韓國數學教育學會誌 시리즈 C
<初等數學教育>
2004. 11. 제 8권, 제 2호, 61-68

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. C:
Education of Primary School Mathematics
Nov. 2004, Vol. 8, No. 2, 61-68

초등학교 5학년 학생들의 분수 연산능력 평가 문항에 대한 분석

이 강 섭 (단국대학교)
김 규 상 (단국대학교 대학원)

I. 서 론

초등학교 수학교과서 영역 중에서 분수 개념은 학생들에게 어려우면서도 중요한 수학적 개념 중 하나이다. 학생들은 "$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$이 얼마인가"라는 질문에서 $\frac{2}{6}$라고 대답하는 경우가 자주 발생한다. 이와 같이 학생들은 분수의 개념을 이해하고 분수의 지식을 적용하여 문제를 해결하는데 많은 어려움을 겪고 있다. Post, Behr & Lesh(1982)는 이러한 어려움을 겪는 원인으로 분수 개념 자체가 여러 가지(부분-전체, 몫, 비, 측정, 연산자 등)로 해석될 뿐만 아니라 학생들이 이전에 학습한 자연수와는 다르게 표기하는 방법, 크기 비교, 연산 방법 등이 보다 더 복잡하다는데 있고, 학교 수업 중 많은 부분이 근본적인 개념적 이해보다는 절차적 기능과 계산적인 측면을 강조하는데 있다. 수학적 아이디어를 성급히 추상화하고, 기호 알고리즘의 기능을 개발하는데 많은 시간을 할애하며, 학생들에게 일찍부터 자주 기호적·추상적 수준에서 조작을 하도록 요구함으로써, 분수 개념을 내면화하고 응용하는 능력을 개발하지 못하고 있다. Carpenter, T.P.; Coburn, R.E. &d Wilson, J.(1976)은 "우리는 알고리즘 그 이상에 초점을 맞추어야 하며 분수를 도입하는 초기의 개념적 작업을 포함해서 전 발달 단계의 아이디어를 고려해야 한다"고 하여 좀 더 근본적이고 기초가 되는 분수 개념 형성의 문제에 관심이 집중되어야 한다고 주장하였다. 분수 개념과 그 연산에 대한 평가 결과에서 보여 진 학생들의 낮은 성취 수준은 현재의 분수에 관한 교수가 연산과 그 알고리즘의 기술의 발달에 중점을 두고 있다고 생각할 때, 알고리즘적인 학습의 강조는 학생에게 적절한 방식으로 내면화(interalization)되지 못하고 조작적(operational)이지 못했다는 것을 단적으로 보여 준다. 분수의 개념 그 자체가 교육하기에 대단히 어려운 것으로 보이나 이와 같은 현실의 대부분의 이유는 수학 교수학적 의미에서 개념 그 자체를 불완전하게 분석하고 그 심리학적 결과를 고려하지 않았기 때문이라고 생각된다.

우리나라의 분수 영역을 살펴보면, 구체적이고 다양한 상황이 제시되지 않고 있으며, 기호와 알고리즘이 주가 되고 있다는 것을 알 수 있다. 연속량 혹은 이산량에서만 분수 개념을 다룰 경우 학생들이 올바른 분수 개념을 형성할 수 없음에도 불구하고(Hunting & Korbosky, 1990), 나누기를 통해 부분-전체로서의 분수를 도입할 때 연속량만을 다루고 있다. 뿐만 아니라 몇 번의 나누기 경험과 부분-전체 개념을 다루고 나서 바로 기호를 사용하여 분수를 표현하게 하고 있으며, 부분-전체로서의 분수를 다룬 후, 수로서의 분수를 인식하기도 전에 바로 분수의 크기 비교와 연산으로 진행된다. 크기 비교와 연산에서 많은 시간을 할애하여 형식화된 기호 알고리즘을 자세히 다루고 이를 공식화하고 있지만, 실제적인 의미와 관련하여 분수의 양적인 개념이나 연산개념을 다루고 있지 않다. 특히, 연산에서 기호가 실제 어떤 의미를 가지는 지에 대해서는 거의 언급을 하지 않고 기호만을 조작하여 문제를 해결하고 있다. 결과적으로 학생들은 $3\div\frac{1}{5}$에서 $\frac{1}{5}$의 역수를 취하여 3 곱하기 5를 하여 15라고 답을 내면서도, 초코렛 3개를 한 개의 $\frac{1}{5}$씩으로 나누면 15쪽이 된다고 하는 구체적 의미와 분명하게 관련짓지 못한다. 수업도 주로 교사의 주도적 설명으로 이루어지고 있으며, 한 두 개의 활동예제를 제시한 후 학생들에게 숙달될 때까지 반복해서 기능을 연습시킨다. 교사들은 학생들을 평가할 때 연산의 결과에 주목하고 있으며

