\tilde{V}}_1(k+1) = \tilde{V}_1(k) + T\mu_{v_1}\hat{V}_1(k) + T\sqrt{\alpha_2}\frac{\bar{x}_1(k)}{\|\bar{x}_1(k)\|}z_1^T\frac{\hat{W}_1(k)^T\hat{\sigma}_1(k)}{\|\tilde{W}_1(k)^T\hat{\sigma}_1(k)\|} \quad (59)$$

여기서  $\hat{\sigma}_1(k) = d\bar{\sigma}(z(k))/dz(k)|_{z(k)=\bar{z}(k)^T\bar{x}(k)}$ 이다. (59)를 (50)

에 대입하면  $\Delta V_{v_1}$ 는 다음 부등식을 만족한다.

$$\begin{aligned} \Delta V_{v_1} &\leq \frac{T^2\mu_{v_1}^2 - 2T\mu_{v_1}}{\alpha_2}\|\tilde{V}_1\|^2 + c_9\|\tilde{V}_1\| + T^2\|z_1\|^2 \\ &\quad + c_{10}\|z_1\| + c_{11}\|\tilde{V}_1\|\|z_1\| + c_{12} \end{aligned} \quad (60)$$

여기서

$$\begin{aligned} \left\|\frac{2T^2\mu_{v_1}^2 - 2T\mu_{v_1}}{\alpha_2}\tilde{V}_1\right\| &\leq c_9, \quad \frac{2T^2\mu_{v_1}}{\sqrt{\alpha_2}}\tilde{V}_1 = c_{10}, \\ \left\|\frac{2T - 2T^2\mu_{v_1}}{\sqrt{\alpha_2}}\tilde{V}_1\right\| &= c_{11}, \quad \frac{T^2\mu_{v_1}^2\bar{v}_1^2}{\alpha_2} = c_{12}. \end{aligned}$$

다음으로 빠른 동특성을 갖는 운동방정식에 대해 앞에서와 유사한 절차를 따라 해석하자. 오차 운동방정 (45)를 (51)에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta V_{z_2} &\leq -(1 - \kappa_2^2)\|z_2\|^2 + T^2\|v\|^2 + T^2\|\hat{\sigma}_2\|^2\|\tilde{W}_2\|^2 \\ &\quad + (2\kappa_2 T z_2^T + 2T^2 v^T)\left(\tilde{W}_2^T \hat{\sigma}_2 + \bar{\varepsilon}_2\right) + 2\kappa_2 T z_2^T v \\ &\quad + 2\kappa_2 T z_2^T \tilde{W}_2^T \hat{\sigma}_2 + 2T^2 v^T \tilde{W}_2^T \hat{\sigma}_2 \\ &\quad + 2T^2\left(\|\hat{\sigma}_2\|\|\tilde{W}_2\| + \|\hat{\sigma}_2\|\|\bar{\varepsilon}_2\|\right)\|\tilde{W}_2\| \\ &\quad + T^2\left(\|\tilde{W}_2\|^2\|\hat{\sigma}_2\|^2 + \bar{\varepsilon}_2^2 + 2\bar{\varepsilon}_2\tilde{W}_2\|\hat{\sigma}_2\|\right) \end{aligned} \quad (61)$$

여기서  $\kappa_2$ 는  $\Lambda_2$ 의 최대 특이치값이다.

(56)과 (58)에서  $z_1$ 과  $z_2$ 간의 연성된 항을 제거하기 위해 (61)의 보정항  $v$ 를 다음과 같이 선택하자.

$$v = -\Gamma_v g_1^N z_1 \quad (62)$$

여기서  $\Gamma_v = \frac{\kappa_1}{\kappa_2}\left[1 + \frac{\alpha_1 T^2}{(T\mu_{w_1}-1)^2}\|\hat{\sigma}_1\|^2\right]$ 이다.

그리고 (62)를 (61)에 대입하면, 다음 부등식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta V_{z_2} &\leq -(1 - \kappa_2^2)\|z_2\|^2 + T^2\Gamma_v^2\|g_1^N\|^2\|z_1\|^2 + T^2\|\hat{\sigma}_2\|^2\|\tilde{W}_2\|^2 \\ &\quad + c_{13}\|z_2\| + c_{14}\|g_1^N\|\|z_1\| + c_{15}\|\tilde{W}_2\| \\ &\quad - 2\kappa_1\left[T + \frac{\alpha_1 T^3}{(T\mu_{w_1}-1)^2}\|\hat{\sigma}_1\|^2\right]z_2^T g_1^N z_1 \\ &\quad + 2\kappa_2 T z_2^T \tilde{W}_2^T \hat{\sigma}_2 - 2T^2\Gamma_v(g_1^N z_1)^T \tilde{W}_2^T \hat{\sigma}_2 + c_{16} \end{aligned} \quad (63)$$

여기서

$$2\kappa_2 T\|\tilde{W}_2^T \hat{\sigma}_2 + \varepsilon_2\| \leq c_{13}, \quad 2T^2\Gamma_v\|\tilde{W}_2^T \hat{\sigma}_2 + \varepsilon_2\| \leq c_{14}$$

$$2T^2\left(\|\hat{\sigma}_2\|\|\tilde{W}_2\| + \|\hat{\sigma}_2\|\|\bar{\varepsilon}_2\|\right) \leq c_{15},$$

$$T^2\left(\|\tilde{W}_2\|^2\|\hat{\sigma}_2\|^2 + \bar{\varepsilon}_2^2 + 2\bar{\varepsilon}_2\tilde{W}_2\|\hat{\sigma}_2\|\right) \leq c_{16}.$$

$\tilde{W}_2$ 의 운동방정식을 다음과 같이 정하자.

$$\begin{aligned} \tilde{W}_2(k+1) &= \tilde{W}_2(k) + T\mu_{w_2}\hat{W}_2(k) + \frac{\kappa_2\alpha_3 T}{T\mu_{w_2}-1}\hat{\sigma}_2(k)z_2^T(k) \\ &\quad - \frac{\alpha_3\Gamma_v T^2}{T\mu_{w_2}-1}\hat{\sigma}_2(k)z_1^T(k)g_1^N(k) \end{aligned} \quad (64)$$

(52)에 대입하면  $\Delta V_{w_2}$ 는 다음과 같은 식을 만족한다.

