

항공기 복합재 구조물의 저속충격 해석방법 분석

최익현*

Analytical Methods on Low-Velocity Impact of Aircraft Composite Structures

Ik-Hyeon Choi*

Abstract

Some analytical methods to analyze low-velocity impact force history of composite laminated structures used in aerospace vehicles are reviewed. A classical method used at initial research of low-velocity impact problem in 1980s was reviewed on its physical meaning, and the approximate method assuming the shape of impact force history as a sinusoidal wave was reviewed. A parametric study on contact constant and exponent in contact law was performed in order to analyze an effect on impact force history, and finally it was understood that impact force history could be analyzed accurately even though the linearized contact law was used. Also, in this paper it was shown that impact problem could be analyzed simply and easily using a commercial finite element code.

초 록

항공우주비행체에 사용되고 있는 복합적층재 구조물에 대한 저속충격 하중이력을 해석하는 방법들에 대하여 고찰하였다. 저속충격문제 연구 초기인 1980년대에 사용된 고전적인 해석방법의 물리적 의미를 살펴보고, 정현파의 형상으로 가정하여 근사적으로 충격하중이력을 계산하는 방법에 대해서 살펴보았다. 접촉법칙의 접촉계수나 지수의 크기가 충격하중이력의 해석결과에 미치는 영향을 분석하였고, 결과적으로 선형화된 접촉법칙을 사용하여 충격하중이력을 정확히 해석할 수 있음을 파악하였다. 뿐만 아니라 본 논문에서 제시된 해석 방법을 사용함으로써, 범용 유한요소해석 코드를 사용하여 충격문제를 용이하게 해석할 수 있음을 보였다.

키워드 : 복합적층판(composite laminates), 저속충격(low-velocity impact), 하중이력(force history), 선형화된 접촉법칙(linearized contact law), 스프링 요소(spring element)

* 체계종합그룹/ihchoi@kari.re.kr

1. 서론

저속충격을 받는 복합적층판의 충격문제를 해석하고자 하는 연구는 1980년대 이후 많은 연구자들에 의하여 시도되었으며, 이러한 연구결과들을 분석하고 연구방법들을 비교 검토한 논문도 일부 보고되고 있다[1-3].

복합적층판에 대한 저속충격해석은 1970년대 후반 및 1980년대에 걸쳐 진행된 미국 Purdue 대학교의 C. T. Sun 교수에 의한 일련의 연구[4-8]가 대표적인 것으로 보인다. 1977년 C. T. Sun은 수정된 Hertz의 접촉법칙을 제안하였고, 이를 충격해석에 적용하였다[4]. 그 후 1981년 Yang과 Sun은 정적압입실험을 통하여 실험적 압입법칙을 발표하였으며[5], 1982년에는 Tan과 Sun이 이 법칙을 적용하여 충격문제를 해석할 수 있는 유한요소해석 프로그램을 개발하였다[6]. 그들은 이 프로그램을 사용하여 시험결과와 잘 일치하는 해석결과를 얻을 수 있음을 보였다. 이후 Chen과 Sun 등은 이상의 방법으로 많은 충격문제를 해석하였다[7,8].

이상의 연구결과가 발표된 후 많은 수의 연구자들이 C. T. Sun의 이러한 접근방법을 사용하여 충격문제를 해석하여 왔다[9-11]. Choi 등도 C. T. Sun의 방법에 따라 충격해석용 유한요소해석 프로그램을 구성하였으며, 그들은 C. T. Sun이 제안한 수정된 Hertz의 접촉법칙을 사용하여 충격하중이력을 해석하였다[11]. 또한 적층판의 대 처짐 효과를 고려하여 기하학적 비선형해석도 수행하였다. 그러나 이 같은 방법으로 충격문제를 해석하기 위해서는 각 연구자가 매우 복잡한 유한요소해석 프로그램을 직접 코딩하여 개발하여야 하기 때문에 매우 복잡하고 번거로운 측면이 있었다.

따라서 Choi 등은 충격하중이력에 대한 용이한 계산을 위하여, 충격현상에 대한 일반적인 물리법칙을 적용하여 충격하중이력을 근사적으로 계산하는 방법을 제안하기도 하였다[12]. 그러나 충격체의 질량이 적층판에 비하여 상대적으로 작은 경우에는 충격하중이력의 변화가 너무 커지기

때문에 이 방법의 적용이 곤란하였다.