* ZDM 분류: D63
* MSC2000 분류: 97C40

그 결과가 맞으면 분수 개념을 잘 이해하고 있는 것으로 생각하고, 학생들이 연산의 의미를 알고 있는지 또는 기계적으로 알고리즘을 적용하는지에 대해서는 고려하지 않는다. 결국 통분과 크기 비교, 연산 등의 기능적인 측면에 중점을 두고 있기 때문에 적합한 분수 개념을 이해할 수 있는 충분한 기회를 제공하지 못하고 있는 실정이다.

초등학교 3학년부터 학습하게 되는 분수의 이해가 고학년으로 올라가면서 분수의 개념과 연산이 복잡하며, 논리적인 공리성으로 인하여 제한되는 약속의 과정이 너무 추상화되어, 충분한 이해를 수반하지 못하면 계산과정에서 오류를 일으키는 경우가 많이 발생한다. 실제로, 분수의 사칙연산을 지도하다 보면 학생들이 많은 오류를 범하고 있음을 쉽게 발견된다. 학생들이 오류를 많이 범함으로써 분수와 관련된 어떤 문제에 직면하게 되면, 무척 불안하게 되며 이러한 불안감은 분수연산의 기피로 나타난다.

따라서, 본 연구는 3학년 때부터 현재까지 분수를 학습한 초등학교 5학년 학생들을 대상으로 하였다. 현행 교육과정에 따르면 5학년 학생들은 모든 사칙연산을 학습한 과정에 있다. 연구 대상은 대전광역시 00초등학교 5학년 5개 학급에서 수학과 기초기능이 현저히 부족한 학생을 제외한 남학생 69명, 여학생 66명을 대상으로 하였다. 연구자는 우리나라 초등학교 5학년 학생의 분수 개념과 연산과정을 파악하기 위하여 학생들이 현재 사용하고 있는 교과서 분수내용에 따른 분수 문항분석을 통하여, 초등수학교육에서 분수학습에 대한 새로운 방향을 제시하고자 한다.

Ⅱ. 분수의 연산능력에 대한 평가문항

1. 분수의 연산

이 절에서는 분수의 연산이 가지는 실제적인 의미에 대해 살펴봄으로써, 분수 연산이 어떻게 다루어져야 하는 지를 생각해 보고자 한다.

1) 이해에 따른 분수 연산

분수 연산은 확실한 분수 개념을 바탕으로 해야 한다. $\frac{2}{5}$을 개념화할 수 없다면, □□$\frac{2}{5}$와 $\frac{2}{5}$의 합□□이나 □□$\frac{2}{5}$의 $\frac{1}{2}$□□도 개념화할 수 없다. 학생들은 분수의 개념을 잘 모르기 때문에 무조건 규칙과 절차에 의존하려고 하며, 결국 분수 연산에 대해 분명히 이해하지 못한 채 기계적으로 계산을 하게 된다.(Hope & Owens, 1987). 이러한 학생들은 진분수로 곱하면 피승수보다 더 작아진다거나 진분수로 나누면 피제수보다 더 커진다는 등의 연산의 기본적인 사실에 대해 이해하지 못하며, 의미를 도외시한 채 기호를 다룰 수밖에 없다. 개념 형성과 연산은 통찰력 있게 병행해서 진행해야 하며, 학생들이 연산의 의미와 양적인 개념을 이해하는데 도움이 되도록 충분한 시간과 기회를 주어야 한다.