$$\begin{aligned} \Delta V_{w_2} &\leq \frac{T^2\mu_{w_2}^2 - 2T\mu_{w_2}}{\alpha_3}\|\tilde{W}_2\|^2 + c_{17}\|\tilde{W}_2\| \\ &\quad + \frac{\alpha_3 T^4 \Gamma_v^2}{(T\mu_{w_2}-1)^2}\|\hat{\sigma}_2\|^2\|g_1^N\|^2\|z_1\|^2 + \frac{\alpha_3\kappa_2^2 T^2}{(T\mu_{w_2}-1)^2}\|\hat{\sigma}_2\|^2\|z_2\|^2 \\ &\quad + c_{18}\|g_1^N\|\|z_1\| + c_{19}\|z_2\| + c_{20}\|g_1^N\|\|z_1\|\|z_2\| \\ &\quad - 2\kappa_2 T z_2^T \tilde{W}_2^T \hat{\sigma}_2 + 2T^2\Gamma_v(g_1^N z_1)^T \tilde{W}_2^T \hat{\sigma}_2 + c_{21} \end{aligned} \quad (65)$$

여기서

$$\left\|\frac{2T^2\mu_{w_2}^2 - 2T\mu_{w_2}}{\alpha_3}\tilde{W}_2\right\| \leq c_{17}, \quad \frac{2T^3\mu_{w_2}\Gamma_v}{1-T\mu_{w_2}}\|\tilde{W}_2^T \hat{\sigma}_2\| \leq c_{18}$$

$$\frac{2T^2\mu_{w_2}\kappa_2}{1-T\mu_{w_2}}\|\tilde{W}_2^T \hat{\sigma}_2\| \leq c_{19}, \quad \frac{2\kappa_2\alpha_3 T^3\Gamma_v}{(T\mu_{w_2}-1)^2}\|\hat{\sigma}_2\| = c_{20}$$

$$\frac{T^2\mu_{w_2}^2\bar{w}_2^2}{\alpha_3} = c_{21}.$$

역시  $\tilde{V}_1$  운동방정식과 같은 방법으로  $V_2$ 의 추정오차 방정식을 다음과 같이 선택하자.

$$\tilde{V}_2(k+1) = \tilde{V}_2(k) + T\mu_{v_2}\hat{V}_2(k) + T\sqrt{\alpha_4} \frac{\tilde{x}_2(k)}{\|\tilde{x}_2(k)\|} z_2^T \frac{\tilde{W}_2(k)^T \hat{\sigma}_2(k)}{\|\tilde{W}_2(k)^T \hat{\sigma}_2(k)\|} \quad (66)$$

여기서  $\hat{\sigma}_2(k) = d\tilde{\sigma}_2(z(k))/dz(k)|_{z(k)=\tilde{v}_2(k)^T \tilde{x}(k)}$  이다.

이제 (53)은 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta V_{v_2} \leq \frac{T^2\mu_{v_2}^2 - 2T\mu_{v_2}}{\alpha_4} \|\tilde{V}_2\|^2 + c_{22}\|\tilde{V}_2\| + T^2\|z_2\|^2 + c_{23}\|z_2\| + c_{24}\|\tilde{V}_2\| \|z_2\| + c_{25} \quad (67)$$

여기서

$$\left\| \frac{2T^2\mu_{v_2}^2 - 2T\mu_{v_2}}{\alpha_4} \tilde{V}_2 \right\| \leq c_{22}, \quad \frac{2T^2\mu_{v_2}}{\sqrt{\alpha_4}} \tilde{V}_2 = c_{23}$$

$$\left\| \frac{2T - 2T^2\mu_{v_2}}{\sqrt{\alpha_4}} \right\| = c_{24}, \quad \frac{T^2\mu_{v_2}^2 \tilde{V}_2^2}{\alpha_4} = c_{25}.$$

(56,58,60,63,65), 그리고 (67)을 이용해서 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\Delta V \leq -K_1\|z_1\|^2 - K_2\|z_2\|^2 - K_3\|\tilde{W}_1\|^2 - K_4\|\tilde{W}_2\|^2 - K_5\|\tilde{V}_1\|^2 - K_6\|\tilde{V}_2\|^2 + c_{20}\|g_1^N\| \|z_1\| \|z_2\| + c_{11}\|\tilde{V}_1\| \|z_1\| + c_{24}\|\tilde{V}_2\| \|z_2\| + C_1\|z_1\| + C_2\|z_2\| + C_3\|\tilde{W}_1\| + C_4\|\tilde{W}_2\| + c_9\|\tilde{V}_1\| + c_{22}\|\tilde{V}_2\| + C_5 \quad (68)$$

여기서

$$K_1 = 1 - \kappa_1^2 - T^2 - \frac{\kappa_1^2 \alpha_1 T^2}{(T\mu_{w_1} - 1)^2} \|\hat{\sigma}_1\|^2 - T^2 \Gamma_v^2 \|g_1^N\|^2 - \frac{\alpha_3 T^4 \Gamma_v^2}{(T\mu_{w_1} - 1)^2} \|\hat{\sigma}_2\|^2 \|g_1^N\|^2$$

$$K_2 = 1 - \kappa_2^2 - T^2 - T^2 \|g_1^N\|^2 - \frac{T^4 \alpha_3}{(T\mu_{w_1} - 1)^2} \|\hat{\sigma}_1\|^2 \|g_1^N\|^2 - \frac{\alpha_3 \kappa_2^2 T^2}{(T\mu_{w_1} - 1)^2} \|\hat{\sigma}_2\|^2$$

$$K_3 = \frac{2T\mu_{w_1} - T^2\mu_{w_1}^2}{\alpha_1} - T^2 \|\hat{\sigma}_1\|^2$$

$$K_4 = \frac{2T\mu_{w_2} - T^2\mu_{w_2}^2}{\alpha_3} - T^2 \|\hat{\sigma}_2\|^2$$

$$K_5 = \frac{2T\mu_{v_1} - T^2\mu_{v_1}^2}{\alpha_2}, \quad K_6 = \frac{2T\mu_{v_2} - T^2\mu_{v_2}^2}{\alpha_4}$$

$$c_3 + c_5 + c_{10} + c_{14} \|g_1^N\| + c_{18} \|g_1^N\| \leq C_1$$

$$c_4 \|g_1^N\| + c_6 \|g_1^N\| + c_{13} + c_{19} + c_{23} \leq C_2$$

$$C_3 = c_1 + c_7, \quad C_4 = c_{15} + c_{17},$$

$$C_5 = c_2 + c_8 + c_{12} + c_{16} + c_{21} + c_{25}.$$

계수  $c_{11}, c_{20}, c_{24}$  의 정의와  $2ab \leq a^2 + b^2$  을 이용하면 (68)은 다음과 같이 한정된다.

