Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 30, No. 3, pp. 205-212, September 2004.

평균 샘플 수 최소화를 통한 계량형 반복 샘플링 검사의 설계

박희곤 · 문영건 · 전치혁† · S. Balamurali · 이재욱

포항공과대학교 기계산업공학부

A Variables Repetitive Group Sampling Plan for Minimizing Average Sample Number

Heekon Park · Young-gun Moon · Chi-Hyuck Jun · S. Balamurali · Jaewook Lee

Division of Mechanical and Industrial Engineering, Pohang University of Science and Technology, Pohang, 790-784

This paper proposes the variables repetitive group sampling plan where the quality characteristic following normal distribution has upper or lower specification limit. The problem is formulated as a non-linear programming problem where the objective function to minimize is the average sample number and the constraints are related to lot acceptance probabilities at acceptable quality level (AQL) and limiting quality level (LQL) under the operating characteristic curve. Sampling plan tables are constructed for the selection of parameters indexed by AQL and LQL in the cases of known standard deviation and unknown standard deviation. It is shown that the proposed sampling plan significantly reduces the average sample number as compared with the single or the double sampling plan.

***Keywords*:** variable sampling plan, average sample number, producer's risk, consumer's risk, OC curve

1. 서 론

소비자에게 만족스러운 품질의 제품을 공급하기 위해서는 생산하는 여러 단계에서 품질 검사를 실시하여야 한다. 제품의 품질을 검사하는 방법으로는 전수검사와 샘플링 검사방법이 있다. 이에 대한 구체적인 사항을 위해서는 Bai(1992) 등을 참조할 수 있다.

샘플링 검사방법은 품질 특성치의 성질에 따라 크게 계수형 샘플링(Sampling Inspection by Attributes) 및 계량형 샘플링(Sampling Inspection by Variables) 검사로 나눌 수 있다. 계수형 샘플링 검사는 제품을 단순하게 양품, 불량품으로 구분하고자 하는 경우에 적용하는 검사기법이고, 계량형 샘플링 검사는 길이, 부피, 무게 등과 같이 품질 특성치가 연속형 데이터로 주어지는 경우 적용하는 기법이다.

Sherman(1965)은 계수형 반복 샘플링 검사(ARGSP; Attribute Repetitive Group Sampling Plan)를 제안하였는데, 이는 기존의 샘플링 검사방안들보다 우수함을 보여주고 있다. 반복 샘플링 검사(RGS Plan)에서는 매회 크기 n의 샘플을 뽑아서 로트를 판별하는데, 판정 결과는 2개의 경계치에 의해서 3개의 부분으로 나누어진다. 로트를 합격시킬 영역과 반복할 영역과 불합격시킬 영역으로 판정한다. 물론 OC 곡선(Operating Charac- teristic Curve) 상에서 생산자 위험과 소비자 위험을 모두 만족 시켜야 한다는 제약조건을 갖는다. 그런데 이 경우에 제약조건을 만족하는 샘플 크기와 2개의 경계치 값을 결정할 때 다수의 해가 존재한다는 문제점이 있다.

이 논문의 목적은 RGS Plan를 계량형에 적용하고자 함이며 위의 문제점을 해결하기 위해서 평균 샘플 수(ASN; Average Sample Number)를 최소화시키는 비선형 문제로 정식화하여 샘플링 검사방안을 설계하는 것이다. 이때 제약조건은 OC 곡선 상의 생산자 위험과 소비자 위험을 만족시키는 것이다. 그리고 제안한 샘플링 검사방안의 ASN을 계량형 1회 샘플링 검사(Single Sampling Plan), 2회 샘플링 검사(Double Sampling Plan) 및 축차 샘플링 검사(Sequential Sampling Plan)와 비교평가한다.

† 연락저자 : 전치혁 교수, 790-784 경북 포항시 남구 효자동 산31 포항공과대학교 산업공학과, Fax : 054-279-2870, E-mail : chjun@postech.ac.kr
2003년 12월 접수; 2004년 4월, 2004년 5월 수정본 접수; 2004년 5월 게재 확정.

본 논문의 구성은 1절의 서론에 이어 2절에서는 관련 연구에 대하여 살펴본다. 3절에서는 제안한 샘플링 검사를 설계하고 4장에서 결론을 맺도록 한다.