National Council of Teachers of Mathematics (1989)는, 계산은 그 차제가 목표가 아니라 아는 것과 행하는 것의 복합적 수단이라고 하면서 분수의 연산은 개념적으로 접근해야 한다고 제안한다. 학생들이 암기한 규칙을 기계적으로 적용하여 문제를 해결한다고 하더라도, 어느 정도 시간이 지나고 나면 그 규칙은 잊어버리게 되고 그 규칙을 기억해 내지 못하면 연산을 할 수 없게 된다. 분수 연산은 분수의 개념적 지식을 충분히 습득한 후에 다루어야 한다. 예를 들어, 여러 가지 구체적인 예, 실제적인 조사와 확인, 실제와의 상호작용을 통해 연산 절차를 제시하지 않을 경우, 학생들이 연산 규칙을 이해하기란 쉽지가 않을 것이다. 정확히 규칙을 적용한 학생들 중에는 불과 몇 명만이 그 규칙의 타당성이나 합리성을 알고 있을 뿐이다. 연산 수업에서는 그 연산이 구체적으로 어떤 의미를 가지는지 먼저 생각하게 해야 한다. 연산의 의미를 알기 위해서는 구성된 기호와 모델 및 실제적인 상황을 연결시킬 필요가 있다. Streefland(1991)는 "말로 표현해 보는 것□□이 본래의 의미와 수학적 활동을 연결시키는데 효과적이라고 하며, 직접 문제를 구성해서 해결하고 실제적인 상황과 관련을 짓는 활동을 권한다. 그는 분수 수업을 실제적인 상황 문제에서 출발하여야 하며, 교사가 기존의 규칙을 설명 전달할 것이 아니라 학생 스스로 모노그래프를 구성하게 해야 한다고 주장한다. National Council of Teachers of Mathematics(1989)에

서, 학생들이 연산의 의미를 잘 이해할 수 있도록 하기 위해서는 과제를 잘 선택해야 한다고 말하는 것도 이러한 맥락에서 이해될 수 있다.

연산의 전 단계로서 주어진 분수를 다양하게 표현해 보는 것은 매우 효과적인 활동이라고 생각된다. 단지 분자와 분모에 같은 수를 곱하여 분모가 같은 분수를 만드는 것뿐 아니라 여러 가지 방법으로 동일한 수를 표현해 보게 한다. 예를 들어, $\frac{3}{4}$은 $\frac{1}{4}$이 3개인 것, $\frac{1}{2}$로 나눈 것 중에 그 반을 더한 것, 1에서 $\frac{1}{4}$만큼 뺀 것 등 여러 가지로 생각해 볼 수 있다. 이와 같이 수를 재구성하는 연습은 연산을 더욱 의미 있게 할 수 있을 것이다.

① $\frac{3}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=3\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$

② $\frac{3}{4}=1-\frac{1}{4}=1-\frac{2}{8}=\frac{8}{8}-\frac{2}{8}=\frac{16}{16}-\frac{4}{16}$

③ $\frac{3}{4}=3\times\frac{1}{4}=3\times\frac{2}{8}=\frac{24}{8}\times\frac{2}{8}$

2) 분수의 덧셈과 뺄셈

분수의 덧셈, 뺄셈의 의미는 분수의 곱셈, 나눗셈에 비해 훨씬 쉽게 이해할 수 있다. 자연수의 경우에서와 마찬가지로 첨가한다거나, 서로 합친다거나, 비교한다거나, 제거하는 상황은 동일하다. 다른 점은 자연수 대신 분수를 다룬다는 것인데, 분수의 개념만 확실히 이해하고 있다면 분수의 덧셈, 뺄셈 상황을 쉽게 인식할 수 있다. 예컨대 □□피자 하나의 $\frac{1}{2}$을 먹고 또 $\frac{1}{3}$을 먹었다면 피자를 얼마만큼 먹은 것인가?□□나 □□동생이 파자 하나의 $\frac{1}{2}$을 먹고 내가 $\frac{1}{3}$을 먹었다면 누가 얼마나 더 먹은 것인가?□□와 같은 상황은 충분히 생각할 수 있지만, 그 결과를 나타내는 것은 자연수의 경우처럼 쉽지가 않다.

