

송풍기 수치 최적화 설계 사례

서 성 진* · 김 광 용*

1. 서 언

터보기계를 주축으로 하는 유체기계는 유체역학의 응용분야 중에서도 가장 복잡한 유동장을 수반하고 있으며, 유체기계 내부유동 평가에 의한 익형의 설계는 많은 어려운 점을 내포하고 있다.

일반적으로 송풍기 익형의 설계에 있어서, 자오면 유선을 유선곡률방정식(streamline curvature equation) 등으로 평가하여 설계하고자 하는 임펠러 전후에서 속도삼각형을 정하고, 실험 및 해석적 방법을 통하여 유도한 각종 모델식(효율특성을 고려하기 위한 각종 손실모델 등)과 선도(Carpet 선도, Cordier diagram 등)를 이용하여 설계를 수행하고 있다. 또한, Wu에 의하여 제창된 준3차원 설계방법(quasi-three dimensional design method)은 자오면 유동 뿐만 아니라 익간유동특성도 인정한 설계방법으로 현재까지도 산업현장에서 유용한 송풍기 임펠러 설계틀로써 많이 사용되어지고 있다. 그러나, 이러한 설계 방법은 많은 실험 및 수치적 모델식을 설계 시에 적용하고 있으며, 탈설계(off-design) 유량조건에서는 설계점의 각종모델식을 수정하여야 하기에 사용상 많은 제약점을 가지고 있다. 이에 본 특집에서 소개하고자 하는 익형의 수치 최적화 설계방법은 선정된 형상 제어 변수를 이용하여, 각 변수가 목적함수(단열효율 등)에 미치는 영향을 삼차원 수치해석을 이용하여 평가함으로써 기존의 설계 방법에 대비하여 정확한 성능 예측과 함께 목적함수의 성능향상에도 유효한 틀로써 인식되고 있다. 이에, 최근에는 컴퓨터의 발전과 더불어 삼차원 수치해석을 기반으로 익형 설계방법이 활발히 연구되어 지고 있다. 수치해석을 기반으로 하는 익형설계방법에는 역설계(inverse design)방법도 사용되어지고 있지만, 본 특집기사에서는 수치최적설계

(numerical optimization) 만을 대상으로 그 적용 사례를 소개하고자 한다.

2. 반응면기법을 이용한 익형 최적화 방법

2.1 반응면 기법(Response Surface Method)

반응면 기법은 반응함수를 모델링 하기 위해 물리적 또는 수치적인 실험으로부터 얻어진 결과들을 이용하는 일련의 수치 통계적 기법이라 할 수 있다⁽¹⁾. 원래는 물리적 실험을 통해 관찰된 값들로부터 단지 경험적인 관계식을 만들기 위해 이용되었지만, 한정된 수의 실험만으로도 임의 공간 내의 반응을 모델링함으로써 실험의 시행횟수를 줄일 수 있다는 특징이 방대한 해석을 필요로 하는 최적설계에 적용되면서 효율적인 방법으로써 널리 이용되게 되었다⁽²⁾⁻⁽⁸⁾.

2.1.1 반응면의 생성

임의의 설계공간에서 주어지는 독립변수들(independent variables)로 인해 얻어지는 물리적 또는 수치적 실험의 결과를 반응(response)이라 하며, 이러한 반응의 변화가 반응면(response surface)을 형성하게 된다(Fig. 1). 따라서 반응면을 이용한 최적설계란, 설계 공간 내에서 이 반응을 최대화 또는 최소화하는 독립 변수의 집합을 구하는 것이 된다.

반응 y 가 주요 독립변수 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k$ 와 다른 기타 요소들에 의해 결정되는 경우 그 관계는 다음과 같다.

$$y = f(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k) + \epsilon \quad (1)$$

여기서, f 는 실제 반응함수를 의미하며, ϵ 는 주요 독립변수 이외의 요인이 반응에 기여하는 양으로서, 반응함수가 예측하지 못하는 통계적 오차로 간주한다.