$$c_{20} \|g_1^N\| \|z_1\| \|z_2\| + c_{11} \|\tilde{V}_1\| \|z_1\| + c_{24} \|\tilde{V}_2\| \|z_2\| \leq \left( \frac{\alpha_3 T^4 \Gamma_v^2}{(T\mu_{w_1} - 1)^2} \|\hat{\sigma}_2\|^2 \|g_1^N\|^2 + T^2 \right) \|z_1\|^2 + \left( \frac{\alpha_3 \kappa_2^2 T^2}{(T\mu_{w_1} - 1)^2} \|\hat{\sigma}_2\|^2 + T^2 \right) \|z_2\|^2 + \frac{(1 - T\mu_{v_1})^2}{\alpha_2} \|\tilde{V}_1\|^2 + \frac{(1 - T\mu_{v_2})^2}{\alpha_4} \|\tilde{V}_2\|^2 \quad (69)$$

따라서 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\Delta V \leq -K_1'\|z_1\|^2 - K_2'\|z_2\|^2 - K_3\|\tilde{W}_1\|^2 - K_4\|\tilde{W}_2\|^2 - K_5'\|\tilde{V}_1\|^2 - K_6'\|\tilde{V}_2\|^2 + C_1\|z_1\| + C_2\|z_2\| + C_3\|\tilde{W}_1\| + C_4\|\tilde{W}_2\| + c_9\|\tilde{V}_1\| + c_{22}\|\tilde{V}_2\| + C_5 \quad (70)$$

여기서 각각의 계수들은 다음과 같이 정의되며 양수이어야 한다.

$$K_1' = 1 - \kappa_1^2 - 2T^2 - \frac{\kappa_1^2 \alpha_1 T^2}{(T\mu_{w_1} - 1)^2} \|\hat{\sigma}_1\|^2 - T^2 \Gamma_v^2 \|g_1^N\|^2 - \frac{2\alpha_3 T^4 \Gamma_v^2}{(T\mu_{w_1} - 1)^2} \|\hat{\sigma}_2\|^2 \|g_1^N\|^2 > 0 \quad (71a)$$

$$K_2' = 1 - \kappa_2^2 - 2T^2 - T^2 \|g_1^N\|^2 - \frac{T^4 \alpha_3}{(T\mu_{w_1} - 1)^2} \|\hat{\sigma}_1\|^2 \|g_1^N\|^2 - \frac{2\alpha_3 \kappa_2^2 T^2}{(T\mu_{w_1} - 1)^2} \|\hat{\sigma}_2\|^2 > 0 \quad (71b)$$

$$K_3 = \frac{2T\mu_{w_1} - T^2\mu_{w_1}^2}{\alpha_1} - T^2 \|\hat{\sigma}_1\|^2 > 0 \quad (71c)$$

$$K_4 = \frac{2T\mu_{w_2} - T^2\mu_{w_2}^2}{\alpha_3} - T^2 \|\hat{\sigma}_2\|^2 > 0 \quad (71d)$$

$$K_5' = \frac{-2T^2\mu_{v_1}^2 + 4T\mu_{v_1} - 1}{\alpha_2} > 0 \quad (71e)$$

$$K_6' = \frac{-2T^2\mu_{v_2}^2 + 4T\mu_{v_2} - 1}{\alpha_4} > 0 \quad (71f)$$

이제  $\Delta V$  가 음이 되도록 하기 위한 조건을 구하기 위해  $\|z_j\|, \|\tilde{W}_j\|$ , 또는  $\|\tilde{V}_j\|$  ( $j=1,2$ ) 에 대해 각각 완전제곱식을 구한다.  $\|z_j\|$  를 제외한 모든 다른 오차변수들에 대해서도 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\Delta V \leq -K_2' \left( \|z_2\| - \frac{C_2}{2K_2'} \right)^2 - K_3 \left( \|\tilde{W}_1\| - \frac{C_3}{2K_3} \right)^2 - K_4 \left( \|\tilde{W}_2\| - \frac{C_4}{2K_4} \right)^2 - K_5' \left( \|\tilde{V}_1\| - \frac{c_9}{2K_5'} \right)^2 - K_6' \left( \|\tilde{V}_2\| - \frac{c_{22}}{2K_6'} \right)^2 - K_1'\|z_1\|^2 + C_1\|z_1\| + C_5 \quad (72)$$

여기서  $C_{21} = \frac{C_2^2}{4K_2'} + \frac{C_3^2}{4K_3} + \frac{C_4^2}{4K_4} + \frac{c_9^2}{4K_5'} + \frac{c_{22}^2}{4K_6'} + C_5$  이다.

가정 1과 활성화 함수의 유한한 성질, 그리고 (72)에서  $\|z\|$ 의 2차 함수식이 음수가 되도록 하는 다음의 조건과 함께 (71)로 주어진 조건들이 만족되면  $\Delta V < 0$ 가 된다.

$$\|z_1(k)\| > \frac{C_1 + \sqrt{C_1^2 + 4K'_1 C_{z1}}}{2K'_1} \equiv \delta_1 \quad (73)$$

비슷한 방법으로 다른 오차변수들에 대해  $\Delta V < 0$ 가 되도록 하는 범위를 구할 수 있는데 정리하면 다음과 같다.

$$\|z_2(k)\| > \frac{C_2 + \sqrt{C_2^2 + 4K'_2 C_{z2}}}{2K'_2} \equiv \delta_2 \quad (74a)$$

$$\|\tilde{w}_1(k)\| > \frac{C_3 + \sqrt{C_3^2 + 4K_3 C_{w1}}}{2K_3} \equiv \delta_3 \quad (74b)$$

$$\|\tilde{w}_2(k)\| > \frac{C_4 + \sqrt{C_4^2 + 4K_4 C_{w2}}}{2K_4} \equiv \delta_4 \quad (74c)$$

$$\|\tilde{v}_1(k)\| > \frac{c_9 + \sqrt{c_9^2 + 4K'_5 C_{v1}}}{2K'_5} \equiv \delta_5 \quad (74d)$$

$$\|\tilde{v}_2(k)\| > \frac{c_{22} + \sqrt{c_{22}^2 + 4K'_6 C_{v2}}}{2K'_6} \equiv \delta_6 \quad (74e)$$

