

트러스형 공간구조물의 초기 불완전을 고려한 불안정 현상에 관한 연구

A Study on Unstable Phenomenon of Space Truss Structures Considering Initial Imperfection

이진혁* 백태순** 손수덕**** 김승덕**** 강문명*****
Lee, Jin-Hyouk Baik, Tai-Soon Shon, Su-Deok Kim, Seung-Deog Kang, Moon-Myung

요약

트러스형 공간 구조물은 무주의 대공간을 덮을 수 있는 장점과 구조적 성질이 동일한 등가 연속체 쉘 로 치환하여도 비교적 정확한 해를 얻을 수 있다는 장점으로 인해 21세기 첨단 구조물의 한 장인 초대형 구조물 분야에 많이 활용되고 있으며, 효율적인 부재의 이용과 대량생산의 가능성으로 인해 많은 발전을 해 왔다. 그러나 이러한 쉘 형태의 공간 구조물은 구조 거동의 특성상 주로 구조안정문제가 구조설계에서 해결해야 하는 핵심적인 기술력이 되며, 이를 어떻게 해결하여야 할 것인가의 문제는 아직도 많은 연구자들에게 난제로 남아 있다. 즉, 연속체 쉘 구조의 원리에서 긴 경간을 얇게 만들면, 뒤틀좌굴과 분기좌굴같은 불안정 거동이 나타나게 되며, 이러한 쉘형 구조 시스템에서 구조 불안정 문제의 특징은 초기 조건에 매우 민감하게 반응한다는 것이고, 이런 문제들은 수학적으로 비선형 문제에 귀착하게 된다.

따라서, 본 논문에서는 공간 프레임형 구조물의 불안정 현상을 살펴보기 위하여, 다양한 파라메타중 초기불완전량 과 rise-span 비가 트러스 구조물의 불안정 현상에 미치는 영향을 알아보고자 하며, 이를 위해 1-자유절점 공간구조물, 2-자유절점 공간구조물, 다-자유절점 공간구조물을 예제로 채택하여 불안정 거동을 살펴보고자 한다.

Abstract

The structural space is gradually wide and is wanting agreeable environment by the requirement and necessity of people who lives modern stage. The building coincides with such requirements and is the high rise building actual circumstances which is doing ultra-large. The confirmed report of the technology to organize great merit is becoming currently considerably important issue in constructing a building field. Thus, this paper examine closely for nonlinear unstable taking a picture uneasiness height of prosperity considering to initial imperfection by a numerical method with a space frame structure of discrete system in large space structure. Based on previous investigation method, this paper induce nodal stiffness matrix of solid truss elements considering geometrical nonlinear using finite element method. In this paper, three types of space structure considered; i) 1-free node space structure, ii) 2-free node space structure, iii) multi-free node space structure. It apply the above examples to a nonlinear program, next, grasp the characteristic of an unstable conduct and the result was a clearing low.

keywords: Space truss, initial imperfection, unstable, rise-span ratio

1. 서론

- * 경북대학교 건축학부, 공학석사
E-mail: jhcell@hotmail.com
- ** 정회원, 경북대학교 건축학부, 박사수료
E-mail: baikts@hotmail.com
- *** 정회원, 경북대학교 건축학부, 공학박사
E-mail: sdshon@passmail.to 016-529-2313
- **** 정회원, 세명대학교 건축공학과, 부교수, 공학박사
E-mail: sabinus@semyung.ac.kr
- ***** 정회원, 경북대학교 건축학부, 교수, 공학박사
E-mail: kmm322@knu.ac.kr

고도의 기술력을 바탕으로 한 첨단 시대를 걸으며 급격한 변화를 수반하고 있는 21세기에서, 초대형 구조물 분야, 특히 대공간 구조물에 관련한 기술력 확보는 건설 분야에서 상당히 중요한 화두가 되고 있다. 보다 넓고, 쾌적한 환경의 공간 속에서 생활하고자 하는 인간의 기본적인 욕구에 부응하여 공간 구조물은 지속적으로 발전해 오고 있으며, 경제력과 기술력의 확충 및 신기술 개발은 대공간 창출을 가속화시키게 될 것이다.¹⁾

공간 프레임 구조물은 무지주의 대공간을 덮을 수 있는 장점이 있고, 구조적 성질이 동일한 등가 연속체로 치환하여도 비교적 정확한 해를 얻을 수 있다. 그리고, 사용되는 각 부재들은 선형 부재이므로 효율적이고, 경량이며, 공장제작 및 대량생산이 가능하기 때문에 정확성도 기대 할 수 있다. 그러나, 이러한 셀 형태의 프레임형 공간 구조물은 구조 거동의 특성상 주로 구조안정(structural stability) 문제가 구조설계에서 해결해야하는 핵심적인 기술력이 되며, 이를 어떻게 해결하여야 할 것인가의 문제는 아직도 많은 연구자들에게 난제로 남아 있다. 즉, 연속체 셀 구조의 원리에서 긴 경간을 얇게 만들면, 뿔 좌굴(snap-through)과 분기 좌굴(bifurcation) 같은 불안정 거동이 나타나게되며, 프레임형 구조물에서는 더욱 복잡한 양상을 보이게 된다. 또한, 셀형 구조 시스템에서 구조 불안정 문제의 특징은 초기 조건에 매우 민감하게 반응한다는 것이고, 이런 문제들은 수학적으로 비선형 문제에 귀착하게 된다.⁸⁾