최근 Choi는 수정된 Hertz의 접촉법칙이나 실험적 정적압입법칙에서 사용된 접촉상수나 지수의 크기 등을 변화시켜가며 충격하중이력을 해석함으로써 접촉법칙이 충격문제의 해석결과에 미치는 영향을 분석하였다[13]. Choi는 이러한 분석을 통하여 접촉법칙에서의 지수를 1.5가 아니고 1로 한 선형화된 접촉법칙을 사용하여도 충격문제를 잘 해석할 수 있음을 보였다. 이는 적층판과 같이 판구조물의 경우에는 대부분의 충격에너지가 압입 발생 등의 접촉현상에 의하여 흡수되기보다는 굽힘이나 전단 등의 구조적 현상에 의하여 흡수되기 때문이라고 분석하였다.

본 논문에서는 이상의 일련의 Choi의 연구결과를 요약하여 살펴보고, 최근 Choi가 제안한 선형화된 접촉법칙의 개념을 적용하고, 이를 범용 유한요소해석 소프트웨어인 MSC/NASTRAN을 사용하여 충격문제를 해석하였으며, 그 결과를 C. T. Sun의 방법에 의한 해석결과와 비교하였다.

2. C. T. Sun의 충격문제 해석방법

2.1 물리적 의미

C. T. Sun의 충격문제 해석방법[6-8]을 살펴보면 다음과 같다. 먼저 그림. 1에서와 같이 충격체의 변위와 적층판의 변위 사이의 차이가 압입량이 된다. 그리고 압입량은 Hertz의 접촉법칙이나 실험적 압입법칙을 사용하여 접촉하중으로 치환될 수 있다. 즉, C. T. Sun의 방법에서는 충격체 및 적층판의 변위와 하중과의 관계를 결정하는 운동방정식이 식 (1) 및 (2)와 같이 각각 존재하며, 이들 사이의 관계를 연계하여 주는 접촉법칙이나 실험적 압입법칙이 식 (3)과 같이 존재한다.

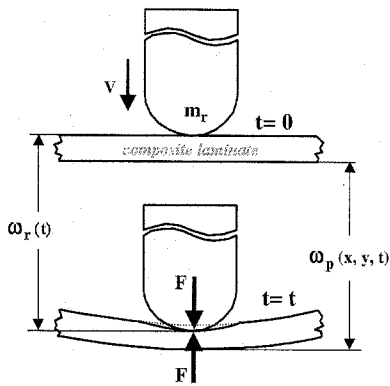
$$[M]_r \{\ddot{x}\}_r + [K]_r \{x\}_r = \{F\}_r \quad (1)$$

$$[M]_p \{\ddot{x}\}_p + [K]_p \{x\}_p = \{F\}_p \quad (2)$$

$$F = f(\alpha) \quad (3)$$

위의 식 (1)과 (2)에서 아래첨자 r 과 p 는 각

각 impactor(충격체) 및 plate(판)를 의미한다. 그림 1에서 w_r 과 w_p 는 각각 앞의 식 (1)과 (2)의 $\{x\}$ 과 $\{x\}_p$ 의 여러 변위값 중에서 충격받은 지점에서의 충격체와 적층판의 변위를 의미한다. 또한 그림 1에서의 하중 F 는 식(1)과 (2)에서의 $\{F\}$ 과 $\{F\}_p$ 중에서 충격지점에서의 접촉하중을 의미한다. 또한 식 (3)에서 α 는 그림 1에서와 같이 결정되는 압입량으로서 w_r 과 w_p 사이의 차이이다.



$\alpha = \omega_r(t) - \omega_p(x, y, t)$: indentation of laminate
 $F = f(\alpha)$: contact force determined by contact law

그림 1. Contact force and indentation determined from difference between displacements of impactor and laminate.

즉, C. T. Sun의 방법에서는 2개의 미분방정식을 별도로 해석하고 이 두 결과 사이의 관계를 접촉법칙으로 연결하여 주어야 하기 때문에 각 연구자들은 상용화된 범용 유한요소해석 소프트웨어를 사용해서는 문제를 해석할 수 없고, 자신들만의 해석 프로그램을 직접 코딩하여 개발하여야 한다.

2.2 해석 프로그램 구성

Choi등은 앞에서 설명한 바와 같이 C. T. Sun

의 방법을 적용하여 충격문제해석용 유한요소해석 프로그램을 구성하였다[11]. 이 연구에서는 수정된 Hertz의 접촉법칙을 사용하였으며, 이것은 충격체와 적층판의 물성치로부터 접촉법칙의 계수와 지수를 간편하게 계산할 수 있어, 접촉법칙을 용이하게 적용할 수 있다.