여기서

$$C_{z2} = \frac{C_1^2}{4K'_1} + \frac{C_3^2}{4K_3} + \frac{C_4^2}{4K_4} + \frac{c_9^2}{4K'_5} + \frac{c_{22}^2}{4K'_6} + C_5$$

$$C_{w1} = \frac{C_1^2}{4K'_1} + \frac{C_2^2}{4K'_2} + \frac{C_4^2}{4K_4} + \frac{c_9^2}{4K'_5} + \frac{c_{22}^2}{4K'_6} + C_5$$

$$C_{w2} = \frac{C_1^2}{4K'_1} + \frac{C_2^2}{4K'_2} + \frac{C_3^2}{4K_3} + \frac{c_9^2}{4K'_5} + \frac{c_{22}^2}{4K'_6} + C_5$$

$$C_{v1} = \frac{C_1^2}{4K'_1} + \frac{C_2^2}{4K'_2} + \frac{C_3^2}{4K_3} + \frac{C_4^2}{4K_4} + \frac{c_{22}^2}{4K'_6} + C_5$$

$$C_{v2} = \frac{C_1^2}{4K'_1} + \frac{C_2^2}{4K'_2} + \frac{C_3^2}{4K_3} + \frac{C_4^2}{4K_4} + \frac{c_9^2}{4K'_5} + C_5$$

(73)과 (74)로부터, (71)을 만족하고 (73)이나 (74)에서 주어진 조건들 중 어느 하나라도 만족하게 되면  $\Delta V \leq 0$ 을 보장하기 된다. 다시 말하면, 상태변수 오차나 신경회로망 가중치 추정오차 중 어느 하나라도 각각에 해당하는 한정값을 넘게 되면,  $\Delta V \leq 0$ 가 되므로 그 오차변수는 어떤 compact set으로 수렴하게 된다. 결과적으로 상태변수 추종오차와 신경회로망 가중치 추정오차는 이산버전 LaSalle이론에 의해 UUB (uniformly ultimately bounded)하고 다음과 같이 정의된 compact set으로 수렴하게 된다.

$$\Omega \equiv \{ \mathbf{e} = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_6]^T, \xi_j \leq \delta_j, (j=1, \dots, 6) \}, \Omega \subset \mathbb{R}^6$$

### 3. 설계변수의 선택

○ 절에서는 (71)을 만족하는 설계변수 선택하는 방법에 대해 살펴보기로 한다. 만약에 은닉층의 노드수가  $N$ 개이고

활성화함수가 sigmoidal함수로 주어지게 되면, 각각의 은닉층 노드에서 나오는 출력의 값은 최대 1보다 작게 된다. 따라서  $\|\hat{\sigma}\|$ 의 한정값은 다음과 같다[26].

$$\|\hat{\sigma}\| \leq \sqrt{N} \quad (75)$$

(75)를 고려하여 (71)을 살펴보면, 조건을 만족하기 위해서는 신경회로망 갱신 이득값  $\alpha_1$ 과  $\alpha_3$ 는 신경회로망의 은닉층의 노드수가 증가하면 점점 작아져야 함을 알 수 있다. 이러한 성질은 다른 신경회로망 관련 문헌에서도 찾아볼 수 있다[27]. 따라서  $\|\hat{\sigma}\|$ 의 최대 한정값을 바탕으로 신경회로망 가중치 갱신 이득값을 선택하게 되면, 결과적으로 신경회로망 가중치의 갱신 속도가 저하되게 된다. 이러한 점을 극복하기 위해 projection algorithm이 제안되었다[26]. 이러한 projection algorithm에 착안하여 가중치 갱신 이득값  $\alpha_1$ 와  $\alpha_3$ 를 다음과 같이 선택하자.

$$\alpha_1 = \frac{\varsigma_{u1}(T\mu_{w_1} - 1)^2}{\varsigma_{d1} + \|\hat{\sigma}_1\|^2}, \quad \alpha_3 = \frac{\varsigma_{u2}(T\mu_{w_2} - 1)^2}{\varsigma_{d2} + \|\hat{\sigma}_2\|^2} \quad (76)$$

여기서  $\varsigma_{u1}, \varsigma_{u2}, \varsigma_{d1}$ , 그리고  $\varsigma_{d2}$ 는 양의 상수이다.

(76)을 가정 1을 고려하여 (71a), (71b)에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$K'_1 > 1 - \kappa_1^2 - 2T^2 - T^2 \kappa_1^2 \varsigma_{u1} - T^2 \frac{\kappa_1^2}{\kappa_2} (1 + \varsigma_{u1} T^2)^2 \bar{g}_1^2 - 2T^4 \varsigma_{u2} \frac{\kappa_1^2}{\kappa_2} (1 + \varsigma_{u1} T^2)^2 \bar{g}_1^2 \quad (77a)$$

$$K'_2 > 1 - \kappa_2^2 - 2T^2 - T^2 \bar{g}_1^2 - T^4 \varsigma_{u1} \bar{g}_1^2 - 2T^2 \kappa_2^2 \varsigma_{u2} \quad (77b)$$

또한, (71c), (71d)로부터  $K_3$ 와  $K_4$ 에 대한 다음과 같은 조건을 구할 수 있다.

$$K_3 > \frac{2T\mu_{w_1} - T^2\mu_{w_1}^2 - T^2\varsigma_{u1}(T\mu_{w_1} - 1)^2}{\alpha_1} \quad (78a)$$

$$K_4 > \frac{2T\mu_{w_2} - T^2\mu_{w_2}^2 - T^2\varsigma_{u2}(T\mu_{w_2} - 1)^2}{\alpha_3} \quad (78b)$$

(77a)와 (77b)의 우변이 양수가 되도록 설계변수를 정하는 것은 어려운 일은 아니다. 왜냐하면 만족해야 할 구속조건보다 설계변수가 많고 우변의 대부분의 항들이 샘플링 시간  $T$ 의 2차 혹은 4차 제곱항이 곱해져 있기 때문이다. 여기서 한가지 살펴봐야 할 점은  $\bar{g}_1$ 의 크기가 매우 크면 (대략적으로,  $\bar{g}_1 > 1/T$ ), (77b)의 우변이 양수가 되는 조건을 보장할 수 없게 된다. 그러나 일반적으로 항공기 시스템에서는 불가능한 상황이다. 또한, (71e), (71f)을 만족하고 (78a)과 (78b)의 우변이 양수가 되도록 하는 조건을 구하면 다음과 같다.

$$1 - \frac{1}{\sqrt{1 + T^2\varsigma_{u1}}} < T\mu_{w_1} < 1 \quad \text{or} \quad 1 < T\mu_{w_1} < 1 + \frac{1}{\sqrt{1 + T^2\varsigma_{u1}}} \quad (79a)$$



$$1 - \frac{1}{\sqrt{1+T^2\zeta_{u2}}} < T\mu_w < 1 \quad \text{or} \quad 1 < T\mu_w < 1 + \frac{1}{\sqrt{1+T^2\zeta_{u2}}} \quad (79b)$$

$$1 - \frac{1}{\sqrt{2}} < T\mu_v < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (79c)$$

$$1 - \frac{1}{\sqrt{2}} < T\mu_{v2} < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (79d)$$

위 식에서 샘플링 시간을 먼저 결정한 후 (79a)와 (79b)를 만족하는  $\mu_w$  와  $\mu_w$  를 선택하는 것은 어려운 일이 아니다.

