

국채선물과 현물시장의 이변량 변동성 추정에 관한 연구

장국현* · 윤병조** · 조영석*

〈요 약〉

본 연구에서는 금리변동에 따른 헤지수단의 목적으로 도입된 국채선물과 해당 기초자산인 국채현물의 일별 자료를 통해 두 시계열의 상호관계를 변동성에 초점을 두고 Bivariate GARCH 모형인 BEKK 모형과 국면전환 및 벡터 오차수정항이 포함된 Bivariate-AR(1)-Markov-Switching-VECM 모형을 이용하여 비교 분석하였다. 본 연구의 분석기간은 2000년 1월 4일부터 2003년 10월 30일까지이며 분석대상은 일별 국채현물지수와 국채선물지수 935 관측치이다. 본 연구의 결과 우리나라에서 국채선물과 현물시장의 분석에 있어서 두 시장을 한꺼번에 아우를 수 있는 Bivariate 모형설정의 중요성이 강하게 대두되었다. 특히 본 연구의 분석기간 중에는 국채시장의 상승국면과 하락국면이라는 두 상태보다는 국채가격의 변동성국면이 훨씬 더 강하게 국채시장에 작용하고 있음이 밝혀졌다. 이는 투자자가 보다 나은 헷징결과를 기대한다면 국채시장의 분석시 현물과 선물, 각각의 분산과정뿐만 아니라 공분산과정도 반드시 시계열모형 내에서 동시에 고려해야함을 시사하고 있다.

주제어 : 변동성, 시변 상관관계, Bivariate GARCH, 이변량 국면전환모형, 국채선물

I. 서 론

금리선물이라는 파생상품은 일정시점에 인수·도해야 할 채권의 가격이나 예금의 금리를 미리 확정함으로써 금리변동위험을 헤지할 수 있는 공인된 수단으로 시장 참가자들은 금리의 동향과 관계없이 일정한 조건으로 자금을 운용·조달할 수 있는 장점 때문에 짧은 역사에도 불구하고 선물시장에서 가장 거래량이 활발하게 이루어지고 있다. 특히 대부분의 국가에서 주로 국채를 대상으로 이용하고 있으며 국채선물시장의 유동성이 가장 큰 비중을 차지하고 있다.

논문접수일 : 2004년 3월 26일 논문게재확정일 : 2004년 11월 4일

* 건국대학교 경영대학, khchang@konkuk.ac.kr, 02-450-4138

** 한국석유품질검사소

1999년 9월 29일 선물거래소에 처음 상장된 국채선물(KTB)은 제도적 미비와 장외시장에 편중된 국채시장의 구조적 취약성에도 불구하고 기준채권인 국채가 채권시장에서 주도적인 지표채권으로 자리 잡고 금리변동에 대한 헤지 수단으로 관심이 집중되면서 선물거래소에서 가장 활발히 거래되는 주력상품으로 성장하고 있다. 이는 채권시장의 선진화를 위한 채권전문딜러(Primary Dealer)제도와 채권시가평가제도의 전면적인 도입으로 중·장기 금리에 대한 헤지수단의 필요성이 증가하였고, 단기금리인 CD금리에 비해 변동성이 크다는 특성이 시장 참가자들로 하여금 국채선물의 매력을 증가시킨 것으로 보인다. 이러한 국채선물시장의 외형적 성장으로 말미암아 선물시장 전체의 거래가 활성화되고 있으며 기초자산인 채권시장이 제도적으로 보완되고 있고 그 효율성도 날로 증대하고 있다.

일반적으로 국채선물은 금리변동의 불확실성을 회피하기 위한 헤지수단과 국채현물 가격 변화와의 일정한 관계를 이용하여 안정된 이익을 추구하는 차익거래수단에 활용된다. 헤지의 기본원리는 현물가격의 변화방향과 선물가격의 변화방향을 반대로 함으로써, 헤지대상 채권의 가격변동 크기와 국채선물의 가격변동 크기를 최대한 일치시키는 전략이다. 또한 현물과 선물을 연계한 차익거래도 가격의 등락을 거둬들이면서 발생하는 가격범위의 이탈을 예측하여 이루어지는데, 이러한 헤지거래와 차익거래 판단의 논의들은 결국 파생상품 가격결정의 중요한 변수인 변동성과 밀접한 연관을 갖게 된다.

금융시계열의 변동성 추정과 예측에 관한 실증연구는 금융계량기법의 발전과 더불어 많이 이루어지고 있다. 가장 단순한 GARCH모형을 비롯해 이분산성을 고려한 점프-확산 모형(Jump-Diffusion Model), 파라미터 조건부 모형인 확률변동성 모형(Stochastic Volatility Model) 및 변동성이 국면에 따라 이산적으로 스위치할 수 있도록 허용한 마코프전환모형(Markov-Switching Model)등이 있다. 확률모형에 근거하지 않고 과거의 자료를 이용하는 역사적 변동성과 J.P. Morgan의 Riskmetrics에서 사용하는 지수가중 이동평균(EWMA)기법을 통해 미래의 변동성을 예측하는 방법도 들 수 있다. 한편 내재변동성은 옵션가격결정모형하에서 옵션의 존속기간동안 해당 기초자산의 변동성에 대한 시장참가자들의 미래실현 변동성 예측을 포함하고 있으므로 미래변동성의 예측치로서 종종 사용되고 있다.

이러한 모형들을 기반으로 진행된 국내외의 많은 연구들을 통해 변동성은 일정하지 않고 시간에 따라서 가변적이라는 사실이 밝혀졌다. Engle(1982)의 ARCH모형과 Bollerslev(1986) GARCH모형, Melino and Turnbull(1990)의 확률변동성 옵션가격결정 모형과 함께 Harvey, Ruiz, and Shephard(1994), Mahieu and Schotman(1996)의 연구

를 통해 확률변동성 모형이 꼬리가 두터운(fat-tail) 금융시계열의 시간가변적인 변동성을 모형화하는데 적합한 것으로 나타났으며, Hamilton and Susmel(1994), Ramchand and Susmel(1998) 그리고 국내의 장국현·이진(1997) 등의 연구를 통해 금융시계열의 변동성이 이질적인 분포에서 오는 경우 Markov-Switching ARCH(SWARCH) 모형을 사용하여 서로 다른 분산국면을 확률적 조건하에서 구분하는 것이 합리적임이 입증되었다.

본 논문의 연구대상인 국채선물과 관련된 연구들로는 우선 금리선물 도입이후 가장 활발하게 이루어진 헤지의 경우 Ederington(1979)은 선물시장의 헤지효율성을 분석하기 위해 포트폴리오 모형을 사용하여 최소분산헤지비용을 도출하고 회귀분석모형에 근거한 헤지비용 추정을 근거로 T-bond가 T-note보다 효과적이라고 입증하였으며, 금리선물거래에 있어 헤지기간과 만기일이 헤지효과에 영향을 미친다고 주장하였다. Chance(1982)는 금리선물의 헤지거래와 듀레이션을 이용한 연구를 통해 금리선물의 헤지전략과 면역화전략이 동일한 목적을 갖는 것으로 간주하였으며, 현물시장의 T-bond가 잔존기간과 동일한 듀레이션을 가질 때에만 T-bond 선물헤지가 적정하다고 주장하였다. Cecchetti, Cumby and Figlewski(1998)는 ARCH 모형을 이용하여 T-bond의 위험과 수익률의 관계를 고려하여 T-bond 가격의 변동성이 시간에 따라 변하고 선물을 이용한 최적헤지비용도 시간가변적임을 밝혔다. Crain and Lee(2002)는 T-bill선물과 유로달러선물을 대상으로 헤지비용을 일정하게 고정시키는 최소 분산모형이 시간가변성을 고려한 GARCH모형이나 EGARCH모형에 비해 헤지효율성에 있어서 낮지 않다는 결과를 입증하였다. 이러한 헤지연구 이외에도 Najand and Yung(1991)는 T-bond 선물의 거래량과 가격변동의 관계를 GARCH모형을 이용하여 분석한 결과 두 변수간의 관계가 동시성을 띠는 것이 아니라 연속적이라는 사실을 보여주었다.

국채선물에 관한 국내의 연구도 대부분 헤지와 관련된 이슈에 중점을 두고 있는데, 정진호, 임병진, 원종현(2002)은 최소분산모형, 벡터오차수정모형(VECM), 이변량 GARCH(1,1)모형을 이용하여 추정된 헤지비용을 비교분석하였고, 헤지비용의 크기가 서로 약간씩 다르나, 통계적으로 유의적이지 않다는 것을 발견하였다. 이러한 결과를 통해 현물과 선물 시계열자료의 불안정적인 특성이나 헤지비용의 시간가변성 등을 고려하지 않고 가장 단순한 모형을 이용하여 추정한 헤지비용을 사용하더라도 헤지성과에는 큰 차이가 나지 않아 국채선물 헤지기능의 문제점을 지적하였다. 이재하·한덕희(2002)는 국채현물의 보유에 따른 가격변동위험을 헤지하기 위해 국채선물을 이용하는 헤지전략의 분석을 목적으로, 가격민감도모형, 최소분산 헤지모형, 이변량 GARCH(1,1)모형을

통해 헤지효율성을 비교 분석하였다. 분석 결과 우리나라 채권시장에서 국채나 회사채에 대해 단순한 최소분산 헤지모형을 사용하더라도 헤지성과에는 무방한 것으로 나타나 정진호·임병진·원종현(2002)의 연구와 일관된 결론을 내렸다.

