財務管理研究 第二十一券 第一號(2004. 6), 205~229

풋-콜 패리티 괴리율과 주식, 선물, 옵션시장의 가격변동

윤창현* · 이성구* · 이종혁**

〈요 약〉

풋-콜 패리티에 괴리가 생길 경우 각종 차익거래 및 스프레드 전략이 가능하게 되고 이로 인해 현물, 선물 및 옵션시장 가격의 움직임이 발생하게 되므로 이 관계식의 성립여부는 실제로 시장가격에 영향을 미칠 수 있다. 본 연구에서는 10분 간격으로 측정된 현물, 선물, 콜 옵션, 그리고 풋 옵션 가격 및 가격의 변화가 풋-콜 패리티 조건으로부터의 괴리율과 어떤 관계를 가지고 있는지 GARCH(1,1)모형을 이용하여 분석하였다.

우선 풋-콜 패리티 조건에 괴리가 발생했을 때 다시 균형상태로 회귀하려는 경향을 발견할 수 있었다. 즉, 괴리율이 (+)의 값을 가질 때 현물가격과 풋 옵션의 가격은 하락하고, 콜 옵션의 가격은 상승함으로써 향후 괴리율의 크기가 줄어드는 모습을 보여주었다. 시장에 따라 다소 차이가 있지만 전반적으로 괴리율의 변화는 각 시장에서 가격의 향후 변동에 약 60분가량 영향을 주고 있었으며, 시차항 변수에 대한 회귀계수의 크기를 비교해볼 때 시간이 지날수록 괴리율이 각 시장가격에 미치는 영향도 점차 줄어들고 있었다. 그러나 KOSPI200 주가지수 선물가격의 움직임에서는 풋-콜 패리티 괴리율과의 뚜렷한 연관성을 보이지 않았다. 교차상관분석에 따르면 주가지수선물의 가격이 새로운 정보에 가장 신속하게 반응함으로써 기타 시장에서의 가격을 일정기간 선도하고 있는 것으로 여겨진다.

주제어 : 괴리율, 교차상관, 주가지수선물, 주가지수옵션, 풋-콜 패리티

Ⅰ. 서 론

주가지수 선물시장이 1996년 5월 개설되고 1997년 7월에 주가지수 옵션시장이 개장한 이후 우리나라에서 파생금융상품이 차지하는 비중은 날로 증가하고 있다. 특히 KOSPI200 주가지수옵션은 거래가 시작되고 얼마 되지 않아 세계 1위의 거래량을 자랑하는 상품이 되었는데 2002년도 1년간의 거래량이 무려 18억 8천만 계약을 넘어섰고

논문접수일 : 2003년 4월 2일　　논문게재확정일 : 2004년 3월 29일
* 명지대학교 무역학과
** (주) 알마스 금융공학연구실장

2003년에는 20억 계약을 넘을 것으로 예상되는 등 그 성장속도가 엄청나게 빠른 시장으로 각광을 받고 있다.

주가지수옵션은 파생상품의 하나로서 기초자산인 주식현물시장과 밀접한 관계를 가지고 있다. 이 두시장간의 관계를 잘 보여주는 것이 바로 풋-콜 패리티 조건이다. 이 관계식은 주가지수와 채권 그리고 풋 옵션과 콜 옵션 프리미엄 사이에 성립하는 관계를 나타내는 식으로서 현물시장과 파생상품으로서의 옵션프리미엄간의 관계를 보여준다. 또한 이 식을 약간 변형시킬 경우 선물과 옵션 프리미엄간의 관계를 나타내는 식으로 이용될 수 있으므로 이는 현물, 선물, 옵션의 관계에서 매우 중요한 역할을 한다. 따라서 본 연구는 우리나라 주가지수의 현물, 선물 및 옵션시장에서 풋-콜 패리티가 성립하는가의 여부와 함께 풋-콜 패리티로부터의 괴리율을 도출하고 이를 분석함으로써 현물시장과 선물시장, 그리고 옵션시장이 서로 어떻게 연결되어 있는가에 대하여 분석할 것이다.

옵션에 관한 많은 연구들이 주로 옵션가격의 결정이론에 초점을 맞추었는데 비해 Stoll(1964)에 의해 정리되어 제시된 풋-콜 패리티 조건은 옵션과 현물 및 채권 포지션간에 성립하는 중요한 명제로서 그동안 많은 연구의 대상이 되었다. 우선 많은 연구들에서는 이 조건이 과연 성립하는가에 초점을 맞추었다. Gould and Galai(1974)는 미국 개별주식옵션시장의 초기 자료를 분석하여 풋-콜 패리티가 거래비용 때문에 성립하지 않음을 보여주었다. Klemkosky and Resnick(1979)은 유배당 주식과 조기행사 부분까지 도입하여 이 모형을 확장한 후 풋-콜 패리티와 시장효율성이 일반적으로 성립함을 보였다. Nisbet(1992)은 영국의 옵션시장자료를 분석하면서 거래비용을 명시적으로 도입하였으며 풋-콜 패리티가 성립하지 않더라도 이를 이용하여 이윤을 창출하기는 어렵다는 점을 보였다. Kamara and Miller(1995)는 주가지수옵션을 대상으로 분석을 진행하였는데 기타 선행연구들이 주로 개별 주식에 대한 미국식 옵션에 초점을 맞추었는데 비해 이 연구는 유럽식 주가지수옵션에 초점을 맞추어 분석을 하였다. 조기행사가 불가능한 유럽식 옵션에 대한 본격적인 분석은 이 연구가 처음이었으며 풋-콜 패리티로부터의 괴리가 존재하기는 하나 과거 연구보다는 훨씬 빈도나 규모가 작다는 점을 보였다.

옵션 가격과 기초자산 가격의 변화에 관한 연구는 옵션에 대한 가격결정모형과 연결되어 활발하게 연구가 진행되고 있는 분야이다. 이 주제와 관련된 연구는 처음 Sprenkle(1964), Boness(1964), 그리고 Samuelson(1965)등에 의해 시작된 이후 O'Brien and Selby(1986)까지 이어지고 있다. 이 연구들의 공통적인 주제는 옵션의 가격과 기초자산의 가격변화가 서로 어떠한 상관관계를 가지고 있는지, 그리고 이와 같은 상관관계가 옵션의 가격결정과 어떻게 연관될 수 있는지에 관한 것이었다. Manaster and

Rendleman(1982)과 Bhattacharya(1987)는 옵션과 기초자산간의 선행성 여부를 검증한 결과 옵션가격이 기초자산가격보다선행한다는 결과를 제시하였다. 반면 Stephen and Whaley(1990)는 거꾸로 기초자산이 선행한다는 결과를 제시하였다. 이와 같은 상반된 결과는 내재변동성을 측정하는 방법의 차이에 기인하는 것으로 보이며 이러한 연구들은 옵션가격이 기초자산에 대해 정보효과를 가질 수 있음을 보여주고 있다.

Finucane(1991)은 이와 같은 두 가지 흐름에 대한 결합을 시도하였다. 그는 S&P100 지수옵션을 분석대상으로 하여 풋-콜 패리티의 괴리율이 가진 정보효과에 초점을 맞추었다. 이 연구는 풋-콜 패리티로부터의 괴리율이 기초자산의 미래수익률에 대한 유용한 정보를 가지고 있음을 보였으며, 풋-콜 패리티로부터의 괴리율이 기초자산 수익률을 15분 앞선다는 분석결과를 도출하였다.

풋-콜 패리티와 관련한 다른 연구들은 조기행사 프리미엄의 크기가 명시적으로 드러나는 미국식 풋옵션의 경우를 대상으로 풋-콜 패리티에 대한 분석이 대부분인데 이 연구들은 주로 공매도 제약이나 거래비용의 존재에 초점을 맞추어서 미국식 옵션에 대한 풋-콜 패리티가 성립하지 않게 되는 이유를 분석하였다. 공매도제약이나 거래비용에 대한 연구는 여기서는 언급하지 않기로 한다.[1)]

본 연구는 풋-콜 패리티에 대한 분석을 시행함에 있어서 Finucane(1991)의 분석을 우리나라 KOSPI200 주가지수 옵션시장에 확장하여 적용한 시도라고 볼 수 있다. 즉 옵션자체가 가진 정보효과를 바탕으로 풋-콜 패리티의 괴리율이 가진 정보효과를 분석한다. 괴리율 자체가 하나의 정보변수로서의 역할을 수행하게 된다. 즉, 풋-콜 패리티의 괴리율에는 기초자산의 가격, 이자율, 콜 옵션 프리미엄, 풋 옵션 프리미엄 등의 상대적 크기가 반영되므로 그 자체가 정보변수적인 역할을 할 수 있는 가능성이 있고 구체적으로는 이 괴리율이 커질 경우 이를 이용한 차익거래나 스프레드 거래가 가능하게 되므로 괴리율자체가 시장에서 신호효과를 가지게 되고 시장의 움직임을 유발할 수 있게 된다.