자연수의 경우에 더해지거나 빼지는 단위는 수 자체의 자리값에 의해 결정되기 때문에 세어서 간단히 해결된다. 분수의 덧셈과 뺄셈에서는 더해지거나 빼지는 단위가 분모에 의해 결정되고 같은 단위에서 더하고 빼야 하기 때문에, 특히 분모가 같은 분수에 대한 이해가 더욱 필요하다. 학생들은 먼저 단위가 무엇인지 잘 찾지는 못하더라도 크기가 같은 단위를 더하거나 빼야 한다는 것을 깨달아야 한다. 학생들이 기호 표상을 더하고 빼기 위해 공통분모가 필요하다는 생각을 하게 될 때, 스스로 분수 덧셈과 뺄셈의 알고리즘을 찾아내며 기호로 표상된 분수 문제를 해결할 때 왜 분모끼리 더하거나 뺄 수 없는지 이해할 수 있다.

분수의 뺄셈은 자연수에서와 마찬가지로 분수 덧셈의 역연산으로 생각할 수 있다. Streefland(1991)는 분모가 다른 분수의 뺄셈은 분배 상황의 비교를 수학화하는 최종 단계라고 말한다.

3) 곱셈과 나눗셈

Vergnaud(1983)는 곱셈과 나눗셈 연산은 곱셈적 구조(multiplicative structure)라는 커다란 개념 영역(conceptual field)의 한 부분이라고 하였다. 개념적으로 덧셈적 구조는 더욱 친숙하며 언어나 모델로 표현하기가 비교적 쉽다. 자연수의 덧셈과 뺄셈은 직접적으로 덧셈적 관계를 나타내며, 세기 경험과 직접 관련이 된다. 그러나 같은 수가 곱셈이나 나눗셈 상황에서 나타날 때, 모델링은 훨씬 더 어렵다. 우리 나라 5×7=35에서 5와 7이 의미하는 것은 다르다. 이 곱셈 형태(반복적인 덧셈)에서 5는 한 그룹 안에 들어있는 대상의 수를 나타내는 것이고, 7은 5개의 대상으로 이루어진 그룹을 더한 횟수를 말한다. 이상을 고려해 볼 때, 분수의 곱셈·나눗셈을 개념화하기 위해서는, 실생활 상황에서 설정된 활동과 분수의 곱셈·나눗셈 이해에 필요한 기초를 제공하는 활동을 제공함으로써 연산의 의미를 이해하게 하는 것이 절실히 필요하다.

Ⅲ. 연구방법 및 절차

분수 문항분석을 위한 연구도구 내용은 4학년부터 5학년 과정에서 학습한 내용을 중심으로 한 분수문제를 통하여, 현장 교사 3명과 수학교육 전문가 3명의 선생님들과 함께 공유하여 조언을 참고 한 18문항으로 구성하였다. 분류내용은 다음과 같다.

1. 덧셈과 뺄셈에 관한 문항분류

나누기 개념, 덧셈과 뺄셈에서 통분, 약분, 받아올림, 받아내림의 유무에 따른 연산들을 분류하였다.

<표 1> 4-가. 7단원. 분수

학년	4-가			
단원명	7. 분수			
지도 요소	[분모가 같은 분수] 진분수 +진분수	[분모가 같은 분수] 대분수 +대분수	자연수 -진분수	[분모가 같은 분수] 대분수 -대분수
문항	1	2	3(받아내림)	4(받아내림)
문제 유형	$\frac{3}{5}+\frac{4}{5}$	$4\frac{2}{7}+2\frac{3}{7}$	$1-\frac{1}{4}$	$4\frac{1}{6}-1\frac{3}{6}$

<표 2> 4-나. 1단원. 분수

학 년	4-나	
단원명	1. 분수	
지도요소	[분모가 같은 분수] 대분수+대분수	[분모가 같은 분수] 대분수-대분수
문항	5	6
받아내림, 올림	받아올림	받아내림
문제유형	$2\frac{7}{5}+3\frac{2}{5}$	$4\frac{2}{7}-2\frac{5}{7}$