기존의 연구들이 국채선물과 현물시장에서 주로 헤지비율 추정과 성과비교에 주안점을 두고 있는 반면 본 연구에서는 국채선물과 국채현물의 상호관계를 변동성의 관점에서 파악하고자 한다. 국채선물과 현물을 변동성에 초점을 두고 상호관계를 파악하는 본 연구는 우리나라 국채현·선물시장의 안정적인 연계발전과 실무활용 측면에서 중요한 의미를 갖는다고 할 수 있을 것이다.¹⁾ 우선 Bivariate GARCH모형인 BEKK모형을 이용하여 시간에 따른 변동성과 상관계수 및 헤지비율을 추정하고 보다 정교한 계량모형인 벡터오차수정항이 포함된 이변량 국면전환모형을 이용하여 변동성을 도출하며, BEKK모형으로 추정한 변동성 measure와 상호 비교하고자 한다.

구체적으로 본 연구는 다음과 같은 몇 가지 단계를 거쳐 이루어진다.

첫째, 연구에 사용된 시계열자료가 비정상적(non-stationary)인지를 검정하기 위해 통상적으로 사용되는 ADF(Augmented Dicky-Fuller) 단위근 검정과 PP(Phillips-Perron) 단위근 검정을 시행한다. 이를 통해 국채선물과 통화현물 시계열에 단위근이 존재하면, 차분을 통해 안정적인 시계열로 전환시킨 후 실증분석에 이용한다.

둘째, 국채선물과 국채현물의 장기적 균형관계를 파악하기 위해 Johansen(1988, 1991) 검정방법을 이용하여 공적분 검정을 수행한다.

셋째, Bivariate GARCH 모형인 BEKK 모형을 이용하여 국채선물과 국채현물의 시간가변 변동성 및 상관관계와 헤지비율을 분석한다.

넷째, 벡터오차수정항이 포함된 이변량 국면전환 모형을 이용하여 보다 정교한 두 시리츠의 동적인 관계를 도출하고, 보다 정교한 계량모형에서 도출된 국채선물과 국채현물의 변동성을 BEKK 모형으로 추정한 변동성 measure와 상호 비교한다.

본 논문의 제II장에서는 한국 국채선물시장의 특성과 현황을 간단히 소개하고 제III장에서는 국채선물과 국채현물의 상호관계를 파악하기 위해 두 개의 시계열을 Bivariate 개념으로 분석하는 BEKK 모형과 Bivariate-AR(1)-Markov-Switching-VECM 모형에 대해 소개한다. 제IV장에서는 연구에 이용되는 자료의 단위근 검정과 공적분 검정 및 제II·III장의 연구방법론을 사용하여 추정한 실증분석결과를 논의하며 제V장에서는 요약 및 결론을 제시한다.

1) 국채의 현물과 선물수익률 및 변동성의 상호관계와 거시경제뉴스가 국채 현물시장에 미치는 영향에 대한 국외의 연구로 Simpson and Ranchander(2004), Mao and Zhang(1995)등을 참조.

II. 국채선물

1. 국채선물의 개념 및 특징

국채선물의 거래대상은 최종결제일 현재 잔존만기 3년, 표면금리 8%, 액면가 1억원 인 가상의 국채로 이러한 조건을 충족하는 국채는 현실세계에 존재하지 않으므로 선물 만기일에 최종결제가격을 결정하는 것은 불가능하다. 따라서 선물거래소는 국채선물을 상장하기 전에 잔존만기가 3년에 가까운 국채 3개 바스켓종목을 지정하고 최종결제일 에는 이 3개 종목 국채 평균유통수익률을 가상의 국채에 적용하여 결제가격을 산출한 다. 그리고 국채선물가격은 액면가에 대한 백분율로 표시한다.

3개 바스켓종목 국채의 평균유통수익률로부터 산출된 가상 채권의 가격을 현물가격 이라고 하는데, 현물가격은 거래시점에서 잔존만기 3년인 국채의 가격인 반면 실제 선 물시장에서 형성되는 선물가격은 최종결제일에 잔존만기가 3년이 되는 가상의 국채의 가격이다. 투자자가 이러한 국채선물을 거래하기 위해서는 선물회사에 증거금을 납입 하여야 하는데 만기가 3년인 국채선물의 경우 주문증거금은 계약당 180만원이고, 2003 년 8월부터 거래가 이루어지고 있는 만기가 5년인 국채선물의 경우는 계약당 280만원 이다. 그리고 이러한 증거금은 거래체결이후 선물가격 변동에 따라 이루어지는 일일정 산에 의해 매일 조정된다.

한편, 국채선물의 가장 큰 특징은 현금결제(cash settlement)방식이라는 것이다. 대부 분의 선진국에서는 최종거래일까지 청산되지 않은 계약에 대해서는 일정조건에 맞는 국채를 직접 양수도(delivery settlement)함으로써 계약을 종결하지만 우리나라에서는 최종결제가격과 매매가격간의 차액만 정산하는 방식을 따르고 있다. 현금결제방식으로 인해 인도할 채권을 확보할 필요가 없어 결제의 편의성이 높아지고 투자자들이 시장에 쉽게 접근할 수 있다는 장점이 있지만 현물시장에서는 지표종목 국고채의 프리미엄이 항상 높은 수준을 기록하고, 선물시장에서는 이론가격과 시장가격이 항상 큰 차이를 초래하여 국채현물과 선물시장간 낮은 연계성의 원인이 되고 있다. 또한 국채선물의 최종결제가격이 발행된 지 일정기간이 경과한 바스켓 종목 국채의 가격에 의해 결정되 기 때문에 가장 최근에 발행된 국채를 가지고 있는 투자자입장에서는 베이스스 리스크 가 높아지는 문제점을 안게 된다.

국채선물의 급격한 성장에도 불구하고 운영면에 있어서는 일부 구조적인 문제점이 드러나고 있는데, 우선 국채선물의 시장가격이 이론가격에 비해 항상 낮은 수준을 보

인다. 이러한 현상이 발생하는 이유는 시장가격과 이론가격간의 차이가 시장참가자들의 차익거래(arbitrage)를 통해서 신속히 해소되지 못하고 시간이 지나 최종결제일에 접근해야만 축소되는 미숙한 시장구조를 갖기 때문이다. 또한 구조적인 취약점으로 인해 외생충격에 현물시장보다 선물시장이 민감하게 반응하는 현상이 나타나기도 한다. 이러한 현상이 발생하는 이유는 현물시장에서 환매조건부 채권매매 등을 통해 공매도(short selling)할 수 있는 기회가 크게 제한되어 있고, 단기국채금리의 부채 및 현금결제방식을 취하고 있는 국채선물시장의 결제제도 등 여러 가지 제도적 요인이 복합적으로 작용하고 있기 때문이다. 따라서 국채현물과 선물시장의 연계성을 높이고 균형적 발전을 위해서는 이러한 요인들이 점차 개선될 필요가 있다.

국채선물의 경제적 기능은 크게 4가지로 볼 수 있는데, 우선 중·장기 금리에 대한 위험관리수단으로 예를 들어 채권을 보유한 투자자가 향후 금리가 상승하여 채권가격이 하락할 것을 염려한다면 이 투자자는 국채선물을 매도하여 금리상승위험을 회피할 수 있다. 둘째, 국채선물의 가격은 선물시장에 참여하는 금융기관이나 기업들이 예상하는 미래 시점의 금리수준 추이를 반영하므로 가격발견기능(Price Discovery)을 갖고 있다. 따라서 국채선물가격을 통한 중장기금리의 전망은 경제주체들의 정책 입안 및 전략수립에 도움을 줄 수 있다. 셋째, 국채선물은 은행·증권회사·기업·개인 등과 같은 투자자들에게 국채현물과 연계한 다양한 투자전략의 기회를 제공한다. 마지막으로 국채선물을 활용한 다양한 투자전략의 활용은 국채현물시장의 활성화에 기여하고, 장외거래 위주의 국내 채권시장에 있어서 채권가격결정의 투명성을 제고시켜 투자여건 개선에 따른 채권시장의 국제화를 이루는데 기여한다.

국채선물의 이론가격은 상품의 가격형성이 수요와 공급의 원리에 따라 결정되듯이 선물가격도 일반적인 수요와 공급의 법칙에 의해 형성되나, 선물거래의 경우 최종결제일 시점에서는 현물이 되어 선물과 현물의 구별이 없어지기 때문에 선물가격은 선물의 수급을 반영함과 동시에 당해 현물가격과 밀접한 관계를 가지면서 움직이는 특징을 보이게 된다. 이러한 관계로부터 현물가격을 기초로 선물의 이론가격 도출이 가능한데, 일반적으로 다음과 같은 단계를 거쳐 계산된다.

