

## 예술과 건축 속의 황금비

김성숙

배재대학교 자연과학대학 자연과학부 전산정보수학 전공

## The Golden Ratio in Art and Architecture

Sung Sook Kim

Division of Natural Science, Pai Chai University

The Golden Ratio has played a significant role in many parts of geometry, architecture, music, art, and philosophy. This number has been the subject of numerous experiments in psychology. It also appears in the newer domains of technology and fractals. In this paper, we investigate and analyze the golden ratio which appears in art, music and architecture.

**Key Words** : 황금비(Golden Ratio), 황금분할, 기하학, 건축, 음악, 미술

### 1. 서론

황금비(Golden Ratio)는 수학은 물론 미술, 음악, 건축, 철학에서 중요한 역할을 해왔다. 이 수는 심리학의 많은 실험에서도 나타나는 매우 특별한 수이다. 현대에는 과학 기술과 증권분석에도 새롭게 나타나고 있다. 이 논문에서는 황금비의 기원을 알아보고 미술, 건축과 음악에 나타난 황금비들을 조사하고 분석하고자 한다.

## 2. 본 론

유클리드(Euclid)는 기하학원론 (Elements)에서 길이가 1인 선분을 둘로 분할하였을 때, 짧은 부분과 긴 부분의 길이의 비가 긴 부분과 원래 선분의 길이의 비 즉,  $A:B=B:(A+B)$ 가 되는 0.6180399에서 나누는 것을 외중비(外中比, dividing a line in the extreme and mean ratio)라고 하였다.

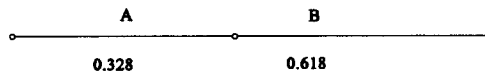


그림 1. 황금비

나중에 이 수 0.6180399..를 황금비(golden ratio)이라 부르게 되었는데, 이 수를 황금비라고 부르는 이유는 이 수가 비율로 정의되기 때문이다.

황금비(golden ratio)는 황금분할(golden section)이라고도 하며 황금비의 정확한 정의는 아래와 같이 선분을 둘로 분할하였을 때, 짧은 부분과 긴 부분의 길이의 비가 긴 부분과 원래 선분의 길이의 비와 똑같아지는 수를 말한다. 즉, 짧은 길이를 1이라 놓고 긴 부분을  $x$ 로 놓으면 <그림 2> 와 같다.

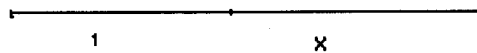


그림 2. 황금비

비례식으로 나타내면  $1:x = x:1+x$ 이며  $x$ 를 구하면  $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  이 된다. 이 중에서 양수를 취하면  $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.618033989...$  가 되며 유리수가 아닌 무리수이다.

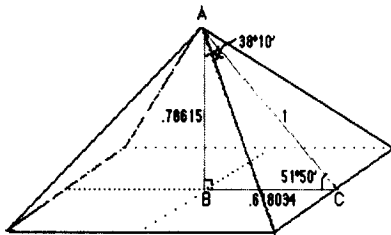
때로는 황금비를 0.618 라고 하는 이유는 위의 그림1 처럼 전체의 길이를 1로 놓고 분할했기 때문이다.

황금비를 일반적으로  $\phi$  라고 하는데 이 것은 황금비를 조각에 이용하였던 피디아스의 그리스 머리글자에서 따온 것이다.

### 피라미드건축에서 황금비

기원전 2575년경에 쿠푸(Khufu)왕을 위하여 이집트의 기자(Giza)에 세워진 피라미드의 측량에 관한 논문들을 보면 피라미드 건축에 황금비와 그 수의 제곱근이 발견된다고 한다. 황금비는 유클리드의 원론에 나오지만 피라미드를 보면 인류가 황금비의 개념과 효용가치를 안 것은 훨씬 그 이전부터일 것이라고 추측할 수 있다.

