

단면해석법을 이용한 합성형 휨 부재의 재령 종속적 처짐해석

성원진¹⁾ · 김정현¹⁾ · 이용학^{1)*}

¹⁾ 건국대학교 토목공학과

(2003년 9월 3일 원고접수, 2004년 2월 5일 심사완료)

Concrete Aging-Dependent Deflection Analysis of Flexural Composite Members Using Sectional Analysis Method

Won-Jin Sung¹⁾, Jeong-Hyeon Kim¹⁾, and Yong-Hak Lee^{1)*}

¹⁾ Dept. of Civil Engineering, Konkuk University, Seoul, 143-701 Korea

(Received September 3, 2003, Accepted February 5, 2004)

ABSTRACT

An analytical method to predict the time dependent flexural behavior of composite girder is presented based on sectional analysis. The time dependent constitutive relation accounting for the early-age concrete properties including maturing of elastic modulus, creep and shrinkage is derived in an incremental format by the first order Taylor series expansion. The sectional analysis calculates the axial and curvature strains based on the force and moment equilibriums. The deflection curve of the girder approximated by the quadratic polynomial function is calculated by applying to the proper boundary conditions in the consecutive segments. Numerical applications are made for the 3-span double composite steel box girder which is a composite bridge girder filled with concrete at the bottom of the steel box in the negative moment region. The calculated results are compared with those by finite element analysis results. Close agreement is observed between the two approaches.

Keywords : sectional analysis, concrete creep and shrinkage, double composite steel box girder, deflection analysis

1. 서 론

콘크리트의 재령 종속적 재료특성인 크리프와 건조수축 및 탄성계수의 발현은 콘크리트 구조물에 장기거동을 초래하는 주요원인이 된다. 이러한 콘크리트 구조물의 장기 거동 해석에 관한 연구는 콘크리트의 재령 종속적 특성에 관한 수학적 모델링과 이를 이용한 수치해석 알고리즘의 개발로 구성되어 지난 40년 간 많은 연구가 진행되어 왔다. 콘크리트의 재령 종속적 재료특성을 모델링 하기 위해 Bažant¹⁾에 의해 제안된 재령보정탄성계수(Age Adjusted Effective Modulus) 개념은 비교적 단순한 형태로 수식화가 가능하다는 장점 때문에 많은 연구에서 적용되고 있으나 이 개념이 갖는 원천적 의미의 복잡성과 구성하는 계수의 수치해석적 난해함 및 일부 계수 값의 선택에서 불확정성 등의 단점을 갖고 있다²⁻⁷⁾.

본 논문에서는 콘크리트 구조물의 장기거동 해석과정을 크리프와 건조수축 변형이 발생하는 비역학적 변형단계

(non-mechanical deforming level)와 비역학적 변형이 억제됨으로써 역학적 변형이 발생하는 역학적 변형단계(mechanical deforming level)의 두 단계로 구분하였다. 역학적 변형단계에서의 콘크리트 구성관계는 시간에 관하여 비선형이 되며, 비선형 구성관계를 고려한 구조물의 거동 해석은 선형화 기법을 이용하는 증분해석을 요구하게 되므로 유한증분시간에 근거하는 증분구성관계가 정의되어야 한다. 총 응력-변형률 관계를 Taylor의 선형급수 확장을 이용하여 기준시간에 관하여 확장함으로써 시간종속적 증분형태로 콘크리트의 증분구성관계를 유도하였고, 이 과정에서 초기재령 콘크리트의 탄성계수 발현을 정의하였다. 이러한 2 단계 수식화 방법은 여러 콘크리트표준시방서에서 채택하는 크리프 및 건조수축 변형률과 탄성계수 발현에 관한 세 종류 실험식만을 요구하므로 사용되는 각 계수의 물리적 의미가 명확하게 되어 계수 값의 선택이 편리하고 해석결과가 일관성을 갖게 된다.

합성형 거더에서 콘크리트의 비역학적 변형으로 인해 발생하는 시간종속적처짐을 단면증분해석법을 사용하여 계산하였다. 이러한 목적으로 콘크리트와 철근 및 강재로

* Corresponding author

Tel : 02-450-3458 Fax : 02-2201-0783

E-mail : leeyo@konkuk.ac.kr

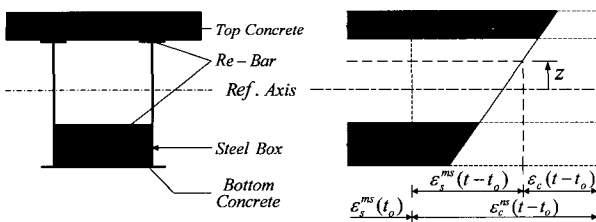
구성된 임의의 강합성 거더 단면에서 발생하는 총 변형률을 일정변형률과 곡률변형률로 분리하여 유한증분시간을 고려함으로써 증분형태로 표현하였다. 합성형 거더의 단면 형상 변화 위치와 지점부를 기준으로 거더를 분할하고 분할된 구간에서 단면해석을 통해 곡률을 계산하여 2차 다항식으로 가정된 처짐곡선에 경계조건을 적용함으로써 증분 처짐 곡선 관계식을 유도하였다.

개발된 처짐해석법을 사용하여 부모멘트 구간의 강 박스 하단에 콘크리트를 타설한 합성형 박스거더의 초기제령 처짐해석을 수행하였다. 강 박스 하단의 콘크리트 타설두께가 거더의 거동에 주는 영향을 분석하기 위하여 세 종류의 타설 경우에 대한 수치해석을 수행하였고 수치해석 결과를 통해 분석하였다. 끝으로, 보 요소를 이용한 유한요소해석 결과와 개발된 단면해석법을 이용한 해석 결과를 비교함으로써 정확성을 검증하였다.