<표 3> 5-가. 5단원. 분수의 덧셈과 뺄셈

학 년	5-가			
단원명	5. 분수의 덧셈과 뺄셈			
지도요소	[분모가 다른 분수] 진분수 +진분수	[분모가 다른 분수] 대분수 +대분수	[분모가 다른 분수] 진분수 -진분수	[분모가 다른 분수] 대분수 -대분수
문항	7	8	9	10
받아내림, 올림, 통분	통분	통분	통분, 받아내림	통분, 받아내림
문제유형	$\frac{4}{7}+\frac{1}{3}$	$5\frac{2}{9}+2\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}-\frac{1}{5}$	$8\frac{1}{10}-6\frac{3}{4}$

2. 곱셈, 나눗셈에 관한 평가문항

곱셈, 나눗셈에서는 승수와 피승수, 젯수와 피젯수에 따라 다음과 같이 분류하였다.

<표 4> 5-가. 7단원. 분수의 곱셈

학년	5-가			
단원명	7. 분수의 곱셈			
지도 요소	진(대)분수 ×자연수 =진분수	단위분수 의 곱셈	진(대)분수 의 곱셈	세분수의 곱셈
문항	11	12	13	14
문제 유형	$\frac{2}{3}\times 7$	$\frac{1}{3}\times\frac{1}{8}$	$2\frac{1}{3}\times 1\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}\times\frac{4}{11}\times\frac{11}{15}$

<표 5> 5-나. 2단원. 분수의 나눗셈

학년	5-나			
단원명	2. 분수의 나눗셈			
지도 요소	(대)분수 ÷자연수	분수×자연수 ÷자연수	분수÷자연수 ×자연수	분수÷자연수 ÷자연수
문항	15	16	17	18
문제 유형	$\frac{5}{12}\div 10$	$\frac{4}{7}\times 35\div 8$	$\frac{3}{7}\div 9\times 5$	$\frac{3}{5}\div 4\div 7$

<표 6> 분수 문항에 대한 분류 내용

분류 내용 \ 연산		덧셈	뺄셈	곱셈	나눗셈
진분수	분모가 같은 분수	1	3	11	
	분모가 다른 분수	7	9	12	
대분수	분모가 같은 분수	2, 5	4, 6		15(자연수)
	분모가 다른 분수	8	10	13	
혼합 문제				14	16, 17, 18

3) 검사의 실시 및 자료 분석 방법

검사집단은 2004년 9월 1일부터 9월 15일까지의 기간 중 2일 간에 걸쳐서 수학수업 시간을 이용하여 실시하였다. 문항의 양호도 분석 중 문항 내적 일관성 신뢰도와 변별도를 구하기 위하여 SPSS 10.0K를 사용하여 Cronbach α를 구하였다. 내적 타당도와 난이도를 구하기 위하여 문항 반응 이론 중 Rasch의 1-모수 문항 반응 모형에 근거하여 BIGSTEPS(Livacre & Wright, 1994, 2003)를 사용하여 분석하였다.

Ⅳ. 평가문항의 분석 및 결과

1. 검사 도구의 양호도 분석

1) 문항 내적 일관성 신뢰도

검사의 신뢰도를 위하여 문항 내적 일관성 신뢰도인 Cronbach α를 구하였다. 개방형 문항 18개에 대한 신뢰도 계수는 0.72이다.

2) 문항 적합도 지수로 본 내적 타당도

검사 문항에 대한 내적 타당도는 문항 반응 이론 중 Rasch의 1-모수 문항 반응 모형에 근거하여 모수치 를 측정하고 문항 분석을 하도록 하는 컴퓨터 프로그램인 BIGSTEPS를 사용하여 문항들의 적합도 지수를 산출하였다. 사용된 분석 모형은 부분점수(Partial Credit) 모형이다. 대개 문항의 적합도 지수가 1.2보다 큰 경우에는 그 문항이 사용된 분석모형에 적합하지 않은 피험자 반응을 가지고 있음을 의미한다. 보다 관대한 기준을 세울 경우에는 1.5까지의 적합도 지수는 모델에 적합한 것으로 수용된다. 문항별 적합도 지수를 측정할 때에는 문항 2, 문항 3, 문항 16는 문항의 적합도 지수 1.2를 상회하는 것으로 나타났다. 그러나 Infit과 Outfit 지수가 모두 1.5보다 높은 문항은 하나도 없으므로 이 문항들도 평가 기준 하에서는 분석모형에 적합한 것으로 생각된다.

