

차원 저감화기법을 이용한 불안정 링크구조물의 안정경로 탐색

Searching for the Steady State of Unstable Link Structures by using Reduced Dimension Technique

김재열*
Kim, Jae-Yeol

요약

막이나 케이블 요소는 재료의 경량성과 유연성으로 인해 여타의 철강이나 콘크리트와는 다른 대공간 구조물이다. 막이나 케이블 요소가 유연성을 가지는 이유는 휨 강성이 인장 강성에 비해 무시할 수 있을 정도로 아주 작기 때문이다. 이러한 막이나 케이블 구조물이 강성 구조물과 다른 가장 큰 특징중의 하나는 전체적인 구조물을 구성하는 부재들에 의하여 발생하게 되는 변위보다는 구조물 자체의 변형이 더 지배적이다. 다시 말하면, 이러한 구조물은 변형없이 대변위를 발생시킨다는 것이다. 본 논문에서는 이러한 변위를 "불신장 변위(inextensible displacement)"라고 부른다. 그리고 불신장 변위가 발생하는 구조물을 "불안정 구조물"이라고 정의한다. 따라서, 이러한 불안정한 구조물을 안정한 구조물의 형태로 이행하기 위한 과정이 필요하고 이러한 과정을 "불안정 구조물의 안정화 이행과정"이라고 한다. 기존에는 준정적인 해석을 통해 구조물의 초기 불안정 형태를 안정화시켰다.

여기서 "준정적"이라고 하는 것은 시간에 따라 속도는 일정하고 가속도는 존재하지 않는다는 것이다. 더 나아가, 로봇공학, 생물역학 그리고 대공간 구조물에서의 적용을 위하여 이러한 종류의 구조물을 동적인 메카니즘하에서 구속되어 있는 다수요소로써 모델화하는 연구가 진행되어졌다. 본 논문에서는 불안정 구조물의 동적 해석을 위한 정식화 과정에서 수치적인 방법을 제안하였다.

제안된 방법은 기존의 동적 해석기법과는 달리 본 논문에서는 차원을 저감시키는 수치해석기법으로써 RREF를 이용하였고, 불신장 변위모드를 추출함으로써 불안정 구조물의 동적 거동을 추적하였다.

본 논문에서 제안하는 수치해석기법을 이용하면 불안정 구조물의 효율적인 동적 해석이 가능하다는 것을 알 수 있었고, 나아가서 이러한 방법은 트러스 구조물 뿐만 아니라, 케이블이나 막 구조, 케이블과 막이 결합된 형태인 복합구조물에도 그 응용이 가능하리라고 사료된다.

Abstract

Generally, a structural system with large inextensional deformations, or in other words, non-strained deformation is called as 'Unstable Structure'. Truss-linked structures, cable structures, membrane structures and movable structures as foldable space structures etc. are included in this category. In this paper, a dynamic analysis method for unstable structural systems is presented. Governing equations for dynamic analysis of unstable truss structures with inextensional displacements are derived. Because of singularity of inverse matrix in practical analysis of unstable structure, the generalized inverse matrix is introduced to resolve the singular problem. Also, the RREF technique is used to get the inextensional displacement mode. Two unstable truss structures are analyzed by using presented method. Damping is not considered. From the given results, it is known that proposed method is useful to figure out the dynamic behavior of unstable truss structures.

keywords : inextensional deformation, dynamic analysis, generalized inverse matrix, reduced dimension, RREF

* 정회원 · 협성대학교 건축공학과 전임강사
Tel : 031-299-0758, Fax : 031-298-2737
E-mail : jykim@hyupsung.ac.kr

1. 서론

1.1 연구의 배경

막이나 케이블 요소는 재료의 경량성과 유연성으로 인해 여타의 철강이나 콘크리트와는 다른 대공간 구조물이다. 막이나 케이블 요소가 유연성을 가지는 이유는 휨 강성이 인장 강성에 비해 무시할 수 있을 정도로 아주 작기 때문이다. 이러한 막이나 케이블 구조물이 강성 구조물과 다른 가장 큰 특징중의 하나는 전체적인 구조물을 구성하는 부재들에 의하여 발생하게 되는 변위보다는 구조물 자체의 변형이 더 지배적이다. 다시 말하면, 이러한 구조물은 변형없이 대변위를 발생시킨다는 것이다. 본 논문에서는 이러한 변위를 "불신장 변위(inextensible displacement)"라고 부른다. 그리고 불신장 변위가 발생하는 구조물을 "불안정 구조물"이라고 정의한다.^[1] 따라서, 이러한 불안정한 구조물을 안정한 구조물의 형태로 이행하기 위한 과정이 필요하고 이러한 과정을 "불안정 구조물의 안정화 이행과정"이라고 한다.^[2-5] 기존에는 준정적인 해석을 통해 구조물의 초기 불안정 형태를 안정화시켰다.