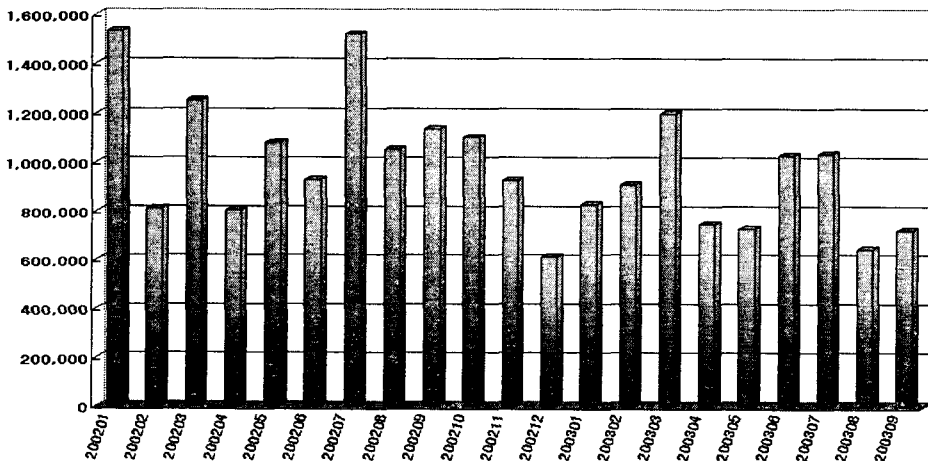
- ① 바스켓을 구성하고 있는 각 국채의 시장수익률을 이용해서 해당 국채의 시장가격을 구한다.
- ② 단기금리가 반영된 보유비용을 이용하여 각 국채의 선도가격을 계산한다.
- ③ 개별국채의 선도가격을 해당 국채의 가격계산 공식에 역산입하여 도출한다.
- ④ 개별국채의 선도수익률을 단순평균하여 바스켓의 선도수익률을 계산한다.

- ⑤ 바스켓의 선도수익률을 표준물의 국채가격 계산공식에 대입하여 이론가격을 산출한다.

2. 국채선물시장의 현황

채권시가평가제도의 도입과 우량채권의 선호현상(flight to quality)으로 급격한 성장을 보인 국채시장에 영향을 받아 국채선물 시장의 거래량도 빠른 증가세를 보이고 있다. 도입초기인 1999년에는 총거래량이 295,833계약이었으나 2000년과 2001년에는 각각 1,538,507계약과 9,323,430계약으로 급속히 증가하였으며 2002년에는 12,777,991계약으로 선물거래소에서 가장 활발히 거래되는 상품으로 자리잡았다. 이러한 추세는 [그림 1]의 2002년부터 2003년 9월까지 국채선물의 월별 거래량을 통해 확인할 수 있다. 일반적으로 국채선물의 거래량은 최근월물의 최종거래일에 직전에 최근월물을 차근월물로 교체하는 선물거래가 일어나면서 급격히 증가하고, 일정기간이 지난후 다시 최종거래일을 10~15일 정도 앞두고 차기선물로 교체되면서 줄어드는 현상을 갖는다. 따라서 특정 시점에서 볼 때는 2개 만기의 국채선물이 상장되어 있지만 실질적으로는 1개 만기의 국채선물만 거래되는 것과 동일하다.

[그림 1] 국채선물의 월별 거래량(2002/1~2003/9)

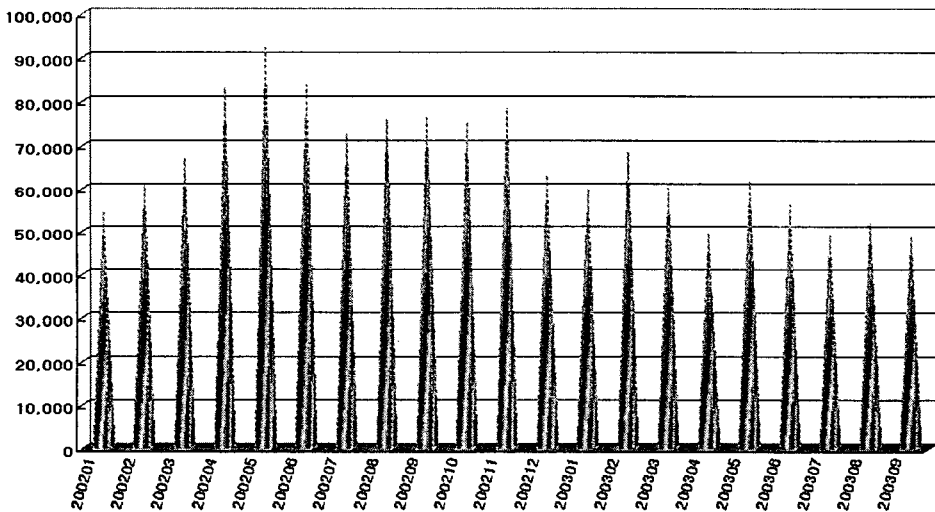


한편 선물거래에서는 미결제약정(open interest)이 중요한 의미를 갖는다. 왜냐하면 시장의 방향성을 결정하는데 있어서 가격이나 변동성 분석만으로 부족한 부분을 미결제 약정의 분석을 통해 보완할 수 있기 때문이다. [그림 2]는 2002년부터 2003년 9월까

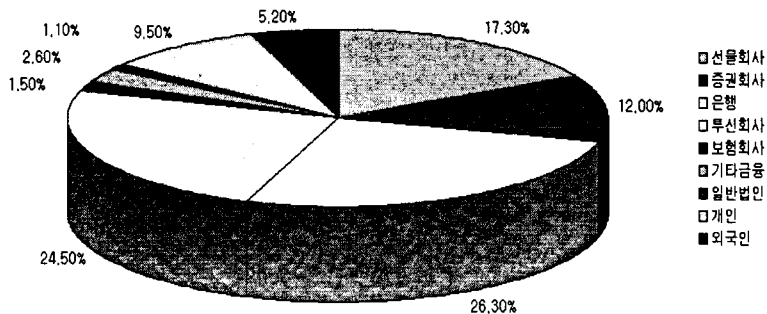
지 국채선물 미결제약정의 추이로 월별 거래량과 유사한 패턴을 보이고 있다. 따라서 미결제약정도 일반적으로 최종거래일을 앞두고 10~15일전부터는 다시 차기월물로 대체하려는 투자자들의 환매수 또는 전매도에 의해 미결제약정히 급격히 감소하는 움직임을 갖는다.

[그림 3]은 2002동안의 국채선물에 대해 투자자별 거래비중으로 은행과 투신사가 절반을 차지하고 있다. 이는 채권의 보유량이 많은 은행이 선물시장을 통해 투기적인 거래와 금리위험 회피를 위한 헤지거래를 모두 추구하기 때문인 것으로 해석되며 투신사는 2000년 7월 선물거래에 대한 규제 완화 이후 선물시장에서 금리변동위험 관리를 위해 적극참여하고 있기 때문이다.

[그림 2] 국채선물의 미결제약정 추이(2002/1~2003/9)



[그림 3] 국채선물의 투자자별 거래비중(2002)



Ⅲ. 실증모형

1. BEKK 모형

시간가변상관관계를 모형화하기 위해 조건부분산과 공분산과정이 각각 GARCH(1,1)을 따른다는 가정하에 단일시계열 GARCH모형을 확장한 다음과 같은 2변량 AR(1)-MGARCH(1,1)-Mean모형의 경우를 보자.

• 평균 방정식 :

$$x_{1,t} = \phi_{11} + \phi_{12}x_{1,t-1} + d_{11}\sigma_{1,t}^2 + d_{12}\sigma_{2,t}^2 + d_{13}\sigma_{12,t} + e_{1,t} \quad (1)$$

$$x_{2,t} = \phi_{21} + \phi_{22}x_{2,t-1} + d_{21}\sigma_{1,t}^2 + d_{22}\sigma_{2,t}^2 + d_{23}\sigma_{12,t} + e_{2,t} \quad (2)$$

• 조건부분산 방정식 :

$$\sigma_{1,t}^2 = \alpha_{10} + \alpha_{11}e_{1,t-1}^2 + \beta_{11}\sigma_{1,t-1}^2 \quad (3)$$

$$\sigma_{2,t}^2 = \alpha_{20} + \alpha_{21}e_{2,t-1}^2 + \beta_{21}\sigma_{2,t-1}^2 \quad (4)$$

• 조건부공분산 방정식 :

$$\sigma_{12,t} = \alpha_{30} + \alpha_{31}e_{1,t-1}e_{2,t-1} + \beta_{31}\sigma_{12,t-1} \quad (5)$$

또는 $vech(\cdot)$ 기호를 사용하여

$$y_t = \Phi X_t + Dvech(H_t) + \varepsilon_t, \quad (6)$$

$$vech(H_t) = A + Bvech(\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1}) + Cvech(H_{t-1}). \quad (7)$$

단 $vech(Z)$ 연산자는 행렬 Z 의 하방삼각행렬을 차례로 쌓음으로써 얻게 되는 Z 의 모든 유일한 원소들로 구성된 벡터를 나타낸다. 예를 들어

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \rightarrow vech(G) = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$A = (\alpha_{10}, \alpha_{20}, \alpha_{30})'$, $B = diag(\alpha_{11}, \alpha_{21}, \alpha_{31})$, 그리고 $C = diag(\beta_{11}, \beta_{21}, \beta_{31})$ 로 정의된다. Φ 와 D 는 식 (1)~(2)에 포함된 ϕ 와 d 계수들로 구성된 각각 (2×2)-, 그리고 (2×3)-차원의 행렬이다. 위의 모형을 'VECH모형'이라고도 부른다.