초기 불완전 형상에 대한 민감성은 분기경로에 결정적 영향을 미치며 1980년에 P.G.Bergan²⁾에 의해 불안정 경로에 대한 접선 강성 행렬의 특성이 조사되었고, 1997년 구형 셀의 이차 불안정 해석이 S.Kato⁵⁾에 의해 연구되기도 했다. 최근, Th. ulenda와 J.Knippers³⁾는 초기 형상의 불완전을 고려한 돔과 배럴볼트의 안정에 대한 연구에서 다양한 파라메타를 설정하여 거동과 민감성을 조사하고 있으며, 이런 파라메타로써, 하중, 경계조건, 높이, 좌굴 모드 등이 거론되고 있고, 현재 선진국에서도 이러한 부분들에 대하여 많은 연구결과들을 발표하고 있다.^{8,9,10)}

이러한 연구들의 노력으로 많은 부분에서 프레임형 공간 구조물의 발전이 이루어지고 있으며, 대공간 구조 시스템에서 가장 많이 이용되는 구조물로 자리잡게 되었다. 그러나, 대공간 구조물에서의 얇고 긴 경간의 특성에 따른 불안정 거동은 초기 민감도나 시공의 정밀도, 절점 접합부의 특성에 따라 다양하게 나타나며, 프레임형 공간 구조물에서는 더욱 복잡한 양상을 띄게 되지만, 아직 이러한 구조 불안정 문제가 명료하게 정립되지 못하고 있

으며, 이론적 연구와 실험적 연구의 결과들 사이에서도 많은 차이를 보이고 있는 실정이다.¹¹⁾

따라서, 본 논문에서는 공간 프레임형 구조물의 불안정 현상을 살펴보기 위하여, 다양한 파라메타 중 초기 불완전량 및 rise-span 비가 트러스 구조물의 불안정 현상에 미치는 영향을 알아보고자 하며, 이를 위해 1-자유절점 공간구조물, 2-자유절점 공간구조물, 다자유절점 공간구조물을 예제로 채택하여 불안정 거동을 살펴보고자 한다.

2. 구조물의 불안정 거동과 판별

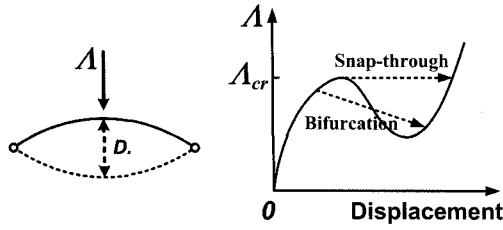
2.1 구조 안정론

탄성안정상태의 안정성의 개념에 대해서 포텐셜 에너지와 운동에너지를 합하면 그 값은 항상 일정하다는 에너지 보존 법칙에 입각하여 구조물의 평형 상태를 안정 평형상태, 중립 평형상태, 불안정 평형상태로 파악된다.

구조물에 외력이 작용하는 동안에 포텐셜에너지가 증가하면 구조물은 안정한 상태이며, 포텐셜에너지가 감소하는 경우는 불안정한 상태인 것으로 파악할 수 있다. 즉, 안정평형 상태인 것은 포텐셜에너지가 극소치가 될 때이다.

구조물의 하중-변위 곡선은 구조물의 평형 특성을 나타내며, 구조물의 불안정 거동을 파악하는데 있어서의 중요한 개념의 하나이다. 불안정 현상을 하중-변위관계 곡선으로 분류하면, 일반적으로 뿔 좌굴현상, 분기좌굴현상, 굴복(flattening)현상으로 말할 수 있다.^{7,8,10)}

비선형의 "softening"한 특성을 갖는 구조물은 주어진 하중이 증가함에 따라 구조물의 강성이 감소하여 결국은 하중-변위 관계 곡선상의 하중의 최대점인 극한점(limit point)에서 구조물 자체의 강성을 상실하게 된다. 따라서 극한점에서의 구조물의 강성은 0이 된다. 이러한 극한점에서는 미소한 하중에 대해서도 동적 효과를 나타내는 급격한 대변형을 일으키며 새로운 평형점으로 이동하게 된다. 이러한 현상을 뿔좌굴 현상이라하며, 극한점 불안정이라고도 불린다. 뿔좌굴 현상은 일반적으로



〈그림 1〉 불안정 현상의 종류

비선형 이론을 이용하여 파악되며, 구형 단층 래티스돔의 경우, 구조물의 전체 불안정(overall instability) 현상을 일으키게 된다.^{7,8,10)}

분기 현상에서의 본래의 경로(primary path)는 2차적인 경로(secondary path)에 의해 교차하게 되는데 평형경로를 교차하여 분기가 일어나는 점을 분기점(bifurcation point)이라 하며, 이러한 분기점에서의 평형방정식은 각 분기에 대응하는 다수의 해, 즉, 고유치를 갖는다.