여기서 "준정적"이라고 하는 것은 시간에 따라 속도는 일정하고 가속도는 존재하지 않는다는 것이다. 더 나아가, 로봇공학, 생물역학 그리고 대공간 구조물에서의 적용을 위하여 이러한 종류의 구조물을 동적인 메카니즘하에서 구속되어 있는 다수요소로써 모델화하는 연구가 진행되어졌다. 본 논문에서는 불안정 구조물의 동적 해석을 위한 정식화 과정중에서 수치적인 방법을 제안하고자 한다.

1.2 연구의 내용 및 목적

위에서 언급한 바와 같이 본 논문에서는 불안정 트러스 구조물의 동적 해석을 수행하였다. 지금까지 진행되어진 연구의 내용을 살펴보면, Kane(1961)^[6]은 독립된 좌표계의 적당한 선택이 구속시스템에 있어서 차원의 저감화가 가능하다는 것을 정식화하였지만, Kane의 정식화 과정은 구속반력이 자유이기 때문에, 근본적으로 독립된 좌표계의 선택이 어렵다. Kamman과 Huston(1984)^[7]은 차원 저감화 방법으로 영 고유치 방법을 이용하였다, 그러나, 시스템의 구성

이 변화함에 따라서, 방향여현 매트릭스의 랭크(rank)가 변화하고 이것은 수치적분과 해를 얻는 과정에 있어서 특이성(singularity)을 발생시킨다. 따라서 본 논문의 목적은 일반역행렬을 이용하여 시스템의 구성 변화에 따라서 발생하게 되는 매트릭스의 특이성을 해결하고, 기존에는 차원 저감화 기법으로써 가우스 소거법을 이용하였지만, 본 논문에서는 차원 저감화 기법으로써 RREF(reduced row echelon form) 이론을 도입하여 독립된 좌표계가 자동적으로 선택되게 하는데 있다. 그리고 본 논문에서는 운동방정식에서의 해를 구하는 데 있어서 수치적분으로써 Duhamel의 적분을 이용하였다.^[8]

2. 기하학적 관계식

불안정 트러스 구조물에 있어서의 부재와 절점과의 기하학적인 관계를 식으로 전개하면 다음과 같다.

구조물의 초기 형상을 n 차의 일반화 좌표로 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T \tag{1}$$

여기서, n 은 총 자유도수이다.

다음으로, 불안정 구조물에서는 불신장 변위가 발생하므로, 불신장 변위에 관한 제약조건식을 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{g} = g_l(x_1, x_2, \dots, x_n) \tag{2}$$

여기서, l 은 제약조건수이고, 부재수(m)와 같다. 식(2)는 부재 길이의 변화에 대한 제한조건을 나타내는 식이고, 기하학적인 제약조건은 기하학적인 적합 조건으로써 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{Ax}' = \mathbf{g} \tag{3}$$

여기서, \mathbf{A} 는 방향여현 매트릭스이고, 방향여현 매트릭스라는 것은 국부좌표계를 전체좌표계로 나타내었을 경우에 좌표변환에 관계되는 매트릭스이다. 또

한 A 는 (m, n) 형 장방 매트릭스이다. 그리고, $g = \{g_1, g_2, \dots, g_m\}^T$ 이다. 결국 식(3)은 부재의 길이를 절점변위로서 표현한 것을 뜻하며, 식(3)에 변형을 제어하는 파라미터 s 를 도입하면 다음과 같다.

$$A(s)x'(s) = g(s) \tag{4}$$

식(4)를 s 에 관해서 순차적으로 미분을 행하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A'(s)x'(s) + A(s)x''(s) &= g'(s) \\ A''(s)x'(s) + 2A'(s)x''(s) + A(s)x'''(s) &= g''(s) \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned} \tag{5}$$

식(4)와 (5)에서 $s = s_0$ 에서의 일반해는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x'(s_0) &= A^+(s_0)g(s_0) + H(s_0)\alpha'(s_0) \\ x''(s_0) &= A^+(s_0)\{g(s_0) \\ &\quad - A'(s_0)x'(s_0)\} + H(s_0)\alpha''(s_0) \\ x'''(s_0) &= A^+(s_0)\{g(s_0) \\ &\quad - A''(s_0)x'(s_0) - 2A'(s_0)x''(s_0)\} \\ &\quad + H(s_0)\alpha'''(s_0) \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned} \tag{6}$$

식(6)에서 $A^+(s_0)$ 는 $A(s_0)$ 의 일반역행렬을 나타낸다. 일반역행렬이라는 것은, 장방형 매트릭스의 역행렬을 구할 수 있는 매트릭스 수치해석기법이다. 여기서 일반역행렬 이론을 도입하는 이유는 식(4)와 식(5)에서 $x'(s_0), x''(s_0), \dots$ 을 구하기 위해서는 $A(s_0)$ 의 역행렬을 구해야 한다. 그러나, 앞서서도 기술한 바와 같이 $A(s_0)$ 가 장방형 매트릭스가 되기 때문에 임의의 매트릭스에 대한 역행렬을 구할 수 있는 일반역행렬 이론을 도입하는 것이다. 그리고, $H(s_0)$ 는 불신장 변위를 나타내는 매트릭스이다. 또한,

$\alpha'(s_0), \alpha''(s_0)$ 는 일반역행렬로부터 나오게 되는 임의의 벡터이고, 변위의 속도와 가속도를 제어하는 벡터이다. 또한 식(6)에서 구한 x, x'', \dots 은 증분방정식에서 사용하게 된다.