실증분석시 VECH모형의 공분산행렬 H_t 는 항상 양정부호(positive definite)가 아닐 수도 있다. A 가 $N(N+1)/2$ 개의 파라미터를 갖는 하방삼각행렬이고 B 와 C 가 각각 N^2 개의 원소를 갖는 제곱행렬일 때 Engle and Kroner(1995)의 'BEKK모형' (Baba, Engle, Kraft and Kroner 모형)은 다음과 같다.

$$H_t = A'A + B'\epsilon_{t-1}\epsilon'_{t-1}B + C'H_{t-1}C \quad (8)$$

분산과정에서 추정해야 할 총 파라미터의 수는 $(5N^2 + N)/2$ 이다. B 와 C 에 일정한 제약을 가하는 경우 이 모형은 항상 양정부호인 공분산행렬을 보장한다. 이때 VECH(H_t)는 각각의 시계열의 조건부 분산뿐만 아니라 시계열간의 조건부 공분산을 포함하므로, 금융시계열간의 시간가변적 상관관계도 추정할 수 있다. 시간가변적 상관관계는 다음과 같이 계산된다.

$$corr_{F,t-1} = \frac{\sigma_{12,t-1}}{\sigma_{1,t-1}\sigma_{2,t-1}} \quad (9)$$

본 연구에서는 평균방정식에 일정한 패턴을 반영하고 BEKK 벡터공분산모형에 일정한 제약을 가한 다음과 같은 모형을 추정한다.

$$\Delta F_t = \alpha_F + \gamma_F(S_{t-1} - \delta_0 - \delta_1 F_{t-1}) + \beta_{1F}\Delta S_{t-1} + \beta_{2F}\Delta F_{t-1} + \epsilon_{Ft} \quad (10)$$

$$\Delta S_t = \alpha_S + \gamma_S(S_{t-1} - \delta_0 - \delta_1 F_{t-1}) + \beta_{1S}\Delta S_{t-1} + \beta_{2S}\Delta F_{t-1} + \epsilon_{St} \quad (11)$$

$$\epsilon_t = \begin{pmatrix} \epsilon_{Ft} \\ \epsilon_{St} \end{pmatrix} | \Psi_{t-1} \sim N(0, H_t) \quad (12)$$

$$H_t = \Omega\Omega' + A\epsilon_{t-1}\epsilon'_{t-1}A' + BH_{t-1}B' \quad (13)$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_{11} & 0 \\ \omega_{21} & \omega_{22} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & 0 \\ 0 & \alpha_{22} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \beta_{11} & 0 \\ 0 & \beta_{22} \end{bmatrix} \quad (14)$$

2. Markov-Switching 모형

국면전환모형(regime-switching models)이란 경기변동에서 불황과 호황, 환율의 평가절상과 절하, 주식시장에서 bullish market과 bearish market, 그리고 이자율 변동성의 상대적으로 큰 기간과 작은 기간 등 관측변수 y_t 의 확률과정이 어떤 비관측 상태변수 S_t 에 종속하는 경우를 말한다. 만일 상태변수가 관측가능하다면 대리변수(dummy variable)를 사용하여 국면간 평균이나 회귀계수값이 다르도록 모형을 설정할

수도 있으나 실제로는 관측 불가능하므로 이를 처리하는 계량기법이 필요하다.

본 연구에서는 국채현물과 국채선물의 벡터적 선도지연관계뿐만 아니라 현물 및 선물의 평균식에 국면전환을 허용하고 벡터오차수정항이 포함된 다음과 같은 이변량 국면전환모형을 추정하고자 한다.

• Bivariate AR(1)-Markov-Switching-Heteroscedasticity-VECM 모형

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta F_t \\ \Delta S_t \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mu_{F(s_t)} \\ \mu_{S(s_t)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \Delta F_{t-1} \\ \Delta S_{t-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mu_{F(s_{t-1})} \\ \mu_{S(s_{t-1})} \end{bmatrix} \right) \\ &+ \begin{bmatrix} \gamma_F \\ \gamma_S \end{bmatrix} u_{t-1} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{F,t}(s_t) \\ \varepsilon_{S,t}(s_t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\Pr(s_t=0|s_{t-1}=0) = p, \quad \Pr(s_t=1|s_{t-1}=1) = q \quad (16)$$

$$u_t = S_t - \delta_0 - \delta_1 F_t \quad (17)$$

$$\mu(s_t=0) = \mu_0, \quad \mu(s_t=1) = \mu_1 \quad (18)$$

$$\varepsilon_t(s_t) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{F,t}(s_t) \\ \varepsilon_{S,t}(s_t) \end{pmatrix} \sim N(\mathbf{0}, H(s_t)) \quad (19)$$

$$H(s_t=0) = \begin{bmatrix} h_{11,0} & h_{12,0} \\ h_{21,0} & h_{22,0} \end{bmatrix}, \quad H(s_t=1) = \begin{bmatrix} h_{11,1} & h_{12,1} \\ h_{21,1} & h_{22,1} \end{bmatrix} \quad (20)$$

IV. 실증분석

1. 자 료

본 연구에서 사용하는 자료는 2000년 1월 4일부터 2003년 10월 30일까지의 일별 국채현물지수(S_t)와 선물지수(F_t)로, 총 관측치수는 935개이다. 선물지수는 최근월물이며 선물만기일이 도래하면 다음 최근월물로 만기이전(roll-over)하는 것으로 가정하여 자료를 구성하였다.²⁾ <표 1>은 일별 국채선물과 국채현물 수익률의 기초통계량으로 평균은 각각 1.510과 1.456 이었으며 표준편차는 국채선물이 28.56으로 22.30인 국채현물보다 크게 측정되었다. 수익률 분포의 좌우 동형정도를 나타내는 왜도(skewness)의 경우 국채선물과 국채현물 모두 각각 -0.761과 -0.565로 왼쪽으로 긴 꼬리(left-skewed)

2) 익명의 심사위원의 지적대로 자료의 구성상 만기로부터 1주일 혹은 10일전과 같이 일정기간 전에 roll-over 하지 않고 만기일에 roll-over 하면 가격의 왜곡현상이 생겨 전체적 결과에 영향을 줄 수도 있을 것이다.

를 갖고 있으며 정규분포보다 뾰족한 정도를 나타내는 첨도(kurtosis)의 경우 국채선물은 7.532, 국채현물은 9.582로 모두 정규분포의 첨도 값인 3보다 큰 첨예분포(leptokurtic)를 이루고 있다. 마지막으로 Jarque-Bera 통계량의 경우 국채선물과 국채현물이 각각 889.36과 1735.6이고 p-값이 0으로 동일한 값을 가지므로 현·선물 수익률 모두 정규분포하지 않는 것으로 볼 수 있다. 한편 12차(lag) 편자기상관관계함수(partial autocorrelation function)를 보면 2개의 시계열 모두 강한 1차 연속상관관계(serial correlation)가 존재함을 알 수 있고 이후의 차수에서는 중요한 연속상관관계를 발견하지 못하였다.

<표 1> 기초 통계량

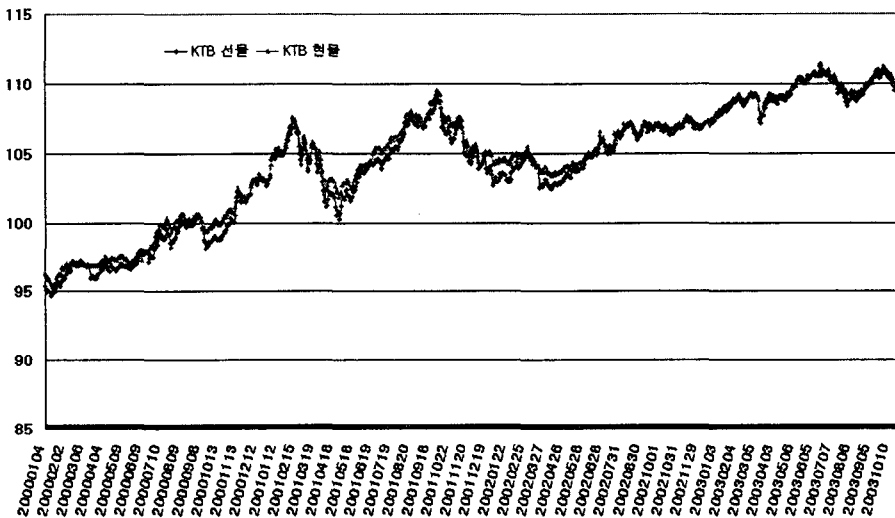
	ktbf	ktbs
평균	1.510	1.456
표준편차	28.56	22.30
왜도	-0.761	-0.565
첨도	7.532	9.582
Jarque-Bera (probability)	889.36 (0.000)	1735.6 (0.000)
편자기상관함수		
lag 1	0.045	0.126
lag 2	-0.005	0.023
lag 3	-0.005	-0.014
lag 4	-0.017	0.020
lag 5	-0.020	-0.055
lag 6	0.004	-0.023
lag 7	-0.066	-0.037
lag 8	0.013	0.047
lag 9	0.024	-0.053
lag 10	0.017	-0.011
lag 11	-0.002	0.000
lag 12	-0.033	-0.023

주) ktbf : 국채선물지수의 수익률
 ktbs : 국채현물지수의 수익률

[그림 4]는 분석기간 동안의 국채현물과 국채선물 가격지수의 추이를 보여주고 있다. 그림을 통해 알 수 있듯이 대체로 선물가격이 현물가격보다 낮는데 이는 채권의 만기

