

정보통신의 '0' '1' 오류 풀린다

'코드와 제코비 보형 형식'의 연계 처음 밝혀

글 | 권영일 객원기자

통신을 할 때 일어날 수 있는 부호 오류를 효율적으로 판별해 낼 수 있고, 그 오류가 수학의 제코비 보형 형식의 연계성을 보여주는 최초의 논문이 국내 학자에 의해 발표됐다.

포항공과대학교 수학과 최영주(44) 교수는 최근 오류 정정 부호의 형성을 위한 코드(code)와 제코비 보형형식 그리고 불변이론 법칙간의 관계 이론을 정립해, 코드의 존재성을 판별할 수 있는 장을 열었다. 이는 앞으로 오류 정정 부호 이론의 미해결 문제들을 해결하는데 결정적 역할을 할 것으로 기대된다.

최 교수는 과학기술부 기초연구지원사업(SRC)의 하나인 이 연구를 위해 한국과학재단 지원을 받아 지난 2000년부터 3년에 걸쳐 이 과제를 수행했다.

최 교수는 "특정한 길이의 오류 정정 부호의 존재성은 적당한 형태의 제코비 형식의 존재성과 밀접한 관계가 있다"며 제코비 형식의 구조적 성질을 연구해 특정한 오류 정정 부호의 존재성 여부를

식별할 수 있을 것으로 기대했다.

지난 2000년, 클레이수학연구소(Clay Mathematics Institute)는 새 천년 기념으로 수학계에서 풀지 못하고 있는 '7대 문제'를 선정해 각각 100만 달러의 현상금을 내 걸었다. 바로 21세기 수학의 방향을 제시한 문제들이었다. 그 가운데 '리만(Riemann) 가설'과 '버쉬와 스윌너튼-다이어 가설(Birch and Swinnerton-Dyer Conjecture)' 등 두 문제는 정수론과 직접 연관되는 문제다. 특히 보형 형식에서 핵심연구 과제인 무한급수(L-function)의 성질에 관한 것이다.

"보형 형식이란 정수론에서 중요한 부분을 차지하고 있는 연구 분야 중 하나로 신기롭게도 해석적, 조합론, 수론적 성질을 동시에 지니는 풍요로운 함수입니다." 최 교수는 보형 형식 연구에 관련된 문제가 세계의 집중 조명을 받을 수 있는 기초문제들과 직접 연결되어 있음은 물론 초끈이론(super string theory), 양자이론(quantum theory), 그리고 정보이론(information theory) 등 다

양한 분야에서도 그 역할이 증명되고 있다고 주장했다.

“정보통신에서 효율적 오류 정정 부호의 형성과 수학적 연관 관계는 지난 2001년 미국수학회보(AMS NOTICE)에서 코드, 불변이론, 그리고 보형 형식의 관계이론에 관한 소개 글이 두 달에 걸쳐 하버드대 수학과 교수에 의해 소개된 적이 있습니다.”

일반적으로 코드(부호)란 이진법 부호(binary code)를 일컫는다. 부호와 격자(lattice)의 관계성으로 인해 일반적인 가환(commutative ring) 군 위에서도 오류 정정 부호를 건설할 수 있다.

특히 그 가운데 가환 환 위에서도 실현성이 좋은 효율적 코드를 구성할 수 있음이 최근 들어 밝혀졌다. 가환이란 정수와 같이 집합 가운데 두개의 연산이 정의되는 집합으로, 두 연산(연산을 # *라 하면)을 각각 할 때 $a\#b=b\#a$, $a*b=b*a$ 가 성립하는 집합을 말한다.

이런 가운데 코드와 격자의 연계성은 기하학에서 중요한 역할

을 하는 불변이론과 보형함수의 연결성으로 이어졌고, 보형 함수의 수론적 성질을 이용하여 코드(부호)의 존재성에 관한 이론들이 증명되어 왔다.

학계에서는 최 교수의 연구가 환 위에서 정의된 코드와 정수론에서 매우 중요한 위치를 차지하는 제코비 보형 형식과의 연계성을 보여주는 최초의 논문이라는데 주목하고 있다.