물리적 단위를 지니는 자연변수(natural varia-

* 자료제공 인하대학교 기계공학과
E-mail : kykim@inha.ac.kr

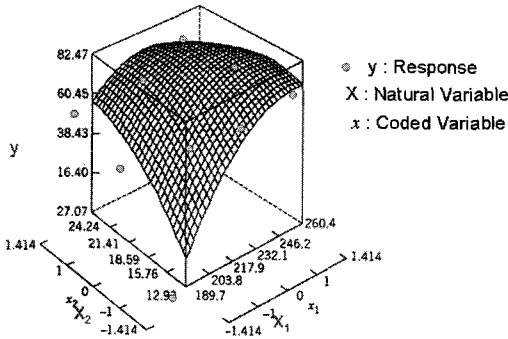


Fig. 1 Response surface and experimental data

ble) $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k$ 를 무차원의 변환변수(coded variable) x_1, x_2, \dots, x_k 로 바꾸어 표현하면 다음과 같다.

$$\eta = f(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (2)$$

실제 반응함수 f 는 알 수 없거나 매우 복잡한 형태를 취하고 있으므로 이를 가정하는 과정이 필요하며, 적절한 가정은 반응면 기법의 성공 여부와 직접적으로 연관되어 있다. 일반적으로 실제 반응함수 f 의 형태를 이차 다항식으로 가정할 경우 다음과 같이 표현된다.

$$\eta = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 + \sum_{j < j} \beta_{ij} x_i x_j \quad (3)$$

여기서, k 는 설계변수의 수를 의미하며, 회귀상수(β_0, β_1 등)의 개수는 $n_t = (k+1)(k+2)/2$ 이다. 실험 데이터로부터 적절한 β 값을 도출하여야 하는데, 이는 최소자승법(least square method)을 사용하여 구할 수 있다.

2.1.2 최소자승법 (Least Square Method)

반응함수를 $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k$ 로 가정할 경우 회귀상수 $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ 의 계수 값을 결정하기 위해서는 $n (> k)$ 회의 수치실험이 필요하다. n 회의 수치실험을 통해 다음의 방정식들을 얻을 수 있다.

$$y = X\beta + \epsilon \quad (4)$$

여기서, y 는 실험을 통해 얻어진 반응(response)의 $(n \times 1)$ 벡터이고, X 는 독립변수(independent vari-

able)의 $(n \times p)$ 벡터이며, β 는 회귀상수의 $(p \times 1)$ 벡터이고, ϵ 은 오차의 $(n \times 1)$ 벡터를 의미한다.

이 식들은 최소 제곱방정식(least square normal equation)이라 불리며, p 개의 방정식들로 구성된다. 이 방정식을 만족하는 미정계수 b_0, b_1, \dots, b_k 를 구함으로써 반응함수가 결정된다.

2.1.3 ANOVA와 회귀분석

구성된 다항식 반응면의 각 항에 속한 미결정계수들을 합리적으로 결정하고, 이 미정계수들의 타당성을 검증하는 과정이 ANOVA(analysis of variance)와 회귀분석(regression analysis)이다. 미결정 계수의 불확실성은 t -statistics를 이용해 평가할 수 있다.

$$t = \frac{b_j}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 (\mathbf{X}^T \mathbf{X})_{jj}^{-1}}} \quad (5)$$

여기서, $\hat{\sigma}^2$ 는 실험을 통해 얻은 반응값에 대한 분산 값을 나타내며, t -statistics 값의 역수는 계수의 값에서 표준편차(standard deviation)가 차지하는 비율임을 알 수 있다. 따라서 이 값이 작을수록 낮은 정확도를 갖는 계수가 된다. t -statistics가 허용할 수 있는 최소값은 오로지 사용자의 판단에 달려 있으며, 이 값들은 반응면 모델을 구성하기 위해 사용되는 실험 반응값의 개수와 밀접한 관계가 있다.

구성된 반응모델에서 정확도가 떨어지는 항을 제거함으로써 반응모델의 신뢰도를 높이고 예측성을 향상시킬 수 있다. 임의의 항이 전체적인 반응모델의 신뢰도에 미치는 영향을 평가하는 방법으로서 R^2_{adj} 을 이용할 수 있다.

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{SS_E / (n - p)}{S_{yy} / (n - 1)} \quad (6)$$

여기서, SS_E 는 오차제곱의 총 합이며, S_{yy} 는 반응함수 제공 값의 총합이다. R^2_{adj} 의 값이 클수록 정확한 반응모델이 구성되었음을 의미하며, 반응모델이 실제 반응함수를 잘 반영함으로 얻을 수 있는 최대 R^2_{adj} 의 값은 1.0이다. 보통의 경우 R^2_{adj} 의 값이 0.9~1.0의 값을 가질 경우 타당한 반응모델이라고 판단할 수 있다.