이상에서 살펴본 바와 같이 분기경로와 민감성은 서로 밀접한 관계가 있으며 초기 형상의 불완전성이 다양한 분기경로의 방향을 결정하게 되는 요인이 된다.

2.2 불안정 거동의 판별

강성구조 시스템의 특징은 외력 레벨이 증가함에 따라 안정에서 불안정 영역으로의 이행한다. 이때 발생하는 불안정 거동을 파악하기 위해 접선강성 방정식을 이용해 단계적으로 해석을 수행하여야 하며, 각 증분구간에서 강성을 체크하여 불안정 특성을 판정하여야 한다.

비선형 평형궤도의 각 증분구간에서 접선강성 방정식을 이용하여 임계하중에 도달하였을 때의 좌굴점을 분류해 본다. 제1 섭동방정식을 다음과 같이 나타낸다.

$$K \delta + f \lambda = 0 \quad (1)$$

여기서, 접선강성행렬 K 는 보존계(conservative system)에서는 대칭행렬이고, 서로 직교하는 직교 변환행렬(orthogonal transformation matrix)이 존재하므로, 따라서 대각화가능(diagonalizable)행렬이 된다.

K 의 n 개의 고유치를 c_i ($i=1, 2, \dots, n$), 이에 대응하는 정규화 고유벡터를 t_i ($i=1, 2, \dots, n$)라 하고, t_i 를 열벡터로 하는 변환행렬 T 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T = [t_1, t_2, \dots, t_n] \quad (2)$$

여기서 T 는 직교행렬(orthogonal matrix)이므로 $T^T = T^{-1}$ 가 성립한다. 변환행렬 T 를 이용하여 변위벡터 δ 를 다음과 같이 \hat{u} 로 나타낸다.

$$\delta = \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \Delta \delta \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} \hat{u}_1 \\ \Delta \hat{u} \end{pmatrix} = T \hat{u} \quad (3)$$

여기서 $\Delta \delta$ 와 $\Delta \hat{u}$ 는 각각 δ 와 \hat{u} 에서 δ_1 , \hat{u}_1 를 제외한 $(n-1)$ 차의 열벡터이다. 식(3)을 식(1)에 대입하고 양변에 T^T 를 곱하면,

$$T^T K T \hat{u} + T^T f \lambda = 0 \quad (4)$$

위 식에서 다음의 계수행렬을 정의한다.

$$g = T^T f = \begin{pmatrix} t_1 \cdot f \\ t_2 \cdot f \\ \vdots \\ t_n \cdot f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1 \\ \Delta g \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$C = T^T K T = \begin{bmatrix} c_1 & zero \\ & c_2 \\ & \ddots \\ zero & c_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & \Delta C \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 C 는 고유치로 구성된 대각화 행렬이고, $t_i \cdot f$ 는 두 벡터의 내적을 의미한다. 위의 식을 식(4)에 대입하면, 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & \Delta C \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{u}_1 \\ \Delta \hat{u} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_1 \\ \Delta g \end{pmatrix} \lambda = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

식(7)에서 최소 고유치를 c_1 이라 하면($c_1 < c_2 \leq \dots \leq c_n$), 특이점(singular point)에서는 $\det(K) = 0$ 이므로 $\det(C) = 0$ 이 성립하고, 따라서 $c_1 = 0$

이 된다. 그러므로 식(7)의 첫 행 연산에 의해 다음의 관계가 성립한다.

$$g_1 \lambda = 0 \tag{8}$$

g_1 의 의미를 생각해 보면, $g_1 = t_1 \cdot f$ 이므로, c_1 에 대응하는 고유행렬 t_1 과 하중모드 f 가 직교함을 의미한다.

따라서 $g_1 = 0$ 또는 $g_1 \neq 0$ 에 따라 좌굴점(critical point)을 그림 1에서 나타낸 것과 같이 각각 분기점(bifurcation point)과 극한점(limit point)으로 분류할 수 있다.

$g_1 = 0$ 인 경우가 분기점이 되며 분기좌굴(bifurcation)을 발생시킨다. 이때 $\lambda = 0$ 일 때가 대칭분기점, $\lambda \neq 0$ 일 때가 비대칭 분기점이 된다. 또 $g_1 \neq 0$ 인 경우에는 $\lambda = 0$ 일 때가 극한점이 되며 뒹좌굴(snap-through)을 발생시킨다.