Remark : (57,59,64), 그리고 (66)으로 주어진 신경회로망 가중치 오차 운동방정식에서, 이상적인 가중치는 일정하고 (즉,  $W_j(k+1)=W_j(k)$ ,  $V_j(k+1)=V_j(k)$ ),  $\|z_1\|$  과  $\|z_2\|$  는 각각  $\delta_1$  과  $\delta_2$  로 한정된다는 점을 고려하여, (79)와 함께 보조정리 1을 적용하면  $\dot{W}_j$  과  $\dot{V}_j$  는 PE (Persistent Excitation) 조건없이 compact sets로 한정됨을 알 수 있다. 연속시스템에서는 e-modification 과  $\sigma$ -modification 등의 기법이 PE 조건을 없애기 위해 주로 사용되어 지는데[28,29], 본 논문에서 제안한 신경회로망 가중치 갱신법칙은  $\sigma$ -modification 기법의 한 변형으로 볼 수 있다. 앞에서 기술한 안정성 해석을 정리하면 다음의 정리로 요약될 수 있다.

정리 1 (20-23)으로 주어진 이산시스템에 대해 가상제어기 (37), 다음과 같은 신경회로망 가중치 갱신법칙 (80), 그리고 (71)을 만족하는 설계변수에 대해 제어입력 (44)가 적용되면, 폐회로의 상태변수 추종오차와 신경회로망 가중치 추정오차는 UUB하고 compact set  $\Omega$  으로 수렴한다.

$$\begin{aligned} \dot{W}_1(k+1) &= (1 - T\mu_w) \dot{W}_1(k) - \frac{\kappa_1 \alpha_1 T}{T\mu_w - 1} \hat{\sigma}_1(k) z_1^T(k) \\ &\quad - \frac{T^2 \alpha_1}{T\mu_w - 1} \hat{\sigma}_1(k) z_2^T(k) g_1^N(k)^T \end{aligned} \quad (80a)$$

$$\dot{V}_1(k+1) = (1 - T\mu_v) \dot{V}_1(k) - T\sqrt{\alpha_2} \frac{\bar{x}_1(k)}{\|\bar{x}_1(k)\|} z_1^T \frac{\dot{W}_1(k)^T \hat{\sigma}_1(k)}{\|\dot{W}_1(k)^T \hat{\sigma}_1(k)\|} \quad (80b)$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_2(k+1) &= (1 - T\mu_w) \dot{W}_2(k) - \frac{\kappa_2 \alpha_3 T}{T\mu_w - 1} \hat{\sigma}_2(k) z_2^T(k) \\ &\quad + \frac{\alpha_3 \Gamma_v T^2}{T\mu_w - 1} \hat{\sigma}_2(k) z_1^T(k) g_1^N(k) \end{aligned} \quad (80c)$$

$$\dot{V}_2(k+1) = (1 - T\mu_v) \dot{V}_2(k) - T\sqrt{\alpha_4} \frac{\bar{x}_2(k)}{\|\bar{x}_2(k)\|} z_2^T \frac{\dot{W}_2(k)^T \hat{\sigma}_2(k)}{\|\dot{W}_2(k)^T \hat{\sigma}_2(k)\|} \quad (80d)$$

V. 수치 시뮬레이션

이 절에서는 제안한 제어기의 효용성을 보이기 위한 수치 시뮬레이션을 수행하였다. 고도 10,000 ft, 속력  $V=500$  ft/sec 로 정상 수평비행하는 F-16 항공기 모델에 적용하였으며 추력  $T$  는 1478.5 lbf 로 일정하다고 하였다. 공력모델은 참고

문헌 [30]에 보고된 모델을 사용하였다. 또한, 항공기 무게, 추력, 관성모멘트 계수도 일정하다고 가정하였다. 추종해야 할 상태변수 명령은 다음과 같이 설정하였다.

$$\begin{cases} \alpha_c = 2.4^\circ, \beta_c = 0^\circ, \phi_c = 0^\circ & 0 \leq t \leq 2 \text{ (sec)} \\ \alpha_c = 10^\circ, \beta_c = 0^\circ, \phi_c = 50^\circ & 2 \leq t \leq 10 \text{ (sec)} \\ \alpha_c = -2^\circ, \beta_c = 0^\circ, \phi_c = 0^\circ & 10 \leq t \leq 15 \text{ (sec)} \end{cases}$$

위 명령을 제안한 제어기를 적용할 수 있도록 하기 위해, 미분가능한 부드러운 신호를 생성하기 위한 다음과 같은 3차 선형필터를 사용하였다.

$$\begin{aligned} \alpha_d(s) &= \frac{\omega_{n1}\omega_{n2}^2}{(s+\omega_{n1})(s^2+2\zeta_1\omega_{n2}s+\omega_{n2}^2)} \\ \beta_d(s) &= \frac{\omega_{n1}\omega_{n2}^2}{(s+\omega_{n1})(s^2+2\zeta_1\omega_{n2}s+\omega_{n2}^2)} \\ \phi_d(s) &= \frac{\omega_{n1}\omega_{n2}^2}{(s+\omega_{n1})(s^2+2\zeta_1\omega_{n2}s+\omega_{n2}^2)} \end{aligned}$$

여기서  $\omega_{n1}=12$  rad/sec,  $\omega_{n2}=3$  rad/sec, 그리고  $\zeta_1=0.8$  으로 설정하였다.

제어면 손상으로 인한 공력모델의 오차는 비행시험이나 풍동실험 등을 통해 비교적 믿을 만한 수치를 얻어야 하나 본 논문에서는 임의로 생성하였으며, 평균 공력 모델링 오차는 표 1과 2에 정리하였다.

표 1.  $x_1$ -부시스템의 평균공력모델오차(%).

Table 1. Aerodynamic modeling error for slow subsystem (%).