<표 7> 분수 문항 적합도 지수

문항	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Infit	1.09	1.07	1.31*	1.06	1.05	0.69	0.80	0.70	0.95	0.90
Outfit	1.21*	1.76*	2.21*	0.92	1.20	0.58	0.67	0.55	0.77	0.94
문항	11	12	13	14	15	16	17	18	전체	
Infit	1.04	1.01	1.16	1.02	.83	1.31*	1.00	.94	1.00	
Outfit	0.91	.92	1.16	1.30*	.56	2.21*	0.86	.71	1.07	

3) 난이도

문항 난이도는 문항의 어렵고 쉬운 정도를 나타내는 것으로서 본 연구에서는 Rasch의 1-모수 문항 반응 모형에 근거하여 계산하였다. 문항 난이도가 0.0인 것은 문항들 중에서 평균정도라는 것을 의미하며 양수(+)값을 가질수록 어려운 문항이다. 본 개방형 검사에서는 로짓트 점수로 본 난이도는 -1.88에서 2.07까지 분포하고 있으며 언어적 표현으로 나타내면 <표 8>와 같은 분포를 가지고 있다. 난이도 척도상에 각 문항의 난이도를 나열해 보았을 때, 문항간의 난이도의 차이는 로짓트 점수가 10번 문항을 제외한 나머지가 -2.0에서 2.0까지의 범위에서 골고루 분포되어 있고, 문항 신뢰도 지수가 모두 0.72보다 높은 것으로 나타나 사용된 문항들은 서로 잘 분리되어 학생의 분수 능력을 추정하고 변별하는데 무리가 없다고 볼 수 있다.

<표 8> 분수 문항 난이도

문 항	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
난이도	-1.88	-1.03	-0.32	0.12	-0.06	0.20	0.94	1.35	1.97	2.07
문 항	11	12	13	14	15	16	17	18	전체	
난이도	0.20	-1.55	-0.23	-0.32	-0.81	-0.32	0.20	-0.51	0.00	

언어적 표현에 의한 분수 문항 난이도는 <표 9>와 같이 나타내고 있다. 문항 10, 문항 9, 문항 8, 문항 7 번순으로 나타나고 있다. 이것은 학생들이 분모가 다른 대분수와 진분수의 문항에서 뺄셈을 가장 어려워하고 있고, 그 다음으로 분모가 다른 대분수와 진분수의 문항에서 덧셈을 어려워하는 것으로 나타나고 있다. 또한 진분수보다는 대분수를 더 어려워하는 것으로 나타나고 있다. 또 가장 쉬운 문항은 문항 1, 문항 12, 문항 2, 문항 15, 문항 18번순으로 나타나고 있다. 이것은 분모가 같은 덧셈을 쉬워하고 있으며 문항 15와 같이 분모가 다른 곱셈과 분모가 같은 나눗셈과 혼합계산에서 쉽게 나타나고 있으나 뺄셈에서는 쉬운 문항이 나타나고 있지 않은 것으로 봐서는 학생들이 뺄셈을 가장 어렵게 생각하는 것으로 나타나고 있다.