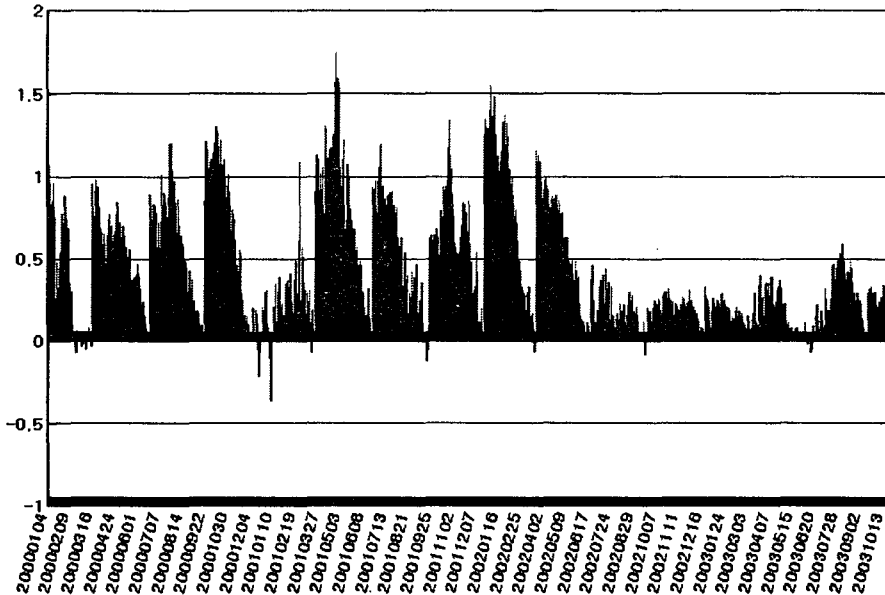
가 길어질수록 액면가격대비 할인폭이 커지기 때문에 수익률곡선(yield curve)이 우상향하는 경우 나타나는 백워드이션(backwardation)현상으로, 최종결제일에 가까워 질수록 베이스(basis)가 축소되고 최종결제일에는 일치하게 된다. 이러한 국채현물과 선물가격 패턴에 있어서 발생하는 선물가격의 저평가현상은 [그림 5]를 통해 더욱 자세히 확인된다. [그림 5]는 국채현물과 국채선물의 가격괴리로 최근월물의 경우 선물만기일 3개월 전부터 1개월반 정도까지는 저평가 폭이 점차 확대되고 이후 1개월반 정도의 기간 동안은 점진적으로 줄어드는 규칙적인 모습을 보이고 있다.³⁾ 특히 주목할 만한 점은 magnitude면에서 이러한 패턴이 2002년 6월을 기점으로 과거의 모습과 전혀 다르다는 것이다. 즉 현물과 선물의 가격괴리(GAP)수준이 2002년 6월 중반부터 대부분 0.5이하로 급격히 감소하고 있다. 이러한 선물의 저평가 현상이 발생하는 이유는 일반적으로 Repo시장이 거래비용으로 저평가를 완벽하게 해소할 수 없고 2002년 이전까지 채권시장의 제도적 미흡으로 현실적으로 매수차익거래만이 활발하게 진행되기 때문인 것으로 지적되어 왔다. 따라서 [그림 5]의 급격한 패턴 크기의 변화는 차익거래에 있어서 대체시장의 활성화와 같은 채권시장의 구조적 개선에 따른 것으로 판단되며, 이는 국채선물시장이 효율적인 측면에서 어느 정도 성숙단계에 접어들었음을 의미한다.

[그림 4] 국채현물과 국채선물가격의 동향



3) 현물과 선물가격의 괴리율은 (정산가격-이론가격)/이론가격으로 표현하지만 현물가격과 이론가격은 수준과 변동이 거의 비슷하고 실제로 벡터시계열모형에서는 현물가격과 선물가격 시계열을 모형화하기 때문에 [그림 5]에서는 단순히 현물과 선물가격의 차이를 제시하였다.

[그림 5] 국채현물과 국채선물의 가격괴리 : 최근월물



2. 실증분석 결과

연구에 사용된 시계열자료가 비정상적(non-stationary)인지를 검정하기 위해 통상적으로 사용되는 ADF(Augmented Dicky-Fuller) 단위근 검정과 PP(Phillips-Perron) 단위근 검정을 시행하고자 한다. Dickey-Fuller(1979)가 제시한 DF-검정법은 시계열변수가 AR(1)이고 잔차항(u_t)은 상호 독립적이고 동일한 분산 및 공분산을 갖는 분포를 갖는다는 가정에 기초를 두고 있으며, 다음과 같은 식에서 $\rho=0$ 인지를 검정하는 것이라 할 수 있다.

$$\Delta x_t = \mu + \rho x_{t-1} + \beta(t - (T/2)) + u_t$$

하지만 잔차항간에는 시계열상관이 있을 수 있기 때문에 일관성 있는 추정량의 도출이 불가능할 수 있다. 따라서 ADF-검정은 이러한 단점을 보완하면서 누락된 AR 파라미터의 효과를 다음과 같은 모형설정을 통해 고려한다.⁴⁾

$$\Delta x_t = \mu + \rho x_{t-1} + \beta(t - (T/2)) + \delta_1 \Delta x_{t-1} + \dots + \delta_{p-1} \Delta x_{t-p+1} + u_t$$

4) 보다 자세한 사항은 김명직·장국현, 「제2편 금융시계열분석」, 경문사, 2002를 참조하기 바람.

이 경우에도 귀무가설은 $H_0: \rho=0$ 또는 $H_0: \rho=0, \beta=0$ 이다. 여기서 적절한 p(시차)를 결정하는 방법에는 Akaike Information Criteria(AIC)와 Schwarz Criteria(SC)의 극소값을 결정하는 방법, 계량프로그램에서 가장 큰 값을 계산하는 방법, 자기상관함수(ACF)나 표본자기상관함수(PACF)를 근거로 결정하는 방법등이 있으며, PP검정에서는 Newey-West 방식에 의해 truncation lag를 결정한다. <표 2>는 국채현물과 국채선물에 대한 단위근 검정결과로 ADF-검정과 PP-검정 모두 유의수준하에서 귀무가설을 기각하였다. 따라서 단위근 검정을 통해 국채선물과 국채현물은 I(1) 과정을 따르며 차분후의 안정적인 시계열을 실증분석에 이용하였다.

<표 2> 단위근 검정결과

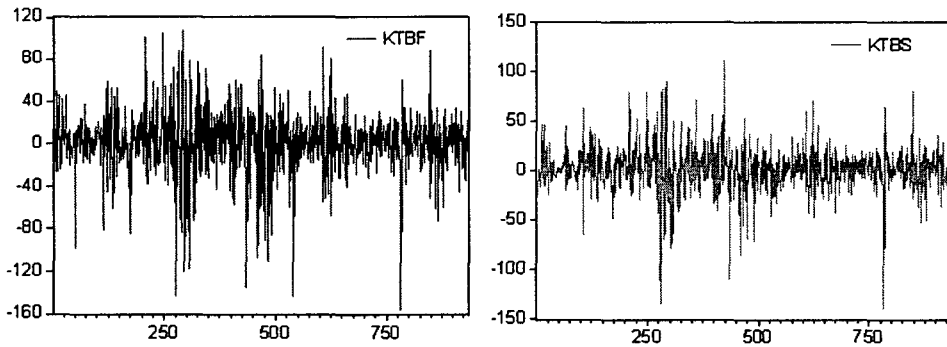
	국채선물	국채현물
ADF 통계량	-2.6451	-2.4044
Phillips-Perron 통계량	-2.5540	-2.1954

H_0 : 단위근이 존재한다

H_1 : 단위근이 존재하지 않는다.

H_0 기각을 위한 Mackinnon critical values(추세가 포함된 경우)	
1% Critical Value	-3.9679
5% Critical Value	-3.4146
10% Critical Value	-3.1295

[그림 6] 국채현물과 국채선물 수익률의 시계열



국채현물과 국채선물 변수에 1개의 단위근이 존재한다는 결론을 얻은 후에 각 변수 간의 장기균형관계를 파악하기 위해 공적분 검정을 수행하였다. 본 연구에서는 Johansen

(1988, 1991) 검정방법을 이용하여 공적분 관계를 살펴보았다. <표 3>은 Johansen 방법을 이용하여 국제현물과 국제선물의 수준변수가 2개의 시차를 가진 경우 공적분 관계가 존재하는지를 보여주고 있다. Johansen LR(likelihood-ratio) 검정 통계량에는 두 가지가 있는데, 하나는 추계적 행렬의 trace(주대각선 요소의 합)를 기준으로 한 것이고 다른 하나는 최대고유치(maximum eigenvalue)를 기준으로 한 것이다. Trace와 최대고유치의 LR 검정통계량은 다음과 같다.

$$\lambda_{trace}(r) = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \lambda_i)$$

$$\lambda_{max}(r, r+1) = -T \ln(1 - \lambda_{r+1})$$

이때 trace의 귀무가설은 공적분벡터의 수가 r -개보다 작거나 같다는 것이며, 최대고유치의 귀무가설은 공적분 벡터의 수가 r 인 것은 trace통계량과 같으나 대립가설을 보다 구체적으로 설정하여 공적분 벡터의 수가 $(r+1)$ 인 것으로 하고 있다. 한편, 이러한 LR 통계량들은 일반적인 x^2 를 따르지 않고 비표준분포형태를 취하므로 시뮬레이션에 의해 분포를 얻을 수 있다. <표 3>은 Trace test의 결과를 보여주고 있으며, Maximum eigenvalue test의 결과도 동일하였다. 결과에서 알 수 있듯이 국제현물과 국제선물 시계열 사이에는 하나의 공적분 벡터가 존재하고 있음이 판명되었다.

<표 3> Johansen 공적분 검정결과

	가설	Eigenvalue	Trace Statistics	5% Critical Value	1% Critical Value
추세 포함(○)	H_0	0.0382	39.360	15.41	20.04
	H_1	0.0033	3.0584	3.76	6.65
추세 포함(×)	H_0	0.0384	42.615	19.96	24.60
	H_1	0.0065	6.1254	9.24	12.97

H_0 : 두 시리즈 사이에는 공적분 관계가 없다.

H_1 : 공적분 관계가 하나 있다.