계수	오차	계수	오차	계수	오차
$C_x$	53.6	$C_{y\delta}$	33.2	$C_y$	19.9
$C_{x\delta}$	48.3	$C_{y\delta}$	60.9	$C_z$	242.3
$C_q$	22.5	$C_{y\delta}$	101.3	$C_{z\delta}$	45.9
$C_y$	174.5	-	-	$C_z$	70.9

표 2.  $x_2$ -부시스템의 평균공력모델오차(%).

Table 2. Aerodynamic modeling error for fast subsystem (%).

계수	오차	계수	오차	계수	오차
$C_l$	67.8	$C_m$	58.9	$C_n$	55.2
$C_{l\delta}$	55.2	$C_{m\delta}$	49.3	$C_{n\delta}$	257.7
$C_l$	22.3	$C_{m\delta}$	17.9	$C_n$	49.7
$C_{l\delta}$	139.9	-	-	$C_{n\delta}$	55.1
$C_{l\delta}$	33.3	-	-	$C_{n\delta}$	12.6

본 논문에서 사용된 평균공력 모델링 오차는 다음과 같이 정의된다.

$$AME \equiv \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left| \frac{C^{k \text{ nominal}} - C^{k \text{ perturbed}}}{C^{k \text{ nominal}}} \right| \times 100 \text{ (%)}$$

여기서  $k$  는 샘플링 인덱스이며  $N=1500$  ( $\equiv$  simulation time (15 sec)/time step (0.01 sec))이다.

수치시뮬레이션에서 고려한 제어면 손상 시나리오는 시뮬레

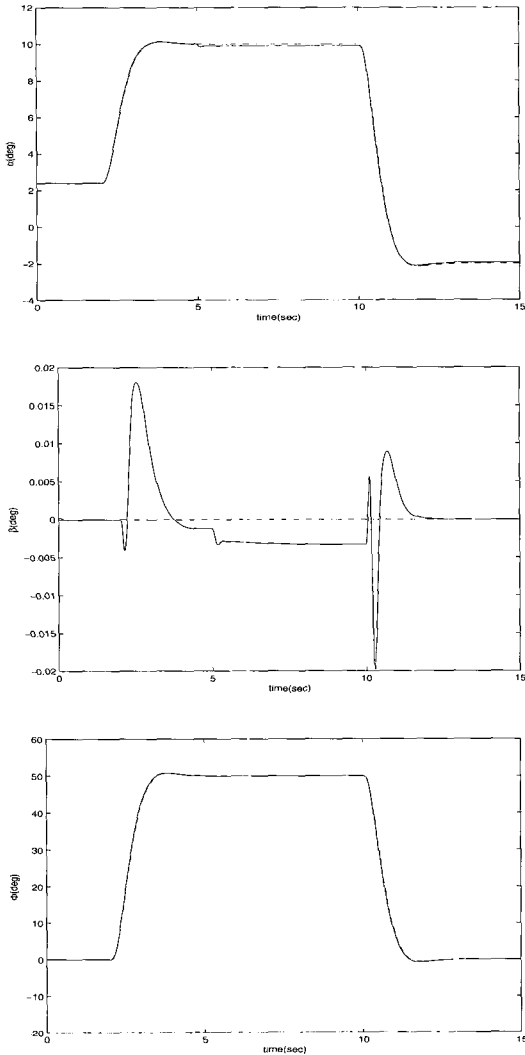


그림 3. 제어된 상태변수의 시간궤적.  
Fig. 3. The time histories of controlled states.

이 시간 5sec에서 엘리베이터, 에일러론, 그리고 러더의 제어된 효과가 각각 50%, 50%, 30%로 줄어들도록 설정하였다. 또한, 실제 시스템에 대해서는 상태변수와 제어입력과 비선형적으로 연관된 다른 공력 계수도 고려하였다.

첫 번째 신경회로망과 두 번째 신경회로망의 은닉층 노드 수는 모두 100개로 설정하였으며, 초기 가중치값은 -0.0001과 0.0001사이의 값으로 임의로 정하였다. 그리고 사용된 설계 변수 값은 다음과 같다.

$$T = 0.01, \Lambda_1 = 0.8I, \Lambda_2 = 0.8I$$

$$\mu_{w_1} = \mu_{w_2} = \mu_{v_1} = \mu_{v_2} = 50$$

$$\zeta_{n1} = \zeta_{n2} = 1, \zeta_{d1} = \zeta_{d2} = 0.01, \alpha_2 = 0.01, \alpha_4 = 0.01$$

그림 3은 제어하고자 하는 상태변수의 시간궤적을 보여준다. 그림 3에서 점선은 원하는 궤적을 나타내며, 실선은 제안한 제어기를 통해 얻은 궤적을 나타낸다.

그림 3을 살펴보면 제어면 손상이 일어나더라도 이내 원하는 궤적을 다시 추종함을 알 수 있다.