2. 기존 계량형 샘플링 검사

샘플링 검사 설계 시에 불량률이 p_1밖에 안 되는 좋은 품질의 로트가 합격될 확률은 $1-\alpha$(α:생산자 위험)로, 불량률이 p_2가 되는 나쁜 품질의 로트가 합격될 확률은 β(소비자 위험)로 미리 정하여 줌으로써, 생산자 측과 소비자 측이 요구하는 품질보호를 동시에 만족시키도록 한다. p_1으로는 통상 AQL (Acceptable Quality Level)을, p_2로는 통상 LQL(Limiting Quality Level)을 사용한다. 따라서 설계되는 검사방안의 OC곡선은 사전에 결정된 생산자 위험점($p_1, 1-\alpha$)과 소비자 위험점 (p_2, β)을 통과하여야 한다. p_1, p_2의 값은 생산자 측과 소비자 측이 합의하여 정하는데, 생산능력, 경제적 사정, 품질에 대한 요구조건, 검사비용 등을 고려할 수 있다. 수학적으로 이 조건식은 식(1)과 같다.

$$L(p_1) = 1-\alpha \qquad (1)$$
$$L(p_2) = \beta$$

여기서 $L(p_1)$은 AQL에서 로트의 합격확률을 나타내고, $L(p_2)$은 LQL에서 로트의 합격확률을 나타낸다. OC 곡선에 대한 설명은 Govindaraju and Kuralmani(1992) 등에서 자세히 다루고 있다.

계량형 샘플링 검사에서는 통상 품질의 특성치가 정규분포를 따른다고 가정한다. 계량형 검사가 계수형 검사보다 단위당 검사비용이 많이 드나 로트에 대한 같은 정도의 품질보증을 하는 데 필요한 샘플의 크기가 계수형 샘플링 검사의 경우보다 작아진다는 장점이 있다. 그러므로 단위당 검사비용이 증가하더라도 샘플의 크기를 줄임으로써 전체 검사비용을 줄일 수 있을 때 계량형 샘플링 검사를 사용하는 것이 경제적일 수 있다(Lieberman and Resnikoff(1955) 참조).

또한 계량형 샘플링 검사방식을 적용하는 경우 품질 특성치에 대한 규격하한 L이 존재하는가, 규격상한 U가 존재하는가 또는 L과 U모두 존재하는가에 따라 그 절차가 서로 다를 수 있다.

가장 단순한 형태인 계량형 1회 샘플링 검사는 (n,k)에 의해 규정되며 샘플의 평균 $\overline{X}$를 산출하여 만약 하한규격(L)이 존재하는 경우는

$$\frac{\overline{X}-L}{\sigma} \geq k \text{이면 로트 합격} \qquad (2)$$
$$\frac{\overline{X}-L}{\sigma} < k \text{이면 로트 불합격}$$

으로 판정한다. 이에 대한 자세한 사항은 Park and Park(2002), Bai(1992) 등에서 설명하고 있다. 여기서 품질 특성치의 표준편차 σ를 아는 경우와 모르는 경우 샘플 수 n이 다르게 설계된다. 즉, σ를 아는 경우

$$n = \left\{\frac{z_\alpha + z_\beta}{z_{p_1} - z_{p_2}}\right\}^2, \ k = \frac{z_{p_1} z_\beta + z_{p_2} z_\alpha}{z_\alpha + z_\beta} \qquad (3)$$

을 얻고, 표준편차 σ를 모르는 경우는

$$n = \left(1+\frac{k^2}{2}\right)\left\{\frac{z_\alpha + z_\beta}{z_{p_1} - z_{p_2}}\right\}^2, \ k = \frac{z_{p_1} z_\beta + z_{p_2} z_\alpha}{z_\alpha + z_\beta} \qquad (4)$$

이 된다. 여기서 z_α는 표준 정규분포 상에서 꼬리확률 α에 해당하는 경계치를 나타낸다.

1회 샘플링 검사를 보다 일반화하여 2회 샘플링, 다회 샘플링, 축차 샘플링 검사방안을 고려할 수 있다. Sommers(1981)는 1회 샘플 크기(n_1), 2회 샘플 크기(n_2), 1회 샘플 합격상수(k_a), 1회 샘플 불합격상수(k_r) 및 통합샘플 불합격상수(k_t)를 파라미터로 하는 2회 샘플링 방안을 도출하였다. 축차 샘플링 검사(σ 아는 경우)는 ISO 8423(1991) 등에서 제시되고 있다.

한편, 제안하는 샘플링 검사의 기초가 되는 Sherman(1965)의 계수형 반복 샘플링 검사의 절차는 아래와 같다.

(1) 로트로부터 크기 n의 샘플을 추출한다.
(2) 이 샘플에서 불량품의 개수 d를 찾는다.
(3) 만약 $d \leq c_1$이면 로트를 합격시키고, 만약 $d > c_2$이면 로트를 불합격시킨다.
만약 $c_1 < d \leq c_2$이면 절차 (1), (2), (3)을 반복한다 (단, $c_1 \leq c_2$).

위의 방법은 $c_1 = c_2$일 때 계수형 1회 샘플링 검사방법이 된다. 반복 샘플링은 다회 샘플링과는 달리 매회 로트에 대한 판정 시 이전 결과는 활용하지 않고 당해 결과만을 이용하고 있다

3. 제안한 샘플링 검사의 설계

Sherman(1965)의 계수형 반복 샘플링 검사에 대한 연구 이후 계량형 반복 샘플링 검사는 기존에 제안된 바가 없다. 그러나 계량형 샘플링 검사의 경우 검사비용이 계수형에 비하여 크므로 반복 샘플링 검사를 통하여 샘플 크기를 줄이는 방안이 더욱 강구될 필요가 있다. 평균 샘플 수(ASN)의 관점에서는 축차 샘플링의 경우 최소가 될 수 있으나 이 방안은 샘플링 횟수가 증대된다. 따라서, 제안하는 반복 샘플링 검사는 ASN 및 샘플링 횟수 면에서 1회 샘플링과 축차 샘플링의 중간에 위치하는

방안으로서 의미가 있을 것으로 기대된다.