3. 증분방정식

본 장에서는 2장에서 구한 현재시점의 변위에 대한 속도와 가속도를 가지고 증분 변위를 구하는 식을 전개하였다.

식(1)에서 나타난 구조물의 절점 좌표를 s 의 함수로서 Taylor 급수로 전개하면 다음과 같다.

$$x(s) = x(s_0) + x'(s_0)s + \frac{1}{2}x''(s_0)s^2 + \frac{1}{6}x'''(s_0)s^3 + \dots \tag{7}$$

x 의 증분 $d(s) = x(s) - x(s_0)$ 로 정의하고, 식(7)의 2차항까지 채용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d(s) = x'(s_0)s + \frac{1}{2}x''(s_0)s^2 \tag{8}$$

식(6)을 식(8)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} d(s) &= A^+(s_0)\left\{g(s_0)s + \frac{1}{2}g'(s_0)s^2\right\} \\ &\quad + H(s_0)\left\{\alpha'(s_0)s + \frac{1}{2}\alpha''(s_0)s^2\right\} \\ &\quad + A^+(s_0)\left\{-\frac{1}{2}A'(s_0)x'(s_0)s^2\right\} \end{aligned} \tag{9}$$

식(9)에서 제1항은 신장 변위를 나타내는 항이고, 제2항은 불신장 변위를 나타내는 항이다. 제3항은 증분변위 $d(s)$ 를 신장 변위와 불신장 변위성분으로 나누는 데에 있어서 발생하게 되는 항이다.

제약조건(불신장 변위) $g \equiv l = 0$ 으로 하는 것에 의해서 식(9)의 제1항이 소거된다. 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} d(s) &= H(s_0)\left\{\alpha'(s_0)s + \frac{1}{2}\alpha''(s_0)s^2\right\} \\ &\quad + A^+(s_0)\left\{-\frac{1}{2}A'(s_0)x'(s_0)s^2\right\} \end{aligned} \tag{10}$$

여기서 식(10)을 s 와 s^2 에 관한 항으로 나누면 다음식과 같다.

$$d(s) = H(s_0) a'(s_0) s + \{H(s_0) a''(s_0) - A^+(s_0) A'(s_0) x'(s_0)\} \frac{1}{2} s^2 \quad (11)$$

식(11)을 s 에 관해서 순차적으로 미분을 하면 다음과 같다.

$$d'(s) = H(s_0) a'(s_0) + \{H(s_0) a''(s_0) - A^+(s_0) A'(s_0) x'(s_0)\} s \quad (12)$$

$$d''(s) = H(s_0) a''(s_0) - A^+(s_0) A'(s_0) x'(s_0) \quad (13)$$

식(11), (12) 그리고 (13)이 각각 증분 변위, 증분 변위속도, 증분 변위가속도를 나타낸다. 따라서, 식(11), 식(12) 그리고 식(13)이 증분방정식을 나타내며, 이 증분방정식을 통하여 각 시간에 따른 절점변위와 속도 그리고 가속도를 구할 수 있다. 또한 증분방정식에서 $H(s_0)$ 는 불신장 변위성분에 관계된 매트릭스으로써 불안정 구조물의 동적 거동에 있어서 매우 중요한 역할을 한다. 이것에 관해서는 4장에서 기술하였다.

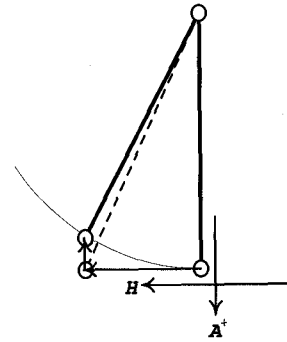
4. 신장 변위와 불신장 변위

4.1 변위의 구성

그림 1에서 보는 바와 같이 진자 운동은 불신장 변위성분 (H)과 신장 변위성분 (A^+)으로 나눌 수가 있다. 이것을 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$d(s) = d_E(s) + d_H(s) \quad (14)$$

여기서 $d_E(s)$ 를 포함하는 공간을 W 라 하고, $d_H(s)$ 를 포함하는 공간을 V 라 하면, $d_E(s)$ 와 $d_H(s)$ 는 서로 직교하는 공간 안에서의 변위성분이 된다.



〈그림 1〉 진자 운동

4.2 불신장 변위 모드

기하학적인 구속조건은 불신장 변위이므로, 식(3)에서 우변은 0이 된다. 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$Ax' = 0 \quad (15)$$

식(15)에서 x' 을 구하기 위해 일반역행렬을 이용하면 다음과 같이 된다.

$$x' = [I_n - A^+A] \alpha' \quad (16)$$

여기서, A 의 랭크를 r 이라고 하자. 그러면,

$$\text{rank}(A) = r \quad (17)$$

이 되고, 식(16)의 계수 매트릭스의 랭크는,

$$\text{rank}(I_n - A^+A) = n - r \quad (18)$$

이 된다. 여기서 $n - r = p$ 로 놓으면, p 는 미소변위의 범위에 있어서의 불신장 변위의 자유도수이고, 통상은 불안정 차수라 불리우는 것이다.