피라미드의 비율을 조사하기 위하여 아래 그림과 같이 피라미드의 빗변을 1로 놓고, 빗변의 길이를 밑변 길이의 반으로 나누면 유명한 황금비와 거의 비슷한 0.61804가 나타나고 있다.

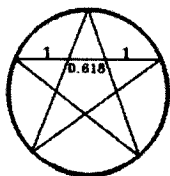


사실 0.618034라는 수는 신기한 수이다. 이것을 0.78615로 나누면 신기하게도 0.78615가 나오기 때문이다. 다시 말해서 0.78615를 제곱하면 황금비 0.618034를 얻는다. 다시 말하면 피라미드를 절단하여 다시 반으로 나눈 직각삼각형의 길이의 비율을 보면 밑변의 길이를  $x$ , 그리고

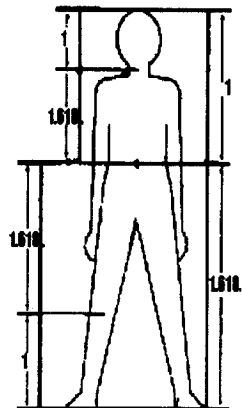
빗변의 길이를 1이라 할때, 밑변: 높이: 빗변의 비는  $x : \sqrt{x} : 1$  이 된다. 피타고라스의 정리를 이용하면  $x^2 + x = 1$ 이 되고 이 식은 위에서 황금비를 구하기 위한 두번째 비례식과 똑같다. 이처럼 황금비가 들어있는 삼각형을 이집트 삼각형이라 부른다.

### 고대 그리스의 예술과 건축 속의 황금비

피타고라스학파들은 황금비 안에서 우주질서의 비밀을 느꼈다. 그들은 황금비를 단순한 숫자의 비율로 생각하지 않고 "신의 비율"(divine proportion) 또는 "신성한 비율"(sacred ratio)이라 하여 신성한 상징으로 인식했고 황금비로 말미암아 숫자를 더욱 신비스럽게 생각하게 되었다.

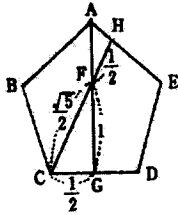


그들은 황금비는 이 세상의 모든 피조물에 존재한다고 믿었다. 사실, 우리가 일반적으로 아름답다고 느껴지는 몸매를 가진 팔등신의 여인들의 몸 전체길이와 발바닥에서부터 배꼽까지의 길이를 비교하면 이 길이는 정확히



몸 전체의 61.8%에 해당되며 이 것 역시 황금비와 관련이 있다. 즉, 발끝부터 배꼽의 높이와 배꼽부터 머리끝까지의 비를 계산해 보면 다음 그림과 같이 1: 1.618의 황금비가 나온다. 그들은 별의 긴 변과 짧은 변의 길이의 비에도 황금비가 나옴을 알게 되었다.

또한 대신전의 두 벽의 길이의 비에도 황금비가 적용되었음을 알았다. 이들의 공통점은 전체에 대한 큰 것의 비는 큰 것에 대한 작은 것의 비와 같다. 기하학적인 규칙으로 아름다움과 조화가 표현되었으며 이것은 대칭과 함께 건축과 미술에 사용되었다.



그리스인들은 미의 법칙을 관찰하는 것이 가능하다고 믿었으며 인간, 자연, 조각, 건축물을 관찰하고 분석하여 황금비인  $1:1.618 = 1:(1+\sqrt{5})/2$ 을 가장 이상적인 미의 법칙으로 찾아내었다. 정5각형에서도 이 황금비를 찾을 수 있다. 그들은 실제로 도자

기나 공예품 등 많은 예술과 건축물에 이 황금비례와 대칭을 적용하여 제작하였다. 실제로 기원전 2세기 후반에 만들어진 밀로의 비너스도 황금비를 정확하게 적용하여 조각된 조각품으로 많은 사람들에게 감동을 주고 있다.