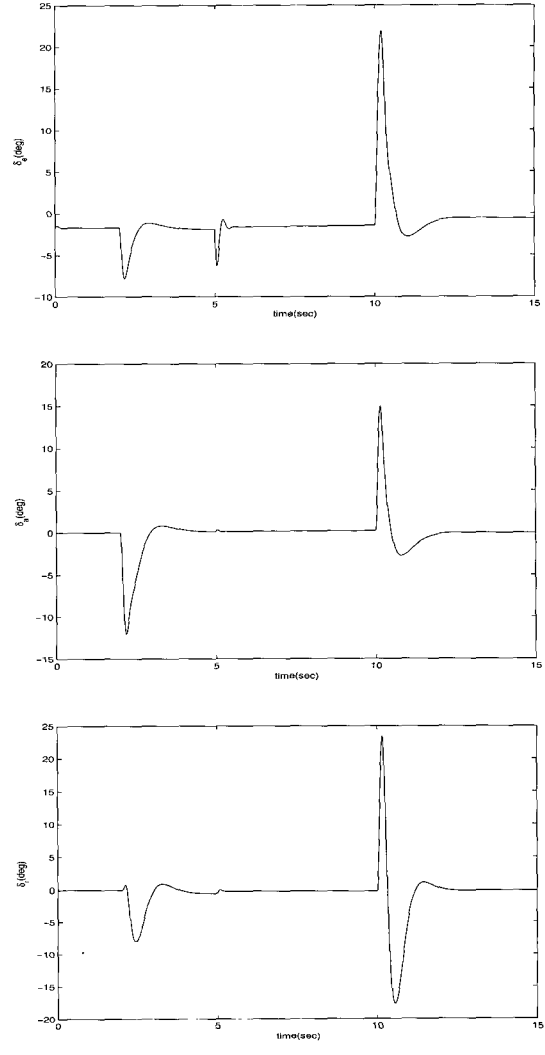


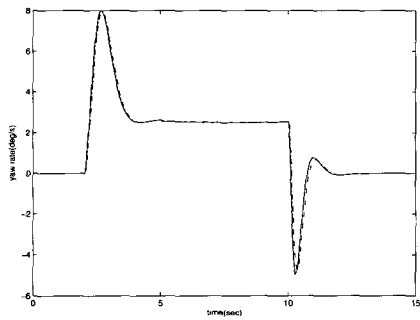
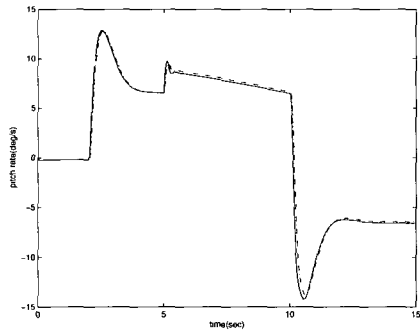
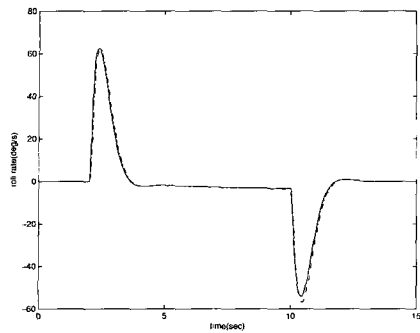
그림 4. 제어입력의 시간궤적.  
Fig. 4. The time histories of control inputs.

제어입력 시간궤적은 그림 4에 나타나 있다. 그림 5는 다른 상태변수들의 궤적을 보여준다. 그림 6은 신경회로망 가중치의 프로베니어스 놈 궤적을 보여준다.

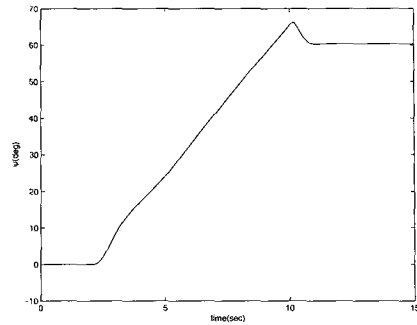
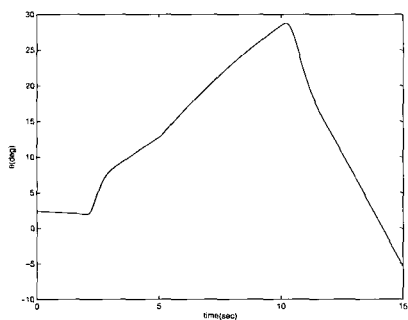
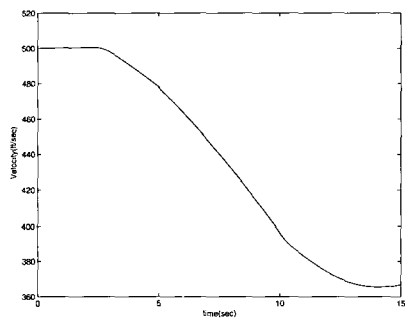
두 번째 신경회로망의 가중치의 놈 값이 더 큼을 알 수 있다. 이는 각속도 운동방정식이 제어입력과 많은 연성을 보이기 때문이다. 즉, 제어면 효과의 감소로 각속도 운동방정식이 공칭 운동방정식과 고장 후의 운동방정식에 차이가 많아, 이를 보정하기 위해 신경회로망의 가중치 값이 커지는 것으로 해석 할 수 있다.

### VI. 결론

본 논문에서는 비선형 이산시스템에 대해 시스템 운동방정식을 정확하게 알지 못하는 가정 하에서 신경회로망을 이용한 재형상 적응제어기를 제안하였다. 제안한 제어기는 피드백 선형화 기법과 백스테핑 기법을 이용하여 공력모델 오차나 제어면 손상으로 인한 고장에 대해서도 안정성을 보장하며, 백스테핑 기법을 이산시스템에 적용 시에 발생하는



(a) angular rate (solid : desired, dash-dot : achieved)



(b) Velocity, pitch angle, and yaw angle

그림 5. 제어입력의 시간궤적.

Fig. 5. The time histories of other states.

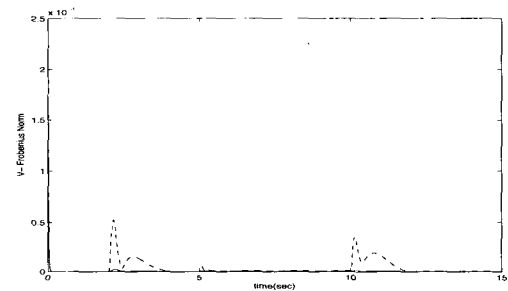
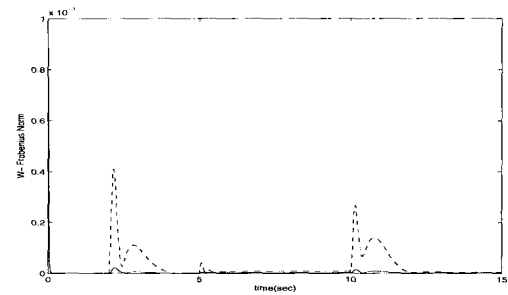


그림 6. 신경회로망 가중치 놈의 시간궤적

Fig. 6. The norm histories of neural networks weights.

(Dash and dash-second NN, Solid-first NN)

noncausality 문제를 신경회로망의 가중치를 적절히 이용함으로써 해결하였다. 제안한 제어기의 효율성을 보이기 위해 F-16 항공기 모델에 적용하였으며, 시스템 식별 등의 과정없이 고장이나 공력오차에 대해 재형상성을 보장함을 보였다.

참고문헌

- [1] S. A. Snell, D. F. Enns, and W. L. Garrard, "Nonlinear control of a supermaneuverable aircraft," *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, AIAA Paper 89-3486, Washington, DC, 1989.
- [2] Morse, W. D., and Ossman, K. A., "Model following reconfigurable flight control system for the AFTI/F16," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 13, no. 6, 1990, pp. 969-976.
- [3] Y. Shtessel, J. Buffington, and S. Banda, "Multiple timescale flight control using reconfigurable sliding modes," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 22, no. 6, 1999, pp. 873-883.