다음으로, 식(16)의 계수 매트릭스인 $[I_n - A^+A]$ 를 열벡터의 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$[I_n - A^+A] = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_n] \quad (19)$$

계수 매트릭스의 랭크가 p 이므로, h_1, h_2, \dots, h_n 중에서 독립인 열벡터가 p 개가 되어 차원을 저감시키게 된다. 그리고 각각의 독립인 열벡터는 전체적인

구조물에 있어서 각각의 불신장 변위 모드를 나타내고 있다.

5. 차원 저감화 기법

4.2절에서 언급한 바와 같이 계수 매트릭스에서 독립인 열벡터를 추출하여 차원을 저감시키는데, 차원을 저감시켜야 하는 이유는 불신장 변위성분인 H 매트릭스를 구해야 하기 때문이다. 본 논문에서는 독립인 열벡터를 추출하여 차원을 저감시키는 방법으로 RREF 이론을 도입한다. 여기서 RREF를 다음과 같이 정의한다.

- (1) 성분이 모두 0인 행이 존재하면 그 행은 행렬의 맨 아래에 위치한다.
- (2) 각 행에서 처음으로 나타나는 0이 아닌 성분은 1이다. 이 때, 이 1을 그 행의 선행성분(leading entry)이라 한다.
- (3) i 행과 $(i + 1)$ 행 모두에 선행성분이 존재하면 $(i + 1)$ 행의 선행성분은 i 행의 선행성분보다 오른쪽에 위치한다.
- (4) 어떤 행의 선행성분을 포함하는 열의 다른 성분은 모두 0이다.

위에서는 행에 관해 정의되었지만, 열에 관해서도 똑같이 정의된다. 따라서 RREF 이론^[10]을 도입하면 독립인 열벡터를 자동적으로 추출하게 된다. 다음으로 독립인 열벡터를 Gram-Schmidt 정규 직교화 과정을 통하여 H 매트릭스를 생성하게 된다. 여기서, Gram-Schmidt 정규 직교화 과정^[10]이란, R^n 공간상에 있는 임의의 벡터를 정규 직교기저 벡터로써 나타내는 과정이다. 이상에 의하여 식(19)를 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$[I_n - A^+A] = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_p] \quad (20)$$

따라서, 식(20)을 식(16)에 대입하고 전개하면 다음과 같다.

$$x' = H\alpha' = \alpha'_1 h_1 + \alpha'_2 h_2 + \dots + \alpha'_p h_p \quad (21)$$

여기서 H 매트릭스는 n 차의 좌표계 $\{x_1, x_2,$

$\dots, x_n\}^T$ 로부터 p 차의 좌표계 $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p\}^T$ 에의 좌표변환 매트릭스이다.

6. 동적 운동방정식

구조물의 운동방정식은 다음과 같다. 감쇠는 Rayleigh 감쇠를 이용한다.

$$M\ddot{d} + C\dot{d} + Kd = f \quad (22)$$

$$C = \beta M + \gamma K \quad (23)$$

여기서 β 와 γ 는 Rayleigh 감쇠로 가정하였을 때, 질량 매트릭스 M 과 강성 매트릭스 K 에 비례하게 하는 임의의 비례상수이다.

동적 거동에 있어서의 모델은 자유절점을 완전한 질점(mass point)이라고 가정하고, 부재는 없는 것으로 한다. 즉, 기하학적 구속조건(절점간의 거리는 변함없다.)을 가진 질점요소로써 모델화된다. 따라서 운동방정식에 있어서 강성은 주어지지 않는다. 이것을 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$M\ddot{d} + C\dot{d} = f \quad (24)$$

여기서, 불신장 변위를 고려하고 또한 증분간격이 미소하다고 가정하면, $d = H\alpha$ 이 성립하고, 이것을 식(24)에 대입하면 다음과 같다.

$$MH\ddot{\alpha} + \beta MH\dot{\alpha} = f \quad (25)$$

식(25)의 양변에 H^T 를 하면 다음과 같다.

$$(H^T MH)\ddot{\alpha} + \beta(H^T MH)\dot{\alpha} = H^T f \quad (26)$$

식(26)에서 $H^T MH = M_\alpha$ 로 치환하면 다음과 같이 된다.

$$M_\alpha \ddot{\alpha} + \beta M_\alpha \dot{\alpha} = H^T f \quad (27)$$

식(27)을 α 에 관해서 정리하면 다음과 같은 2계 미분방정식이 얻어진다.

$$\ddot{\alpha} + \beta\alpha = p \tag{28}$$

단, $p = M_a^{-1} H^T f$

식(28)은 2계 미분방정식이므로, 2개의 적분상수를 구하기 위한 초기값으로써 $\alpha(s_0) = 0, \dot{\alpha}(s_0) = \dot{\alpha}_0$ 로 주어지면 다음과 같이 그 해를 구할 수 있다.