<표 9> 언어적 표현에 의한 분수 문항 난이도

언어적 표현	문항 난이도 지수	해당 문항
매우 쉽다	-2.0 이하	없음
쉽다	-2.0 ~ -.5	1, 2, 12, 15, 18
중간이다	-.5 ~ +.5	3, 4, 5, 6, 11, 13, 14, 16, 17
어렵다	+.5 ~ +2.0	7, 8, 9
매우 어렵다	+2.0 이상	10

4) 변별도

개방형 문항의 변별도는 점이연 상관(point-biserial correlation)에 의하여 분석하였다. 점이연상관은 해당 문항 점수와 총점과의 상관으로서 음수(-)값을 나타내는 문항은 능력이 높은 피험자와 낮은 피험자를 제대로 변별하지 못하는 문항이라 할 수 있다. 점이연상이 음수로 산출된 문항들의 경우는 대부분 그 동안의 지식을 바탕으로 쉽게 점수를 받을 수 있는 문항이기 때문에 문항을 변별해 주기에는 부적절하나 음수로 산출된 문항이 없어 모든 문항이 학생들의 분수 능력을 변별해 줄 수 있을 것으로 보인다.

<표 10> 각 문항의 점수와 총점간의 점이연 상관 계수

문 항	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
변별도	.27	.38	.28	.51	.49	.72	.64	.69	.59	.55
문 항	11	12	13	14	15	16	17	18	전체	
변별도	.52	.34	.41	.46	.57	.28	.55	.52	1.00	

V. 결 론

분수 수업은 교육과정상 다른 내용과 거의 연계가 없고 고차적인 수준의 추상화나 알고리즘화에 지나치게 집중해 왔다. 그리고 교수법은 실재와 동떨어진 틀에 박힌 규칙의 적용에 초점을 두면서, 분수에 대한 접근은 처음부터 거의 정해진 규칙에 따라 진행하는 일방적인 접근을 취해 왔다. 또한 학생들의 이해를 돕기 위해 수학적 교구나 보조물을 사용하는 분수 연산 지도가 우리의 수업에서 거의 찾아볼 수 없다. 따라서 지금까지 분수 수업이 학생 개인의 이해에 별로 관심을 기울이지 않았다고 지적할 수 있다. 분수수업은 목표한 절차를 학생들이 되풀이해 낼 수 있을 때까지 똑같은 것을 거듭해서 다루며 결과적으로, 문제 상황을 이해하려는 노력을 포기하고 기계적인 암기에 의존하도록 만들고 있다. 수학 수업에서 가장 흔한 활동은 교과서에 나오는 연습 문제를 기계적으로 해결하는 것이다. Hasemann(1982)은 학생들이 겨우 도구적 이해를 하고 있는 상태에서 형식적 이해를 요구하고 있기 때문에 분수 학습에서 어려움을 겪는다고 지적하며, 이보다는 관계적 이해에 더 중점을 두어야 한다고 주장한다. Kieren(1988)은 분수 연산 수업이 학생의 직관적인 분수 이해에 기초해야 하며 일련의 규칙과 절차에 따라 오로지 기호만을 조작하는 것이 아니라 대상에 대한 활동에 기초해야 한다고 말한다. 미성숙한 형식주의가 학생들이 일상생활과 연결할 수 없는 기호 지식을 유발하며 결과적으로 학생들이 분수에 대한 수 감각과 분수 연산을 개발할 가능성이 희박하다고 생각된다. 따라서 이해에 기초하지 않은 기호 지식은 기억에 의존하며 지속성이 없을 것이다.

본 연구의 주제인 분수문항 분석에 대한 결과를 보면, 검사 도구의 양호도 분석에서 문항 내적 일관성에 대한 신뢰도 계수는 0.72이며. 문항 적합도 지수로 본 내적 타당도의 지수는 1.2를 상회하는 것으로 나타났다. 그리고 로짓트 점수로 본 문항 난이도는 -1.88에서 2.07까지 분포하고 있으며, 문항간의 난이도의 차이는 로짓트 점수가 10번 문항을 제외한 나머지가 -2.0에서 2.0까지의 범위에서 골고루 분포되어 있고, 문항 신뢰도 지수가 모두 0.72보다 높은 것으로 나타나 사용된 문항들은 서로 잘 분리되어 학생의 분수 능력을 추정하고 변별하는데 무리가 없다고 볼 수 있다. 언어적 표현에 의한 분수 문항 난이도에서는 학생들이 분모가 다른 대분수와 진분수의 문항에서 뺄셈을 가장 어려워하고 있고, 그 다음으로 분모가 다른 대분수와 진분수의 문항에서 덧셈을 어려워한다는 것을 알 수 있었다. 또한 진분수보다는 대분수를 더 어려워하는 것으로 나타났다. 개방형 문항의 변별도는 점이연 상관(point-biserial correlation)에 의하여 분석하였는데, 점이연상이 음수로 산출된 문항들의 경우는 대부분 그 동안의 지식을 바탕으로 쉽게 점수를 받을 수 있는 문항이기 때문에 문항을 변별해 주기에는 부적절하나 음수로 산출된 문항이 없어 모든 문항이 학생들의 분수 능력을 변별해 줄 수 있을 것으로 보인다.