김찬웅과 문규현(2001)은 우리나라 주가지수선물시장에 있어서 현물 선물 옵션간의 선행-후행 여부를 분석한바 있는데 풋-콜 패리티 자체를 명시적으로 도입하지는 않았다. 따라서 본 연구에서는 1999년 1월 4일부터 2000년 12월 26일까지의 2년 동안 현물, 선물, 옵션시장에서 10분 단위로 측정된 가격 및 가격의 변화량을 이용하여 우리나라 주가지수 옵션시장에서 풋-콜 패리티의 괴리율이 KOSPI200 지수, KOSPI200 최근월물 선물의 가격, 그리고 콜 및 풋 옵션 프리미엄의 변화에 대해 가지는 정보효과에 대

1) Ofek, Richardson, and Whitelaw(2002) 참조

해 분석하고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. Ⅱ장에서는 풋-콜 패리티조건을 먼저 기술하고 풋-콜 패리티를 이용한 전략에 여러 가지 종류가 있을 수 있음을 보인다. 풋-콜 패리티를 이용하면 현물옵션시장과 현물시장의 관계뿐만이 아니라 현물옵션시장과 선물시장의 관계도 존재하게 됨을 간단히 보인다. Ⅲ장에서 자료의 특성 및 분석방법에 대한 논의를 하고 Ⅳ장에서는 분석결과를 제시한다. 마지막으로 Ⅴ장에서는 본 논문의 결론을 제시한다.

Ⅱ. 풋-콜 패리티 조건과 괴리율

풋-콜 패리티(put-call parity) 조건은 옵션에 관련된 여러 가지 관계식 중에서 가장 중요한 역할을 하는 조건이다. 기본적으로는 풋 옵션 및 콜 옵션의 프리미엄과 기초자산 및 채권가치와의 관계를 보여주지만, 이를 확장하면 여러 가지 포지션들 간의 동등성(equivalence)을 보여주는 식으로 이용될 수 있다. 또한 이 조건을 증명하는 과정에서 여러 종류의 옵션을 이용한 각종 차익거래 전략을 만들 수도 있으며, 나아가 포트폴리오보험 전략을 개발하는 데에도 이용될 수 있다. 다양하게 나타나는 풋-콜 패리티의 변형된 형태는 다음과 같다.

패리티 1) : 현물과 현물옵션 간의 풋-콜 패리티

만기와 행사가격이 동일한 무배당 주식에 대한 유럽식 풋 옵션과 콜 옵션 프리미엄 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$p_t + S_t = c_t + B_t \tag{1}$$

여기서 도입된 기호는 다음과 같다.

p_t 와 c_t: 만기와 행사가격이 동일한 풋, 콜 옵션의 현재시점 프리미엄,

S_t : 기초자산의 현재시점가격,

B_t : 만기시점(T)에서 행사가격(X)만큼을 지급하는 채권의 현재할인가치

(B_t 는 $\dfrac{X}{1+r\tau}$ 로 표시될 수도 있고 $e^{-r\tau}X$ 로도 표시가 가능),

r : 연율로 표시된 이자율,

τ : 옵션만기까지 남은 기간 곧 잔여만기를 연단위로 표시한 값,

$r\tau$: 잔여만기동안의 실제기간이자율

패리티 2) : 선물과 선물옵션간의 풋-콜 패리티

선물계약에 대한 옵션인 유럽식 선물옵션(futures option)과 이 옵션에 대한 기초자산으로서의 선물계약간의 풋-콜 패리티 조건은 다음과 같이 두 가지 형태로 기술된다.

$$\begin{aligned} c_t^F - p_t^F &= e^{-r\tau}[F_{t,T} - X] \\ p_t^F + B_F &= c_t^F + B_X \end{aligned} \tag{2}$$

여기서 사용된 기호는 다음과 같다.

p_t^F와 c_t^F : 만기와 행사가격이 동일한 유럽식 풋-선물옵션과 콜-선물옵션의 프리미엄,

$F_{t,T}$: 기초자산인 선물의 현재가,

B_F : 기초자산인 선물의 현재시점가격인 $F_{t,T}$ 만큼을 옵션만기시점에서 지급하는 순수할인채권 (이하 채권F) 의 현재시점가치,

X : 선물옵션의 행사가격,

B_X : 만기에 X를 지급하는 순수할인채권(이하 채권X)의 현재할인가치

풋-콜 패리티에 괴리가 생길 경우 이를 이용하여 각종 거래가 가능해 지는데 이를 이용한 거래유형은 다음과 같이 나타난다.

거래유형 1) : 현물과 현물옵션간의 차익거래

현물자산과 현물옵션간의 풋-콜 패리티가 성립하지 않을 경우 컨버젼 또는 리버설을 통한 차익거래가 가능해 진다. 여기서 컨버젼은 풋 옵션과 현물자산으로 구성된 포트폴리오A가 콜 옵션과 채권으로 구성된 포트폴리오D보다 가치가 높을 경우에 성립하는 차익거래이고, 리버설은 부호가 반대인 경우에 가능한 차익거래전략이다. 따라서 컨버젼은 풋 옵션 매수 + 콜 옵션 매도 + 현물자산 매수 + 채권발행포지션으로 구성되고 리버설은 풋 옵션 매도 + 콜 옵션 매수 + 현물자산 공매도 + 채권매수포지션으로 구성된다.

거래유형 2) : 선물과 선물옵션간의 차익거래

선물계약과 선물옵션간 차익거래를 시행함에 있어서 컨버젼과 리버설전략의 두 가지 전략이 모두 가능한데 컨버젼 전략은 다음의 포트폴리오 E를 매수하고 포트폴리오 F를 매도하는 전략이며, 리버설전략은 포트폴리오 E를 매도하고 포트폴리오 F를 매수하는 전략이다.

포트폴리오 E : 풋-선물옵션과 선물매수계약(매수가격 $F_{t,T}$)와 채권 F가 편입

포트폴리오 F : 콜-선물옵션과 채권 X가 편입

여기서 유의해야 할 것은 선물옵션과 선물계약간의 풋-콜 패리티에는 채권 F 포지션이 잘 드러나지 않는다는 점이다.

거래유형 3) : 현물옵션과 선물계약을 이용한 차익거래(현물옵션과 선물계약만기가 일치할 경우)

옵션의 만기 시점과 선물계약의 만기시점이 동일한 경우 거래유형 2)에서 언급한 컨버젼과 리버설전략을 시행할 때 선물옵션을 현물옵션으로 바꾸어서 전략을 시행하여도 동일한 결과가 도출이 된다. 따라서 이 경우 컨버젼은 다음의 포트폴리오G를 매수하고 포트폴리오 H를 매도하는 전략이고 리버설은 반대의 포지션을 취하는 전략이다.

포트폴리오 G : 풋 옵션(현물옵션)과 선물매수계약(가격 $F_{t,T}$) 및 채권 F가 편입.

포트폴리오 H : 콜 옵션(현물옵션)과 채권X가 편입.

거래유형 4) : 현물옵션과 선물계약을 이용한 거래(현물옵션과 선물계약만기가 다를 경우)

옵션만기시점과 선물계약의 만기시점이 다를 경우 위의 거래유형 3) 에서 제시되는 컨버젼과 리버설전략은 더 이상 차익거래가 되지 못한다. 즉 이 경우 포트폴리오 G와 포트폴리오 H를 각각 매수/매도(혹은 매도/매수)하는 전략은 일종의 합성된 시간스프레드 전략이 된다.

위에서 살펴본 대로 풋-콜 패리티는 옵션의 종류에 따라 약간씩 다른 구조를 가지며 이를 이용하여 차익거래 전략을 시행할 경우 다양한 거래전략이 가능하게 된다. 실제로 우리나라 주식시장 및 옵션시장에서 차익거래 전략을 시행할 경우 현물자산 즉 현물포트폴리오를 이용한 경우와 선물계약을 이용한 경우가 다 존재하는 것을 관찰할 수 있다. 그런데 선물계약과 현물옵션을 이용한 거래의 경우 위의 명제5와 명제 6에서 지적한 대로 선물계약과 현물옵션만기가 일치하는 3 6 9 12 월의 경우에는 차익거래 포지션이 되지만 옵션만기가 3 6 9 12월이 아닌 경우에는 사실상 합성된 시간스프레드 전략이 된다. 이처럼 풋-콜 패리티를 이용한 차익거래 및 합성스프레드 전략을 통해 현물, 선물, 옵션시장이 모두 연계를 가지게 되고 이러한 관점에서 볼 때 풋-콜 패리티

의 성립여부 및 괴리율이 일정한 정보효과를 가진다고 추정해 볼 수 있다.