(1) $\beta = 0$ 인 경우 ; 감쇠가 없는 경우

$$\alpha(t) = \frac{1}{2} t^2 p + t \dot{\alpha}_0 \tag{29}$$

(2) $\beta \neq 0$ 인 경우 ; 감쇠가 있는 경우

$$\alpha(t) = \frac{p}{\beta} \left\{ t - \frac{1}{\beta} (1 - e^{-\beta t}) \right\} + \frac{1}{\beta} (1 - e^{-\beta t}) \dot{\alpha}_0 \tag{30}$$

i step에서는 $\alpha = \alpha_i(t)$ 가 되고, 식(29), (30)은 다음과 같이 된다.

(1) $\beta = 0$ 인 경우 ; 감쇠가 없는 경우

$$\alpha_i(t) = \frac{1}{2} t^2 p_i + t \dot{\alpha}_i^0 \tag{31}$$

(2) $\beta \neq 0$ 인 경우 ; 감쇠가 있는 경우

$$\alpha_i(t) = \frac{p_i}{\beta} \left\{ t - \frac{1}{\beta} (1 - e^{-\beta t}) \right\} + \frac{1}{\beta} (1 - e^{-\beta t}) \dot{\alpha}_i^0 \tag{32}$$

단, $v_i(t) = H_i \dot{\alpha}_i(t)$ (33)

여기서, 이산화된 변위 속도의 연속조건을 도입하면 다음의 식이 성립한다.

$$v_i(0) = v_{i-1}(\Delta t) \tag{34}$$

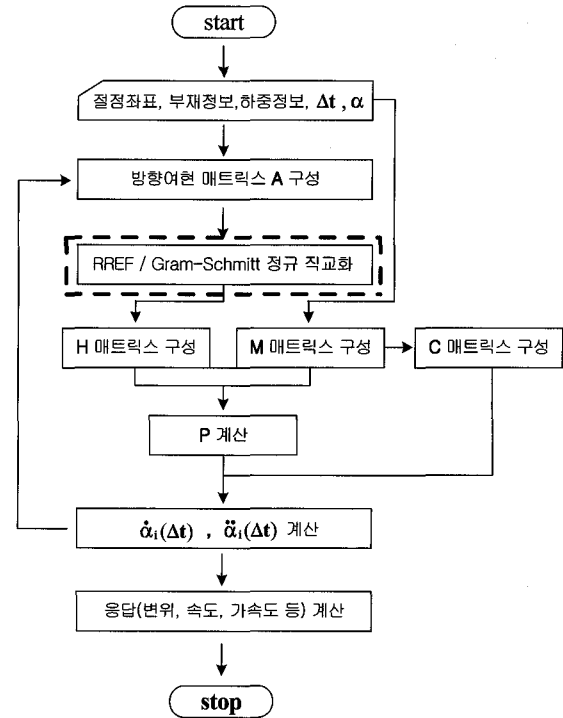
$$H_i \dot{\alpha}_i^0 = H_{i-1} \dot{\alpha}_{i-1}(\Delta t) \tag{35}$$

$$\dot{\alpha}_i^0 = H_i^T H_{i-1} \dot{\alpha}_{i-1}(\Delta t) \tag{36}$$

식(36)에 의해서 각 스텝의 초기 속도가 결정된다.

7. 수치 해석예

7.1 수치해석 알고리즘

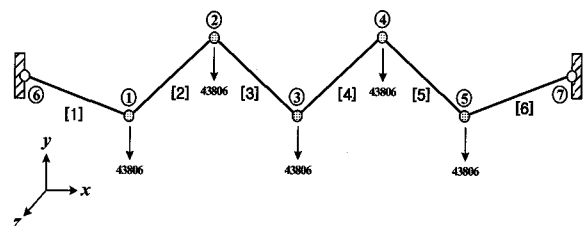


<그림 2> 수치해석 알고리즘

7.2 예제 I

<그림 3>에 나타난 예제 구조물은 절점 7개, 부재 6개로 이루어진 2차원 트러스 구조물이다. 하중은 중력하중만을 고려하였으며, 구조물의 감쇠는 고려하지 않았으므로, β 는 0으로 하였고, Δt 는 0.001로 하여 해석을 수행하였다.

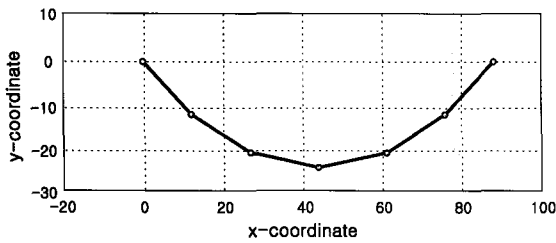
위에 나타나 있는 <표 1>은 예제 구조물의 절점좌표, 질량 및 외력에 대한 수치를 나타낸 표이다. 자유 절점만을 절점으로 가정하였기 때문에 고정절점은 질량이 없다.