1 Cointegration Equation :		Log likelihood	564.24
Normalized cointegrating coefficients			
	ktbf	ktbs	C
	1.0000	-1.0322 (0.0152)	3.8545 (1.5897)
Adjustment coefficients			
	D(ktbf)	D(ktbs)	
	-0.0473 (0.0273)	0.0314 (0.0210)	

주) ()는 standard error

<표 4> BEKK모형의 추정결과

모 수	추 정 값	t-통계량
δ_0	7.7781	0.159
δ_1	0.9296	0.000
α_F	2.1069	0.632
α_S	2.6844	0.614
γ_F	13.702	14.66
γ_S	-0.7481	-0.498
β_{1F}	0.1397	0.002
β_{1S}	0.1111	0.001
β_{2F}	0.0655	0.000
β_{2S}	0.1263	0.001
ω_{11}	55.391	11.44
ω_{21}	56.412	9.702
ω_{22}	0.000	0.000
α_{11}	0.4806	0.004
α_{22}	0.5686	0.007
β_{11}	0.8824	0.002
β_{22}	0.8189	0.003
Log Likelihood	-7691.24	

<표 4>는 국채현물과 국채선물 수익률의 관계를 BEKK모형을 이용하여 추정한 결과이다.

국채현물의 경우 현재 현물수익률의 과거 현물수익률에 대한 의존도를 의미하는 β_{1S} 와 현재 현물수익률의 과거 선물수익률에 대한 의존도를 의미하는 β_{2S} 모두 비유의적인 추정치가 보고 되었고, 국채선물의 경우도 현재 선물수익률의 과거 선물수익률에 대한 의존도를 의미하는 β_{2F} 와 현재 선물수익률의 과거 현물수익률에 대한 의존도를 의미하는 β_{1F} 추정치 모두가 본 연구의 표본기간동안에는 통계적으로 유의하지 않은 것으로 보고 되었다. 그리고 현물과 선물의 오차수정항(error correction)을 모형에 반영하여 추정한 모수중에서 γ_F 만이 통계적으로 유의한 양의 값을 보여주고 있다.

• BEKK 모형

$$\Delta F_t = \alpha_F + \gamma_F(S_{t-1} - \delta_0 - \delta_1 F_{t-1}) + \beta_{1F} \Delta S_{t-1} + \beta_{2F} \Delta F_{t-1} + \varepsilon_{Ft}$$

$$\Delta S_t = \alpha_S + \gamma_S(S_{t-1} - \delta_0 - \delta_1 F_{t-1}) + \beta_{1S} \Delta S_{t-1} + \beta_{2S} \Delta F_{t-1} + \varepsilon_{St}$$

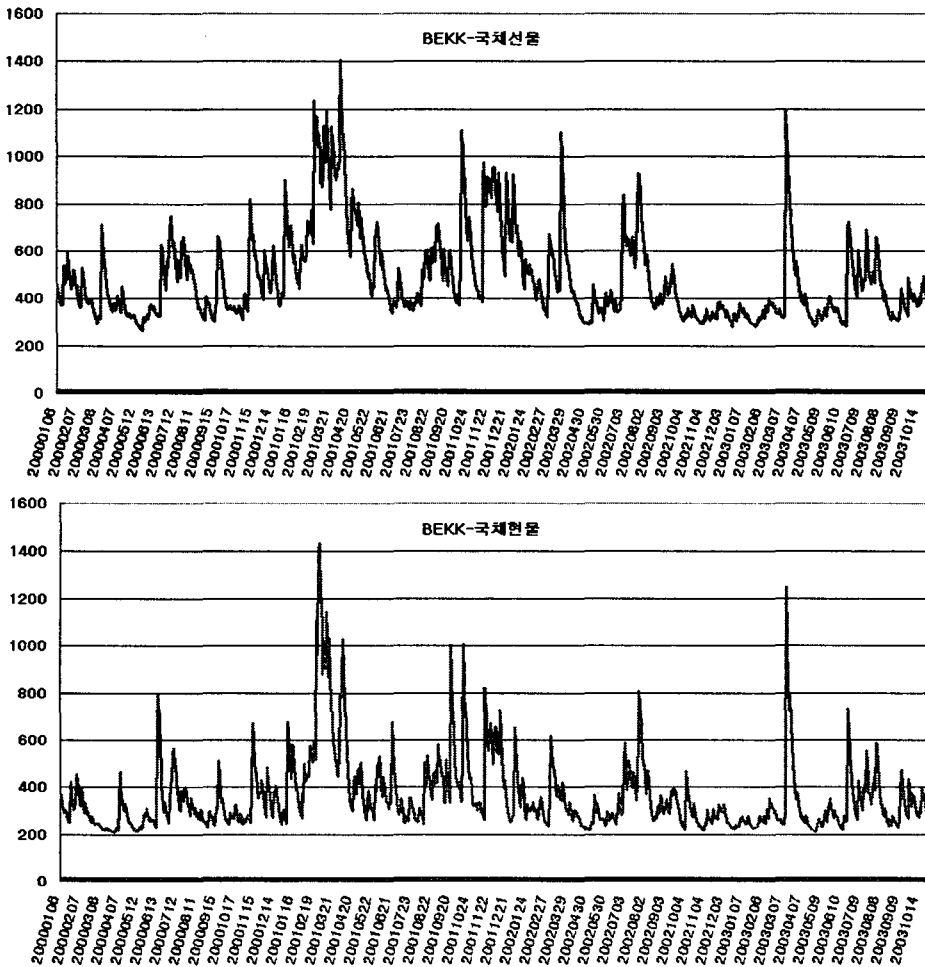
$$\varepsilon_t = \begin{pmatrix} \varepsilon_{Ft} \\ \varepsilon_{St} \end{pmatrix} | \Psi_{t-1} \sim N(0, H_t)$$

$$H_t = \Omega \Omega' + A \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' A' + B H_{t-1} B'$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_{11} & 0 \\ \omega_{21} & \omega_{22} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & 0 \\ 0 & \alpha_{22} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \beta_{11} & 0 \\ 0 & \beta_{22} \end{bmatrix}$$

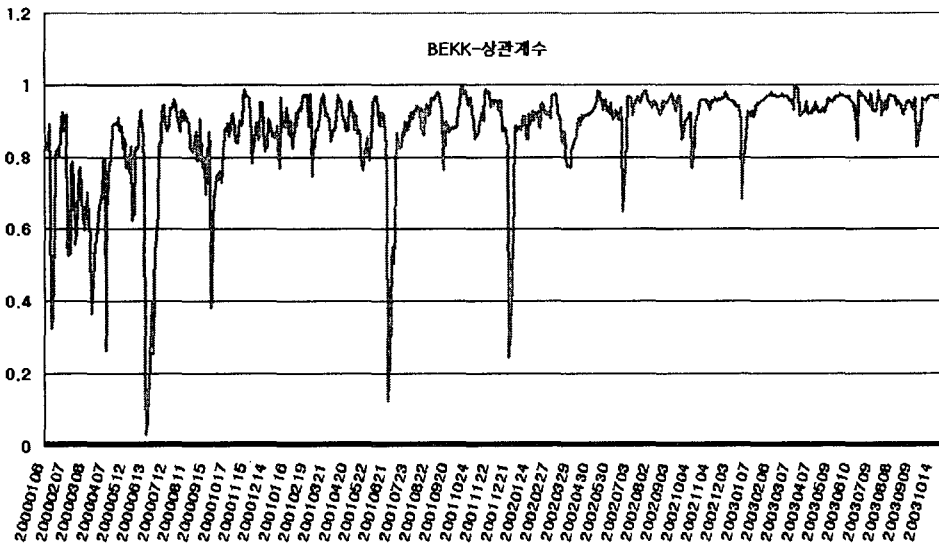
[그림 7]은 BEKK모형을 통해 도출된 변동성으로 국제현물 수익률과 국제선물 수익률의 변동성은 일정하지 않고 시간에 따라 변하며 국제선물 수익률의 변동성이 국제현물 수익률의 변동성에 비해 일반적으로 높지만 가격지수의 추이와 동일하게 유사한 패턴을 갖는 것으로 나타났다.

[그림 7] 시간가변 변동성 : BEKK모형



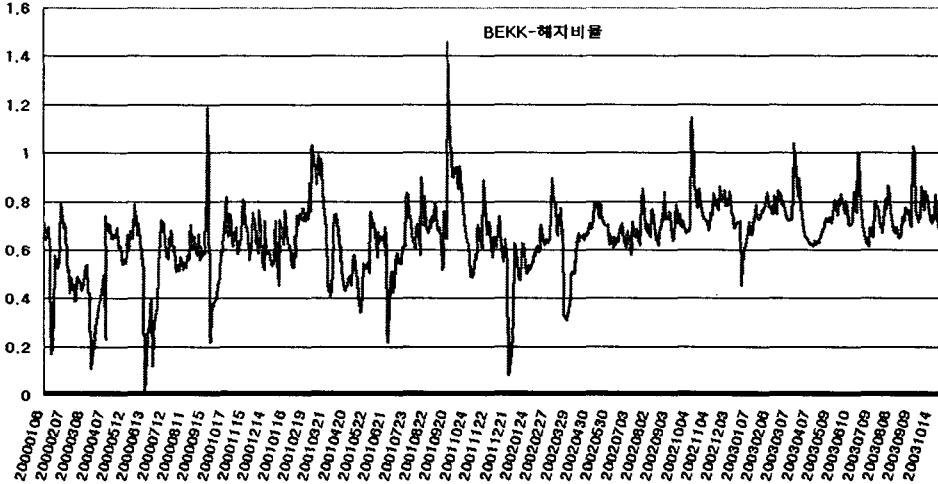
[그림 8]을 통해 국채현물과 국채선물의 상관계수가 변동성과 마찬가지로 일정하지 않고 시간에 따라 변하고 있음을 볼 수 있으며, 대체로 높은 수준의 상관계수를 유지하고 있으나 일시적으로 급락하는 시기도 나타났다. 이러한 현상이 나타나는 시기들은 2000년 6월 12일부터 14일까지로 이 기간에는 거의 0에 가까운 값을 나타냈으며 2001년 12월 20일에도 큰 폭의 하락을 기록하였다. 이러한 현상을 변동성과 관련하여 분석한 결과 대체로 국채선물과 국채현물의 변동성 차이가 매우 클 경우에 발생하는 것으로 보인다. 2000년 6월 13일의 경우 국채선물과 국채현물의 변동성 차이가 445.95였고 2001년 12월 20일에는 630.97로 다른 날과 비교해 높은 값을 보여주었다. 또한 변동성 차이에 기인한 상관계수의 일시적 급락현상도 2002년 6월 이후부터는 사라지고 있다.