3. 입체 트러스 요소의 비선형 유한 요소법 정식화

요소 좌표계에서의 절점의 변위 및 하중벡터는 각각 식(9), (10)과 같이 절점당 자유도가 세 개인 것으로 설정한다.

$$d = [d_{xi} \ d_{yi} \ d_{zi} \ d_{xj} \ d_{yj} \ d_{zj}]^T \tag{9}$$

$$f = [f_{xi} \ f_{yi} \ f_{zi} \ f_{xj} \ f_{yj} \ f_{zj}]^T \tag{10}$$

입체 트러스 요소에서 한 요소가 갖는 절점을 2개로 두고 요소내 변위를 식(11)과 같이 x 에 관한 1차식으로 가정한다.

$$\begin{aligned} u(x) &= N_i d_{xi} + N_j d_{xj} \\ v(x) &= N_i d_{yi} + N_j d_{yj} \\ w(x) &= N_i d_{zi} + N_j d_{zj} \end{aligned} \tag{11}$$

여기서,

$$N_i = 1 - \xi, \quad N_j = \xi, \quad \xi = \frac{x - x_i}{x_j - x_i} \tag{12}$$

입체 트러스 요소의 변형도-변위 관계식을 Bernoulli-Euler 가정에 근거하여 기하학적 비선형을 나타내는 2차항까지를 포함한 식(13)으로 채택할 수 있다.

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} \tag{13}$$

식(11)을 식(13)에 대입하고 변형도를 절점변위로 표현하면 식(14)와 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= N_{i,x} d_{xi} + N_{j,x} d_{xj} + \frac{1}{2} (N_{i,x} d_{xi} + N_{j,x} d_{xj})^2 \\ &\quad + (N_{i,x} d_{yi} + N_{j,x} d_{yj})^2 + (N_{i,x} d_{zi} + N_{j,x} d_{zj})^2 \end{aligned} \tag{14}$$

식(14)를 행렬로 나타내면 식(15)과 같다.

$$\epsilon_x = A_1 d + \frac{1}{2} d^T B^T B d \tag{15}$$

여기서,

$$\begin{aligned} A_1 &= [N_{i,x} \ 0 \ 0 \ N_{j,x} \ 0 \ 0] \\ B &= \begin{bmatrix} N_{i,x} & 0 & 0 & N_{j,x} & 0 & 0 \\ 0 & N_{i,x} & 0 & 0 & N_{j,x} & 0 \\ 0 & 0 & N_{i,x} & 0 & 0 & N_{j,x} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{16}$$

가상일의 기본원리를 식으로 표현하면 식(17)과 같다.

$$\delta U + \delta W = 0 \tag{17}$$

식(17)의 δU 와 δW 를 구하면 식(18)과 같다.

$$\int_V \sigma_x \delta \epsilon_x dV = f^T \delta d \tag{18}$$

가상일의 원리에 앞의 식들을 대입하여 다음 식(19)와 같은 힘과 변위에 관한 식을 얻을 수 있다.

$$f - r = A_1 E (A_1^T A_1) d + A_1 E (\sigma_x^{(0)} B^T B) d \tag{19}$$

여기서,

$$k_E = A_1 E (A_1^T A_1) : \text{요소의 탄성 강성행렬}$$

$k_G = A(\sigma_x^{(0)} B^T B)$: 요소의 기하 강성행렬

요소 좌표계에서의 절점하중벡터, 불평형력벡터, 절점변위벡터에 대응하는 전체 좌표계에서의 절점하중벡터, 불평형력벡터, 절점변위벡터를 식(20), 식(21), 식(22)과 같이 각각 정의한다.

$$F = \begin{Bmatrix} F_i \\ F_j \end{Bmatrix} \quad F_{i(or j)} = \begin{Bmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \end{Bmatrix}_{i(or j)} \quad (20)$$

$$R = \begin{Bmatrix} R_i \\ R_j \end{Bmatrix} \quad R_{i(or j)} = \begin{Bmatrix} R_X \\ R_Y \\ R_Z \end{Bmatrix}_{i(or j)} \quad (21)$$

$$D = \begin{Bmatrix} D_i \\ D_j \end{Bmatrix} \quad D_{i(or j)} = \begin{Bmatrix} D_X \\ D_Y \\ D_Z \end{Bmatrix}_{i(or j)} \quad (22)$$

절점하중벡터, 불평형력벡터, 절점변위벡터를 변환 행렬 T 를 이용하여 변환하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f = T F \quad r = T R, \quad d = T D \quad (23)$$

식(23)을 식(19)에 대입하면 식(24)와 같다.

$$T(F - R) = [k_E + k_G] T D \quad (24)$$

따라서, 전체좌표계에서의 증분구간에 관한 강성행렬은 다음과 같이 구해진다.