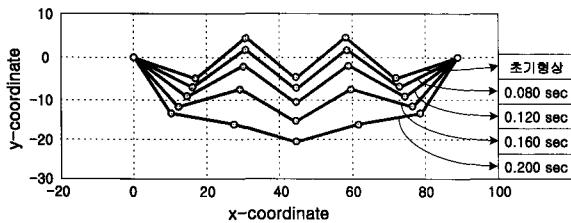
<그림 3> 예제 구조물 I

<표 1> 예제 구조물 1의 제원(절점좌표, 질량 및 외력)

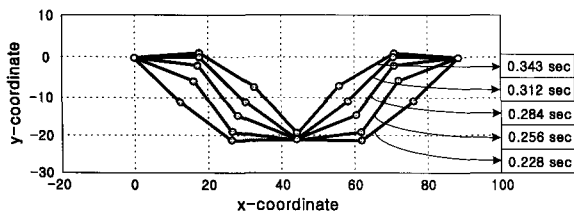
절점 좌표	x(cm)	y(cm)	z(cm)	질량(g)	외력(gcm/s ²)
1	16.700	-5.555	0.000	44.700	-43806.000
2	30.350	5.555	0.000	44.700	-43806.000
3	44.000	-5.555	0.000	44.700	-43806.000
4	57.650	5.555	0.000	44.700	-43806.000
5	71.300	-5.555	0.000	44.700	-43806.000
6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7	88.000	0.000	0.000	0.000	0.000



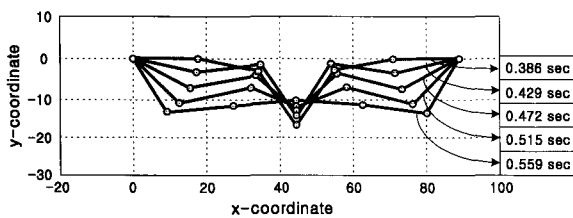
<그림 4> 정적 평형형상



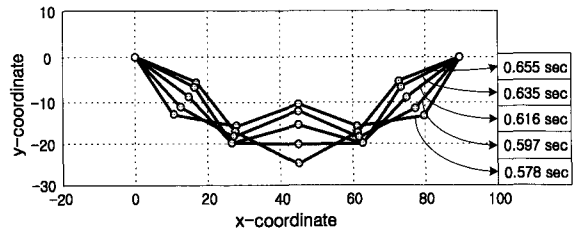
<그림 5> 변화형상(0.000sec~0.200sec)



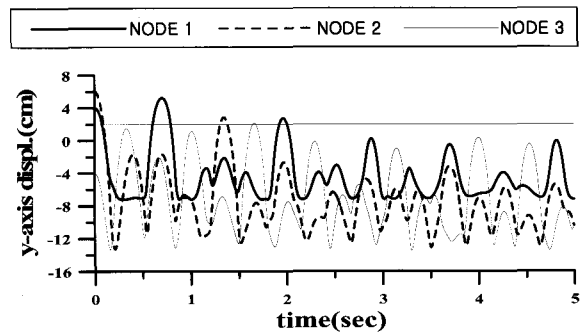
<그림 6> 변화형상(0.228sec~0.343sec)



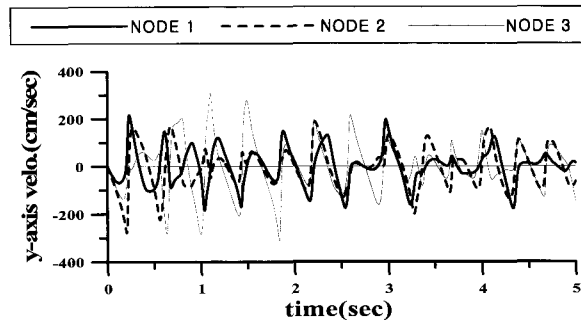
<그림 7> 변화형상(0.386sec~0.559sec)



<그림 8> 변화형상(0.578sec~0.655sec)



<그림 9> 시간에 따른 y축 변위

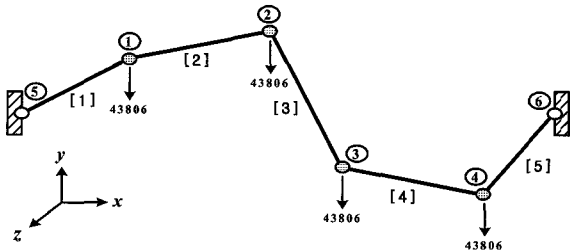


<그림 10> 시간에 따른 y축 속도

<그림 4>는 정적 평형형상을 나타낸 것이고, <그림 5>, <그림 6>, <그림 7> 그리고 <그림 8>은 시간에 따른 각각의 변화 형상을 나타낸 것이다. <그림 5>와 <그림 6>에서 보는 바와 같이 구조물의 동적 해석에서의 정적 평형형상은 0.200초에서 0.228초 사이에 있다는 것을 알 수 있다. 또한 <그림 5>와 <그림 7>은 중력방향으로 구조물이 거동하는 것을 나타낸 그림이고, <그림 6>과 <그림 8>은 중력반대방향으로 구조물이 거동하는 것을 나타낸 그림이다. 그리고 <그림 9>와 <그림 10>은 각각 시간에 따른 y축의 변위 및 속도를 나타낸 것이다. 그림에서도 알 수 있는 바와 같이 감쇠가 없음에도 불구하고 변위나 속도가 일정하지 않다는 것을 알 수 있다. 그 이유는 일반적으로 구

조물의 주기는 구조물의 질량과 강성에 관계가 있고, 본 논문에서는 구조물의 강성이 없다고 가정하였기 때문에 주기가 발생하지 않기 때문이다.