[그림 8] 시간가변 상관계수 : BEKK모형



[그림 9]의 시간가변 헤지 비율은 BEKK 모형의 추정결과로 도출된 국채현물과 국채선물의 공분산을 국채선물의 분산으로 나눈 비율인 $HR = H_{FS,t}/H_{F,t}$ 로 계산된다. 따라서 국채선물과 국채현물 수익률의 공분산이 시간에 따라 변하고 국채선물 수익률의 분산도 변하므로 헤지비율이 시간가변적인 모습을 갖게 된다. 이러한 특징은 그림을 통해 명확하게 확인할 수 있으며, 상관계수와 마찬가지로 시간가변적인 헤지비율의 움직임이 실증분석기간 초기보다 후반기로 갈수록 헤지 비율의 변동폭이 줄어들어 0.8을 중심으로 안정적인 움직임이 유지되고 있음을 알 수 있다.

[그림 9] 시간가변 헤지 비율 : BEKK모형



<표 5>은 이변량 국면전환모형의 추정결과로 두 시장의 상호의존성을 의미하는 모수인 β 가 모두 통계적으로 비유의적인 값이 나타나 BEKK추정결과와 일관되게 본 연구가 사용하고 있는 표본기간동안 일별 국채선물시장과 국채현물 시장간의 선·후행적 영향관계를 발견하지 못하였다. 평균식에 국면전환을 반영하여 추정한 모수들도 모두 통계적으로 유의적이지 못하였다. 하지만 상태변화를 반영한 공분산의 모수들은 모두 의미 있는 값들이 나타나, 두 상태가 서로 다른 공분산 구조를 가지고 있는 것을 추측할 수 있으며, p, q 의 추정치도 각각 0.92와 0.69로 유의적인 추정치로 보고 되어 두 국면의 지속기간이 서로 다른 것을 알 수 있다. 이러한 실증결과들을 통하여 짐작컨대 우리나라에서 국채선물과 현물시장의 분석에 있어서 두 시장을 한꺼번에 아우를 수 있는 Bivariate 모형의 설정이 중요함을 알 수 있고, 좀더 정교한 모형을 이용한 시장분석의 필요성이 입증되었다. 그리고 실증분석기간에 따라서 달라질 수 있겠지만 본 연구기간에 있어서는 시장의 상승국면과 하락국면이라는 두 상태보다는 국채가격의 변동성국면이 훨씬 더 강하게 시장에 작용하고 있음을 알 수 있다. 이는 앞서 추정한 Bivariate GARCH 모형인 BEKK 모형 추정결과와 동일하게 국채시장에서 현물과 선물, 각각의 분산과정뿐만 아니라 공분산과정도 시계열모형 내에서 동시에 고려되어야함을 시사하고 있다. 이를 간과할 수 없는 또 하나의 중요한 이유는 BEKK 모형이든, Markov-Switching 모형이든지 간에 본 연구의 핵심모형인 Bivariate 모형에서 추정된 시간가변적인 공분산과정이 상관관계 수 및 헤지비율을 계산하는 input variable 이 될 수 있다는 것이다.

<표 5> Bivariate AR(1)-Markov-Switching-Heteroscedasticity-VECM모형 추정결과

모 수	추 정 값	t-통계량
$\mu_{F,0}$	-6.2069	-0.583
$\mu_{S,0}$	-1.4815	-0.175
$\mu_{F,1}$	3.5767	1.697
$\mu_{S,1}$	2.2661	1.257
$h_{11,0}$	2655.5	3.150
$h_{21,0}$	1750.5	3.193
$h_{22,0}$	1674.3	3.587
$h_{11,1}$	321.47	6.287
$h_{21,1}$	218.58	5.508
$h_{22,1}$	174.70	5.094
β_{11}	-0.0256	-0.088
β_{12}	0.0184	0.178
β_{21}	0.0880	0.956
β_{22}	0.0094	0.113
γ_F	4.6668	0.390
γ_S	1.1853	0.125
p	0.9187	58.51
q	0.6913	6.488
Log Likelihood	-7416.64	

- Bivariate AR(1)-Markov-Switching-Heteroscedasticity-VECM모형

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta F_t \\ \Delta S_t \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mu_{F(s_t)} \\ \mu_{S(s_t)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \Delta F_{t-1} \\ \Delta S_{t-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mu_{F(s_{t-1})} \\ \mu_{S(s_{t-1})} \end{bmatrix} \right) \\ &\quad + \begin{bmatrix} \gamma_F \\ \gamma_S \end{bmatrix} u_{t-1} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{F,t(s_t)} \\ \varepsilon_{S,t(s_t)} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\Pr(s_t=0|s_{t-1}=0) = p, \quad \Pr(s_t=1|s_{t-1}=1) = q,$$

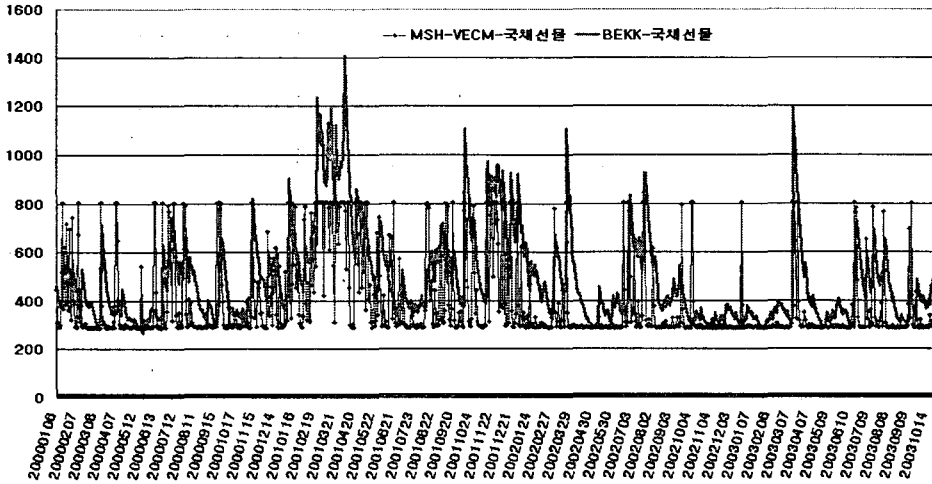
$$u_t = S_t - \delta_0 - \delta_1 F_t$$

$$\mu(s_t=0) = \mu_0, \quad \mu(s_t=1) = \mu_1,$$

$$\varepsilon_t(s_t) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{F,t(s_t)} \\ \varepsilon_{S,t(s_t)} \end{pmatrix} \sim N(\mathbf{0}, H(s_t)),$$

$$H(s_t=0) = \begin{bmatrix} h_{11,0} & h_{12,0} \\ h_{21,0} & h_{22,0} \end{bmatrix}, \quad H(s_t=1) = \begin{bmatrix} h_{11,1} & h_{12,1} \\ h_{21,1} & h_{22,1} \end{bmatrix}.$$