다음의 식 (4)와 (5)는 수정된 Hertz의 접촉법칙을 나타낸 것이다. 식(4)에서의 접촉계수, k 값은 식 (5)와 같이 결정된다.

$$F = k\alpha^{1.5} \quad (4)$$

$$k = \frac{4}{3} \frac{R^{1/2}}{\frac{1-\nu_r^2}{E_r} + \frac{1}{E_p}} \quad (5)$$

식 (5)에서 R 은 충격체 접촉부위의 반경, ν_r 은 충격체의 Poisson's ratio, E_r 과 E_p 는 각각 충격체와 적층판의 두께방향 Young's modulus이다. 그림 2에서는 수정된 Hertz의 접촉법칙의 예를 그래프로 보여주고 있다. 접촉하중과 압입과의 관계가 비선형적임을 알 수 있다.

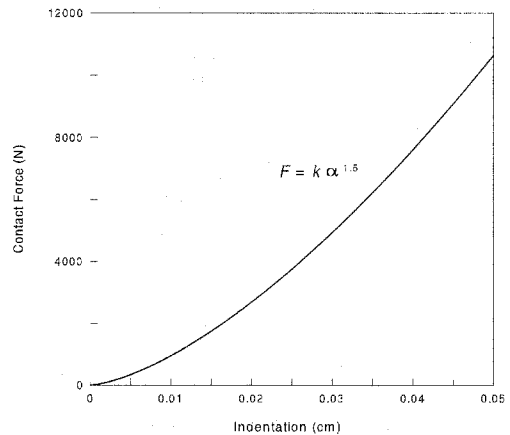


그림 2. Relation between contact force and indentation in modified Hertzian contact law.

그림 3에서는 Choi가 구성한 프로그램에 대한 알고리즘을 보여주고 있다. 계산과정을 간략히

살펴보면 먼저 접촉하중의 초기치를 가정하고, 앞 절의 식 (1)과 (2)에서 각각 변위를 계산하여 압입을 계산하면 식 (3)으로부터 접촉하중이 계산된다. 계산된 접촉하중을 다시 식 (1)과 (2)에 넣고 변위를 계산하여 압입을 계산하고 식 (3)으로부터 접촉하중을 계산한다. 이상의 과정을 접촉하중이 수렴할 때까지 반복하여 하중과 변위를 결정하면 다음 시간 증분으로 넘어간다. 그런데 이 때 적층판의 대처짐을 고려하여 기하학적 비선형 해석을 수행하는 경우에는 앞에서 언급한 매회 반복수행 과정의 내부에 기하학적 비선형 해석의 수렴을 위한 또 다른 반복수행 과정이 필요하다. 이처럼 충격문제의 해석과정은 매우 많은 수의 반복수행이 요구되며 이를 풀기 위한 알고리즘도 복잡하다.

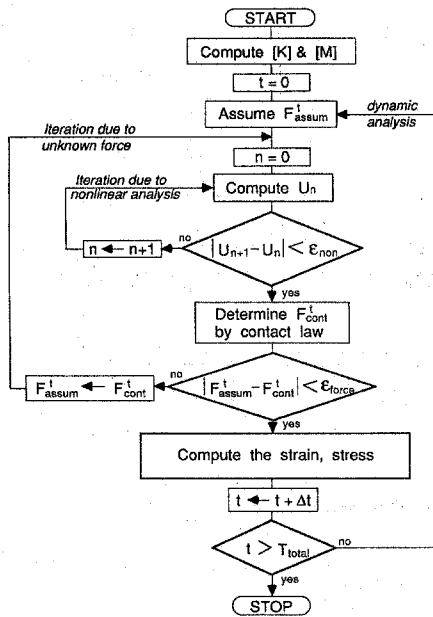


그림 3. Impact analysis program algorithm.

2.3 C.T.Sun 방법에 의한 해석결과

그림 4와 5는 앞 절의 알고리즘을 적용하여 계산된 충격하중이력의 예이다. 사용된 적층판 및 충격체의 물성치는 표 1에서 보여주고 있다.