2. 응력-변형률의 증분관계

콘크리트의 비역학적 변형으로 인해 발생하는 역학적 증분구성관계를 유도하기 위해 총 응력-변형률 관계를 Taylor 급수확장을 이용하여 현재시간에 관해 선형으로 확장한다. 여기에서 요구되는 총 응력-변형률의 관계는 콘크리트와 강재 및 철근으로 구성되는 강 합성 거더의 임의의 단면에 발생하는 총 변형률을 비역학적 및 역학적 변형률로 분리하고 변형률 적합조건을 적용하여 유도한다. 재령에 따른 탄성계수의 발현, 크리프 및 건조수축 변형률에 관한 관계식은 KCI⁸⁾, ACI⁹⁾, 혹은 *fib*¹⁰⁾의 규정식을 사용한다.

Fig. 1은 콘크리트에 작용된 비역학적 변형으로 인해 합성형 거더의 단면에 적용되는 변형률 적합조건을 보여준다. 그림의 합성형 거더는 강 박스 하부에 콘크리트를 타설한 이중합성 구조로서 하부 콘크리트를 제거하면 일반적인 강 합성 박스거더와 동일하다. 콘크리트의 건조수축 및 크리프 현상에 의해 발생하는 비역학적 변형은 콘크리트와 강재의 상호구속작용으로 인해 서로의 단면에 역학적 변형을 초래한다.



(a) Shape of cross section (b) Strain compatibility

Fig. 1 Strains in cross section of composite box girder

기준시간 t_0 에서 t 까지 시간변화 동안에 발생한 콘크리트의 비역학적 변형률 $\epsilon_c^{ms}(t-t_0)$ 로 인해 강재와 콘크리트에는 각각 $\epsilon_s^{ms}(t-t_0)$ 와 $\epsilon_c(t-t_0)$ 의 역학적 변형률이 발생하는 관계가 Fig. 1(b)에 보여진다. 이때 시간 t 에서 강재 단면에 발생한 총 변형률 $\epsilon_s^{ms}(t)$ 을 단면깊이에 따른 일정변형률 $\epsilon_o(t)$ 과 곡률 $\phi(t)$ 로 분리하여 강 박스와 콘크리트 단면 및 철근의 변형률을 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\epsilon_s^{ms}(t) &= \epsilon_o(t) + \phi(t) z \\ \epsilon_c(t) &= \epsilon_s^{ms}(t) - \epsilon_c^{ms}(t) \\ \epsilon_b^{ms}(t) &= \epsilon_o(t) + \phi(t) z_{bi}\end{aligned}\quad (1)$$

여기서, z 와 z_{bi} 는 기준축으로부터 단면깊이와 i 번째 철근의 깊이를 각각 나타낸다.

식 (1)에서 콘크리트의 비역학적 변형률 $\epsilon_c^{ms}(t)$ 은 건조수축과 크리프 변형률의 합 ($\epsilon_s^{sh}(t) + \epsilon_c^{cr}(t)$)이며 KCI⁸⁾, ACI⁹⁾, 혹은 *fib*¹⁰⁾의 관계식을 이용한다. 총 역학적 변형률 $\epsilon_s^{ms}(t)$ 은 건조수축, 크리프, 하중작용에 의해 발생하는 각 역학적 변형률, $\epsilon_s^{sh}(t)$, $\epsilon_s^{cr}(t)$, $\epsilon_s^{ld}(t)$ 을 중첩함으로써 계산한다. 식 (1)의 변형률에 대응하는 각 단면의 응력을 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\sigma_s(z, t) &= E_s \epsilon_s^{ms}(z, t) \\ \sigma_c(z, t) &= E_c(t) \epsilon_c(z, t) \\ \sigma_b(z, t) &= E_b \epsilon_b^{ms}(z = z_{bi}, t)\end{aligned}\quad (2)$$

여기서, 콘크리트 탄성계수 발현 $E_c(t)$ 에 관한 시간종속적 함수표현은 KCI⁸⁾, ACI⁹⁾, *fib*¹⁰⁾의 관계식을 사용한다.

식 (2)를 현재시간 $t=t_n$ 에 관하여 Taylor의 급수확장을 이용하여 선형으로 확장하면 강 박스와 콘크리트 단면 및 철근의 응력 변화율 $\dot{\sigma}_s$, $\dot{\sigma}_c$, $\dot{\sigma}_b$ 은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_b &= E_b \dot{\epsilon}_b^{ms} \\ \dot{\sigma}_c &= \left. \frac{\partial \sigma_c}{\partial E_c} \right|_{t=t_n} E_c + \left. \frac{\partial \sigma_c}{\partial \epsilon_c} \right|_{t=t_n} \dot{\epsilon}_c \\ \dot{\sigma}_s &= E_s \dot{\epsilon}_s^{ms}\end{aligned}\quad (3)$$

여기서, $(\partial \sigma_c / \partial E_c)_{t=t_n} = \epsilon_c(t=t_n)$ 이고, $(\partial \sigma_c / \partial \epsilon_c)_{t=t_n} = E_c(t=t_n)$ 이므로 시간 $t=t_n$ 에서 t_{n+1} 로 유한시간 증분 동안 콘크리트의 응력 변화량은 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta\sigma_c = [E_c(t_{n+1}) - E_c(t_n)] \epsilon_c(t_n) + E_c(t_n) \Delta\epsilon_c \quad (4)$$

시간 t_{n+1} 에서 콘크리트 응력 σ_c^{n+1} 은 $\sigma_c^{n+1} = \Delta\sigma + \sigma_c^n$ 의 관계를 사용하여 계산한다.