$$F - R = [K_E + K_G] D \quad (25)$$

여기서,

$K_E = T^T k_E T$: 전체 좌표계에서의 탄성강성행렬

$K_G = T^T k_G T$: 전체 좌표계에서의 기하강성행렬

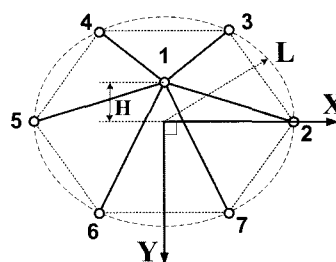
4. 공간구조물의 불안정 거동

4.1 1-자유절점 공간구조물

4.1.1 해석모델

1-자유절점 공간구조물에서 하중은 1번 절점에 연직방향의 집중하중이 작용한다. 각 부재의 단면

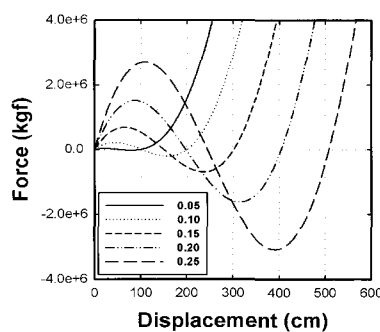
형상은 요소내에서 일정하며, 부재의 물성치에서 탄성계수(E)는 $2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$, 밀도(ρ)는 $7.85 \times 10^{-3} \text{ kgf/cm}^3$ 으로 동일하다. 여기서, 형상의 변수는 H(높이)와 L(저면 반경)로 하고, 대상 구조물의 Rise-Span비($\mu = H/2L$)의 변화에 따른 특성을 알아보기 위하여 표1에 나타난 바와 같은 다섯 가지의 모델을 설정한다.



〈그림 3〉 1-자유절점 공간구조물의 형상

〈표 1〉 1-자유절점 공간구조물의 초기 입력 값

모델	H(cm)	L(cm)	μ	단면적(cm^2)
1	50	502.49	0.05	11.2
2	100	509.90	0.1	11.2
3	150	522.02	0.15	11.2
4	200	538.52	0.2	11.2
5	250	559.02	0.25	11.2



〈그림 4〉 1-자유절점 공간구조물의 Rise-span비에 따른 하중-변위곡선

4.1.2 구조물의 불안정 거동

1-자유절점 공간구조물에 있어서 축강성만을 고려한 편접합의 해석에 대하여 좌굴하중값의 변화는 Rise-span비(μ) 값이 높을수록 증가하는 것을 그림 3.2를 통해서 알 수 있다. 그러나 불안정 평형경

로가 시작되는 임계점의 발생위치는 μ 값에 무관하게 높이 H의 약 43.5% 지점에서 나타났다.

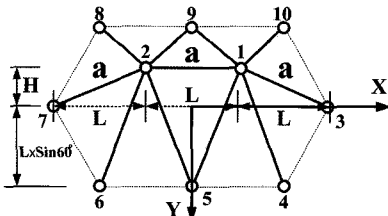
〈표 2〉 1-자유절점 공간구조물의 좌굴하중

μ	H(cm)	Dz(cm)	좌굴하중(kgf)	Dz / H (%)
0.05	50	22.0	28281.59	44.0 %
0.1	100	43.0	213895.2	43.0 %
0.15	150	65.0	681055.0	43.3 %
0.2	200	87.0	1504485.0	43.5 %
0.25	250	110.0	2705262.0	44.0 %

4.2 2-자유절점 공간구조물

4.2.1 해석모델

2-자유절점 단위 공간구조물은 뿔좌굴과 분기좌굴의 특성이 잘 나타나는 구조물로서 형상은 그림5에 나타난 것과 같이 2개의 자유절점과 8개의 경계절점으로 구성되며, 부재는 a라 명칭한 세 개의 부재와 여덟 개의 부재가 연결되어 모두 열한 개의 부재로 구성되어 있다. 하중은 1번과 2번 절점에 연직방향의 집중력이 작용하며, 구조물의 물성치는 1-자유절점 공간구조물 모델과 동일하다.



〈그림 5〉 2-자유절점 공간구조물의 형상

〈표 3〉 2-자유절점 공간구조물의 초기 입력 값

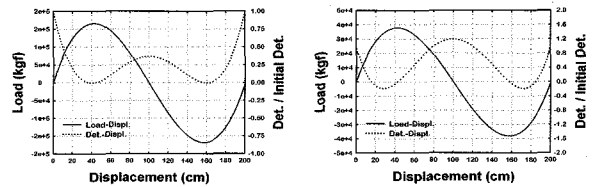
Model	μ	L(cm)	H(cm)	a 부재	그 외
				A(cm ²)	A(cm ²)
A	0.1	500	100	11.2	11.2
B	0.1	500	100	11.2	1.12

4.2.2 완전형상 해석

그림6(a)는 완전 형상인 모델 A의 해석결과이다. 모델 A에서는 행렬식의 특이점(singular point)이 하중-변위 곡선 상의 첫 번째 극한점에서 나타난다. 따라서 모델 A는 하중-변위 곡선의 극한점 부근에서 불안정 거동을 나타내며, 이는 뿔좌굴 현상에

의해 불안정 거동임을 알 수 있다. 즉, 모델 A는 첫 번째 극한점이 임계점이 되며, 이때의 하중-변위 곡선상의 하중레벨이 임계값이 되었을 때가 구조물의 좌굴하중 레벨이 된다.