로버(F. Rober)는 또한 아테네의 파르테논 신전의 건축에도 황금비가 쓰였다고 주장한다. 오늘날 대부분의 사람들은 파르테논 신전의 건물이 황금비 사용에 의해 매우 뛰어난 아름다움을 이루었다고 생각한다. 그 외부윤곽은 완벽한 황금분할 사각형이며 이 비율은 건물의 곳곳에 적용되고 있다. 이 신전의 높이와 밑면의 길이

의 비례를 살펴보면 1 : 1.618로 황금비를 적용하여 만들었음을 알 수 있다.

## 비트루비우스의 건축십서의 황금비

로마의 건축가였던 비트루비우스(Vitruvius)<sup>1)</sup>는 고대 건축의 수학적 방법들에 관하여 건축(De architectura)이라는 제목으로 10권의 책 “건축십서”를 썼다. 이것은 건축에 대하여 쓰여진 책 중에 현존하는 가장 오래된 책으로 라틴어로 쓰였으며 후에 알베르티(Alberti)<sup>2)</sup>가 “건축십서”를 “건축론”이라는 이름으로 분석하여 정리하였고 지금도 영어 번역본이 발간되고 있다.

그의 3번째 책은 대칭에 관한 글로서 사원 설계에서 대칭과 비율의 사용에 대하여 다음과 같이 쓰고 있다.

“대칭과 비례가 없이는 즉, 멋진 인간의 몸의 비율처럼 숫자들 사이의 어떤 정확한 관련이 없다면, 어떤 신전의 설계에도 원칙이 있을 수 없다.”

비트루비우스(Vitruvius)에게는 인간의 몸의 비율들이 아름다움을 성취하는 기본이었고 사원의 비율들도 인간 몸의 비율들을 따라야 한다고 말한다. 인체의 치수는 간단한 비례를 형성하는데, 안면은 턱에서 이마 위 머리카락이 있는 부분까지로 신장의 10분의 1이고, 손바닥은 손목에서 장지 끝까지로 팔길이의 10분의 1이며, 머리는 턱에서 머리끝까지로 신장의 8분의 1이라는 것이다. 또, 인체는 간단한 기하학적 도형에 들어맞으며, 사람이 손과 발을 펴고 드러누웠을 때 컴퍼스의 선단을 배꼽에 놓고서 원을 그리면 손과 발끝이 이 원주선에 닿는다. 또 양발을 붙이고 양손을 펼치면 정사각형이 된다. 그는 자연이 바로 인체를 이처럼 전체적으로 비례에 맞추어 만들었으므로 신전도 이러한 비례로 만들어야 한다고 하였다. 비트루비우스(Vitruvius)는 원과 정사각형은 펼쳐진 인간의 몸의 기하학에 가깝기 때문에 원과 정사각형이 건축의 설계에서 완전한 모양이라고 말했으며 인간은 하나님의 형상으로 만들어졌기 때문에 완전한 것이라고 믿었다. 최근의 논문들은 고대 그리스 사원에서 황금비가 발견된 증거가 인간의 몸의 비율과 관계가 있다고 설명하고 있다.

1) BC 1세기 이탈리아의 베로나에서 태어났으며 건축에 관한 책 10권을 썼다. 이 책은 르네상스의 고전연구에 따라 1415년경에 재발견되었으며, 1484년에 로마에서 초판이 간행되었다. 그 후로 유럽 건축가에게 커다란 영향을 주었으며, 오늘날에도 영어로 번역이 되어 건축의 귀중한 자료가 되고 있다.

2) (1404. 2. 14-1472. 4. 25) 이탈리아의 건축가, 시인이며 철학자로 근세 건축양식의 창시자로서 레오나르도 다 빈치와 마찬가지로 르네상스기의 만능인으로 꼽히며 이탈리아에 있는 리미니의 성프란체스코 성당등 많은 성당을 설계하였고 최초로 비례에 의한 원근법적 구성의 기본개념을 밝혔다.