최 교수는 이 결과를 2001년 1월 부호이론의 권위지인 미국 IEEE <Transactions Information Theory>지에 발표했다.

이 결과 최단코드(extremal code)의 존재성 및 그에 관한 가설 등을 제코비 형식의 성질들을 이용해 코드의 존재성을 판별할 수 있는 장을 열었다. 이러한 방향은 유용한 오류 정정 부호 이론의 미해결 문제들을 푸는데 결정적 역할을 할 수 있을 것이라는 게 관련 전문가들의 지배적인 시각이다.

최교수는 미국 템플대에서 수이론(Number Theory)으로 박사 학위를 받았으며, 1990년부터 포항공대에서 재직 중이다. ☞

인터뷰

최영주 포항공과대학 수학과 교수

“수학은 과학연구의 필수 언어”



최영주 교수

이 연구를 하게 된 동기는-

1997년 12월 고등과학원(KIAS)에서 김명환(수학) 서울대 교수와 함께 정수론 국제워크숍을 개최한 적이 있다. 당시 코드 이론을 전공한 젊은 프랑스 교수를 연사로 초청했는데, 그를 통해 부호론이 보형 형식과 관계가 있음을 처음 알았다. 그 후 그 교수를 포항공대에 초빙해 공동연구를 하게 됐다. 정수론의 관점으로 코드를 보게 된 것이 이 연구를 하게 된 계기였던 셈이다.

암호론과 부호론은 국내에서는 좀 생소한 분야인데-

개인적으로는 사실 부호론 보다 암호론에 더 오랜 관심을 가졌다. 1988년부터 미국 메릴랜드대학에서 2년간 객원 조교수로 일한 적이 있는데 그 곳에는 미국 NAS(National Security Agency) 출신 대학원생들이 많았다. NAS는 특히 정수론 전공자들을 유치하는 등 코드이론 연구에 적극적이었다. 그때까지만 해도 한국에서는 암호론이 전무한 상태였다. 1990년 귀국해 포항공대 전자과 교수와 함께 공동 연구를 시작하면서 수학과에 암호론을 개설하기도 했다.

‘정보통신의 오류’의 예를 들어달라-

보통 메시지가 전송될 때 컴퓨터가 이해하는 0, 1로 표시되는 비트로 전송된다. 예를 들어 ‘예’라는 메시지는 0으로, ‘아니오’라는 메시지는 1로

표시한다면 오류가 발생해 0이 1로 변환시 보내고자 하는 ‘예’가 ‘아니오’로 받아들여지게 된다. 하지만 ‘예’를 000으로, ‘아니오’를 111로 전송한다면 000 전송시 오류가 발생해 010으로 변환하더라도 010은 111보다 000에 가까우므로 010을 000으로 이해, 정보통신을 제대로 전송하게끔 하는 것이다.

이 연구와 관련한 최 교수가 논문은 어떤 것들이 있나-

2001년 1월 IEEE에 ‘The complete weight enumerator of type II code over \mathbb{Z}_2^m and Jacobi forms’란 제목으로 발표했다. 2002년 1월엔 미국 <Journal of Combinatorial Theory Series A>지에도 ‘Gleason formula and Ozeki polynomials’를 기고했다.

수학에 입문하게 된 동기는-

수학을 아직도 좋아하는 이유는 시간과 시대에 따라 변함없는 ‘영원히 변하지 않는 진리’란 점이다. 그래서 수학 논문은 100년 전, 200년 전 논문도 읽힐 수 있는 것이다.

끝으로 후학들에게 하고싶은 말이 있다면-

초·중·고등학생들은 수학을 배울 때 문제 풀이도 좋지만 그 의미를 좀 더 이해하는 사고를 했으면 한다. 특히 과학자뿐 아니라 공학자가 될 분 들은 대학에서 반드시 수학을 복수전공할 것을 권하고 싶다. 리더급 연구자가 되기 위해서는 이제 수학은 기본 필수 언어다.