그림6(b)는 모델 B의 해석결과이다. 모델 B에서는 행렬식의 특이점이 하중-변위 곡선의 첫 번째 극한점 이전에 나타나고 있으며, 이는 뿔좌굴 현상이 일어나기 전에 분기현상에 의한 불안정 거동이 있음을 나타낸다. 행렬식이 처음으로 0과 교차하는 점이 첫 번째 분기점이 되며, 이때의 하중-변위 곡선상의 하중레벨이 좌굴하중 레벨이 된다.



(a) Model A (b) Model B
〈그림 6〉 2-자유절점 공간 구조물의 하중-변위 곡선 (Perfect)

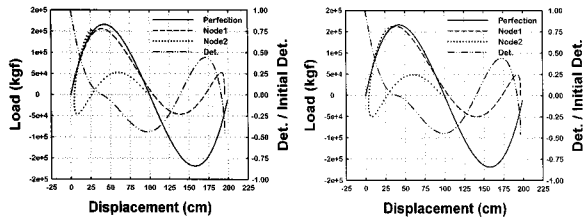
4.2.3 형상 불완전 해석

두 모델의 형상 불완전의 고려에 있어서, 완전 형상일 때 초기접선강성행렬의 고유치 해석으로 구한 고유모드를 좌굴모드로 채택하기로 한다. 불완전량은 구조물의 형상을 보여주고 있는 그림5에서 2L의 값을 기준으로 0.01%, 0.05%, 0.1%, 0.3%의 값을 적용하도록 한다. 실선은 완전 형상일 때 하중-변위 곡선이며, 불완전을 고려한 절점의 하중-변위 곡선을 같이 나타내었다. 또한 이점쇄선을 이용하여 매 증분에서 얻어지는 행렬식과 변위와의 관계를 나타내었다.

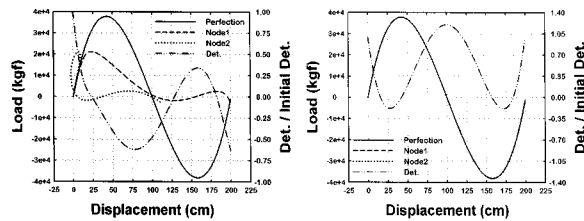
모델 A에서 두 절점은 완전 형상일 때의 극한점 부근에서 서로 다른 방향으로의 거동을 하며, 이때 행렬식은 특이점을 나타내고 있다. 또한 행렬식 곡선도 완전 형상과는 다른 양상을 보인다. 불완전량의 증가에 대하여도 절점의 비대칭적 거동의 발생은 완전 형상일 때의 극한점에서 점점 더 멀어짐을 관찰할 수 있다.

모델 B에서 두 절점은 완전 형상일 때의 분기점 부근에서 분기현상을 나타내며, 이때 행렬식은 특이점을 나타내고 있으며 완전 형상일 때의 극한점

에서는 특이점이 더 이상 발생하지 않는다. 또한 모델 A와 마찬가지로 행렬식 곡선도 완전 형상일 때와는 다른 양상을 보인다. 불완전량의 증가에 대하여도 절점의 비대칭적 거동의 발생은 완전 형상일 때의 극한점에서 점점 더 멀어짐을 관찰할 수 있다.



(a) Mode 1 (b) Mode 3
 〈그림 7〉 2-자유절점 공간구조물의 하중-변위 곡선 (Model A, Imperfection 0.1%)

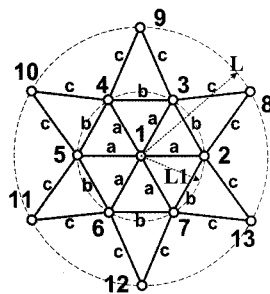


(a) Mode 1 (b) Mode 3
 〈그림 8〉 2-자유절점 공간구조물의 하중-변위 곡선 (Model B, Imperfection 0.1%)

4.3 다자유절점 공간구조물

4.3.1 해석모델

본 절에서 채택된 다자유절점 공간구조물은 스타 돔으로 공간 프레임 구조물의 예제로 많은 문헌에서 다루어진 모델이며, 육각뿔 모양의 단위 공간 구조물에 대한 확장이라고 볼 수 있고, 물성치는



〈그림 9〉 다자유절점 공간구조물의 형상

〈표 4〉 다자유절점 공간구조물의 입력 값

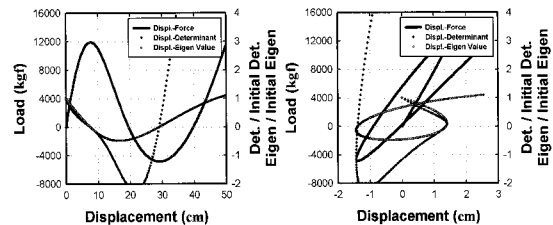
모델	H	H1	L	L1	μ	단면적(cm ²)
스타돔	102.16	17.48	500	250	0.102	11.2

이전의 예제들과 동일하다.