2.2. 수치 실험점의 결정

실험 설계이론 (design of experiment theory) 은 제한된 설계 공간에서 어떤 점들을 선택하여 실험을 시행해야 하는가를 합리적으로 결정하는 방법으로, 반응모형을 구성하는데 필요한 물리적, 수치적 실험의 횟수를 최소한으로 줄여주는 동시에 높은 신뢰도를 갖는 반응모형을 만드는 것을 가능하게 한다.

2.2.1 완전 계승법 (Full Factorial Method)

설계 공간 내에서 각 설계변수들의 최소값과 최대값을 설정하고, 이를 $[-1, +1]$ 의 값을 갖는 무차원 값으로 변환한 후, 그 공간을 필요한 수만큼 등분하는 방법이다. 단순히 각 변수의 제한조건인 $[-1, +1]$ 조합에 대해 수치실험을 시행하는 방법을 2^k -완전 계승법 (2^k -full factorial method)이라 하고, Fig. 2와 같이 여기에 중심점을 추가해 모든 설계변수의 $[-1, 0, +1]$ 조합에 대해 수치실험을 시행하는 방법을 3^k -완전 계승법 (3^k -full factorial method)이라 한다. n 개의 설계변수로 구성되는 설계 공간에 대한 실험 시행의 횟수는 각각 $2^n, 3^n$ 이 되고, 설계변수의 수가 많아질수록 무수히 많은 실험점이 필요하게 되므로 반응면 기법의 효율성이 떨어지게 된다.

2.2.2 중점 혼합법 (Central-Composite Design Method)

설계에 필요한 수치 실험점의 개수를 줄이기 위해서 2^k -완전 계승법을 개선한 방법으로, Fig. 3와 같이 $2n$ 개의 “star” 실험점과 설계 공간의 중심에 한 개의 “center” 실험점을 더해지게 된다. 설계변수의 개수가 n 인 경우, “star” 실험점은 2^k -완전 계승법

에 의해 제한된 경계의 밖에 위치하게 되며, 설계 공간의 중심으로부터 “star” 실험점까지의 거리는 $1.0 \sim \sqrt{n}$ 이 된다.

필요한 수치실험의 횟수는 $2^n + 2n + 1$ 이 되며, 이 방법 또한 설계변수가 많아질수록 무수히 많은 실험점을 필요로 하게 된다.

2.2.3 D-최적화 기법 (D-Optimal Method)

D-최적화 기법은 설계 공간 내에서 실험점을 선택할 때, $|X^T X|$ 를 최대화하도록 하는 점들을 선택하는 기법으로, 일련의 시행착오적 최적화 기법을 통해 설계점들의 집합을 찾는 방법이다(Fig. 4). Box와 Draper⁽⁹⁾는 D-최적화 기법을 사용할 경우 이를 통해 얻어진 실험점 집합에서 도출되는 반응모형 계수의 불확실성이 최소화되고, 반응 모델에 의해 예측되는 반응값의 최대분산이 최소화되며, 물리적인 단위의 설계 변수를 무차원화하는 것에 대해서 $|X^T X|$ 의 값이 불변함을 증명하였다.

Venter 등⁽¹⁰⁾은 D-최적화 기법을 통하여 신뢰할 만한 반응모형을 구성할 수 있음을 보였으며, 특히 Giunta 등⁽¹¹⁾은 5개의 설계 변수를 사용한 반응모형 구성에서 반응모형 계수 개수의 1.5~2 배수의 실험점을 사용하여 충분한 신뢰도를 갖는 반응모형을 얻을 수 있음을 보였다.

3. 원심다익송풍기의 최적설계사례

원심다익송풍기는 그 크기에 비해 큰 풍량과 높은 압력비, 그리고 비교적 높은 효율 등의 특성으로 인해 그간 공기조화시스템 등에 널리 사용되어 왔으나 점차 그 응용범위가 넓어지고 있다.