- [4] Y. Ochi, and K. Kanai, "Design of restructurable flight control systems using feedback linearization," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 14, no. 5, 1991, pp. 903-911.
- [5] K. S. Narendra, and Parthasarathy, K., "Identification and control of dynamic systems using neural networks," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 1, no. 1, 1990, pp. 4-27.
- [6] B. S. Kim, and A. J. Calise, "Nonlinear adaptive flight control using neural networks," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 20, no. 1, 1997, pp. 26-33.
- [7] R. T. Rysdyk, and A. J. Calise, "Adaptive model inversion flight control for tilt-rotor aircraft," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 22, no. 3, 1999, pp. 402-407.
- [8] J. Leitner, A. J. Calise, and J. V. R. Prasad, "Analysis of adaptive neural networks for helicopter flight controls," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 20, no. 5, 1997, pp. 972-979.
- [9] M. B. McFarland, and A. J. Calise, "Adaptive nonlinear control of agile antiair missiles using neural networks," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 8, no. 5, 2000, pp. 749-756.
- [10] A. Calise, S. Lee, and M. Sharma, "Development of a reconfigurable flight control law for tailless aircraft," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 24, no. 5, 2001, pp. 896-902.
- [11] T. Lee, and Y. Kim, "Nonlinear adaptive flight control using backstepping and neural networks controller," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 24, no. 4, 2001, pp. 675-682.
- [12] 이태영, 김유단, "신경회로망 및 Backstepping 기법을 이용한 비선형 적응 비행제어," 제어자동화공학논문지, 제6권, 제12호, 2000년, pp. 1070-1078.
- [13] 신동호, 김유단, "백스테핑 기법과 신경회로망을 이용한 적응 재형상 비행제어법칙," 제어자동화공학논문지, 제9권, 제4호, 2003년, pp. 329-339.
- [14] P. C. Yeh, and P. V. Kokotovic, "Adaptive control of a class of nonlinear discrete-time systems," *International Journal of Control*, vol. 62, no. 2, 1995, pp. 303-324.
- [15] P. C. Yeh, and P. V. Kokotovic, "Adaptive output-feedback design for a class of nonlinear discrete-time systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, no. 9, 1995, pp. 1663-1668.
- [16] S. Jagannathan, and F. L. Lewis, "Discrete-time neural net controller with guaranteed performance," *Proceedings of the American Control Conference*, 1994, pp. 3334-3339.
- [17] S. Jagannathan, "Control of a class of nonlinear discrete-time systems using multilayer neural networks," *IEEE Transaction on Neural Networks*, vol. 12, no. 5, 2001, pp. 1113-1120.
- [18] S. S. Ge, G. Y. Li, and T. H. Lee, "Adaptive NN control for a class of strict-feedback discrete-time nonlinear systems," *Automatica*, vol. 39, no. 5, 2003, pp. 807-819.
- [19] K. M. passino, A. N. Michel, and P. J. Antsaklis, "Lyapunov stability of a class of discrete event systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, no. 2, 1994, pp. 269-279.
- [20] K. Hornik, M. Stinchcombe, and H. White, "Multilayer feedforward networks are universal approximators," *Neural Networks*, vol. 2, no. 5, 1989, pp. 359-366.
- [21] B. L. Stevens, and F. L. Lewis, *Aircraft Control and Simulation*, John Wiley and Sons, New York, 1992, Chap. 2.
- [22] I. M. Y. Mareels, H. B. Penfold, and R. J. Evans, "Controlling nonlinear time-varying systems via euler approximations," *Automatica*, vol. 28, no. 4, 1992, pp. 681-696.
- [23] S. Lane, and R. F. Stengel, "Flight control design using nonlinear inverse dynamics," *Automatica*, vol. 24, no. 4, 1988, pp. 471-483.
- [24] C. Schumacher, and P. P. Khargonekar, "Stability analysis of a missile control system with a dynamic inversion controller," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 21, no. 3, 1996, pp. 508-515.
- [25] K. Zhou, J. C. Doyle, and K. Glover, *Robust and Optimal Control*, Prentice Hall, New Jersey, 1996, Chap. 2.
- [26] F. L. Lewis, Jagannathan, S., and Yesildirec, A., *Neural Network Control of Robot Manipulators and Nonlinear Systems*, Taylor & Francis Ltd, London, 1999, Chap. 7.
- [27] F. C. Chen, and H. K. Khalil, "Adaptive control of nonlinear systems using neural networks," *International Journal of Control*, vol. 55, no. 6, 1992, pp. 1299-1317.
- [28] P. Q. Ioannou, and J. Sun, *Robust Adaptive Control*, Prentice Hall, New Jersey, 1996, Chap. 8.
- [29] K. S. Narendra, and A. M. Annaswamy, *Stable Adaptive Systems*, Prentice Hall, New Jersey, 1996, Chap. 8.
- [30] E. A. Morelli, "Global nonlinear parametric modeling with application to F-16 aerodynamics," *Proceedings of the 1998 American Control Conference*, IEEE Publications, Piscataway, NJ, 1998, pp. 997-1001.

## 약어

$F$  = 동체축에 대한 공기역학 힘

$I$  = 관성 모멘트

$L, M, N$  = 롤링, 피칭, 요잉 모멘트

$p, q, r$  = 동체축에 대한 롤각속도, 피치각속도, 요각속도

$T$  = 추력

$V$  = 총 속력

$\alpha, \beta$  = 받음각, 옆미끄러짐각

$\delta_e, \delta_a, \delta_r$  = 엘리베이터각, 에일러론각, 러더각

$\phi, \theta, \varphi$  = 롤각, 피치각, 요각



### 신 동 호

1971년 12월 5일생. 1995년 서울대 항공 우주공학과 졸업. 동대학원 석사(1997년). 1997년 3월-현재 동대학원 박사과정. 관심분야는 비행제어시스템 설계, 신경회로망, 비선형 제어, 최적설계.



### 김 유 단

1960년 5월 5일생. 1983년 서울대 항공공학과 졸업. 동대학원 석사(1985년). 미국 텍사스 A&M 대학 항공우주공학 박사(1990년). 1990-91 텍사스 A&M 대학 연구원. 1992-현재 서울대학교 항공우주공학과 교수. 관심분야는 항공기 제어시스템 설계, 항공기 고장 허용 제어시스템 설계, 위성체 제어, 발사체 제어, 비행체 궤적최적화, 유도제어시스템 설계, 진동제어.