## 레오나르도 다빈치(Leonardo Da Vinci)의 작품속의 황금비

레오나르도 다빈치의 최후의 만찬은 1498년에 완성된 산타 마리아 델레 그라치에 성당 식당의 벽화인데, 그림을 살펴보면 곳곳에 황금비가 적용되어있음을 볼 수 있다. 그 이전에도 많은 화가들이 최후의 만찬이라는 주제로 그렸지만 레오나르도 다빈치의 작품이 유명한 것은 구도상의 전통을 따르지 않고

새로운 원근법을 도입한데 있다. 그의 작품은 인물들의 배치와 성격 묘사가 뛰어나다. 이 그림은 예수님의 “내가 너희에게 진실로 말하노니 너희중 하나가 나를 팔리라”라는 말에 놀라는 12제자들의 모습을 묘사하고 있다. 그리고 인물의 구성은 열두 제자를 그리스도를 중심으로 3명씩 4그룹으로 좌우에 배치하였다. 실제로 그는 이 작품 안에 황금비를 적용하기 위하여 여러 가지 비례를 계산하고 또한 원근법을 이용하여 예수님께 초점이 맞춰지도록 소실점이 예수님의 머리위에 오게 한 것은 우연이 아니라 수학적 분석의 결과이다. 그가 이 그림을 완성하기 위하여 그린 습작지가 한 상자가 된다고 한다. 또한 모나리자는 미완성 작품이지만 이 그림이 단지 어떤 모델을 보고 그대로 그려진 것이 아니라 정확한 수학적 비례의 의해 그려졌음이 후세의 많은 작품분석가들에 의해 밝혀졌다.

## 살바도르 달리(Salvador Dali)의 최후의 성만찬의 황금비

살바도르 달리(1904-1989)는 황금비율의 사각형 모양에 그림을 그렸다. 12면체가 식탁위에 떠 있고 12면체는 12개의 정오각형으로 이루어져 있는데 그림 안 도처에 황금비가 들어있다.

## 음악에서의 황금비

간단한 곡이든 복잡한 곡이든 분석을 해보면 수학적 비례구조, 특히 황금비 구조를 갖고 있음을 알 수 있다. 음악의 흐름을 보면 외적인 형태가 많이 바뀌었지만 내재적 구조는 수학적 논리를 갖는 비례구조가 늘 포함되어 왔다.

유명한 작곡가의 작품을 황금비를 적용하여 분석한 최초의 음악가는 에밀 나우만(Emil Naumann, 1827-1888)으로 알려져 있다. 에밀은 1869년 문화-역사에서의 음악예술(Die Tonkunst in der Cultur-Geschichte)이라는 책에서 “미는 대칭과 비례의 성격과 밀접한 관계를 갖으며 이런 성격을 통하여만 시각예술과 청각예술을 설명할 수 있다.”는 이론을 제시했다.

D. Webster는 모차르트(Mozart), 베토벤(Beethoven), 그리고 브람스(Brahms)의 교향곡 중 소나타형식으로 된 1악장 모두에서 황금비가 형식적 기초로 쓰였다고 말하고 있다. 모차르트(Mozart)의 다장조의 소나타 1번을 보면 1악장은 62마디로 구성되어 있는데 38번째 마디에서 주제 제시부가 나오는데 이부분이 황금비와 비슷한 1.63이다. 또한 드뷔시(Debussy)도 바다(La Mer)와 영상(Images)을 비롯한 그의 많은 작품에 황금비를 사용하고 있다.

유명한 헨델(Handel)의 ‘할렐루야’는 94마디로 구성되어 있으며 곡 중간에 트럼펫 독주가 나오는데, “왕의 왕”이란 가사가 나오는 황금비인 57, 58번째 마디에서 포르테시모로 클라이맥스를 이루고 다시 피아니시모로 줄어든다. 또한 57, 58번째 마디부터 마지막 94번째의 마디중에는 “또 그가 영원히 다스리시리”라는 가사가 나오는 부분이 황금비인 79번째 마디이며 이 마디에서 아르페지오로 높은 D음을 향해 상행하고 있다.