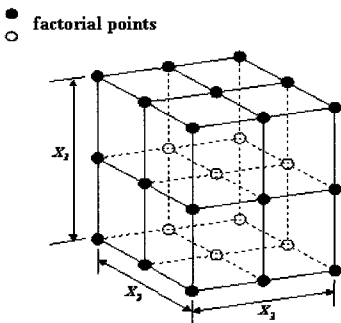


Fig. 2 A 3^3 full fractional experimental design (27 points)

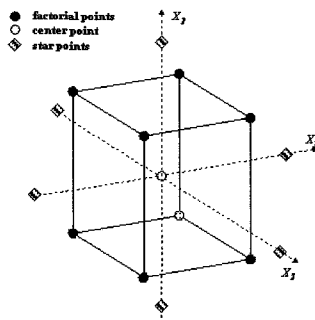


Fig. 3 A three variable central composite experimental design

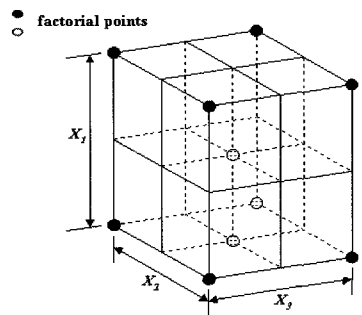


Fig. 4 A three variable D-optimal experimental design

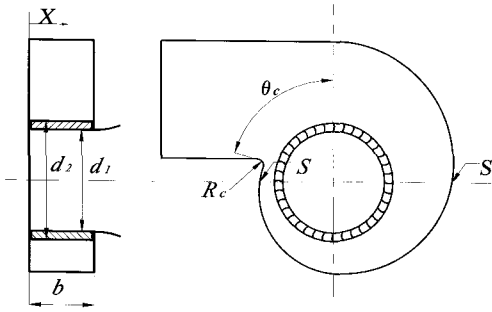


Fig. 5 Geometry of the multi-blade centrifugal fan

Fig. 5와 같은 구조의 원심다익송풍기의 계산을 위해서 다양한 경계조건이 사용되었다. 입구에서의 속도와 난류특성에 대한 실험치가 존재하지 않으므로 입구에서는 이들 변수에 대한 균일한 분포가 가정되었다. 각 블록 (block)의 출구에서는 Neumann조건이 사용되었다. 점착조건이 고체벽면에 적용되었으며, 난류에 대한 벽 경계조건으로는 실험적인 벽범수가 사용되었다.

원심다익송풍기 내의 유동을 정상상태로 가정하고 비압축성 난류유동의 삼차원 Reynolds 평균 Navier-Stokes 방정식을 계산하였다. 난류모델로는 표준 $k-\epsilon$ 모델을 사용하였다. 계산시간을 줄이기 위해 임펠러 모델을 도입하여 회전 블레이드에 의한 힘을 수학적으로 모형화하였다⁽¹²⁾. 이 블레이드 힘은 임펠러 블록내 각 계산격자에 대한 이산화 운동량방정식의 생성항 (source term)에 체적력의 형태로 포함되어 실제 임펠러 블레이드의 역할을 묘사할 수 있도록 하였다.

수치 최적화를 위한 목적함수는 다음과 같이 정의한 효율 η 를 사용하였다.

$$\eta = \frac{P_{t,ex} - P_{t,in}}{\rho(u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u})} \quad (7)$$

여기서 하첨자 in과 ex는 각각 송풍기의 입구와 출구를, u_2 와 c_{2u} 는 각각 임펠러 출구에서의 임펠러의 원주방향 속도 및 원주방향 절대속도 성분을 의미한다.

본 연구에서 설계를 위해 사용된 임펠러와 스크롤에 대한 설계변수들 즉, 설부의 위치 (θ_c)와 반경 (R_c), 임펠러의 폭(b)등을 Fig. 5에 나타내었다. 또한 스크롤의 확대각(α)이 추가적인 설계변수로서 사용되었다. Table 1에 형상에 대한 설계변수들의 설

계영역을 나타내었고 이 실험점들 중에서 D-optimal 기법에 의해 선택된 실험점에서의 형상변수 값에 의해 스크롤 및 임펠러의 형상을 규정하였다.

본 연구에서는 설계점에서의 송풍기 정압(fan static pressure), P_s 에 대한 적절한 제약 조건을 사용함으로써 효율을 최대화하는 과정에서 정압이 저하되는 현상을 방지하기 위해 Table 2에 나타난 바와 같이 제 2차 및 3차 최적화를 시도하였다. 제약조건의 적용을 위해 본 연구에서는 수치계산으로부터 얻어진 수치 실험점을 바탕으로 정압에 대한 반응면을 추가로 구성하였다. 반응면기법의 장점 중의 하나는 이와 같이 추가적인 유동해석 없이 다양한 목적함수와 제한조건을 시험할 수 있다는 것이다.