이제 풋-콜 패리티 괴리율을 다음과 같이 정의하자.

$$D_t = p_t + S_t - c_t - B_t \tag{3}$$

이 괴리율은 콜 옵션과 풋 옵션의 가격 중 어느 가격이 상대적으로 높게 책정되어 있는지를 나타내는 지표로도 이해될 수 있다. D_t가 작은 숫자라면 콜 옵션의 가격이 풋 옵션의 가격에 비해 상대적으로 높은 가격에 있음을 의미하며, D_t가 큰 숫자라면 풋 옵션의 가격이 콜 옵션의 가격에 비해 상대적으로 높은 가격에 있음을 의미한다. 본 논문에서는 위에서 정의된 괴리율이 가진 정보효과에 대하여 분석해 보기로 한다.

Ⅲ. 자료 및 분석방법

1. 자 료

본 연구에서는 1999년 1월 4일부터 2000년 12월 26일까지의 2년 동안을 분석기간으로 하여 현물, 선물, 옵션시장에서 10분 단위로 측정된 가격 및 가격의 변화량을 분석에 이용하고 있다. 가격에 관련된 자료는 모두 한국증권거래소에서 제공하는 "주가지수 선물 1분 단위 시세 및 거래실적"과 "주가지수 옵션 1분 단위 시세 및 거래실적"의 자료에서 구하였다.

"주가지수 선물 1분 단위 시세 및 거래실적"은 해당 시점을 기준으로 날짜와 시간과 함께 KOSPI200 지수와 거래량, 그리고 상장된 모든 선물에 대한 결제월, 가격, 거래량과 거래대금을 보여주고 있는데 이 중 분석에서는 거래가 가장 활발하게 이루어지는 최근월물에 대한 가격자료만을 사용하였다. 또한 "주가지수 옵션 1분 단위 시세 및 거래실적"에서는 해당 시점의 날짜와 시간을 기준으로 KOSPI200 지수와 거래량과 함께 콜 옵션과 풋 옵션의 결제월, 행사가, 가격, 당일의 누적 옵션 약정수량 및 대금 등을 모든 월물과 행사가격에 대하여 제공하고 있는데, 분석에서는 최근월물 옵션 중 설정된 행사가격과 프리미엄의 자료를 사용하였다.[2] 단 1분단위로 측정된 현물가격을 사용할 경우 비동시적 거래로 인한 문제가 있을 수 있으며, 선물과 옵션의 경우 1분 단위 자료에서 거래가 이루어지지 않은 경우가 빈번하기 때문에 본 연구에서는 10분 단위로 가격을 측정하였다.

2) 매 시점에서의 호가자료를 구할 수 없었기 때문에 각 옵션의 가격은 모두 해당 시점에서의 현재가를 사용하였다.

전 장에서 본 것처럼 일정시점에서의 풋-콜 패리티로부터의 괴리율(D_t)은 다음 식과 같이 표시된다.

$$D_t = p_t + S_t - c_t - B_t \tag{3}$$

즉, 풋-콜 패리티의 괴리율(D_t)을 측정하기 위해 주어진 기간동안의 KOSPI 200 지수와 해당 시점에서의 최근월물 ATM 옵션의 행사가격, 그리고 최근월물 ATM 옵션의 행사가격에 대한 콜 옵션과 풋 옵션의 가격이 이용되었다. 무위험 이자율(r)로는 한국은행에서 제공하는 CD수익률 자료에서 구한 일별 CD금리를 사용하였다.[3] 옵션만기까지의 잔존일(τ)로는 실거래 잔존일을 1년의 실제 거래일인 250일로 나눈 수치를 사용하였으며, 증권거래소의 데이터베이스에서 구한 배당률을 이용하여 현물지수를 조정하였다.

이와 같은 방법으로 산출된 풋-콜 패리티로부터의 괴리율과 현물, 선물, 옵션 가격간의 관계를 분석할 때에는 해당 기간동안의 KOSPI200지수와 선물 최근월물의 가격을 이용하였으며 ATM 옵션의 경우 매 10분마다 10분 단위 시가를 기준으로 행사가격이 시가에 가장 가까운 최근월물 옵션을 ATM 옵션으로 간주하여 분석하였다. ATM 옵션의 행사가격은 기본적으로 KOSPI200지수에 가장 가까운 옵션의 행사가격으로 선택하였지만, 만일 두 행사가격이 KOSPI200지수와 동일한 간격을 가지게 되는 경우에는 낮은 값을 선택하였다.

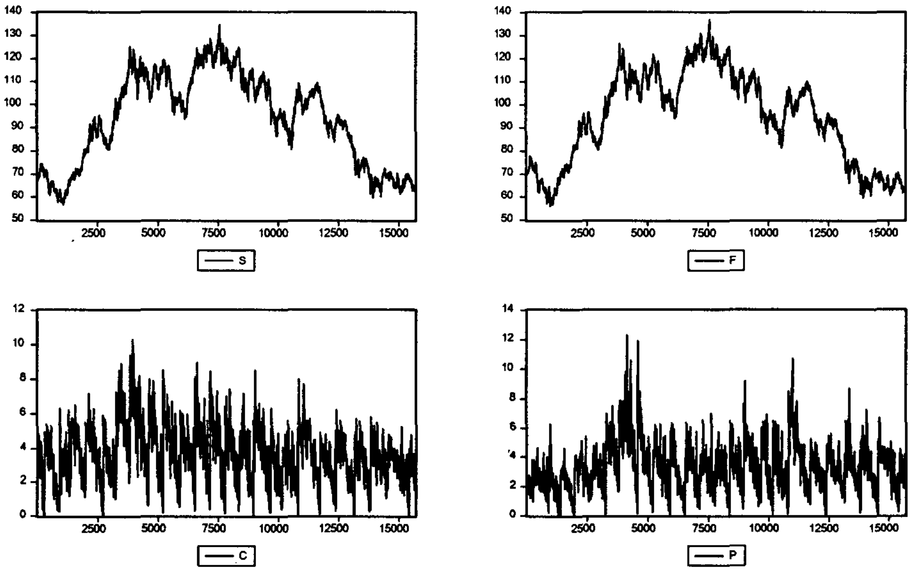
행사가격을 매 10분마다 새로 설정하는 이유는 다음과 같다. 우리나라 옵션시장의 경우 ITM 옵션에 대한 거래는 매우 미미하다. 그러나 KOSPI200 지수의 움직임을 살펴보면, 하루에 1 호가단위, 즉 2.5포인트 이상 움직인 경우가 1999년의 경우 167일, 2000년의 경우 147일이 되는 등 그 움직임의 폭이 매우 큰 편에 속한다. 따라서 하루동안 하나의 행사가격을 정하여 그 행사가격에 해당하는 옵션 가격을 사용한다면 그 가격의 움직임이 시장을 충분히 반영하지 못할 것으로 생각되므로, 매 10분마다 ATM 행사가격을 새로 설정하기로 하였다.

분석기간인 1999년부터 2000년까지 KOSPI200지수, 최근월물의 선물가격, 그리고 ATM 콜 옵션과 풋 옵션의 가격이 2년 동안 어떻게 움직였는지 그 변동의 추이를 [그림 1]에서 볼 수 있다. 대체로 1999년 1년 동안은 현물, 선물의 가격이 전반적인 상승추세를 보이고 있지만, 2000년으로 접어들면서 하락세로 반전하는 모습을 볼 수 있다. 또한 [그림 2]에는 10분전의 가격을 기준으로 현재 현물, 선물, 옵션가격이 얼마나 변화했

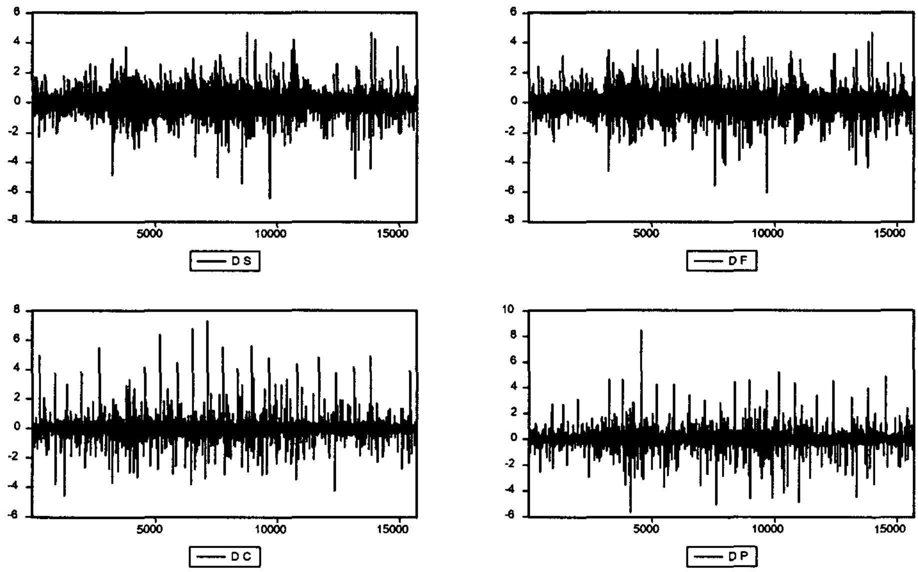
3) CD금리의 경우 매일 한번씩 갱신되므로 동일한 날에 대해서는 같은 값을 적용하였다.