3. 단면해석

총 변형률을 일정변형률과 곡률 향으로 분리하여 응력-변형률의 증분관계를 구성하고 힘 및 모멘트 평형 조건식에 대입하여 두 미지수인 일정변형률과 곡률을 계산함으로써 단면해석을 수행한다. 시방서 규정식을 사용하여 임의시간에 계산된 크리프 변형률을 총 변형률의 경우와 유사하게 일정변형률과 곡률 향으로 분리하여 크리프 변형률을 정의한다. 이러한 정의는 단면깊이를 따라 일정한 값을 갖는 일정변형률은 일정한 크리프 변형률을 초래하고 곡률 변형률은 기준축을 기준하여 인장방향은 인장 축으로 압축방향은 압축 축으로 크리프 변형을 발생시키는 중첩의 원리에 근거한 결과이다. 건조수축 변형률은 구조물에 발생한 곡률에 관계없이 단면깊이를 따라 일정한 값의 수축 변형률을 초래한 것으로 가정한다.

3.1 힘의 평형에 관한 증분관계식

Fig. 1의 강 박스, 콘크리트 및 철근 단면에 작용하는 힘을 각각 F_s , F_c , 및 F_b 로 정의하고 시간 t_n 에서 평형상태를 만족한다고 가정할 때 시간 t_{n+1} 로 유한시간 증분동안에 콘크리트의 비역학적 변형으로 인해 단면에 발생하는 힘의 평형조건 $\Sigma F = 0$ 은 다음과 같다.

$$\int_{A_s} \dot{\sigma}_s dA_s + \int_{A_c} \dot{\sigma}_c dA_c + \int_{A_b} \dot{\sigma}_b dA_b = 0 \quad (5)$$

식 (1)과 (3)을 식 (5)에 대입하고 콘크리트 순 단면적 A_c 을 총 단면적 A_g 로 변환하여 적분을 수행하면 다음과 같다.

$$A_r \dot{\epsilon}_o + G_r \dot{\phi} = F_{ns} \quad (6)$$

여기서,

$$\begin{aligned} A_r &= E_c A_g + E_s A_s + \Sigma_i (E_b - E_c) A_{bi} \\ G_r &= E_c G_g + E_s G_s + \Sigma_i (E_b - E_c) A_{bi} z_{bi} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, A_g 와 G_g 는 콘크리트 총 단면적과 기준축에 대한 단면 1차 모멘트를 각각 나타내며, A_s 와 G_s 는 강재의 경우이다.

식 (6)의 우변 항 F_{ns} 는 비역학적 변형률에 의해 발생하는 단면력으로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_{ns} &= \int E_c \dot{\epsilon}_c^{ns} dA_g \\ &- \int \{ E_c (\dot{\epsilon}_o^n + \phi^n z - \epsilon_c^{ns}) \} dA_g \\ &+ \Sigma_i \{ E_c (\dot{\epsilon}_o^n + \phi^n z_{si} - \epsilon_c^{ns}) \} A_{bi} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, ϵ_o^n 과 ϕ^n 는 시간 $t=t_n$ 에서 평가된 ϵ_o 와 ϕ 값이며, ϵ_c^{ns} 와 E_c 의 값은 시간 $t=t_n$ 에서 평가된 값이고, $\epsilon_c^{ns} = \epsilon_c^{ns}(t_{n+1}) - \epsilon_c^{ns}(t_n)$, $E_c = E_c(t_{n+1}) - E_c(t_n)$ 이다.

구조물의 단면에 발생한 초기 변형률과 시간의 경과에 따른 변형률 값의 차가 크지 않다고 가정한다면, 식 (8)에서 크리프 변형률은 초기 변형률과 최종 크리프계수 및 시방서에 규정된 크리프 변형 시간함수를 사용하여 $\epsilon_c^{cr}(t) = C_i(t)(\epsilon_o^k + \phi^k z)$ 로 표시되며, 증분표현은 $\dot{\epsilon}_c^{cr}(t) = C_i(t)(\dot{\epsilon}_o^k + \dot{\phi}^k z)$ 가 된다. 여기서 위 첨자 k 는 초기상태를 규정하는 기준시간을 나타낸다. 건조수축 변형률은 최종 건조수축 변형률 값과 건조수축 변형 시간함수를 사용하여 $\dot{\epsilon}_{sh}(t) = S_i(t)\epsilon_{sh}$ 로 표시한다. 이 관계를 식 (8)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_{ns} &= E_c \{ (\dot{\epsilon}_o^{sh} + C_i \dot{\epsilon}_o^k) A_g + C_i \dot{\phi}^k G_g \} \\ &- E_c \{ (\epsilon_o^n - \epsilon_c^{sh} - C_i \epsilon_o^k) (A_g - \Sigma_i A_{bi}) \\ &+ (\phi^n - C_i \phi^k) (G_g - \Sigma_i A_{bi} z_{bi}) \} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서, $C_i = C_i(t_{n+1}) - C_i(t_n)$, $S_i = S_i(t_{n+1}) - S_i(t_n)$ 이고, ϵ_o^k 와 C_i 는 시간 $t=t_n$ 에서 평가된다.