최적화의 주된 결과로서 Table 3에 나타난 바와 같이 효율이 성공적으로 향상되었다. 정압에 대한 제한조건이 없는 1차 설계는 효율이 96.9%로 최대치를 보이나 송풍기 정압이 기존 송풍기에 비해 37%나 감소하는 결과를 보였다. 이에 반해 제한조건을 부과한 경우에는 최저정압이 보장된 상태에서 효율은 제한조건이 없는 경우에 비해 단지 1~2% 정도만 감소하였다.

Table 1 Design space

Variable	Lower Bounds	Upper Bounds
Location of cutoff (θ_c : °)	70	84
Radius of cutoff (R_c : mm)	4	6
Expansion angle of scroll (α)	3.7	5.7
Width of Impeller (b/d_2)	0.4	0.7

Table 2 Cases of optimization

	1st Opt.	2nd Opt.	3rd Opt.
Constraint, P_0 ($P_s \geq P_0$)	-	100.0 Pa	130.0 Pa

Table 3 Results of optimization

	Reference	1st Opt.	2nd Opt.	3rd Opt.
Efficiency	87.6 %	96.9 %	95.7 %	94.6 %
Static pressure	97.6 Pa	61.4 Pa	95.1 Pa	139.0 Pa

반응면이 갖는 본질적인 오차에 의해 반응면 상의 정압은 일반적으로 유동해석에 의해 구해진 정압과 정확히 일치하지는 않는다. 그러므로 반응면 상에서는 제한조건이 만족되에도 불구하고 실제 계산치는 제한조건을 오차범위 내에서 만족하지 않을 수 있다. Table 3에서 2차 설계의 정압이 정확히 제한조건을 만족하지 않는 이유도 이와 같은 오차 때문이다. 이것이 반응면기법의 일반적인 단점 중 하나이다.

유량은 최적화과정에서 고정되었기 때문에 각 최적점은 해당되는 성능곡선의 최고효율점이 아닐 수도 있다. 그러므로, 향후 유량을 추가적인 설계변수로 선택함으로써 변화된 유량에서의 최고효율점을 찾을 수도 있을 것이다.

4. 축류송풍기의 최적설계사례

축류송풍기는 고품량 특성으로 환기용으로 다양하게 사용되어지고 있다. 축류송풍기 익형의 최적화를 위하여 블레이드의 반경방향 stacking line을 변화시켜 새로운 형상을 가지는 블레이드를 만들었다. 기울어지거나 비틀린 블레이드는 유로 내의 국부적인 확산을 줄임으로써 2차유동을 감소시키고, 이로 인해 에너지 손실을 감소시키는 것으로 알려져 있다.

블레이드의 stacking line 형상을 최적화 하기 위한 목적함수는 전압효율로서 다음과 같이 정의된다.

$$\eta = \frac{(p_{t,out} - p_{t,in}) \times Q}{\tau \omega} \quad (8)$$

여기서, p_t 는 전압을 의미하며 하첨자 in과 out은 입구부와 출구부를 나타낸다. Q 는 유량이며, τ 와 ω 는 각각 토크와 각속도이다.

Fig. 6에는 본 연구에서 사용할 설계변수에 대한 설명이 나타나 있다. 블레이드를 구성할 때 Stacking line에 스위프각을 적용하는 방식으로 형상최적화를 도모하였다. 날개 중간에서의 스위프각과 날개 끝에서의 스위프각, 이 두가지가 설계변수로 채택되었다. 계산에 앞서 예비계산을 통하여 최고효율을 갖게될 것으로 예측되는 설계변수들의 범위를 정하였다. 그 범위는 Table 4에 나타내었다.

완전계승법을 사용하여 선택된 27가지의 경우에 대한 유동해석을 수행하여, 각 경우에서의 전압효율을

계산하였다. 반응면기법에서 반응면을 구성하는데 필요한 미지 상수는 통계학 상용 소프트웨어인 SPSS를 사용하여 구하였다. 완성된 반응함수는 T-검정과 ADJUST R^2 법을 사용하여 신뢰도를 높였다. ANOVA와 회기분석의 결과는 Table 5에 나타내었다. 형성된 반응면으로부터 최적점을 찾기 위한 최적화 기법으로 선형계획법(linear programming)이 사용되었다. Table 6에는 최적설계의 결과로 얻어진 효율의 변화가 나타내었다. 유량을 고정시켰을 경우, 최적화의 결과로 전압효율이 초기 형상의 경우보다 0.22% 증가하였음을 알 수가 있다.