는지 각 가격의 변화량을 산출하여 그 추이를 표시하였다.4)

[그림 1] 현물, 선물, 콜 옵션, 풋 옵션 가격의 추이



[그림 2] 현물, 선물, 콜 옵션, 풋 옵션 가격변화량의 추이



4) 현물, 선물시장을 분석하는 대부분의 연구에서는 수익률을 이용하는 것이 일반적이나 본 연구에서는 옵션시장도 포함하기 때문에 직접적인 비교를 위하여 수익률 대신 가격변화량을 사용하였다.

금융시계열자료에서 일반적으로 확인되는 것처럼 [그림 2]에 표시한 모든 시장에서 변동성의 집중현상(volatility clustering)이 나타나는 것으로 보인다. 즉 변동성이 한번 증가하면 쉽게 줄어들지 않으며, 상대적으로 변동성이 낮은 기간이 뒤이어 나타나는 모습을 보이고 있다. 따라서 이와 같은 현상을 감안하여 본 연구에서는 GARCH(Generalized AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity) 모형을 이용하기로 하였다.

2. 분석 방법

일반적으로 금융시계열자료의 분포를 보면 정규분포보다 더 첨예한 모양, "fat tail"을 보이는 경우가 많이 있으며, 좌우 비대칭적인 경우도 자주 관찰된다. 또한 조건부분산이 시간이 지남에 따라 지속적으로 변화하는 것이 일반적이므로 조건부 분산이 일정하다는 가정아래 잔차항을 안정적인 과정으로 취급하는 전통적인 시계열분석은 적절하지 못하다. 특히 앞에서 본 바와 같이 변동성의 집중현상이 나타나는 경우 이를 모형화 하려는 시도가 Engle(1982)에 의해 처음 시도되었다.

Engle(1982)은 금융시계열에 대한 조건부분산이 잔차항 제곱의 선형함수로 표현되는 ARCH(AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity)(p) 모형을 개발하였는데, 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t$$
$$h_t = a + \sum_{i=1}^{p} c_i\, \varepsilon_{t-i}^2 \qquad (4)$$

이 때 X_t는 외생적 변수이며, 정규분포를 갖는 잔차항(ε_t)의 분산인 h_t는 t기까지 이미 알려진 정보를 이용하여 얻을 수 있는 조건부분산으로서 과거 잔차 제곱항들의 선형적 함수로 정의된다. 이와 같은 ARCH(p) 모형에서는 조건부분산을 추정할 때 잔차항 제곱의 과거 시차항을 길게 잡아야 하는 문제점이 있다.

Bollerslev(1986)가 제시한 GARCH(General ARCH) 모형에서는 조건부분산의 식에 과거 잔차항의 제곱뿐만 아니라 과거 조건부분산을 추가하여 간단하게 이 문제를 해결할 수 있다. GARCH(1,1) 모형을 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t$$
$$h_t = a + b\, h_{t-1} + c\, \varepsilon_{t-1}^2 \qquad (5)$$

위의 식과 같은 GARCH(1,1) 모형은 반복적인 대입과정을 통해 ARCH(∞)모형으로 다

시 쓸 수 있다.[5] 즉 실제로는 적은 수의 모수를 추정하면서도 긴 시차항으로 구성된 ARCH 모형을 추정하는 것과 유사한 효과를 가지며, 최우 추정법을 이용하여 GARCH 모형의 모수들을 추정함으로써 더욱 효율적인 추정치를 얻을 수 있는 것으로 알려져 있다. 따라서 본 연구에서도 금융시계열 변동성의 지속효과를 잘 나타내는 GARCH(1,1) 모형을 이용하기로 한다.[6]

Ⅳ. 실증분석의 결과

1. 기초 통계량 분석

풋-콜 패리티로부터의 괴리율이 현물, 선물, 그리고 옵션시장에 미치는 영향을 분석하기 이전에 주요 개별변수들의 기초적인 통계량을 <표 1>에 나타냈다. 1999년 1월 4일부터 2000년 12월 26일까지 2년 동안의 분석기간에 대하여 현물, 선물, 콜 옵션, 그리고 풋 옵션의 10분 단위 가격 및 가격변화량, 그리고 풋-콜 패리티의 괴리율 및 괴리율의 변화량에 대하여 각각 평균, 표준편차, 왜도, 첨도 등을 표시하였다. 또한 각 시계열 변수에 단위근이 존재하는지의 여부를 파악하기 위해 ADF(Augmented Dickey Fuller) 검정을 실시하였으며, 각 가격변화량의 자기상관(autocorrelation) 계수를 6개의 시차항까지 구한 결과를 함께 제시하고 있다.

[그림 1]에서 본 바와 같이 1999년에는 대체로 현물, 선물 모두 상승추세를 보이다가 2000년에 들어서는 지속적인 하락추세를 보이고 있다. 전체 표본기간동안 각 가격변화량에 대한 평균을 먼저 보면, 풋 옵션의 경우를 제외하고는 모든 시장에서 가격변화량은 (-)의 평균값을 보여주고 있으며, 선물의 평균 가격변화량이 가장 낮은 값을 가지고 있다. 하지만 모든 시장에서 가격변화량의 평균값들은 통계적으로는 0과 유의한 차이를 보이고 있지 않으며, 현물이나 선물시장에서 가격변화량의 표준편차가 상대적으로 옵션시장에서 가격변화량의 표준편차보다 다소 높게 나타나고 있다.

각 가격변화량의 분포를 보면 현물과 선물 가격변화량에서 왜도가 (-)의 값을 가지고 있어 오른 쪽으로 긴 꼬리를 가지는데 반하여, 옵션의 가격변화량은 콜 옵션과 풋 옵션 모두 반대의 모습을 보인다. 또한 정규분포의 첨도가 3인 것과 비교할 때 모든 시

5) 조건부 분산의 식에 과거값들을 반복적으로 대입하면 GARCH(1,1) 모형을 ARCH(∞)모형으로 다시 표현할 수 있다.

6) 단 GARCH(1,1) 모형을 추정할 때 변동성이 약한 안정성(weak stationarity)을 갖기 위해서는 조건부분산의 시차항에 대한 계수(b)와 잔차 제곱항에 대한 계수(c)의 합이 1보다 작아야 한다.

장에서 가격변화량의 분포는 중앙이 매우 뾰족하며 두터운 꼬리(fat tail)를 가지고 있다는 것이 확인된다.[7)]

<표 1> 주요 변수의 기초통계량

	괴리율		현 물		선 물		콜 옵션		풋 옵션	
	D_t	ΔD_t	S_t	ΔS_t	F_t	ΔF_t	C_t	ΔC_t	P_t	ΔP_t
평 균	0.0160	0.0001	93.6531	-0.0003	94.1233	-0.0005	3.6107	-0.0001	3.3115	0.0001
최 대 값	5.2200	2.8500	134.5000	4.6800	136.8000	4.7000	10.3000	7.2700	12.3000	8.4500
최 소 값	-4.3400	-4.0200	56.6100	-6.4100	56.1500	-6.0500	0.0100	-4.5500	0.0200	-5.7000
표준편차	0.8105	0.2956	19.5763	0.4679	19.8178	0.4539	1.6117	0.3550	1.6112	0.3469
왜 도	0.9418	-0.2119	-0.1827	-0.3182	-0.1630	-0.3538	0.3100	2.6487	0.7942	0.8079
첨 도	6.2209	15.0418	1.7703	18.4687	1.8202	19.8693	3.0987	78.7218	4.5894	81.3129
표 본	15682	15681	15682	15681	15682	15681	15682	15681	15682	15681
단위근 검정										
ADF	-10.1 **	-60.8 **	-1.2	-95.6 **	-1.26	-125. **	-13.1 **	-77.6 **	-12.9 **	-93.3 **
	(p=7)	(p=6)	(p=2)	(p=1)	(p=0)	(p=0)	(p=1)	(p=2)	(p=1)	(p=1)
가격변화량에 대한 자기상관계수										
	$\rho(\Delta D_t, \Delta D_{t-k})$		$\rho(\Delta S_t, \Delta S_{t-k})$		$\rho(\Delta F_t, \Delta F_{t-k})$		$\rho(\Delta C_t, \Delta C_{t-k})$		$\rho(\Delta P_t, \Delta P_{t-k})$	
k=1	-0.350 **		-0.100 **		-0.003		-0.064 **		-0.057 **	
2	-0.047 **		-0.019 **		-0.001		-0.026 **		-0.022 **	
3	0.006 **		0.023 **		0.004		-0.027 **		-0.018 **	
4	-0.016 **		-0.006 **		0.004		-0.020 **		-0.006 **	
5	-0.006 **		0.015 **		0.003		-0.005 **		-0.009 **	
6	-0.012 **		0.006 **		0.010		-0.026 **		-0.012 **	

주) 단위근이 존재한다는 귀무가설에 대한 ADF 검정에서는 MacKinnon(1996)의 임계치를 이용하였으며, k차까지의 자기상관이 존재하지 않는다는 귀무가설은 Ljung and Box(1978)가 제시하는 Q통계량을 이용하였다. *(**)는 5%(1%)의 유의수준 하에서 각 통계량이 유의적임을 의미한다.