7.3 예제 II

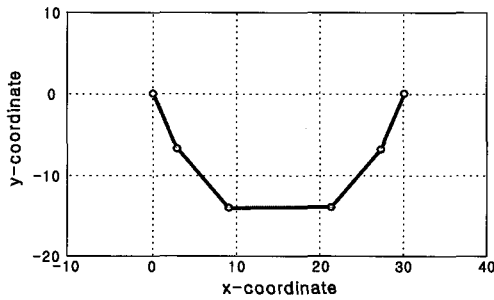


〈그림 11〉 예제 구조물 II

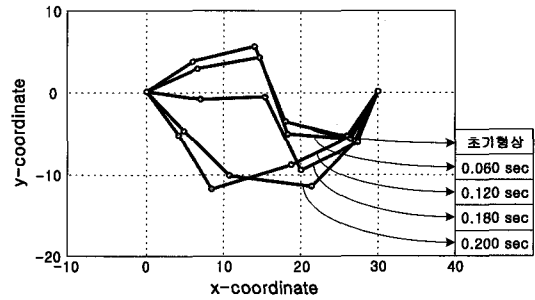
〈그림 11〉에 나타난 예제 구조물은 절점 6개, 부재 5개로 이루어진 2차원 트러스 구조물이다. 하중은 중력하중만을 고려하였으며, 구조물의 감쇠는 고려하지 않았으므로, β 는 0으로 하였고, Δt 는 0.001로 하였다.

〈표 2〉 예제 구조물 II의 제원(절점좌표, 질량 및 외력)

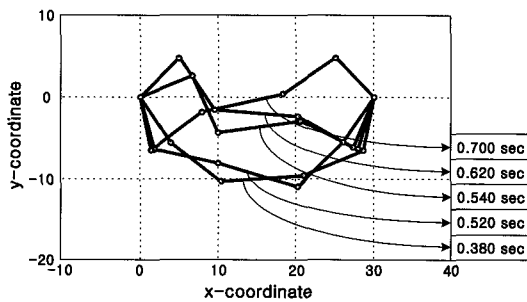
절점 좌표	x(cm)	y(cm)	z(cm)	질량(g)	외력(gcm/s ²)
1	6.000	4.000	0.000	44.700	-43806.000
2	14.000	6.000	0.000	44.700	-43806.000
3	18.000	-4.000	0.000	44.700	-43806.000
4	26.000	-6.000	0.000	44.700	-43806.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	30.000	0.000	0.000	0.000	0.000



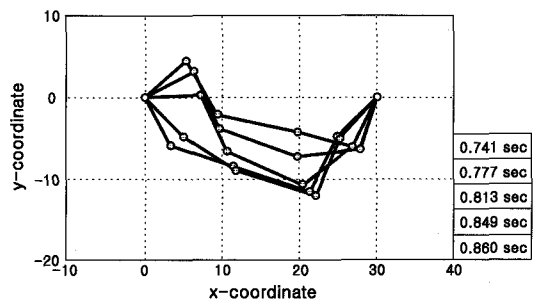
〈그림 12〉 정적 평형형상



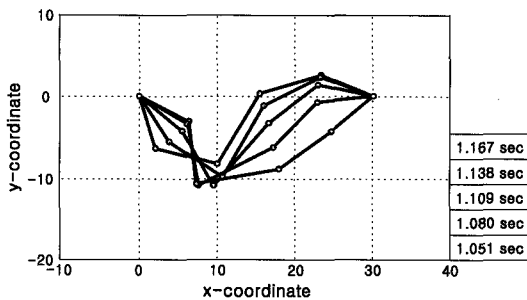
〈그림 13〉 변화 형상(0.000sec~0.200sec)



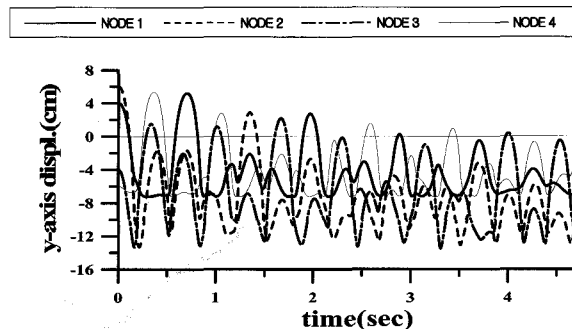
〈그림 14〉 변화 형상(0.380sec~0.700sec)



〈그림 15〉 변화 형상(0.741sec~0.860sec)