3.1 계량형 반복 샘플링 검사

품질 특성치는 평균이 μ, 표준편차가 σ인 정규분포를 따르고 상한규격(U)이 존재한다고 가정한다.

우선 로트의 σ를 아는 경우에 대해서 계량형 반복 샘플링 검사(VRGSP; Variables Repetitive Group Sampling Plan)는 다음과 같이 제안할 수 있으며, 설계 파라미터는 $(n_\sigma, k_{1\sigma}, k_{2\sigma})$이다.

(1) 로트에서 랜덤하게 크기 n_σ의 샘플을 취하여 품질 특성치 평균 $\overline{X}$를 산출한다.

(2) 뽑은 샘플에 대해서 $v = \dfrac{U-\overline{X}}{\sigma}$을 계산한다.

(3) 만약 $v \geq k_{2\sigma}$(또는 $\overline{X} \leq U - k_{2\sigma}\sigma$)이면 로트를 합격시키고, 만약 $v < k_{1\sigma}$(또는 $\overline{X} > U - k_{1\sigma}\sigma$) 이면 로트를 불합격시킨다. 만약 $k_{1\sigma} \leq v < k_{2\sigma}$이면 위의 절차 (1), (2), (3) 을 반복한다(단, $k_{1\sigma} \leq k_{2\sigma}$).

위의 검사방법에서 만약 $k_{1\sigma} = k_{2\sigma}$이면 계량형 1회 샘플링 검사방안이 된다. 그리고 하한규격(L)만 있을 경우에는 $v = \dfrac{\overline{X}-L}{\sigma}$로 산출하면 동일한 검사방안이 됨을 알 수 있다. VRGSP의 합격 판정기준은 축차 샘플링에서와는 달리, 당해 샘플에 대한 통계치만을 사용하는 것을 볼 수 있다. 이는 검사방안의 복잡도를 줄이려는 목적을 갖고 있다. 평균 샘플 수 면에서 축차 샘플링의 경우보다 증가할 것이나 샘플링 반복 수는 감소시키는 효과를 가져올 것이다. 본 효과에 대해서는 3.3절에서 도출된 몇 가지 방안에 대하여 보다 자세히 설명코자 한다.

만약 불량률이 p라면 하나의 로트에서 1회 샘플에 대하여

$$\begin{aligned} &\text{로트 합격할 확률은 } P_a = P\{v \geq k_{2\sigma} | p\} \\ &\text{로트 불합격할 확률은 } P_r = P\{v < k_{1\sigma} | p\} \end{aligned} \tag{5}$$

이다. 그리고 로트를 반복 검사할 확률은 $q = P\{k_{1\sigma} \leqq v < k_{2\sigma}\} = 1 - P_a - P_r$이다. 즉, 로트가 궁극적으로 합격할 확률은 식 (6)과 같이 제시된다.

$$\begin{aligned} L(p) &= P_a + (1-P_a-P_r)P_a + (1-P_a-P_r)^2 P_a + \cdots \\ &= \frac{P_a}{P_a + P_r} \end{aligned} \tag{6}$$

식 (6)을 표준정규분포 함수를 사용하여 표현하기 위해서 식 (5)의 확률을 다시 전개하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} P_a &= P\{\overline{X} \leq U - k_{2\sigma} \cdot \sigma | p\} \\ &= \Phi\left(\frac{U - k_{2\sigma} \cdot \sigma - \mu}{\sigma / \sqrt{n_\sigma}}\right) \end{aligned} \tag{7}$$

단, $\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} dz$

식 (7)에서

$$\frac{U - k_{2\sigma} \cdot \sigma - \mu}{\sigma / \sqrt{n_\sigma}} = w_2 \tag{8}$$

라고 치환하면

$$w_2 = \left(\frac{U-\mu}{\sigma} - k_{2\sigma}\right)\sqrt{n_\sigma} \tag{9}$$

이다. 즉 $P_a = \Phi(w_2)$로 나타낼 수 있다. 또한 같은 방법으로

$$w_1 = \left(\frac{U-\mu}{\sigma} - k_{1\sigma}\right)\sqrt{n_\sigma} \tag{10}$$

쓸 수 있고, $P_r = 1 - \Phi(w_1)$으로 나타낼 수 있다. 이 때 식 (6)의 로트 합격확률을 간단히 정리하면 다음과 같다.