각 시계열 자료들의 안정성(stationarity)을 검증할 목적으로 각 가격변수와 가격의 변화량에 대하여 단위근 검정을 실시하였다. 잔차항의 자기상관 문제를 해결하기 위하여 Schwarz(SIC) 기준에 따라 차분변수의 시차항을 추가하여 ADF 통계량을 산출하였으며, 사용된 차분 시차항의 수(p)와 함께 그 결과를 <표 1>의 중간에 나타내고 있다. 우선 각 가격변수들에 대한 단위근 검정의 결과를 보면 콜 옵션과 풋 옵션 가격이 단

7) 표에는 포함하지 않았지만 Jarque-Bera 통계량에 의해 각 자료들의 정규성 여부를 검정한 결과 모든 시장에서의 가격변화량의 분포는 정규분포와 거리가 있는 것이 확인된다.

위근을 가지고 있다는 귀무가설만이 1%의 유의수준에서 기각된다. 즉, 콜 옵션과 풋 옵션의 가격은 자체적으로도 안정적이나, 현물과 선물시장에서의 가격은 불안정적인 시계열인 것으로 보인다. 하지만 1차 차분된 현물, 선물의 가격, 즉 현물, 선물의 가격 변화량은 모두 안정적인 것으로 판명되므로 현물, 선물의 가격은 각각 I(1)과정이라고 할 수 있다.

다음으로 시계열의 독립성(independence)을 파악할 목적으로 각 시장에서 가격변화량에 대하여 자기상관(auto correlation) 계수를 6차의 시차까지 구하여 그 결과를 <표 1>의 하단에 표시하였다. 현물가격의 변화량에 대한 자기상관계수는 모든 시차에 대해 유의한 값이기는 하지만, 1차 자기상관계수(-0.10)를 제외하고는 상대적으로 작은 값에 그치고 있다. 또한 콜 옵션과 풋 옵션의 가격변화량에 대한 자기상관계수는 모든 시차에 대해 통계적으로 유의한 (-)의 값을 보이고 있으나, 현물 가격변화량의 자기상관계수보다 상대적으로 작은 것으로 나타난다. 단지 선물시장의 경우에서는 모든 시차에 있어 가격변화량에 대한 자기상관계수가 유의하지 못하다는 결론을 얻을 수 있다.

<표 1>에는 각 시장에서의 가격변화량 뿐만 아니라 풋-콜 패리티로부터의 괴리율에 대한 기초 통계량의 분석도 함께 실시하고 있는데, 그 결과를 표의 제일 첫 칸에서 확인할 수 있다. 전체 기간동안 괴리율의 평균은 1.6%이며, 왜도와 첨도에 따르면 다른 시계열들과 마찬가지로 정규분포와는 다른 모습을 보이고 있다. 또한 ADF 검정의 결과를 보면 괴리율의 시계열 자체가 1%의 유의수준 하에서 안정적인 것으로 보인다. 자기상관의 정도는 다른 변수들과는 달리 시차 1(-0.35)에서 비교적 크게 나타나고 있으며 모든 시차에 대하여 유의한 것으로 보아 풋-콜 패리티 조건에 괴리가 발생했을 때 이와 같은 현상이 빠른 시간 내에 해소되기보다는 상당 기간동안 지속되는 것을 알 수 있다.

다음으로 <표 2>에는 각 시장에서 가격변화량간의 교차상관관계를 분석하기 위하여 현물, 선물, 콜 옵션, 그리고 풋 옵션 가격변화량간의 교차 상관계수를 6차의 시차까지 구하여 표시하였다. 그 결과를 종합해 보면 현물가격 변화량과 30분 전(시차 -3까지)의 선물가격 변화량 간에 유의한 상관관계를 찾아볼 수 있으며, 콜 옵션이나 풋 옵션의 경우 시차 4까지, 즉 40분전까지의 선물가격변화량과 유관하게 움직이는 것으로 보인다. 또한 현물 가격변화량과 미래의 옵션가격 변화량 간에 대체적으로 유의한 상관관계가 존재하는 것으로 여겨지므로, 현물시장이 옵션시장을 선도하는 경향이 있는 것으로 파악된다. 또한 옵션 시장간의 교차상관분석에서는 대체로 콜 옵션이 먼저 움직이는 것으로 보이나 상관관계의 정도는 그리 크지 않다. 따라서 일반적으로 볼 때 선물시장이

정보에 가장 민감하게 반응하여 빠르게 움직이며, 그 이후 현물, 콜 옵션, 풋 옵션의 순서대로 각 시장에서 가격이 변화하고 있음을 짐작할 수 있다.

<표 2> 현물, 선물, 옵션가격 변화량간의 교차상관계수

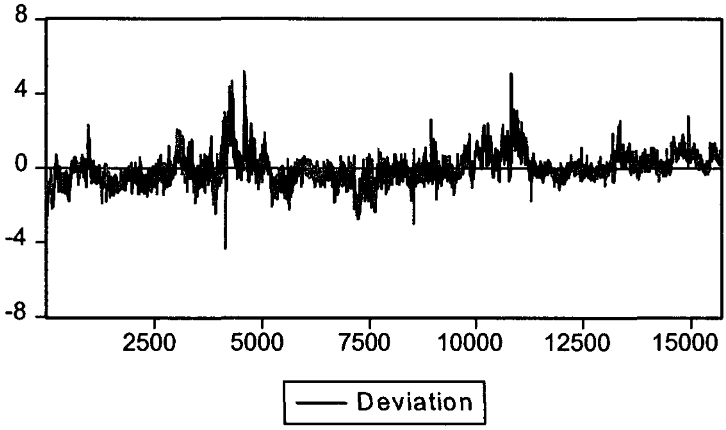
	$\rho(\Delta S_t, \Delta F_{t+k})$	$\rho(\Delta S_t, \Delta C_{t+k})$	$\rho(\Delta S_t, \Delta P_{t+k})$	$\rho(\Delta F_t, \Delta C_{t+k})$	$\rho(\Delta F_t, \Delta P_{t+k})$	$\rho(\Delta C_t, \Delta P_{t+k})$
-6	0.0079	-0.0074	-0.0074	-0.0005	-0.0060	0.0127
-5	0.0125	0.0123	0.0015	0.0008	0.0056	0.0048
-4	0.0092	-0.0015	-0.0215 **	0.0014	-0.0172 *	0.0083
-3	0.0149 *	0.0092	-0.0037	-0.0041	-0.0047	0.0051
-2	-0.0175 *	-0.0162 *	0.0045	-0.0032	0.0000	0.0117
-1	0.0567 **	-0.0056	-0.0013	0.0047	-0.0006	0.0129
k = 0	0.7992 **	0.2603 **	-0.2451	0.3741 **	-0.3585 **	-0.3736 **
1	-0.0077	0.0129	0.0041	0.0203 **	-0.0157 *	0.0045
2	-0.0019	-0.0228 **	0.0208 **	-0.0289 **	0.0215 **	-0.0041
3	0.0090	-0.0219 **	0.0058	-0.0322 **	0.0252 **	0.0190 **
4	0.0026	-0.0194 **	0.0291 **	-0.0227 **	0.0261 **	0.0227 **
5	0.0002	0.0017	0.0029	0.0040	0.0028	0.0037
6	0.0132	-0.0174 *	0.0090	-0.0220 **	0.0120	0.0120

주) (-)의 시차는 앞에 표시된 기준가격의 변화량과 뒤에 표시된 비교가격 변화량의 과거값들간의 교차상관관계를 나타내며, (+)의 시차는 기준 가격변화량과 비교 가격변화량의 미래값간의 교차상관관계를 나타낸다. 상관계수의 유의성을 검정하기 위해 사용된 통계량은 $\frac{\rho\sqrt{n-2}}{\sqrt{(1-\rho^2)}}$이며 이는 자유도 (n-2)의 t분포를 가지고 있다. *(**)는 5%(1%)의 유의수준 하에서 유의적임을 의미한다.