3.2 모멘트의 평형에 관한 증분관계식

Fig. 1의 강 박스, 콘크리트 및 철근 단면에 작용하는 모멘트 M_s , M_c , 및 M_b 가 시간 t_n 에서 평형상태를 만족할 때, 시간 t_{n+1} 로 유한시간 증분동안에 콘크리트의 비역학적 변형으로 인해 단면에 발생하는 모멘트의 평형조건 $\Sigma M = 0$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\int_{A_s} \dot{\sigma}_s z dA_s + \int_{A_c} \dot{\sigma}_c z dA_c + \int_{A_b} \dot{\sigma}_b z dA_b = 0 \quad (10)$$

식(1), (3)을 식(10)에 대입하고 콘크리트 순단면적 A_c 을 총 단면적 A_g 로 변환하여 적분을 수행하면 다음과 같다.

$$G_r \dot{\epsilon}_o + I_r \dot{\phi} = M_{ns} \quad (11)$$

$$I_r = E_c I_g + E_s I_s + \Sigma_i (E_b - E_c) A_{bi} z_{bi}^2 \quad (12)$$

여기서, I_g 와 I_s 는 콘크리트 총 단면적과 강재 단면의 기준축에 대한 단면 2차 모멘트를 나타낸다.

비역학적 변형률에 의한 단면모멘트인 식 (11)의 우변 항 M_{ns} 를 앞에서 정의한 크리프 및 건조수축에 관한 증분 관계식과 식 (7) 및 (12)의 관계식을 사용하여 표현하면 다음과 같다.

$$M_{ns} = E_c \{ (\dot{\epsilon}_c^{sh} + C_i \dot{\epsilon}_c^k) G_g + C_i \dot{\phi}^k I_g \} - E_c \{ (\dot{\epsilon}_o^n - \dot{\epsilon}_c^{sh} - C_i \dot{\epsilon}_c^k) (G_g - \Sigma_i A_{br} z_{bi}^2) \} + (\dot{\phi}^n - C_i \dot{\phi}^k) (I_g - \Sigma_i A_{br} z_{bi}^2) \quad (13)$$

증분 일정변형률 $\dot{\epsilon}_o$ 과 곡률 $\dot{\phi}$ 을 계산하기 위한 행렬 관계식은 식 (6)과 (11)로부터 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} A_R & G_R \\ G_R & I_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_o \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{ns} \\ M_{ns} \end{bmatrix} \quad (14)$$

4. 합성형 거더의 처짐해석

합성형 박스거더의 처짐은 Fig. 2에 보여진 바와 같이 거더 단면형상 변화구간과 지점부를 기준하여 거더를 분할하고, 비역학적 변형에 의하여 발생하는 Fig. 3(a)의 정정화된 거더의 처짐곡선과 Fig. 3(b)와 (c)에서 같이 각 내부지점의 지점 반력에 의하여 발생하는 처짐곡선을 중첩하여 계산한다. 여기서 각 지점부 지점 반력에 의하여 발생하는 처짐곡선은 변위일치의 방법을 사용하여 계산한다.

4.1 비역학적 변형에 의한 합성형 정정 거더의 처짐

Fig. 2의 합성형 부정정 거더를 Fig. 3(a)에 보여진 바와 같이 정정화하고 단면 분할 구간마다 단면해석을 통해 곡률을 계산하여 2차 다항식으로 가정한 처짐곡선과 곡률의 미분방정식 관계에 분할구간의 경계조건을 대입함으로써 각 분할면에서 C^1 연속성을 유지하는 처짐곡선을 분할구간별로 계산한다.

단면해석을 통해 계산된 곡률증분량 $\dot{\phi}$ 를 사용하여 처짐각과 처짐의 관계를 나타내면 각각 다음과 같다.

$$\theta = \int \dot{\phi} dz, \quad w = \int \theta dz \quad (15)$$

Fig. 2의 합성형 거더 경우에 좌우 대칭인 기하학적 특성을 고려할 때 4개의 분할구간에서의 각 처짐방정식은 2개의 적분상수를 갖게 되므로 다음과 같은 총 8개의 경계조건을 필요로 하게 된다 : 지점A; $\dot{w}_1(x=0t) = 0$, E 단면; $\dot{w}_1(S_E, t) = \dot{w}_2(S_E, t)$, $\theta_1(S_E, t) = \theta_2(S_E, t)$, 지점B; $\dot{w}_2(S_B, t) = \dot{w}_3(S_B, t)$, $\theta_2(S_B, t) = \theta_3(S_B, t)$, F 단면; $\dot{w}_3(S_F, t) = \dot{w}_4(S_F, t)$, $\theta_3(S_F, t) = \theta_4(S_F, t)$, 중

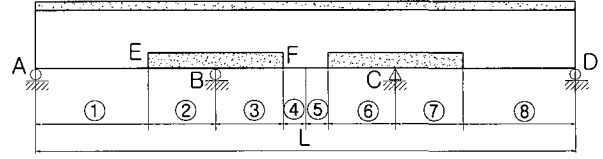
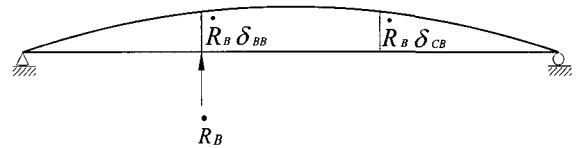


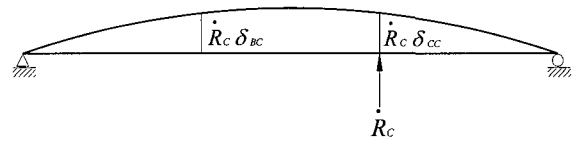
Fig. 2 Longitudinal segments of three-span continuous double composite box girder



(a) Deflection due to non-mechanical strains



(b) Deflection due to redundant reaction R_B



(c) Deflection due to redundant reaction R_C

Fig. 3 Deflections of composite box girder

양점; $\theta_4(x=L/2, t) = 0$. 여기서 $\dot{w}_i(x, t)$ 는 분할구간 i 에서 처짐변화량이고, $\theta_i(x, t)$ 는 구간 i 에서 처짐각의 변화량을 나타내며, S_X 는 Fig. 3에서 X 단면의 위치를 의미한다.