$$L(p) = \frac{\Phi(w_2)}{1 - \Phi(w_1) + \Phi(w_2)} \tag{11}$$

그리고 만약 AQL(p_1)과 LQL(p_2)에 해당하는 품질 특성치 평균이 각각 μ_1, μ_2라 하면

$$\begin{aligned} P\{X > U | \mu = \mu_1\} &= p_1 \\ P\{X > U | \mu = \mu_2\} &= p_2 \end{aligned} \tag{12}$$

이 성립한다. 이 때

$$\frac{U-\mu_1}{\sigma} = z_{p_1}, \quad \frac{U-\mu_2}{\sigma} = z_{p_2} \tag{13}$$

이고 p_1에 해당하는 w_1, w_2를 각각 w_{11}, w_{21}로, p_2에 해당하는 w_1, w_2를 w_{12}, w_{22}라 하자. 즉,

$$w_{11} = (z_{p_1} - k_{1\sigma})\sqrt{n_\sigma}, w_{21} = (z_{p_1} - k_{2\sigma})\sqrt{n_\sigma} \tag{14}$$

$$w_{12} = (z_{p_2} - k_{1\sigma})\sqrt{n_\sigma}, w_{22} = (z_{p_2} - k_{2\sigma})\sqrt{n_\sigma}$$

식이 성립하고, 생산자 위험(α)과 소비자 위험(β)에 대응하는 식 (15)와 같이 제약식을 만들 수 있다.

$$\frac{\Phi(w_{21})}{1-\Phi(w_{11})+\Phi(w_{21})}=1-\alpha \tag{15}$$

$$\frac{\Phi(w_{22})}{1-\Phi(w_{12})+\Phi(w_{22})}=\beta$$

σ를 모르는 경우에 대해서는 σ 대신 S를 사용하는 다음 방안을 제안할 수 있으며, 설계 파라미터는 (n_S, k_{1S}, k_{2S})이다.

(1) 로트에서 랜덤하게 크기 n_S의 샘플을 취하여 품질 특성치 평균 $\overline{X}$를 산출한다.

(2) 뽑은 샘플에 대해서 $v=\dfrac{U-\overline{X}}{S}$을 계산한다.

(3) 만약 $v \geq k_{2S}$(또는 $\overline{X} \leq U-k_{2S}S$)이면 로트를 합격시키고, 만약 $v < k_{1S}$(또는 $\overline{X} > U-k_{1S}S$) 이면 로트를 불합격시킨다. 만약 $k_{1S} \leq v < k_{2S}$이면 위의 절차 (1), (2), (3)을 반복한다(단, $k_{1S} \leq k_{2S}$).

그런데 σ와는 달리 S는 확률변수이므로 (n_S, k_{1S}, k_{2S})를 구하는 과정은 차이가 있다.

Hamaker(1979)에 의하면 $\overline{X}+k_{2S}\cdot S$는 근사적으로 $N\left(\mu+k_{2S}\cdot E(S),\ \dfrac{\sigma^2}{n}+k_{2S}^2 Var(S)\right)$를 따른다. 따라서 $\overline{X}+$ $+k_{2S}\cdot S$의 근사적인 분포는 $N\left(\mu+k_{2S}\cdot\sigma,\ \dfrac{\sigma^2}{n}+\dfrac{k_{2S}^2\cdot\sigma^2}{2n}\right)$이다.

그러므로 1회 샘플에 대한 로트 합격할 확률 P_a는 다음과 같이 σ를 아는 경우와는 차이가 있다.

$$\begin{aligned} P_a &= P\{\overline{X}\le U-k_{2s}\cdot S|p\} \\ &= P\{\overline{X}+k_{2s}\cdot S\le U|p\} \\ &= \Phi\left(\frac{U-k_{2s}\cdot\sigma-\mu}{(\sigma/\sqrt{n_s})\sqrt{1+k_{2s}^2/2}}\right) \\ &= \Phi\left((z_p-k_{2s})\sqrt{\frac{n_s}{1+k_{2s}^2/2}}\right)\end{aligned} \tag{16}$$

즉, 식 (16)에서

$$w_{2S}=(z_p-k_{2S})\sqrt{\frac{n_S}{1+k_{2S}{}^2/2}} \tag{17}$$

라고 치환하면 $P_a=\Phi(w_{2S})$이고

$$w_{1S}=(z_p-k_{1S})\sqrt{\frac{n_S}{1+k_{1S}{}^2/2}} \tag{18}$$

라고 치환하면 $P_r=1-\Phi(w_{1S})$이 된다.