2. 풋-콜 패리티 괴리율이 각 시장에 미치는 영향

풋-콜 패리티로부터의 괴리율이 전체 기간동안 어떤 변화를 보였는지 더욱 구체적으로 확인하기 위하여 우선 전체 기간동안 괴리율의 변동추이를 [그림 3]에 나타냈다. 그림에서 보는 바와 같이 풋-콜 패리티 조건에 괴리가 발생했을 때 바로 조정되지 않고 상당기간동안 지속되는 경향을 발견할 수 있으며, 이는 <표 1>에서 설명한 것과 같이 괴리율에 높은 자기상관 관계가 존재하는 것과 일치하는 결과이다. 전반적으로 1999년에는 (-)의 괴리율이 지속되는 반면, 2000년에 들어 괴리율이 (+)의 값을 가지는 경우가 많은 것으로 보인다.

[그림 3] 풋-콜 패리티 괴리율의 변동



주식시장의 전반적인 추세와 괴리율의 변동추이를 연결해 볼 목적으로 KOSPI200 지수의 변화 추세에 따라 전체 기간을 8개의 작은 구간으로 나누어 보았으며, 각 구간별로 현물지수의 변화와 괴리율의 관계를 분석하여 그 결과를 <표 3>에 정리하였다. 각 구간을 구분하는 기준은 다소 임의적이기는 하나 KOSPI200 지수 움직임의 형태에 따라 상승, 보합, 그리고 하락세로 구분하였으며, 각 하부기간별로 풋-콜 패리티 괴리율의 평균과 표준편차, 그리고 전체 괴리율 중에서 괴리율이 (-)인 경우의 빈도를 조사하여 표에 기록하였다.

<표 3> 풋-콜 패리티 괴리율의 기간별 기본통계량

	기간 1	기간 2	기간 3	기간 4	기간 5	기간 6	기간 7	기간 8
추 세	하락	상승	하락	상승	하락	상승	하락	보합
평 균	-0.3387	-0.3050	0.1536	-0.6149	0.0124	0.7435	0.1137	0.5910
표준편차	0.6867	0.6363	1.1355	0.5789	0.6560	0.8980	0.4714	0.5229
음수인 괴리율의 비율	67.35%	75.08%	50.75%	90.44%	54.55%	27.09%	43.75%	11.21%

우선 하부 기간별로 풋-콜 패리티 괴리율의 평균 및 표준편차를 보면, 현물지수가 전반적으로 상승 추세를 보였던 1999년에는 <기간 3>을 제외하고는 괴리율의 평균이 (-)의 값을 보이고 있으며, 전반적으로 하락 추세의 상황, 즉, 2000년에 해당하는 기간 동안에는 괴리율의 평균이 모두 (+)의 값을 보이고 있다. 위에서도 언급하였듯이 풋-콜 패리티의 괴리율이 (-)라면 콜 옵션의 가격이 풋 옵션의 가격에 비하여 상대적으로 높

게 책정되어 있음을 의미하며, 괴리율이 (+)인 경우는 풋 옵션의 가격이 콜 옵션의 가격에 비하여 상대적으로 높게 책정되어 있음을 의미한다. 하지만 KOSPI200지수가 하락추세를 보였던 <기간 1>에서 괴리율의 평균은 (-)의 값을 보이고 있으며, <기간 6>에서는 반대의 결과를 볼 수 있다.

<표 3>의 하단에는 각 세부 기간별로 풋-콜 패리티의 괴리율 중 (-)인 괴리율이 차지하는 비중을 산출하여 기록하였는데, 전체 표본기간에 대해서는 괴리율이 (-)인 경우가 모두 53.77%에 달한다. 일반적으로 현물지수가 상승하는 기간 동안에는 (-)인 괴리율의 비율이 높은 편이며, 하락하는 기간에는 괴리율이 (+)의 값을 갖는 경우가 많은 것으로 보인다. 전반적인 상승추세를 보였던 1999년에는 그 비율이 모두 50%를 넘고 있으며, 반대로 하락추세를 보이는 2000년에는 <기간 5>를 제외하면 그 비율이 모두 50% 이하이다. 하지만 이와 같은 결과를 종합해 보더라도 각 기간별로 현물지수의 움직임에 따른 괴리율의 추세를 구분하여 유의한 결론을 내리기는 어려운 것으로 보인다.

이제 풋-콜 패리티의 괴리율이 각 시장 가격변화량에 어떤 영향을 미치는지 분석하기 위하여 앞에서 설명한 바와 같이 GARCH(1,1) 모형을 추정해 보았다.

$$Y_t = a + \sum_{i=1}^{n} \beta_i D_{t-i} + \varepsilon_t,$$

$$h_t = a + bh_{t-1} + c\varepsilon_{t-1}^2 \cdot \quad (6)$$

이 때 종속변수인 Y_t로는 KOSPI200 지수의 가격변화량, KOSPI200 주가지수 선물 중 최근월물의 가격변화량, 당일 시가를 기준으로 한 최근월물 ATM 콜 옵션 가격의 변화량, 그리고 당일 시가를 기준으로 한 최근월물 ATM 풋 옵션 가격의 변화량을 각각 사용하였다. 풋-콜 패리티의 괴리율을 산출할 때에는 매 10분마다 대상이 되는 ATM 옵션을 바꾸었지만, 여기에서는 당일의 시가를 기준으로 ATM 옵션을 고정시킨 다음 하루 동안 가격의 변화량을 측정하여 분석에 이용하였다.

각 가격변화량에 영향을 주는 외생적 변수로는 풋-콜 패리티 괴리율의 변화량을 사용하였으며, 6차의 과거 시차항까지 분석에 포함하였다. 잔차항(ε_t)의 분산인 h_t는 t기까지 이미 알려져 있는 정보를 이용하여 얻어지는 조건부분산으로서 GARCH(1,1) 모형에서는 잔차항의 제곱과 조건부분산에 대한 1차 시차항의 함수로 정의된다. 또한 조건부분산이 안정적인 시계열이라면 위의 식을 추정한 결과에서 b와 c의 합이 1보다 작아야 한다는 점에 유의해야 할 것이다.

전체기간을 대상으로 10분 간격으로 측정한 가격변화량에 대하여 과거의 풋-콜 패리

티 괴리율이 얼마나 영향을 미치는지 GARCH(1,1) 모형을 추정한 결과를 <표 4>에서 볼 수 있다. 우선 각 가격변화량에 대한 조건부분산의 식에서 얻어지는 회귀계수(a, b, c)들은 모두 (+)의 값을 가지고 있으며, 1%의 유의수준에서 모두 유의하다. 또한 각 식에서 ARCH항과 GARCH항에 대한 계수의 합이 모두 1보다 작으므로 조건부분산이 안정적인 시계열이라는 사실도 확인된다. 이와 같은 사실을 종합해 볼 때 GARCH(1,1) 모형의 설정에는 큰 문제가 없는 것으로 보인다.

<표 4> 풋-콜 패리티 괴리율과 현물, 선물, 옵션의 가격변화량

	ΔS_t	ΔF_t	ΔC_t	ΔP_t
α	-0.0019	-0.0021	-0.0022	-0.0001
	(-0.64)	(-0.80)	(-1.36)	(-0.11)
β_1	-0.4128	-0.0393	0.1286	-0.1302
	(-41.28) **	(-4.64) **	(17.45) **	(-26.05) **
β_2	-0.2529	-0.0292	0.0746	-0.0587
	(-22.09) **	(-2.83) **	(11.34) **	(-10.27) **
β_3	-0.1600	-0.0158	0.0641	-0.0379
	(-12.01) **	(-1.21)	(7.56) **	(-5.74) **
β_4	-0.1217	-0.0018	0.0376	-0.0200
	(-9.51) **	(-0.15)	(4.53) **	(-2.90) **
β_5	-0.0754	-0.0116	0.0155	-0.0044
	(-5.59) **	(-1.01)	(1.70) *	(-0.64)
β_6	-0.0578	-0.0096	0.0189	-0.0250
	(-4.71) **	(-0.93)	(2.08) *	(-3,42) **
a	0.0330	0.0361	0.0562	0.0512
	(32.15) **	(42.14) **	(80.21) **	(153.03) **
b	0.1495	0.2541	0.3217	0.5633
	(28.61) **	(42.94) **	(51.55) **	(76.77) **
c	0.7179	0.6342	0.3916	0.3202
	(91.80) **	(94.53) **	(55.01) **	(78.42) **
DW	2.0442	2.0087	2.0980	2.0717
Log Likelihood	-9537.68	-9338.43	-5753.35	-5065.26

주) 괄호 안의 값은 회귀계수가 0이라는 귀무가설을 검증하는 t통계량이며, *(**)는 5%(1%)의 유의수준 하에서 유의적임을 의미한다.