따라서 교사들은 이러한 분석결과를 통하여 학생들에게 분수영역에 대한 문항 구성면이나 난이도면에서 참고자료로 활용하여 학생들에게 분수연산에 대한 계산능력과 이해를 충족시킬 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

교육부 (2004). 수학 4-가. 서울: 대한교과서주식회사.

교육부 (2004). 수학 4-나. 서울: 대한교과서주식회사.

교육부 (2004). 수학 5-가. 서울: 대한교과서주식회사.

교육부 (2004). 수학 5-나. 서울: 대한교과서주식회사.

Carpenter, T. P.; Coburn, R. E. & Wilson, J. (1976). Notes from National Assessment: Addition and Multiplication with Fraction. *Arithmatic Teacher* **23(2)**, 137-141.

Hasemann, K. (1982). On difficulties with fractions, *Educational Studies in Mathematics* **12(1)**, 71-97.

Hope, N. & Owens, D. T. (1987). An Analysis of the Difficulty of Learning Fractions, *Focus on Learning Problems in Mathematics* **9(4)**, 25-40.

Hunting, R. & Korbosky, R. K. (1990). Context and process in fraction learning, *International Journal of Mathematics Education & Science Technology* **21(6)**, 929-948.

Kieren, T. E. (1988). *Personal knowledge of rational numbers*, In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), Number concepts and operations in the middle grades, pp.162-181, Hillsdale, HJ: Erbaum; Reston, VA:NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics(1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. VA: NCTM. 구광조 · 오병승 · 류희찬 (공역) (1992). 수학교육과정 평가의 새로운 방향. 서울: 경문사.

Post, T. R.; Behr, M. J.; & Lesh, R. (1982). *Interpretation of Rational Number Concepts*: Mathematics for the Middle Grade(5-9). 1982 Yearbook. NCTM.

Streefland, L. (1991). *Fraction in Realistic Mathematics Education*: A Paradigm of Developmental Research, Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Vergnaud, G. (1983). *Multiplicative Structures*. In R. Lesh & M. Landau(Eds.), Acquisition of Mathematics Concepts and Process, pp.127-174, Academic Press. Inc.

An Analysis of Assessment Item on the Fraction Computation Ability for Fifth Grade Student

Lee, Kang Sup
Department of Mathematics Education, Dankook University
Hannam-dong, Yongsan-ku, Seoul, 140-714, Korea
E-mail: leeks@dankook.ac.kr

Kim, Kyou Sang
Department of Mathematics Education, Dankook University
Hannam-dong, Yongsan-ku, Seoul, 140-714, Korea
E-mail: kyousk@hanmail.net

The purpose of this study is to develope and analyze the assessment items which can be used in evaluation of the fraction computation ability for fifth grade students. The item development team consists of three elementary school teachers and three mathematics education expert. The developed items was analyzed item analysis after applying to 135 fifth grade students. As a results of item analysis, it shows meaningful over the level of a standard basis: reliability: 0.80; validity: item 1(1.05), item 2(1.10), item 3(.85), item 4(.90), item 5(1.08); item difficulty: item 1(-.22), item 2(-.41), item 3(.23), item 4(.40), item 5(-.01); item discrimination: item 1(.73), item 2(.73), item 3(.67), item 4(.51), item 5(.56). This means that the test tool could be useful in the evaluation of the fraction computation ability.

* ZDM classification: D63
* MSC2000 classification: 97C40