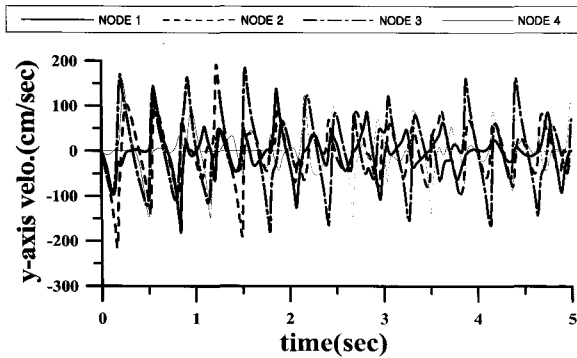


〈그림 16〉 변화 형상(1.051sec~1.167sec)



〈그림 17〉 시간에 따른 y축 변위

위에 나타난 <표 2>는 예제 구조물의 절점좌표, 질량 및 외력에 대한 수치를 나타낸 표이다. <그림 12>는 구조물의 정적 평형형상을 나타낸 것이고, <그림 13>, <그림 14>, <그림 15> 그리고 <그림 16>은 각각 시간에 따른 변화 형상을 나타낸 것이고, <그림 12>와 <그림 13>에서 보는 바와 같이 동적 해석에서의 정적 평형형상은 0.180초에서 0.220초 사이에 있다는 것을 알 수 있다. 또한 <그림 13>과 <그림 15>는 중력 방향으로 구조물이 거동하는 것을 나타낸 그림이고, <그림 14>와 <그림 16>은 중력반대방향으로 구조물이 거동하는 것을 나타낸 그림이다. <그림 17>과 <그림 18>은 각각 시간에 따른 y축 변위와 속도를 나타낸 것이고, 강성이 존재하지 않으므로 시간에 따른 변위와 속도가 일정하지 않다는 것을 알 수 있다.



<그림 18> 시간에 따른 y축 속도

8. 결론

지금까지 차원 저감화 기법을 이용한 불안정 트러스 구조물의 동적 거동에 대해서 알아보았다. 기존의 동적 해석기법과는 달리 본 논문에서는 차원을 저감시키는 수치해석기법으로써 RREF를 이용하였고, 불신장 변위모드를 추출함으로써 불안정 구조물의 동적 거동을 추적하였다. 따라서 본 논문에서 얻은 결론을 요약하면 다음과 같다.

첫째, 시간에 따라 구조물의 시스템의 변화로 인해 발생하게 되는 매트릭스의 특이성을 일반역행렬을 이용하여 해결하였다.

둘째, 차원 저감화 기법으로써 RREF를 이용함으로써 구조물의 불신장 변위모드를 자동적으로 추출할 수 있었다.

결론적으로, 본 논문에서 제안하는 수치해석기법을 이용하면 불안정 구조물의 효율적인 동적 해석이 가능하다는 것을 알 수 있었고, 나아가서 이러한 방법은 트러스 구조물 뿐만 아니라, 케이블이나 막 구조, 케이블과 막이 결합된 형태인 복합구조물에도 그 응용이 가능하리라고 본다.

참 고 문 헌

1. 半谷裕彦, 川口建一, 形態解析, 1991, pp.21-42, 67-93
2. Hangai, Y. and Kawaguchi, K., "Introduction of Higher Terms into the Analysis for Shape Finding of Unstable Link Structures," Proceedings of IASS-MSU Symposium, Istanbul, 1988, pp.471-478
3. Hangai, Y. and Kawaguchi, K., "Analysis for Shape Finding Process of Unstable Link Structures, Bulletin of IASS, Vol.30, 1990, pp.116-128
4. 김 진우, 김 재열, 권 택진, "일반역행렬을 이용한 불안정 Link 구조물의 형태해석에 관한 연구," 대한건축학회 학술발표대회 논문집, 제21권, 제1호, 2001. 4., pp.183-186
5. 권 택진, 김 재열, 김 진우, "구성부재의 위상을 이용한 불안정 트러스 구조물의 안정화 이행과정," 한국 전산구조공학회 학술발표대회 논문집, 제14권 제1집, 2001. 4., pp.251-258
6. Kane, T.R., "Dynamics of Nonholonomic Systems," ASME Journal of Applied Mechanics, Vol.28, Dec. 1961, pp.574-578
7. Kamman, J.W. and Huston, R.L., "Dynamics of Constrained Multibody Systems, ASME Journal of Applied Mechanics, Vol.51, Sept. 1984, pp.899-903
8. Kawaguchi, K., Hangai, Y. and Miyazaki, K., "The Dynamic Analysis of Kinematically Indeterminate Frameworks," Proceedings of IASS-MSU Symposium, Istanbul, 1993, pp.569-576

9. Kim, S.S. and Vanderploeg, M.J., "QR Decomposition for State Space Representation of Constrained Mechanical Dynamic Systems," ASME Journal of Applied Mechanics, Transmissions, and Automation in Design, Vol.108, June 1986, pp.183-188
10. 신항균, 이광연, 이상구, 천기상, 선형대수학과 응용, 1998, pp.24-26, 188-196
11. Goldberg, Jack L., Matrix Theory with Application, 1991, pp.177-180