[그림 10] 국채선물의 시간가변·변동성 비교

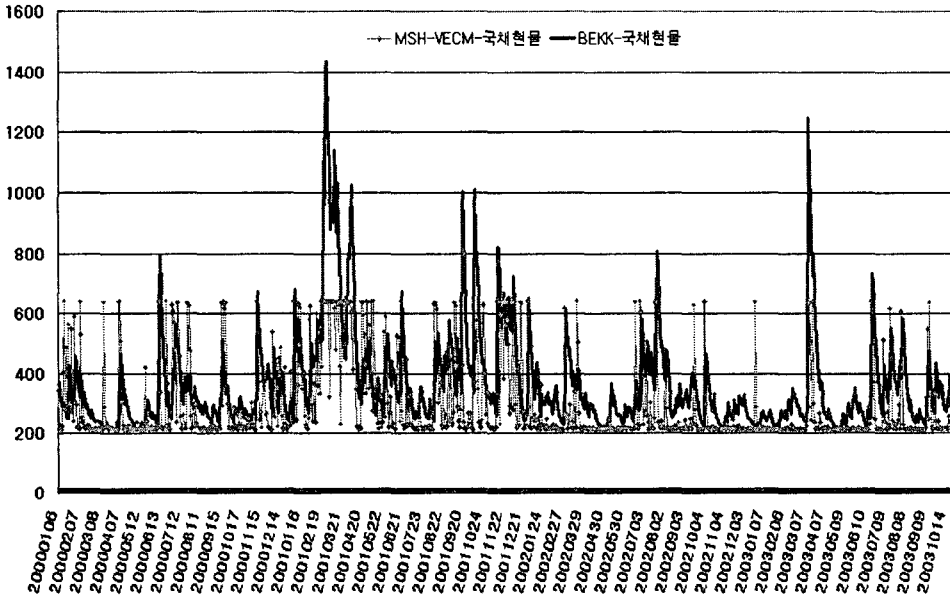


[그림 10]과 [그림 11]은 국채선물과 국채현물에 대해 이분산성을 허용하는 이변량 국면전환모형의 연율 표시 변동성을 앞서 추정한 BEKK모형의 결과와 비교한 것이다. 국채선물의 경우 이변량 국면전환모형으로 추정한 변동성의 평균은 387.56이고 BEKK 모형으로 추정한 변동성의 평균은 490.59로 이변량 국면전환의 변동성이 일반적으로 낮으며 이는 그림을 통해서도 확인할 수 있다.⁵⁾ 또한 국채현물의 경우도 이변량 국면전환모형으로 추정한 변동성의 평균이 295.25이고 BEKK모형으로 추정한 변동성의 평균이 364.99로 국채선물의 경우와 동일하였다. 하지만 이변량 국면전환 모형의 변동성이 큰폭의 증가와 감소를 보이는 반면 BEKK 모형의 경우는 변동성이 한번 증가하면 이후 천천히 감소할 가능성이 존재함을 알 수 있다. 그리고 이변량 국면전환모형의 경우도 BEKK의 결과와 동일하게 국채선물의 시간가변 변동성이 국채현물의 시간가변 변동성보다 큰 것으로 드러났다.⁶⁾

5) 익명의 심사위원의 지적과 관련하여 독자들의 혼란을 피하기 위하여 두 시계열이 공적분 관계에 있는 경우 error correction이 필요할 것이며 본 모형에서 제시하고 있는 BEKK모형에서 식(10)~(11)과 Markov-Switching 모형에서의 식(15)~(20)은 국채 현선물 시계열의 이변량 ECM 모형을 포함하고 있는 것임을 밝혀둔다.

6) 익명의 심사위원의 지적처럼 변동성이 중요한 사건 전후에 달라질 수 있으므로 시계열 데이터를 기간별로 나누어 (예를 들면 2000년 7월 채권시가평가제도 도입 전후) 분석할 수 있을 것이다. 그러나 본 연구에서 제시하고 있는 Markov-Switching 모형의 경우 연구하고자 하는 시계열들이 어떠한 중요한 사건을 전후로 변동성 등이 크게 달라질 경우 데이터를 연구자가 기간별로 인위적으로 나누지 않아도 확률적으로 구분해내는 훌륭한 모형이므로 이를 적용하고자 한 것이며 실증결과에 의하면 2000년 7월을 전후하여 우려한 만큼 큰 변동성 regime switching은 없었던 것으로 보인다.

[그림 11] 국채현물의 시간가변 변동성 비교



VI. 요약 및 결론

본 연구에서는 현재 선물거래소에서 가장 활발히 거래가 이루어지는 국채선물과 해당 기초자산인 국채현물 시계열의 상호관계를 변동성에 초점을 두고 분석하였다. 자료는 2000년 1월 4일부터 2003년 10월 30일까지의 국채선물과 국채현물로 두 시리즈는 각각 단위근이 존재하는 불안정 시계열이나 상호관계는 안정적인 공적분 관계가 존재하는 것으로 나타났다.

국채선물과 국채현물 수익률의 변동성을 Bivariate GARCH 모형인 BEKK 모형을 이용하여 추정한 결과 두 시계열의 변동성은 모두 시간가변적임이 밝혀졌으며 상관계수 및 헤지비율 또한 시간가변적인 것으로 드러났다. 그리고 현물과 선물 수익률의 상호 관계는 서로 상대방 시장의 과거 수익률에 영향을 받지 않는 것으로 나타나, 본 연구가 진행된 표본기간동안 일별 자료에서는 두 시장간의 선·후행적 영향관계가 존재하지 않는 것으로 판명되었다. 국면전환과 벡터오차수정항이 포함된 Bivariate-AR(1)-Markov-Switching-VECM 모형을 이용하여 두 시계열의 동적인 관계를 분석한 결과에서도 국채선물 수익률과 국채현물 수익률간의 상호영향관계를 발견하지 못하였다. 하지만 국채선물과 현물시계열, 두 시리즈의 변동성구조에 있어서 이분산성이 뚜렷하

게 추정되었으며 특히 두 상태가 서로 다른 공분산 구조를 가지고 있는 것으로 나타나 두 국면의 지속기간이 서로 다른 것으로 추정되었다. 한편 본 연구기간에 있어서는 국채시장의 상승국면과 하락국면이라는 두 상태보다는 국채가격의 변동성국면이 시장에 훨씬 더 강하게 작용하고 있는 것으로 밝혀졌다.

참 고 문 헌

- 김명직, 장국현, 「제2판 금융시계열분석」, 경문사, (2002).
- 장국현, 이 진, “우리나라 주식수익률의 이분산성과 국면전환에 관한 연구”, 『증권금융 연구』, 제3권 제2호, (1997), 35-59.
- 장국현, “한국 옵션시장의 변동성 예측과 예측성과 비교에 관한 연구”, 『선물연구』, 제9권 제1호, (2001), 51-79.
- 정진호, 임병진, 원종현, “국채선물을 이용한 적정 헤지비율 추정에 관한 연구”, 『증권 학회지』, 제30집, (2002), 163-188.
- 이재하, 한덕희, “국채선물을 이용한 헤지전략”, 『선물연구』, 제10권 제2호, (2002), 25-55.
- Bollerslev, T., “Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity,” *Journal of Econometrics*, 31, (1986), 307-327.
- Bollerslev, T. and R. Engle and J. Wooldridge, “A capital asset pricing model with time varying covariance,” *Journal of Political Economy*, 96, (1988), 116 -131.
- Cecchetti, Stephen G., Robert E. Cumby, and Stephen Figlewski, “Estimation of the Optimal Futures Hedges,” *Review of Economics and Statistics*, 70(4), (1988), 623-630.
- Chance, D., “An Immunized Hedge Procedure for Bond Futures,” *The Journal of Futures Markets*, 2(3), (1982), 231-242.
- Crain, S. and J. Lee, “Hedging Effectiveness of T-Bill Futures and Eurodollar Futures,” *Advances in Investment Analysis and Portfolio Management*, (2002), forthcoming.
- Ederington, L., “The hedging performance of the new futures markets,” *Journal of Finance*, 34, (1979), 157-170.
- Engle, R. F., “Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation,” *Econometrica*, 50, (1982), 987-1007.
- Engle, R. F. and K. F. Kroner, 1995, “Multivariate simultaneous generalized ARCH,” *Econometric Theory*, 11, 122-150.
- Hamilton, J. D. “Rational expectation econometric analysis of changes in regime. An investigation of the term structure of interest rates,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, (1988), 385-423.

- Hamilton, J. D. "A new approach to the econometric analysis of nonstationary time series and the business cycle," *Econometrica*, 57, (1989), 357-384.
- Hamilton, J. D. & R. Susmel, "Autoregressive conditional heteroskedasticity and changes in regime," *Journal of econometrics*, 64, (1994), 307-333.
- Harvey, A., E. Ruiz, and N. Shephard, "Multivariate stochastic variance models," *Review of Economic Studies*, 61, (1994), 247-264.
- Johansen, S. "Statistical analysis of cointegrating vectors," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, (1988), 231-254.
- Johansen, S. "Estimation and hypothesis testing of cointegrating vectors in Gaussian vector autoregressive models," *Econometrica*, 59, (1991), 1551-1580.
- Mahieu, R. and P. Schotman, "An empirical application of stochastic volatility models," Manuscript (University of Limberg).
- Mao, H. and H. Zhang, "Price Movements and Price Discovery in the Municipal Bond Index and the Index Futures Markets," *Journal of Futures Market*, 15, (1995), 489-506.
- Melino, A. and S. Turnbull, "Pricing foreign currency options with stochastic volatility," *Journal of Econometrics*, 45, (1990), 239-265.
- Najand, Mohamad and Yung, Kenneth, "A GARCH Examination of the Relationship between Volume and price Variability in Futures Markets," *The Journal of Futures Markets*, 11(5), 613-621.
- Sarno, L. and Valente, "The cost of carry model and regime shift in stock index futures markets: an empirical investigation," *Journal of Futures Market*, 20, (2000), 603-624.
- Simpson, M. and S. Ramchander, "An Examination of the Impact of Macroeconomic News on the Spot and Futures Treasuries Markets," *Journal of Futures Market*, 24, (2004), 453-478.

THE KOREAN JOURNAL OF FINANCIAL MANAGEMENT
Volume 21, Number 2, Dec. 2004

Estimating the Volatility in KTB Spot and Futures Markets

Kook-Hyun Chang* · Byung-Jo Yoon** · Yeong-Suk Cho*

<abstract>

This paper uses both the bivariate GARCH type BEKK error correction model and Bivariate-AR(1)-Markov-Switching-VECM model to estimate the volatility, time-varying correlation and hedge ratio for the KTB spot and futures indexes, sampled daily over 1/4/2000-10/30/2003. This study suggests that the volatility regime has more significant influence on KTB markets than incline/decline regime does. The results support the importance of the bivariate model in stead of univariate model between KTB spot and futures markets, which may consider not only individual variance process but also covariance process at the same time.

Keywords : Volatility, Time-Varying Correlation, Bivariate GARCH, BEKK, KTB Futures, Markov-Switching Model

* College of Business Administration, Konkuk University

** KPQI