초기 크리프변형률 계산에서 자중에 의한 초기처짐을 포함하는 경우에는 자중에 의해 발생하는 정정화된 거더의 처짐곡선식이 요구된다. 이 경우에는 각 분할구간에서 2차 다항식의 관계에 있는 모멘트를 식 (14)의 모멘트-곡률관계를 이용하여 곡률 항으로 나타내고 비역학적 변형에 의하여 발생하는 정정화된 거더의 처짐곡선 계산과정과 동일한 방법으로 계산한다.

4.2 내부지점 반력에 의한 처짐

비역학적 변형으로 인해 발생하는 부정정 반력에 의한 처짐곡선은 정정화된 거더의 처짐곡선을 계산하는 과정과 동일한 방법으로 계산한다. Fig. 3(b)와 (c)는 비역학적 변형에 의해 발생하는 부정정 증분반력 R_B 와 R_C 에 의한

처짐곡선을 보여주며, δ_{ij} 는 j 점에 작용된 단위 하중에 의해 i 점에 발생하는 처짐을 의미한다. 단위 지점반력을 각 내부지점에 작용시키고 대응하는 처짐곡선을 각각 계산한 후에 처짐의 적합성 조건을 고려하는 변위일치의 방법을 통해 계산한 지점반력을 이 처짐곡선에 곱함으로써 부정정 반력에 의한 처짐곡선을 계산한다. 이때 적용되는 변위일치 방법은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \Delta B_0 + R_B \delta_{BB} + R_C \delta_{BC} &= 0 \\ \Delta C_0 + R_B \delta_{CB} + R_C \delta_{CC} &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

비역학적 변형에 의해 정정화된 합성형 거더의 i 번째 분할구간에서 발생하는 처짐 $w_i^{ns}(x, t)$ 과 내부지점의 지점반력 때문에 발생하는 처짐을 중첩한 i 번째 분할구간의 시간종속적 처짐곡선의 증분식 $\dot{w}_i(x, t)$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{w}_i(x, t) = \dot{w}_i^{ns}(x, t) + R_j \dot{w}_{ij}(x, t) \quad (17)$$

여기서, R_j 은 j 번째 내부지점의 지점반력이며, $\dot{w}_{ij}(x, t)$ 은 j 번째 내부지점의 단위하중에 의해 i 번째 분할구간에서 발생하는 처짐곡선을 나타낸다.

5. 이중합성 거더의 시간종속적 거동해석

콘크리트의 장기거동 해석을 목적으로 개발된 2단계 해석 알고리즘을 이용하여 합성형 거더의 재령종속적 거동 해석을 수행하였다. 해석에 사용된 합성형 구조는 연속 박스거더의 부모멘트 구간 하부에 콘크리트를 타설하여 중립축 하단의 강재에 발생하는 큰 압축응력을 콘크리트가 분담하게 하는 이중합성구조이다 (Fig. 4). 이중합성 구조는 상부 슬래브 콘크리트와 부모멘트 구간 하부 콘크리트의 비역학적 변형작용으로 인해 복합적인 시간종속적 거동을 하게 된다. 본 논문에서는 부모멘트 구간 하부 콘크리트의 거더 거동에 대한 영향정도를 파악하기 위해 3 종류의 콘크리트 타설두께에 대한 수치해석을 수행하였다. 수치해석결과는 보 요소를 사용한 유한요소해석과 3차원 요소를 사용한 유한요소해석을 수행하여 그 결과를 각각 비교하였다.

5.1 해석조건

해석에 사용된 3 경간 이중합성 거더의 교축 방향 단면이 Fig. 4에 보여지며, Fig. 5는 해석에 사용된 이중합성 거더의 외측 및 내측지점부 단면제원을 보여준다. 해석에

사용된 콘크리트 재령 28일 탄성계수 $E_{28} = 2.5 \times 10^4$ MPa, 강제 탄성계수 $E_s = 2.0 \times 10^5$ MPa, 최종 건조수축 변형률 $\epsilon_{shu} = 8 \times 10^{-4}$, 최종 크리프 계수 $C_u = 2.35$ 이다. 크리프 계수 $C_i(t) = t^{0.6} / (10 + t^{0.6}) C_u$, 건조수축 계수 $S(t) = t / (t + 35)$, 콘크리트 탄성계수 $E_c(t) = \sqrt{t / (4 + 0.85t)} E_{28}$ 을 사용하였다.

수치해석은 콘크리트 자중을 포함한 전체 거더 자중이 상부 플랜지 및 부모멘트 구간 하부 콘크리트에 초기 탄성응력을 유발하지 않는 경우와 유발하는 경우의 두 거더 경계조건을 가정하여 수행하였다. 전자의 경계조건 경우에는 콘크리트의 건조수축 현상과 탄성계수 발현이 거더의 시간종속적 거동을 지배하는 반면에 후자의 경우에는 거더 자중에 의해 콘크리트 단면에 즉각적으로 발생한 축방향 변형률이 콘크리트 크리프 현상을 초래하고 시간의 경과와 더불어 건조수축 현상과 탄성계수의 발현이 지속적인