따라서 σ를 모르는 경우 로트 합격확률은 다음과 같이 정리된다.

$$L(p)=\frac{\Phi(w_{2S})}{1-\Phi(w_{1S})+\Phi(w_{2S})} \tag{19}$$

결국 σ를 아는 경우의 w_{11}, w_{21}, w_{12}, w_{22}에 해당하는 w_{11S}, w_{21S}, w_{12S}, w_{22S}를 식 (13), (17), (18)을 이용하여 식 (20)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} w_{11S} &= (z_{p_1}-k_{1S})\sqrt{\frac{n_S}{1+k_{1S}^2/2}} \\ w_{21S} &= (z_{p_1}-k_{2S})\sqrt{\frac{n_S}{1+k_{2S}^2/2}} \\ w_{12S} &= (z_{p_2}-k_{1S})\sqrt{\frac{n_S}{1+k_{1S}^2/2}} \\ w_{22S} &= (z_{p_2}-k_{2S})\sqrt{\frac{n_S}{1+k_{2S}^2/2}}\end{aligned} \tag{20}$$

그리고 생산자 위험(α)과 소비자 위험(β)에 대응하는 식 (15)와 유사한 제약식을 만들 수 있으며, 본 제약식을 만족시키는 (n_S, k_{1S}, k_{2S})을 구하여 σ를 모르는 경우의 계량형 반복 샘플링 검사를 설계할 수 있다.

제약식을 만족시키는 검사방안을 설계할 때 주로 그리드 탐색을 이용하여 해를 구한다. 그런데 미지수가 3개인 데 반하여 방정식은 2개이므로 다수의 해가 존재하는 문제가 있다. 이를 해결하기 위하여 본 연구에서는 평균 샘플 수를 최소화하는 계량형 반복 샘플링 검사의 설계방법을 제안한다.

3.2 평균 샘플 수 산출

평균 샘플 수란 로트의 합격 여부를 최종적으로 결정하는데 소요되는 총 검사개수의 기대값을 말한다.

σ를 아는 경우의 계량형 반복 샘플링 검사에서 한 번의 검사결과가 반복구간에 들어갈 확률은 v값이 $k_{1\sigma} \leq v < k_{2\sigma}$ 범위에 포함될 확률이므로

$$\begin{aligned} q &= P\{k_{1\sigma}\le v<k_{2\sigma}\}=1-P_a-P_r \\ &= \Phi(w_1)-\Phi(w_2)\end{aligned} \tag{21}$$

로 쓸 수 있다. 즉, q는 로트 안에서 n_σ개를 뽑아 합격 여부가

판정되지 않을 확률을 나타내고 $1-q$는 로트 안에서 n_σ개를 뽑아 합격 여부가 판정될 확률을 나타낸다. 이것을 바탕으로 평균 샘플 수를 구하면 다음과 같다.

평균 샘플 수(ASN)

$$= n_\sigma(1-q) + 2n_\sigma q(1-q) + 3n_\sigma q^2(1-q) + \cdots \tag{22}$$

$$= n_\sigma(1-q)\sum_{i=0}^{\infty} q^i(i+1)$$

이고, 위의 식을 풀면

$$\text{평균 샘플수}(ASN) = \frac{n_\sigma}{1-q} = \frac{n_\sigma}{1-\Phi(w_1)+\Phi(w_2)} \tag{23}$$

을 얻는다.

같은 방법으로 σ를 모르는 경우의 평균 샘플 수는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\text{평균 샘플수}(ASN) = \frac{n_S}{1-\Phi(w_{1S})+\Phi(w_{2S})} \tag{24}$$

3.3 평균 샘플 수를 이용한 샘플링 검사 설계

이 논문에서 제안하는 방법은 식(15)의 제약식을 만족시키는 해를 구하는 대신 식(15)의 제약식 하에서 식(23)의 평균 샘플 수(ASN)를 최소화하는 방안을 고려한다. 그런데 ASN은 불량률 p에 관한 함수이기 때문에 p를 보는 시각에 따라 최소화시키는 목적함수가 달라지게 된다. 제품의 품질을 평가하기 위한 기준으로 통상 AQL(p_1)을 사용하고 있기 때문에 p_1에서의 ASN을 최소화하는 계량형 반복 샘플링 검사방안을 설계할 수 있다. 참고로 Sommers(1981)에서도 이 기준을 채택하고 있다. 보다 엄밀하게는 평균 불량률에 해당하는 ASN을 최소화하거나 불량률에 대한 사전분포를 가정한 베이지안 접근방법을 사용할 수 있으나, 평균 불량률을 실제 알 수 없으므로 위와 같은 기준이 이를 근사시킨 것으로 간주한다.

우선 σ를 아는 경우의 최적화 문제는 식(25)와 같이 표현된다. 식(15)의 제약식에서는 등호를 사용하였으나, 식(25)에서는 OC_1은 클수록 좋으므로 $1-\alpha$ 이상으로, OC_2는 작을수록 좋으므로 β 이하로 한다. 여기서는 편의상 $1-\alpha=95\%$, $\beta=10\%$로 정하였다.

$$\min_{n_\sigma,k_{1\sigma},k_{2\sigma}} ASN(p_1) = n_\sigma\left(\frac{1}{1-\Phi(w_{11})+\Phi(w_{21})}\right)$$

s.t.

$$OC_1 = \frac{\Phi(w_{21})}{1-\Phi(w_{11})+\Phi(w_{21})} \ge 0.95$$

$$OC_2 = \frac{\Phi(w_{22})}{1-\Phi(w_{12})+\Phi(w_{22})} \le 0.1 \tag{25}$$

$$n_\sigma \ge 2, k_{1\sigma} \ge 0, k_{2\sigma} \ge 0, k_{2\sigma} > k_{1\sigma}$$

위의 식(25)의 비선형 최적화 문제를 풀기 위해 제약이 있는 비선형 최적화 문제의 해를 구하는 데 가장 효과적인 방법 중의 하나로 알려진 Sequential Quadratic Programming(SQP)(cf. Nocedal and Wright(1999)) 을 사용하여 $(n_\sigma, k_{1\sigma}, k_{2\sigma})$를 구한다. 본 논문에서는 MathWorks(2002)의 MATLAB 소프트웨어의 'fmincon' 함수를 사용하였다.