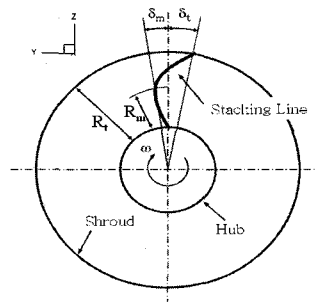


Fig. 6 Design Variables

Table 4 Design Variables Range

	Lower	Middle	Upper
ϕ	0.35	0.41	0.47
δ_m	-0.04	0.04	0.12
δ_t	0.08	0.12	0.16

Table 5 Quality of the 2nd order response surface for the objective function

	R^2	R_{adj}^2	Std. error of the estimate
Optimum with variable ϕ	0.991	0.762	0.339914
Optimum with fixed ϕ	0.981	0.972	0.245998

Table 6 Result of Optimization

	Reference	Optimum with variable ϕ	Optimum with fixed ϕ
Efficiency	85.11	85.40	85.33

5. 결 언

이상과 같이 송풍기 익형의 수치형상 최적화 연구 사례를 살펴보았다. 본 사례 연구결과에서도 알 수 있듯이, 수치최적설계는 익형의 최적설계에 유효한 틀임을 확인할 수 있다. 향후, 송풍기 임펠러의 형상최적화의 신뢰성 확보를 위해서는 다양한 설계변수 설정 및 반응영역 설정기술 개발이 필요하다고 사료된다.

참고문헌

- (1) Myers, R. H., 1999, "Response Surface Methodology—Current Status and Future Direction," *Journal of Quality Technology*, 31, pp. 30~44.
- (2) Shyy, W., Papila, N., Vaidyanathan, R, and Tucker, K., 2001, "Global Design Optimization Aerodynamics and Rocket Propulsion Components," *Progress in Aerospace Science*, 37, pp. 59~118.
- (3) Shyy, W., Griffin, L. W. and Dorney, D. J. 2001, "Shape Optimization of Supersonic Turbines Using Response Surface and Neural Network Methods," 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA 2001-1065.
- (4) Ahn, C. S. and Kim, K. Y., 2003, "Aerodynamic Design Optimization of A Compressor Rotor with Navier-Stokes Analysis," *Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers, Part A—Journal of Power and Energy*, Vol. 217, No. 2, pp. 179~184.
- (5) Kim, K. Y. and Seo, J. W., 2004, "Shape Optimization of A Mixing Vane in Subchannel of Nuclear Reactor," *Journal of Nuclear Science and Technology*, Vol. 41, No. 5.
- (6) Madsen, J. I., Shyy, W. and Haftka, R. T., 2000, "Response Surface Techniques for Diffuser Shape Optimization," *AIAA Journal*, Vol. 38, pp. 1512~1518.
- (7) Sevant, N. E., Bloor, M. I. G., and Wilson, M. J., 2000, "Aerodynamic Design of a Flying Wing Using Response Surface Methodology," *J. Aircraft*, Vol. 37, No. 4, pp. 562~569.
- (8) Sobieszczanski-Sobieski, J. and Haftka, R. T., 1996, "Multi disciplinary Aerospace Design Optimization: Survey of Recent Development," AIAA 96-0711.
- (9) Box, M. J. and Draper, N. R., 1971, "Fractional Designs, the XTX Criterion, and Some Related Matters," *Technometrics*, Vol. 13, No. 4. pp. 731~742.
- (10) Venter, G., Haftka, R. T., and Starnes, J. H. Jr., 1996, "Construction of Response Surfaces for Design Optimization Applications," AIAA 96-4040-CP.
- (11) Guinta, A. A., 1997, *Aircraft Multidisciplinary Design Optimization Using Design of Experimental Theory and Response Surface Modeling Methods*, Ph. D. Thesis, Department of Aerospace Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA.
- (12) Seo, S. J., Xi Chen, Kim, K. Y. and Kang, S.H., 2001, "Modeling Blade Forces in The Analysis of Three-Dimensional Viscous Flow in A Multi-Blade Centrifugal Fan," *Recent Advances in Transport Phenomena*(ed. I. Dincer and M. F. Yardim), Elsevier Science Publishers, pp. 215~220.