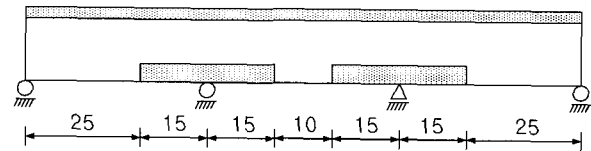
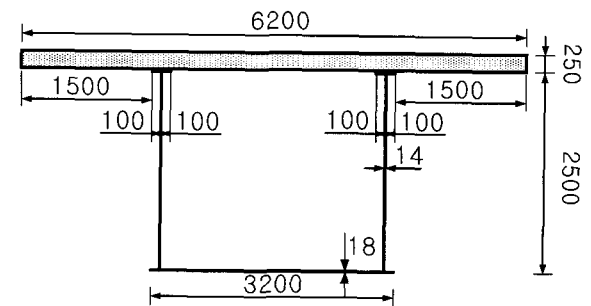
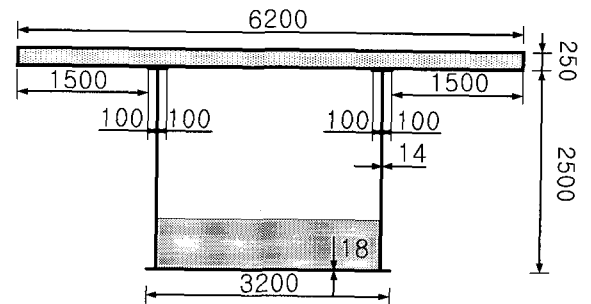


Fig. 4 Dimensions of longitudinal segments of three-span continuous double composite box girder (unit : m)



(a) Edge supports



(b) Interior supports

Fig. 5 Cross sectional dimensions of double composite box girder (unit : mm)

거동을 초래하는 거동 미커니즘을 형성한다. 이에 부가적으로 하부 콘크리트의 타설두께 변화에 따른 거동변화를 분석하기 위해 0, 200, 400, 600mm의 네 경우 타설두께 경우에 대하여 해석을 수행하고 그 결과를 비교하였다.

5.2 건조수축에 의한 시간종속적 거동

Fig. 6은 부모멘트 구간 콘크리트 타설두께가 400mm인 경우에 시간 $t=7, 28, 120, 360$ 일에 대응하는 처짐곡선을 보여주며, 단면해석법에 근거하여 계산한 Fig. 2와 4의 각 구간에 대한 처짐곡선의 식은 Table 1과 같다. 그림에 보여진 바와 같이 처짐곡선은 거더 전 구간에 걸쳐 C^1 연속성을 유지하면서 시간의 경과에 따라 처짐량이 증가하고, 처짐의 증가율은 최종 건조수축계수의 수렴성에 따라 일정한 값으로 수렴하고 있음을 알 수 있다. Fig. 7은 타설두께가 400mm인 경우에 시간 $t=28$ 일에서 단면해석법과 1차원 및 3차원 유한요소해석에 의해 계산한 처짐을 비교한 결과이다. 1차원 유한요소해석은 식 (3)의 구성관계에 근거하여 보 요소로 모델링하였으며, 3차원 유한요소해석은 New-MICROFEM을 사용하여 콘크리트는 27절점 brick 요소로 강재는 9절점 Mindlin shell 요소로써 모델링하였다. 그림에 보여진 바와 같이 세 해석결과는 매우 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 8은 부모멘트 구간 하부에 타설된 콘크리트 두께 0, 200, 400, 600mm에 대응하는 시간 $t=360$ 일의 처짐곡선을 비교한 결과이다. 부모멘트 구간 콘크리트 타설두께가 증가함에 따라 중앙지간 처짐량은 감소하는 반면에 외측 경간에서의 처짐량은 증가하는 결과를 보여준다. 부모멘트 구간 하단에 콘크리트가 타설되지 않은 경우에는 외측 경간 상부플랜지 콘크리트의 수축작용으로 인해 외측 경간에서는 하향의 처짐이 발생하나 중앙경간에서는 양 외측 경간 콘크리트의 하향처짐이 중앙경간에 대해 작용하는 부정정 효과로 인해 상향 처짐이 발생한다. 부모멘트 구간 하단부에 콘크리트가 타설된 경우에는 이 콘크리트의 건조수축으로 인해 중앙경간이 하향으로 처지게 되어 결과적으로 중앙지간 처짐이 감소하게 되며, 부모멘트 구간의 콘크리트 타설두께가 증가함에 따라 중앙경간 처짐이 점점 감소하게 된다. 콘크리트의 건조수축으로 인한 중앙경간 상향처짐은 상부플랜지 콘크리트에 인장응력을 초래하므로, 콘크리트 건조수축에 대한 보강을 필요로 하게 된다. 결과적으로 부모멘트 구간 하부에 타설된 콘크리트는 이러한 인장응력의 크기를 감소하게 하는 효과를 갖게 됨을 알 수 있다. 부모멘트 구간 콘크리트 타설두께가 증가함에 따라 처짐의 감소 및 증가량은 일정한 값으로 수렴함을 알 수 있는데 이는 근본적으로 콘크리트 타설두께가 중립축 높이로 접근하고 있기 때문이다.