σ를 모르는 경우에는 식(25)에서 n_σ, $k_{1\sigma}$, $k_{2\sigma}$, w_{11}, w_{21}, w_{12}, w_{22} 대신에 각각 n_S, k_{1S}, k_{2S}, w_{11S}, w_{21S}, w_{12S}, w_{22S}을 대입한 최적화 모델식을 통해 (n_S, k_{1S}, k_{2S})을 구한다. 즉, 다음과 같은 최적화 문제를 고려한다.

$$\min_{n_S,k_{1S},k_{2S}} ASN(p_1) = n_S\left(\frac{1}{1-\Phi(w_{11S})+\Phi(w_{21S})}\right)$$

s.t.

$$OC_1 = \frac{\Phi(w_{21S})}{1-\Phi(w_{11S})+\Phi(w_{21S})} \ge 0.95$$

$$OC_2 = \frac{\Phi(w_{22S})}{1-\Phi(w_{12S})+\Phi(w_{22S})} \le 0.1 \tag{26}$$

$$n_S \ge 2, k_{1S} \ge 0, k_{2S} \ge 0, k_{2S} > k_{1S}$$

<Table 1>과 <Table 2>에 각각 σ를 아는 경우와 모르는 경우, 일부(p_1, p_2) 값에 대한 검사방안을 수록하였다.

Table 1. VRGSP Parameters (σ known case)

p_1	p_2	n_σ	$k_{1\sigma}$	$k_{2\sigma}$	ASN(p_1)
0.001	0.002	72.461	2.8695	3.0688	120.29
	0.004	16.975	2.6342	3.0460	28.179
	0.006	9.7517	2.4885	3.0319	16.188
	0.008	7.0205	2.3811	3.0215	11.654
	0.010	5.5849	2.2951	3.0132	9.2711

Table 2. VRGSP Parameters (σ unknown case)

p_1	p_2	n_σ	$k_{1\sigma}$	$k_{2\sigma}$	ASN(p_1)
0.001	0.002	407.15	2.8797	3.0660	665.68
	0.004	92.918	2.6764	3.0329	149.03
	0.006	52.604	2.5604	3.0079	83.249
	0.008	37.491	2.4794	2.9869	58.703
	0.010	29.595	2.4171	2.9684	45.928

제안된 계량형 반복 샘플링의 성능을 타 방안과 비교하기 위하여 σ를 아는 경우 1회 샘플링, 2회 샘플링, 그리고 축차 샘플링 방안에 대한 p_1에서의 ASN을 <Table 3>과 같이 비교하였다. 여기서 2회 샘플링에 대한 ASN은 $n_1 = n_2,\ k_r = k_t$인 경우의 Sommers(1981)의 결과를 이용하였으며, 축차 샘플링 방안에 대한 ASN은 다음과 같은 결과를 이용하였다(Schilling, 1982, p.270 참조).

$$ASN(p_1) = 0.4657 * n$$

여기서, n은 식 (3)으로 주어진 1회 샘플링에서의 샘플 크기를 의미한다.

Table 3. ASNs for several sampling plans (σ known case)

p_1	p_2	Single sampling	Double sampling	Sequential sampling	VRGSP
0.001	0.002	190.4	154.9	88.7	120.3
	0.004	44.6	36.8	20.8	28.2
	0.006	25.6	20.9	11.9	16.2
	0.008	18.4	15.1	8.6	11.7
	0.010	14.7	12.0	6.8	9.3

위의 표를 볼 때, 계량형 반복 샘플링 검사의 평균 샘플 수가 계량형 1회 샘플링 검사의 샘플 크기의 약 63% 수준이며, 2회 샘플링 검사의 약 78%임을 알 수 있고 ASN이 최소가 되는 축차 샘플링에 비해 약 36% 정도 증가함을 볼 수 있다. 그러나, 제안방안과 축차 샘플링에서의 샘플링 횟수를 비교하면 현격한 차이가 있음을 알 수 있다. 평균적으로 제안방안의 경우 샘플링 횟수는 ASN/n_σ이며, 축차 샘플링의 경우는 ASN 자체가 된다. <Table 3>에서 제안방안의 경우 샘플링 횟수가 1.4~1.7회 정도되는 반면, 축차 샘플링의 경우 6.8~88.7회가 된다.