다음으로는 각 시장의 가격변화량에 대한 분석의 결과를 보기로 하자. 먼저 KOSPI 200 현물지수의 가격변화량에 대한 결과를 보면 상수항(α)을 제외하고는 과거 괴리율에 대한 회귀계수(β)들이 모든 시차에 대해 1%의 유의수준에서 유의한 (-)의 값을 가지고 있다. α의 값이 0이라는 전제아래 풋-콜 패리티의 괴리율이 (+)라면, 즉 풋 옵션의 가격이 콜 옵션의 가격에 비해 상대적으로 비싼 경우라면, 현물가격이 하락하고, 괴리율이 (-)라면, 즉 콜 옵션의 가격이 풋 옵션의 가격에 비해 상대적으로 비싼 경우라면, 현물가격이 상승해야 다시 균형상태로 돌아갈 수 있다.

외부 충격으로 괴리가 발생했을 때 현물가격의 변화로 바로 불균형이 해소되지는 않지만 시간이 지남에 따라 그 격차를 줄이는 방향으로 변화하고 있음을 확인할 수 있다. 또한 시차항에 대한 회귀계수의 크기를 볼 때 시간이 지나면서 그 영향이 점점 줄어들기는 하지만 적어도 시차 6까지는 계수가 유의하므로, 괴리율의 변동은 적어도 1시간 이상 현물가격에 유의적인 (-)의 영향을 미치고 있는 것으로 보인다.

KOSPI 200 지수 최근월물 선물의 가격변화량을 종속변수로 하는 분석결과를 보면 현물의 경우와는 다르게 2차까지의 시차항, 즉 20분까지의 괴리율만이 선물가격의 변화에 유의한 영향을 미치고 있다. 이 회귀계수는 (-)의 값을 가지고 있지만 기타 시차항 및 상수항에 대한 계수는 어떤 유의수준 하에서도 유의하지 못하다. 앞에서 본 교차상관분석의 결과와 연관지어 생각해 보면 시장정보에 가장 민감하게 반응하는 선물시장에서는 다른 시장보다 괴리율이 미치는 영향이 크지 않은 것으로 여겨진다.

다음으로 풋-콜 패리티의 괴리율과 당일 시가를 기준으로 한 최근월물 ATM 콜 옵션의 가격변화량에 대한 분석결과를 보면 과거 괴리율에 대한 회귀계수(β)들이 5%의 유의수준에서 모두 유의한 값을 보이고 있으며 모두 (+)의 값을 보이고 있다. 현물의 가격변화량에 대해서 설명한 것과 마찬가지로 α의 값이 0일 때 풋-콜 패리티의 괴리율이 (+(-))라면, 즉 풋 옵션의 가격이 콜 옵션의 가격에 비해 상대적으로 비싼(싼) 경우라면, 콜 옵션의 가격이 상승(하락)해야 다시 균형상태로 돌아갈 수 있는데 표의 결과는 이와 동일한 방향을 보여주고 있다. 시간이 지나면서 회귀계수의 크기가 점차 줄어들고 있지만, 괴리율의 변화는 적어도 1시간 이상 콜 옵션 가격의 변화에 영향을 미치고 있다.

마지막으로 <표 4>의 오른쪽 끝 칸에는 풋-콜 패리티 괴리율의 변화가 당일 시가를 기준으로 한 최근월물 ATM 풋 옵션 가격의 변화에 미치는 효과를 분석한 결과를 보여주고 있다. 이 결과를 살펴보면 상수항과 5차의 시차항에 대한 계수를 제외하고는 모두 유의적인 (-)의 값을 가지고 있는 것이 확인된다. 예를 들어 풋 옵션의 가격이 콜 옵션

의 가격에 비해 상대적으로 비싼 경우, 즉 풋-콜 패리티의 괴리율이 (+)이라면, 풋 옵션의 가격이 하락해야 다시 균형상태로 돌아갈 수 있으며, 반대의 경우에는 풋 옵션의 가격이 상승해야 한다. 이와 같은 사실을 종합해 볼 때 최근월물 ATM 콜 옵션과 풋 옵션의 가격이 각각 상대적으로 고평가되거나 저평가된 경우 모두 향후 옵션 가격의 움직임은 시장의 균형을 찾으려는 성향이 있음을 위의 분석결과가 뒷받침해주고 있다.

V. 결 론

본 연구에서는 1999년 1월 4일부터 2000년 12월 26일까지 10분 간격으로 측정된 현물, 선물, 콜 옵션, 그리고 풋 옵션 가격 및 가격의 변화가 풋-콜 패리티 조건으로부터의 괴리율과 어떤 관계를 가지고 있는지 교차상관관계 및 GARCH(1,1) 모형의 추정 등을 통하여 분석하고 있다. 특히 과거 괴리율의 변화가 현재 각 시장의 가격변화에 대하여 얼마나 잘 설명하고 있는지, 즉 괴리율로부터 우리가 각 시장 가격의 향후 움직임을 예측하는데 필요한 유용한 정보를 얻을 수 있는지를 검토해 보았다.

분석의 결과를 요약하자면, 선물시장을 제외한 모든 시장에서 외부 충격으로 인하여 풋-콜 패리티 조건에 괴리가 발생했을 때 다시 균형상태로 회귀하려는 경향을 발견할 수 있다. 즉, 괴리율이 (+)의 값을 가질 때 현물가격과 풋 옵션의 가격은 하락하고, 콜 옵션의 가격은 상승함으로써 향후 괴리율의 크기가 줄어드는 모습을 보여준다. 시장에 따라 다소 차이가 있기는 하지만 전반적으로 괴리율의 변화는 각 시장에서 가격의 향후 변동에 약 60분가량 영향을 주고 있는 것으로 보이며, 시차항 변수에 대한 회귀계수의 크기를 비교해볼 때 시간이 지날수록 괴리율이 각 시장가격에 미치는 영향도 점차 줄어들고 있다.

하지만 KOSPI 200 지수 최근월물 선물 가격의 움직임에서는 풋-콜 패리티 괴리율과의 뚜렷한 연관성을 찾기 어렵다. 변수들 간의 교차상관관계를 분석한 결과를 보면 주가지수선물의 가격이 새로운 정보에 가장 신속하게 반응함으로써 기타 시장에서의 가격을 일정기간 선도하고 있는 것으로 보인다. 괴리율 자체의 변화가 선물시장에 영향을 주기보다는 오히려 선물시장의 가격변동에 의하여 괴리가 발생하는 것으로 이해할 수 있다. 괴리율과 선물가격변화량과의 관계에 대해서는 여러 각도에서 추가적인 분석이 필요할 것으로 여겨진다.

풋-콜 패리티의 괴리율이 영향을 주는 시장가격의 움직임이 각 시장에서 특별한 차익거래의 기회를 제공하지는 않는 것으로 보인다. 분석에서 얻어진 추정계수들을 이용

하여 각 시장가격의 변화를 예측해 보았지만 여기에서 발생하는 이익은 극히 미미한 수준에 그치고 있다. 즉, 풋-콜 패리티의 괴리율이 대부분의 시장에서 가격변화에 영향을 미치고 있기는 하지만, 시장 자체를 비효율적인 상황으로 변화시킬 정도는 아닌 것으로 보인다. 분석기간이 2년으로 비교적 짧았고, 실질적인 가격이라고 할 수 있는 호가 자료를 이용하지 못한 것도 본 연구의 한계로 지적할 수 있다. 이와 같은 한계에도 불구하고 본 연구는 풋-콜 패리티로부터의 괴리율을 직접 산출하고 이 괴리율이 각 시장에 미치는 효과를 직접 분석했다는 점에서 그 의미를 찾을 수 있으며, 향후 시장간 동태적 연관성에 대한 지속적인 연구가 필요한 것으로 생각된다.

참 고 문 헌

김찬웅, 문규현, "우리나라 주식, 선물, 옵션시장에서의 선도/지연효과에 관한 연구," 재무관리연구, 제18권 제1호, 2001, 129-156.

변종국, "현선물간 선후행성에 관한 연구 : 오차수정모형," 제17권 제1호, 2000, 227-251.

정재엽, 서상구, "주가지수선물시장과 현물시장간의 동적관련성에 관한 실증적연구," 재무관리연구, 제16권 제2호, 1999, 337-364.

Bhattacharya, A. "Price Change of Related Securities : the Case of Call Options and Stocks," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, (1987), 1-15.

Bollerslev, T., "Generalized Autoregressive Conditional heteroscedasticity," *Journal of Econometrics*, 31, (1986), 307-327.

Engle, R. F., "Autoregressive Conditional heteroscedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation," *Econometrica*, 50, (1982), 987-1008.