Lendvai는 작곡가 바르톡(Bartok)이 20세기 최고의 관현악 작품의 하나로 꼽히는 그의 ‘현악기, 타악기, 첼리스트를 위한 음악’에서 의식적으로 황금비를 교묘하게 사용하고 있다고 주장한다. 이 곡 첫 악장은 89 마디로 구성되어 있는데 마치 산을 올라 갔다가 내려오듯이 처음에는 피아니시모부터 시작해 점점 강해져 55번째 마디에서 포르테시모로 클라이맥스를 이루고 다시 피아니시모로 줄어드는 구조이다. 89마디중 55번째 마디는 황금비를 이루는 부분이다. 55마디 앞부분은 34와 21 마디 두 부분으로 나뉘고, 34마디는 다시 21과 13마디로 나뉜다. 뒷부분의 34 마디도 13과 21마디로 나뉘어 황금비를 그대로 적용됐다. 위대한 작곡가들은 자신이 좋아하는 수를 작품에 반영하거나 미적 균형을 유지하기 위해 치밀한 황금비와 같은 수학적 지식을 동원하고 있음을 알 수 있다.

### 3. 결 론

피타고라스는 이 세상 모든 피조물에 황금비가 존재한다고 하였고 이 비율을 신성한 것으로 여겼다. Vitruvius는 인간은 하나님의 형상으로 만들어졌기 때문에 완전하고 인간의 몸의 비율들이 아름다움을 성취하는 기본이며 사원의 비율들도 인간 몸의 비율들을 따라야 한다고 믿었다. 이집트의 피라미드건축에서 황금비가 발견되고, 최근에 고대 그리스 사원에서도 황금비가 발견된 증거가 인간의 몸의 비율과 관계가 있다고 설명되어지는 것을 보면 고대의 기하학자들은 이 세상 피조물과 인체의 비율의 아름다움을 깨달아 연구하고 그 비례관계를 건축설계에 응용하였을지도 모른다. 또한 유명한 작곡가들의 음악 작품과 레오나르도 다빈치를 비롯한 유명한 화가들의 미술작품에도 황금비가 적용된 것을 보면 조물주가 창조한 피조물에서 발견된 비율들이 인간들에게 아름다움을 주며, 수학이 발명이 아니라 발견이라는 고다이라의 말이 건축과 예술에도 적용되는 것이라 생각된다. 그러므로 음악, 미술을 비롯한 예술, 건축학, 수학 모두가 조물주가 이미 만들어 놓은 아름다움과 진리를 추구하는 학문이라 생각된다.

### REFERENCES

1. 김성숙, 수학과 음악, 2002, 수학사학회지 15권 2호
2. 김성숙, 김주영, 수학과 건축, 2002. 수학사학회지 15권 1호
3. 김영집, 음악형식강의 황금분할 비례구조연구, 1991, 연세대 석사논문
4. 마이클 슈나이더(이충호역), 자연, 예술, 과학의 수학적 원형 p.120, 경문사, 2002.
5. 샌더스 스미스(황선욱역), 수학사 가볍게 읽기, p67, 한승, 2002
6. Gerald Abraham, Concise History of Music. 1979. London.
7. Mario Livio, The Golden Ratio, 2003, Broadway books, New York.
8. Michael Beer, How do Mathematics and Music relate to each other.
9. L. Pepe, Architecture and mathematics in Ferrara from the thirteenth to the eighteenth centuries, Nexus III : architecture and mathematics, Ferrara, 2000 (Pisa, 2000), 87-104.
10. Rachel W. Hall & Kresimir Josic, The mathematics of Musical Instruments.
11. Z Sagdic, Ottoman architecture: relationships between architectural design and mathematics in architect Sinan's works, in Nexus III : architecture and mathematics, Ferrara, June 4-7, 2000 (Pisa, 2000), 123-132.