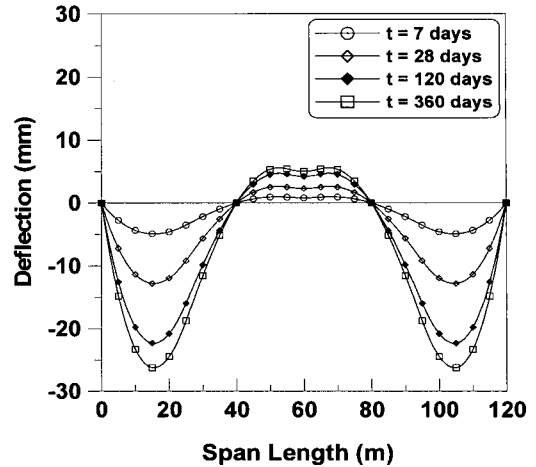


Fig. 6 Deflection curves calculated based on time-dependent sectional analysis

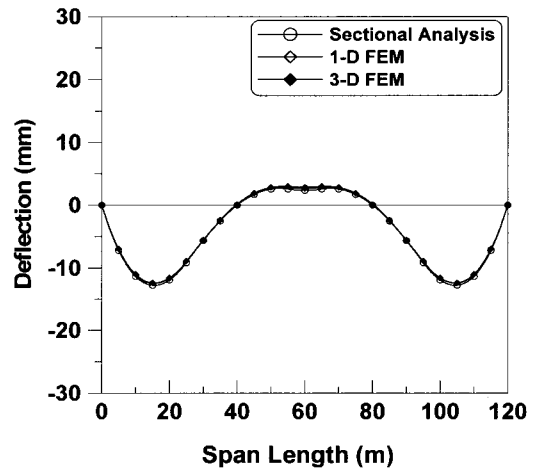


Fig. 7 Comparison of deflection curves calculated based on sectional analysis and finite element analysis

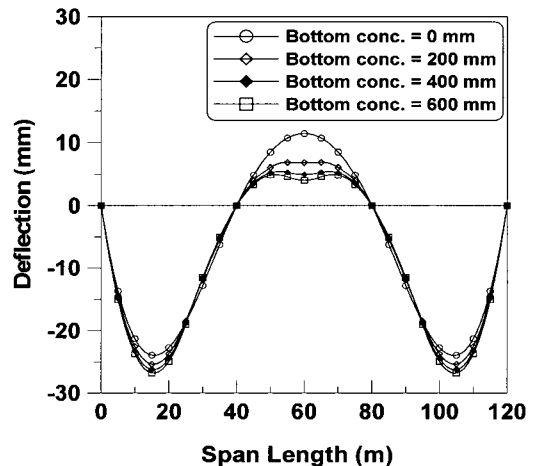


Fig. 8 Variation of deflection curves due to change of bottom concrete depths

Table 1 Deflection curves calculated in longitudinal segments of three-span double composite box girder

Segment	Deflection curves
In case of shrinkage	1 $(-1.13 \times 10^{-6})x^3 + (1.47 \times 10^{-4})x^2 - (3.72 \times 10^{-3})x$
	2 $(-6.66 \times 10^{-7})x^3 + (4.58 \times 10^{-5})x^2 + (4.47 \times 10^{-4})x - (4.85 \times 10^{-2})$
	3 $(1.06 \times 10^{-12})x^3 - (3.41 \times 10^{-5})x^2 + (3.64 \times 10^{-3})x - (9.11 \times 10^{-2})$
	4 $(1.79 \times 10^{-12})x^3 + (1.10 \times 10^{-5})x^2 - (1.32 \times 10^{-3})x + (4.54 \times 10^{-2})$
In case of shrinkage and creep	1 $(-1.44 \times 10^{-8})x^4 - (3.93 \times 10^{-8})x^3 + (1.43 \times 10^{-4})x^2 - (4.38 \times 10^{-3})x$
	2 $(-3.96 \times 10^{-8})x^4 + (2.51 \times 10^{-6})x^3 - (1.41 \times 10^{-5})x^2 + (2.96 \times 10^{-4})x - (4.83 \times 10^{-2})$
	3 $(-3.96 \times 10^{-8})x^4 + (9.20 \times 10^{-6})x^3 - (8.17 \times 10^{-4})x^2 + (3.24 \times 10^{-2})x - (4.77 \times 10^{-1})$
	4 $(-1.73 \times 10^{-7})x^4 + (2.08 \times 10^{-5})x^3 - (1.33 \times 10^{-4})x^2 + (8.43 \times 10^{-3})x - (6.46 \times 10^{-2})$

5.3 크리프를 고려한 시간종속적 거동

Fig. 9는 콘크리트 타설두께 400mm 거더의 초기 자중에 의해 발생하는 콘크리트 크리프 변형과 건조수축 및 탄성계수 발현에 의해 진행되는 거더의 시간종속적 처짐을 시간 $t=7, 28, 120, 360$ 일에 계산하여 건조수축만을 고려한 경우와 비교한 결과를 보여준다. 건조수축만을 고려한 경우와 비교를 위해서 초기 자중에 의한 처짐은 그림에서 포함하지 않았으며 크리프를 고려하는 경우에 계산된 처짐곡선식은 Table 1에 나타내었다.

그림에 보여진 바와 같이 크리프를 고려한 경우의 해석 결과는 고려하지 않은 경우의 해석결과에 비해 양 외측 경간에서 처짐이 증가하나 중앙경간에서 처짐은 감소하고 있음을 알 수 있다. 이러한 해석결과는 Fig. 8에서 콘크리트 타설두께가 증가함에 따라 중앙경간의 처짐이 감소하고 양 외측 경간의 처짐이 증가하는 경향과 일치함을 알 수 있다.

6. 결 론

탄성계수의 발현과 건조수축 및 크리프 현상을 고려하는 콘크리트 구성관계를 Taylor 선형급수 확장을 이용하여 총 응력-변형을 관계를 기준시간에 관해 확장함으로써 시간종속적 증분형태로 유도하였다. 강 박스와 콘크리트 및 철근으로 구성되는 합성형 거더의 임의단면에 콘크리트 증분 구성관계를 사용하는 힘 및 모멘트 평형조건을 적용함으로써 단면의 증분변형률을 계산하는 관계식을 해석적으로 표현하였다.