Finucane, T. J., "Put-Call Parity and Expected Returns," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 26(4), (1991), 445-457.

Gould, J, and Galai, D "Transaction Costs and the relationship between Put and Call Prices," *Journal of Financial Economics*, (1974), 105-129.

Hull, J. C., *Options, Futures and other Derivatives*, Prentice Hall, 2000.

Kamara, A., and Miller, T, "Daily and Intradaily Tests of European Put-Call Parity," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, (1995), 519-539.

Klemkosky, R and Resnick, B "Put-Call Parity and Market Efficiency," *Journal of Finance*, (1979), 1141-1155.

Manaster, S., and Rendleman, R. "Option Prices as Predictors of Equilibrium Stock Prices," *Journal of Finance*, (1982), 1043-1057.

Nisbet, M. "Put-Call Parity Theory and an Empirical Test of the Efficiency of the London Traded Options Market," *Journal of Banking and Finance*, 16, (1992), 381-403.

O'Brein, T., and M. Selby. "Option Pricing Theory and Asset Expectations : A Review and Discussion in Tribute to James Boness," *Financial Review*, 21, (1986), 399-418.

Samuelson, P. "Rational Theory of Warrant Pricing," *Industrial Management Review*, 6, (1965), 13-32.

Sprenkle, C. "Warrant Prices as Indicators of Expectations and Preferences," *The Random Character of Stock Market Prices*, 412-474.

Stephan, J. A., and R. E. Whaley. "Intraday Price Changes and Trading Volume Relations in the Stock and Stock Option Markets," *Jorunal of Finance*, 45, (1990), 191-220.

Stoll, H. "The Relationship between Put and Call Option Prices," *Journal of Finance*, 28, (1964), 801-824.

<부 록>

1. (패리티 1) 의 증명

우선 다음과 같은 두 개의 포트폴리오 A와 D를 상정해 보자.

포트폴리오 A : 풋 옵션과 기초자산이 편입되어 있음.
포트폴리오 D : 콜 옵션과 채권이 편입되어 있음.

여기서 풋 옵션과 콜 옵션은 만기와 행사가격이 동일한 유럽식옵션이며, 채권은 옵션 만기시점에서 행사가격만큼을 지급하는 순수할인채권이다.

이제 포트폴리오 A와 D의 현재시점 가치를 각각 $V_t(A)$와 $V_t(D)$로 표시하고 크기를 비교해 보기로 한다. 포트폴리오 A에는 풋 옵션과 기초자산이 편입되어 있으므로, $V_t(A) = p_t + S_t$라고 표시할 수 있다. 포트폴리오 D에는 콜 옵션과 채권이 편입되어 있으므로, $V_t(D) = c_t + B_t$라고 표시될 수 있다.

그런데 풋-콜 패리티 조건과 이 식들을 비교해 보면 풋-콜 패리티 조건의 좌변은 $V_t(A)$, 우변은 $V_t(D)$와 일치함을 알 수 있다. 결국 풋-콜 패리티 조건을 V_t를 이용하여 다시 기술해 보면,

$$p_t + S_t = c_t + B_t \quad \Leftrightarrow \quad V_t(A) = V_t(D)$$

로 표시될 수 있다. 이 관계에 따르면 풋-콜 패리티 조건은 곧 포트폴리오 A와 포트폴리오 D라는 두 포트폴리오의 현재시점 가치가 동일하다는 조건으로 해석이 가능하다.

우선 옵션 만기시점의 두 포트폴리오의 가치를 표시해 보자. 포트폴리오 A의 경우 풋 옵션과 기초자산(=주식)이 편입되어 있는데, 풋 옵션의 만기에서의 가치는 $Max(0, X-S_T)$로 표시될 수 있고, 기초자산의 만기시점 가치는 S_T로 표시될 수 있다. 따라서 $V_T(A)$는 이 둘의 합으로 표시된다. 이를 계산하면,

$$\begin{aligned} V_T(A) &= Max(0, X-S_T) + S_T \\ &= Max(0+S_T,\ X-S_T+S_T) \\ &= Max(S_T, X) \end{aligned}$$

따라서 포트폴리오 A의 만기시점 가치는 기초자산시세 S_T와 행사가격 X중에서 큰 쪽으로 결정된다. 포트폴리오 D의 경우 콜 옵션의 만기가치는, $Max(0, S_T - X)$가 되고 채권의 만기시점 가치는 X가 되므로 이 포트폴리오의 만기시점가치는

$$\begin{aligned} & Max(0,\ S_T-X)+X \\ &= Max(0+X, S_T - X + X) \\ &= Max(X, S_T) \end{aligned}$$

가 되어 포트폴리오 D의 만기시점 가치도 역시 기초자산 시세와 X중에서 큰 쪽으로 결정됨을 알 수 있다.[8] 결국 위에서 보여준 것은 옵션 만기시점에서 두 포트폴리오의 가치가 동일해진다는 것이다. 즉, $V_T(A) = V_T(D)$ 가 된다.

그렇다면 두 포트폴리오의 만기시점 가치가 동일하다는 사실이 현재시점가치가 동일하다는 것을 보장할 수 있는가? 즉, $V_T(A) = V_T(D)$ 가 성립하면 $V_t(A) = V_t(D)$ 가 보장되는가? 일반적으로 이 관계는 보장되지는 않는다. 그러나 차익거래불능상태가 균형이라는 논리를 도입하면 이 관계는 보장된다.

즉 현재시점에서 A와 D 두 포트폴리오의 가치가 달라져서 $V_t(A) \neq V_t(D)$가 성립하는 경우, 다시 말해 $V_t(A) > V_t(D)$이거나 $V_t(A) < V_t(D)$와 같이 한 쪽이 커지는 상황은 차익거래가 가능하다는 점에서 계속유지가 불가능한 상태, 즉 불균형상태이다. 따라서 현재시점에서 $V_t(A) = V_t(D)$가 성립하여 두 포트폴리오가 동일해져야만 차익거래가 불가능해지면서 균형상태가 된다. 결국 현재시점을 기준으로 균형상태에서 풋-콜 패리티가 성립한다.

2. (패리티 2)의 증명

현재시점에서 A와 D 두 포트폴리오의 가치가 달라져서 $V_t(A) \neq V_t(D)$가 성립하는 경우, 다시 말해 $V_t(A) > V_t(D)$이거나 $V_t(A) < V_t(D)$처럼 한 쪽이 커지는 상황은 차익거래가 가능한 상황이다

1) $V_t(A) > V_t(D)$이 성립할 경우
A를 매수하고 D를 매도할 경우 차익거래전략이 구성된다 ⇒ 컨버젼전략

2) $V_t(A) < V_t(D)$ 이 성립할 경우
A를 매도하고 D를 매수할 경우 차익거래전략이 구성된다 ⇒ 리버설 전략

여기서 포트폴리오 D를 매도(=발행)한다는 것은 콜 옵션을 매도(=발행)하는 동시에 채권을 발행(=자금차입)함을 의미한다. 다시 말해 원리금이 X가 되는 만큼의 자금을 차입하고 콜 옵션 매도(=발행)를 통해 프리미엄을 챙기면 X의 현재가치에 해당하는 액수, B_t와 콜의 현재시점프리미엄, c_t의 합에 해당하는 수입이 발생하는 것이다. 그런데 이 자금으로 풋 옵션과 기초자산을 매수할 경우 자금지출이 생기는데 수입이 크게 되므로 차익거래가 성립한다.

8) $Max(a, b) + c = Max(a+c, b+c)$ 가 성립한다 이를 이용하면 $Max(0, X-S_T) + S_T = Max(0+S_T, X-S_T+S_T) = Max(S_T, X)$ 가 성립함을 보일 수 있다.

THE KOREAN JOURNAL OF FINANCIAL MANAGEMENT
Volume 21, Number 1, Jun. 2004

Put-call Parity and the Price Variablity of KOSPI200 Index, Index Futures and Index Options

Changhyun Yun* · Sungkoo Lee* · Chonghyuk Lee**

<abstract>

The deviation from put-call parity condition may affect market prices since it provides an opportunity of arbitrage to many participants. This study uses the KOSPI200 index data and examines the interdependence among spot, futures, and options contracts by examining whether the deviations from the parity have significant roles in price formation.

Whenever the parity condition is violated, the deviation tends to affect the prices significantly in most markets. The results show that positive values of deviation are associated with the fall of the prices in the spot and put option contracts and the rise of the call option premiums, thus decreasing the deviations. Also, the decreasing impact of deviations lasts for at least an hour in most markets. Futures prices, however, do not show clear relations with the deviations, which suggests the possibility that futures markets lead other markets.

Keywords : Deviations, Cross Correlation, KOSPI200 Index Futures, KOSPI200 Index Options, Put-Call Parity

* Department of International Trade, Myongji University
** Division of Financial Engineering, Almas Inc.