한편 <Table 3>에서 2회 샘플링의 경우 샘플링 횟수가 약 1.1~1.2회가 됨을 알 수 있는데, 이는 대부분 1회 샘플링에서 로트의 합/불이 판정되며 2회까지 가는 빈도가 적음을 의미한다. VRGSP는 반복 횟수를 이보다 증가시킴으로써 샘플 크기를 줄이는 효과를 가져온다고 하겠다.

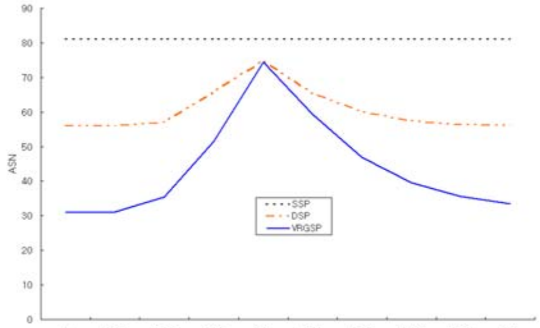

Figure 1. ASN as a function of fraction nonconforming ($p_1 = 0.03, p_2 = 0.06$).

<Table 4>에는 σ를 모르는 경우 1회 샘플링, 2회 샘플링 방안에 대한 p_1에서의 ASN을 비교하였다. 여기서도 2회 샘플링에 대한 ASN은 Sommers(1981)의 결과를 이용하였으며, 축차 샘플링의 결과는 현재까지 발표된 바 없으므로 생략하였다.

Table 4. ASNs for several sampling plans (σ unknown case)

p_1	p_2	Single sampling	Double sampling	VRGSP
0.001	0.002	1030.8	829.1	665.7
	0.004	225.0	181.2	149.0
	0.006	123.6	97.8	83.2
	0.008	86.1	69.4	58.7
	0.010	66.6	53.1	45.9

<Table 4>를 볼 때 σ를 모르는 경우에도 제안하는 방안의 ASN이 1회 샘플링 방안의 65~69%, 2회 샘플링 방안의 80~86% 정도 됨을 알 수 있다. 즉, 계량형 반복 샘플링 검사로 적어도 1회 또는 2회 샘플링 방안에 비하여 평균 샘플 수를 상당 수준 줄일 수 있음을 나타내고 있다.

도출된 방안에 대한 ASN이 로트의 불량률에 따라 어떤 양상을 띠는가를 살펴보기 위하여 한 예로 $p_1 = 0.03, p_2 = 0.06$에 대응되는 여러 샘플링 방안을 고려하여 ASN을 불량률 p에 대한 함수를 얻고 이를 <Figure 1>과 같이 나타내었다. 고려한 샘플링 방안은 모두 σ를 아는 경우로서 다음과 같다.

1회 샘플링(SSP) : $(n, k) = (81, 1.7)$

2회 샘플링(DSP) : $(n_1, n_2, k_a, k_r, k_t)$

= (56, 56, 1.78, 1.66, 1.66)

VRGSP: $(n_\sigma, k_{1\sigma}, k_{2\sigma})$ = (31, 1.5414, 1.8479)

이 그림에서 보듯이 제안하는 VRGSP가 1회 또는 2회 샘플링 방안보다 모든 불량률에서 ASN이 낮음을 알 수 있다.

위에서 제안한 방법을 다양한 (p_1, p_2) 조합에 대하여 σ를 아는 경우와 모르는 경우에 적용한 결과는 <Table A1>과 같다.

4. 결 론

이 논문은 계량형 품질 특성치에 대한 반복 샘플링 검사방법을 제안하였으며 평균 샘플 수를 최소화하는 계량형 반복 샘플링 검사방안을 설계하였다. 결과적으로 제안하는 계량형 반복 샘플링 검사방안이 계량형 1회 및 2회 샘플링 검사방안과 비교하여 현저하게 평균 샘플 수를 줄일 수 있음을 보이고 있다.

이 논문에서는 상한규격 또는 하한규격인 경우에 대해서 표를 제시하였으나, 양쪽 규격(상한, 하한 모두 가진 경우)을 가진 경우에 대해서도 용이하게 확장할 수 있을 것으로 예상된다. 또한, 본 방안을 확장하여 축차 샘플링의 경우와 같이 판정기준을 누적 샘플에 대한 통계치에 근거하도록 하는 방안을 고려할 수 있을 것이다. 그리고, 샘플링 횟수 및 매회 샘플 크기에 대한 비용을 고려한 경제적 VRGSP의 설계도 흥미있는 추후 연구가 될 수 있겠다. 한편, 본 제안방안을 품질 특성치가 지

부 록(appendix)