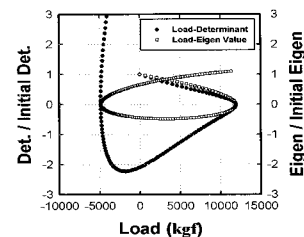
예제의 형상은 그림9에서와 같고, 해석을 위한 초기 입력 값은 표4에서와 같다.

4.3.2 완전형상 해석

그림10과 11은 다자유절점 공간구조물의 완전 형상일 때 증분해석 결과 나타난 것이다. 여기서, 행렬식의 특이점이 발생하는 지점에서 최소 고유치의 값도 0의 값을 나타내고 있다. 또한, 2번절점의 수직방향 변위의 거동은 그림에서 보는바와 같이 극한점에서 역방향 진행을 하며, 이러한 변위의 진행은 1번 절점의 절점좌굴 현상이 나타나는 것을 알 수 있다. 그리고, 1번 절점의 하중-변위곡선에서 두 극한점의 하중레벨에 대하여는 그림11에 나타난 행렬식의 일반화한 값과 하중과의 관계곡선을 통해 알 수 있으며, 곡선은 극한점의 최대 하중레벨과 최소 하중레벨 값을 지나가게 된다.



(a) Node 1 (b) Node 2
 〈그림 10〉 다자유절점 공간구조물의 하중-변위 곡선 (Perfection)



〈그림 11〉 다자유절점 공간구조물의 행렬식 및 최소고유치

4.3.3 형상 불완전 해석

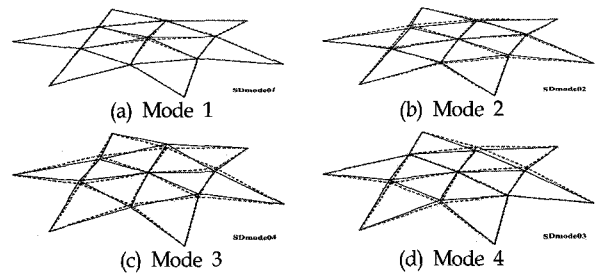
불완전 형상에 대한 고유벡터의 민감함과 좌굴하중의 변화를 알아보기 위해서 형상 불완전량을 구

조물의 밑면 저면 직경(2L)을 기준으로 두고, 0.01%, 0.05%, 0.1%, 0.3%를 적용하여 증분해석을 수행한다.

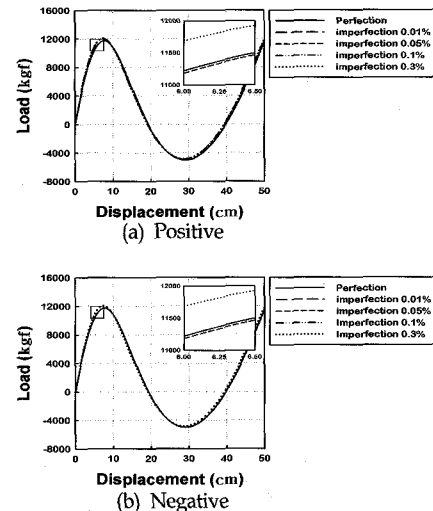
해석결과에서, 첫 번째 모드는 형상 불완전량을 양(+)의 방향성분으로 고려하였을 때 0.01%에서는 1.6%의 증가를 보였고, 0.3%에서는 21%의 증가를 보였다. 그러나 음(-)의 방향에 대하여는 0.01%일 때는 1.7%의 감소를 나타내며, 0.3%에서는 17%의

〈표 5〉 다자유절점 공간구조물의 형상 불완전량에 대한 좌굴하중 및 변위

Mode	방향	불완전량	좌굴하중 (Pcr)	변위 (Dcr)	Pcr/P0	Dcr/D0
Perfect			11723.29(P0)	7.625(D0)	1.0000	1.0000
Mode 1	+	0.01%	11964.02	7.750	1.0205	1.0164
		0.05%	12976.88	7.875	1.1069	1.0328
		0.1%	14356.28	8.125	1.2246	1.0656
		0.3%	21476.41	9.250	1.8319	1.2131
	-	0.01%	11487.59	7.625	0.9799	1.0000
		0.05%	10579.86	7.500	0.9025	0.9836
		0.1%	9534.46	7.250	0.8133	0.9508
		0.3%	6182.67	6.375	0.5274	0.8361
Mode 2	+	0.01%	11723.31	7.625	1.0000	1.0000
		0.05%	11723.64	7.625	1.0000	1.0000
		0.1%	11724.03	7.625	1.0001	1.0000
		0.3%	11736.09	7.625	1.0011	1.0000
	-	0.01%	11723.31	7.625	1.0000	1.0000
		0.05%	11723.64	7.625	1.0000	1.0000
		0.1%	11724.70	7.625	1.0001	1.0000
		0.3%	11736.09	7.625	1.0011	1.0000
Mode 3	+	0.01%	11723.31	7.625	1.0000	1.0000
		0.05%	11723.75	7.625	1.0000	1.0000
		0.1%	11725.13	7.625	1.0002	1.0000
		0.3%	11739.99	7.625	1.0014	1.0000
	-	0.01%	11723.31	7.625	1.0000	1.0000
		0.05%	11723.75	7.625	1.0000	1.0000
		0.1%	11725.13	7.625	1.0002	1.0000
		0.3%	11740.77	7.625	1.0015	1.0000
Mode 4	+	0.01%	11723.61	7.625	1.0000	1.0000
		0.05%	11731.26	7.625	1.0007	1.0000
		0.1%	11755.50	7.625	1.0027	1.0000
		0.3%	12069.91	7.250	1.0296	0.9508
	-	0.01%	11723.61	7.625	1.0000	1.0000
		0.05%	11731.26	7.625	1.0007	1.0000
		0.1%	11755.50	7.625	1.0027	1.0000
		0.3%	12069.91	7.250	1.0296	0.9508