합성형 연속 거더의 처짐계산을 위해 비역학적 변형을 받는 정정 거더계와 부정정 반력을 받는 정정 거더계의 두 거더계로 연속거더를 정정화하여 변위일치의 방법을 적용함으로써 거더의 처짐을 계산하였다. 정정 거더계의 처짐계산을 위해 합성형 거더의 단면형상 변화 위치와 지

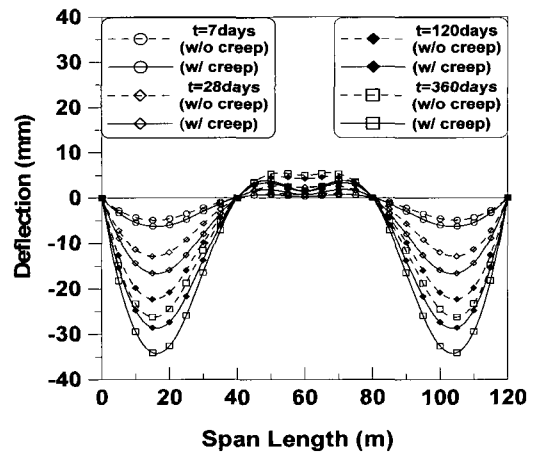


Fig. 9 Time dependant deflection curves calculated with consideration of creep

점부를 기준하여 거더를 분할하고 분할된 각 구간에서 단면해석을 통해 곡률을 계산하였다. 이때 처짐곡선식은 곡률과 처짐의 2차 적분관계 및 각 분할구간 간의 경계조건을 고려하여 얻어지는 적분상수에 관한 연립방정식을 풀어냄으로써 증분적으로 계산하였다.

합성형 연속 강 박스 거더의 부 모멘트 구간 하부에 콘크리트를 타설한 이중합성 박스 거더의 재령 종속적 거동 해석을 수행하였다. 건조수축과 탄성계수의 발현만을 고려하는 해석조건과 크리프 현상에 의한 비역학적 변형을 고려하는 해석조건의 두 경우에 대하여 수치해석을 수행하였으며 그 결과를 1차원 및 3차원 유한요소해석 결과와 비교하여 매우 잘 일치하는 결과를 얻었다.

부 모멘트 구간 하부 콘크리트 타설두께를 달리한 네 경우의 해석결과를 통해 부 모멘트 구간 하부 콘크리트 타설두께의 증가로 인해 중앙지간에서의 처짐은 감소하나 양 외측 지간에서의 처짐은 증가하며 양 경간 처짐의 절대값의 합은 타설두께에 관계없이 거의 일정하게 되는 것을 알 수 있었다.

참고문헌

1. Bazant, Z.P., "Prediction of Concrete Creep Effects Using Age-Adjusted Effective Modulus Method," *ACI Structural Journal*, Vol.69, No.4, 1972, pp.212~217.
2. Bradford, M.A., "Deflections of Composite Steel-Concrete Beams Subject to Creep and Shrinkage," *ACI Structural Journal*, Vol.88, No.5, 1991, pp.610~614.
3. Chiu, H.S., Chern, J.C. and Chang, K. C., "Long-Term Deflection Control in Cantilever Prestressed Concrete Bridges," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.122, No.6, 1996, pp.495~501.
4. Ghali, A., "A Unified Approach for Serviceability Design of Prestressed and Non-Prestressed Reinforced Concrete Structures," *PCI Journal*, Vol.31, No.2, 1986, pp.118~137.
5. Gilbert, R. I. and Bradford, M. A., "Time-Dependent Behavior of Continuous Beams at Service Loads," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.121, No.2, 1995, pp.319~327.
6. Jendele, L. and Phillips, D.V., "Finite Element Software for Creep and Shrinkage in Concrete," *Computers & Structures*, Vol.45, No.1, 1992, pp.113~126.
7. Kwak, H.G. and Seo, Y.J., "Long-Term Behavior of Composite Girder Bridges," *Computers & Structures*, Vol.74, No.5, 2000, pp.583~599.
8. 한국콘크리트학회, "콘크리트구조 설계기준 해설", 한국콘크리트학회, 2000, pp.41~48.
9. ACI Committee, "Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effect in Concrete Structures," ACI Manual of Concrete Practice, Part I, American Concrete Institute, 1992, pp.3~11.
10. fib, "Structural Concrete-Textbook on Behavior, Design and Performance," CEB-FIP Model Code 1990, Vol.1, 1999, pp.21~52.

요 약

초기재령 콘크리트의 탄성계수 변화와 크리프 및 건조수축 현상을 고려하는 강 합성 거더의 시간종속적 처짐해석을 수행하였다. 초기재령 콘크리트의 탄성계수 발현과정을 고려한 구성관계는 총 응력-변형률 관계를 Taylor의 선형급수 확장을 이용하여 기준시간에 관하여 확장함으로써 시간종속적 증분형태로 유도하였다. 강 박스거더의 단면형상 변화 위치와 지점부를 기준하여 거더를 분할하고 분할된 구간에서 단면해석을 통해 곡률을 구하여 2차 다항식으로 가정한 처짐곡선에 경계조건을 적용함으로써 처짐곡선의 증분관계식을 유도하였다. 부모멘트 구간의 강 박스 하단에 콘크리트를 타설한 이중합성 박스거더의 초기재령 거동해석을 수행하였으며, 강 박스 하단의 콘크리트 타설두께가 거더의 거동에 주는 영향을 수치해석 결과를 통해 분석하였다. 끝으로, 보 요소를 이용한 유한요소해석 결과와 개발된 단면해석법을 이용한 해석 결과를 비교함으로써 정확성을 검증하였다.

핵심용어 : 단면해석, 콘크리트의 크리프 및 건조수축, 이중합성 구조, 시간종속적 처짐해석