Table A1. VRGSP Parameters for p_1 and p_2 ($\alpha=0.05, \beta=0.10$)

p_1	p_2	σ known case			σ unknown case		
		n_σ	$k_{1\sigma}$	$k_{2\sigma}$	n_S	k_{1S}	k_{2S}
0.001	0.002	72.4613	2.8695	3.0688	407.15	2.8797	3.0660
	0.004	16.9745	2.6342	3.046	92.92	2.6764	3.0329
	0.006	9.7517	2.4885	3.0319	52.60	2.5604	3.0079
	0.008	7.0205	2.3811	3.0215	37.49	2.4794	2.9869
	0.010	5.5849	2.2951	3.0132	29.60	2.4171	2.9684
0.005	0.006	803.513	2.5095	2.5694	3436.50	2.5106	2.5691
	0.008	116.972	2.4021	2.559	493.04	2.4092	2.5571
	0.010	52.3579	2.3161	2.5507	218.29	2.3318	2.5462
	0.012	32.0851	2.2441	2.5437	132.60	2.2693	2.5361
	0.014	22.7424	2.1818	2.5376	93.31	2.2170	2.5267
0.03	0.04	192.512	1.7454	1.8677	521.91	1.7503	1.8663
	0.06	30.6602	1.5414	1.8479	80.92	1.5711	1.8384
	0.08	14.3998	1.3856	1.8328	37.37	1.4466	1.8109
	0.10	9.0753	1.2571	1.8203	23.27	1.3511	1.7836
	0.12	6.5417	1.1461	1.8096	16.62	1.2734	1.7565
0.04	0.06	84.9068	1.5468	1.7309	208.48	1.5579	1.7277
	0.08	27.2824	1.3909	1.7158	65.71	1.4246	1.7047
	0.10	14.8072	1.2624	1.7033	35.19	1.3226	1.6815
	0.12	9.8328	1.1514	1.6926	23.13	1.2398	1.6579
	0.14	7.2518	1.0529	1.683	16.93	1.1699	1.6342
0.05	0.06	401.615	1.5511	1.6358	930.70	1.5535	1.6351
	0.08	56.6805	1.3953	1.6207	128.53	1.4120	1.6155
	0.10	24.6907	1.2667	1.6082	55.16	1.3040	1.5955
	0.12	14.7612	1.1558	1.5974	32.62	1.2166	1.5749
	0.14	10.2254	1.0572	1.5879	22.41	1.1430	1.5538
0.06	0.08	145.416	1.399	1.5397	313.47	1.4057	1.5378
	0.10	43.6553	1.2704	1.5272	92.56	1.2921	1.5203
	0.12	22.5937	1.1595	1.5165	47.33	1.2003	1.5022
	0.14	14.477	1.0609	1.5069	30.05	1.1231	1.4834
	0.16	10.3801	0.9715	1.4982	21.39	1.0563	1.4641
0.07	0.08	651.612	1.4022	1.4687	1344.90	1.4037	1.4683
	0.10	86.3758	1.2736	1.4562	175.04	1.2848	1.4528
	0.12	36.0163	1.1627	1.4454	72.03	1.1888	1.4368
	0.14	20.8369	1.0641	1.4359	41.26	1.1083	1.4200
	0.16	14.0662	0.9748	1.4272	27.64	1.0386	1.4026
0.08	0.10	213.6	1.2765	1.3926	415.95	1.2811	1.3913
	0.12	61.5598	1.1656	1.3819	118.16	1.1812	1.3770
	0.14	30.9003	1.067	1.3723	58.68	1.0973	1.3619
	0.16	19.3285	0.9777	1.3636	36.40	1.0250	1.3462
	0.18	13.5892	0.8953	1.3557	25.43	0.9612	1.3297

수분포, 와이블분포 또는 대수정규분포를 따를 때 적용한다면 신뢰성 샘플링에서 보다 샘플크기를 줄일 수 있는 방안을 도출할 수 있을 것이다.

참고문헌

Bai, D. S.(1992), *Statistical Quality Control,* Yeonggji Moonhwasa, Seoul, Korea.

Govindaraju, K. and Kuralmani, V.(1992), A Note on the Operating Characteristic Curve of the Known Sigma Single Sampling Variables Plan, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, **21**(8), 2339-2347.

Hamaker, H. C.(1979), Acceptance Sampling for Percent Defective by Variables and by Attributes, *Journal of Quality Technology*, **11**(3), 139-148.

International Organization for Standardization(1991), *Sequential Sampling Plans for Inspection by Variables for Percent Nonconforming(Known Standard Deviation)*, ISO 8423: 1991, ISO, Geneva.

Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J.(1955), Sampling Plans for Inspection by Variables, *Journal of the American Statistical Association*, **50**(270), 457-516.

The MathWorks, Inc.(2002), *Using MATLAB*, version 6, Natick, MA, USA.

Nocedal, J. and Wright, S. J.(1999), *Numerical Optimization*, Springer.

Park, S. H. and Park, Y. H.(2002), *Statistical Quality Control,* Minyoungsa, Seoul, Korea.

Schilling, E. G.(1982), *Acceptance Sampling in Quality Control*, Marcel Dekker, New York.

Sherman, R. E.(1965), Design and Evaluation of Repetitive Group Sampling Plan, *Technometrics*, **7**(1), 11-21.

Sommers, D. J.(1981), Two-Point Double Variables Sampling Plans, *Journal of Quality Technology*, **13**(1), 25-30.