〈그림 12〉 다자유절점 공간구조물의 고유좌굴모드



〈그림 13〉 다자유절점 공간구조물의 하중-변위 곡선 (Imperfection Mode 4)

감소를 보였다. 나머지 다른 모드에서는 변화가 거의 없으며, 단지 네 번째 모드에서 양(+)과 음(-)의 방향 모두 0.3%의 불완전량에 대하여 5%의 감소를 보였다.

5. 결론

본 논문에서는 트러스형 공간구조물을 대상으로 초기 형상불완전을 고려하여 불안정 현상을 연구하였다. 불안정 현상을 규명하기 위해서 유한요소법을 이용한 접선강성행렬을 구하고, 변위증분을 통한 비선형 해석을 수행하였다.

불안정 현상을 파악하기 위한 조건으로 Rise-span비(μ)와 초기 형상 불완전성을 고려하였으며, 해석결과를 중심으로 초기 형상 불완전을 고려한 트러스형 공간구조물의 불안정 현상에 대한 결론을 다음과 같이 요약하였다.

1. 극한점 이전에 분기점이 나타나는 경우에 구조물은 분기좌굴의 불안정 거동을 하며, 좌굴경로는 분기점에서 초기 형상 불완전성에 따른 분기궤적으로서의 불안정 거동을 하였다.
2. 완전 형상에서 뒤틀림 현상이 발생하는 경우에도 초기 형상 불완전성에 따라 분기궤적으로서의 불안정 현상이 나타났다.
3. 불완전량의 증가는 좌굴하중이 급격히 감소하게 되는 원인이 됨을 알았다.
4. 단층의 공간구조물은 낮은 Rise-span비(μ)에서 전체좌굴 현상이 발생하며, 높은 Rise-span비(μ)에서는 절점좌굴현상이 발생한다.

이러한 현상 외에도 구조물이 복잡해지면서 나타나는 불안정 현상의 특성인 부재좌굴로 인한 전체좌굴의 영향이나 좌굴현상의 복합적인 불안정 거동은 매우 다양하고, 트러스형 공간구조물 외에 프레임형 공간구조물의 불안정 현상에 관한 지속적인 연구가 요구된다.

참 고 문 헌

1. Bathe, Klaus-Jürgen, Ramm, E. and Wilson, E. L., "Finite element formulations for large deformation dynamic analysis," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.9, 1975, pp.353-386.
2. Bergan, P. G., "Solution algorithms for nonlinear structural problems," *Computers and Structures*, Vol.12, 1980, pp.497-509.
3. Bulenda, Th. and Knippers, J., "Stability of

- grid shells," *Computers and Structures*, Vol. 79, 2001, pp.1161-1174.
4. Crisfield, M. A., "A fast incremental/iterative solution procedure that handles "snap-through"," *Computers & Structures*, Vol.13, 1981, pp.55-62.
5. Kato, Shiro, Chiba, Yoshinao and Mutoh, Itaru, "Secondary buckling analysis of spherical caps," *Structural Engineering and Mechanics*, Vol.5, No.6, 1997, pp.715-728.
6. Papadrakakis, Manolis, "Inelastic post-buckling analysis of trusses," *Journal of Structural Engineering*, Vol.109, No.9, 1983, pp.2129-2147.
7. 金勝德, "偏平構造物の動的安定に関する研究," 東京大學 大学院, 博士學位論文, 1990.
8. 권영환, 정환목, 이승재, "단층 래티스 돔의 좌굴 특성에 관한 연구 - 라이즈비의 영향," *전산구조공학회 학술발표회 논문집*, 1992.10, pp.127-132.
9. 권택진, 서일교, 이상환, "호장법을 이용한 공간 트러스의 스냅-스루 거동 해석," *한국전산구조공학회*, Vol.6, No.2, 1993, pp.47-54.
10. 김승덕, "대공간 구조물의 비선형 해석 기법," *한국전산구조공학회 학술발표회 논문집*, 제10권 제1호, 1997.3, pp.7-18.
11. 김승덕, 손수덕, 강문명, "Flow Truss Dome 구조물의 비대칭 하중모드에 따른 불안정 현상에 관한 연구," *한국셀·공간구조학회지*, 제2권 4호, 2002, pp.61-76.