표 1. Material properties and other conditions.

| | |
|--------------------|---|
| prepreg model no. | HFG CU-125 graphite/epoxy |
| stiffness | $E_1=135.4 \text{ GPa}, E_2=E_3=9.6 \text{ GPa}$ $G_{12}=G_{13}=4.8 \text{ GPa}, G_{23}=3.2 \text{ GPa}$ |
| Poisson's ratio | $\nu_{12}=0.31, \nu_{23}=0.52$ |
| Density | 1580 kg/m^3 |
| stacking sequence | $[0/90]_{4S}$ |
| thickness of ply | 0.1125 mm |
| size of laminate | 10 x 10 cm |
| boundary condition | 4 edges fixed |

그림 4와 그림 5를 통하여 복합적층판의 저속 충격 하중이력의 특성을 이해할 수 있다. 먼저 그림 4는 충격체의 충격속도는 일정하고 충격체의 질량이 변하는 경우에 대한 해석결과이다. 그림에서 M/m 은 충격체의 질량/적층판의 질량을 나타내는 상대적인 질량비로서 M/m 이 커질수록, 즉 충격체의 질량이 커질수록 접촉시간이 길어지고, 전체적인 형상이 정현파의 형상을 하는 것을 알 수 있다. 그리고 충격하중이력의 두 번째 변동의 주기와 크기는 대체로 일정하며, 따라서 질량비가 작을수록 충격하중이력의 전체적인 형상이 정현파의 형상으로부터 벗어나고 있음을 알 수 있다.

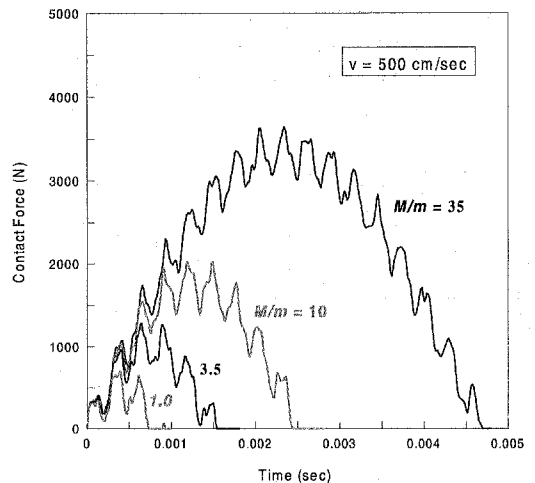


그림 4. Impact force histories using modified Herzian contact law.

그림 5는 질량비가 일정하고 충격체의 충격속도가 변하는 경우에 대한 충격하중이력에 대한 해석결과이다. 하중이력의 전체적인 형상은 동일하며, 다만 충격속도에 따라 충격하중이력의 크기가 정비례하고 있음을 알 수 있다.

이상의 두 결과로부터 충격하중이력의 전체적인 형상은 정현파의 형상을 가지며, 충격체의 질량이 증가함에 따라 충격접촉주기 및 최대충격하중의 크기가 증가하며, 충격체의 속도가 증가함에 따라 최대충격하중의 크기는 정비례적으로 증가함을 알 수 있다. 또한 부가적으로 충격하중이력의 두 번째 변동의 크기는 충격체의 충격속도에 의하여 결정이 된다는 것을 파악할 수 있다.

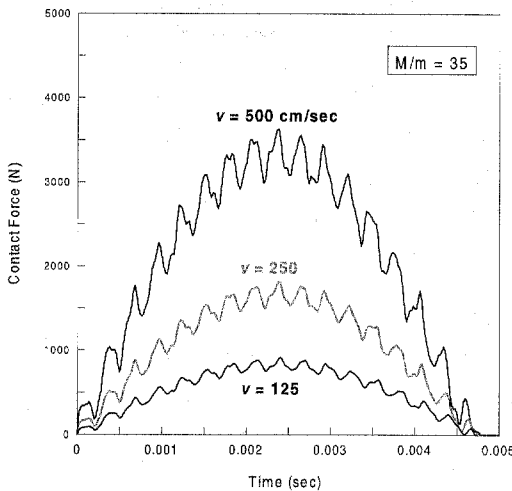


그림 5. Impact force histories using modified Hertzian contact law.

3. 근사적 해석방법

3.1 고유진동수를 이용한 모델

Choi 등은 그림 6과 같이 충격체의 질량을 적층판의 충격지점에 고정된 lumped mass system의 고유진동수를 구하고, 이들 값과 앞 절의 방법대로 수정된 Hertz의 접촉법칙을 이용하여 계산한 충격하중이력의 주파수 특성이 서로 일치한다는 것을 발견하였다[12]. 즉, 충격으로 인한 충

격체와 적층판 사이의 접촉주기는 lumped mass system의 첫번째 고유진동 주기의 절반이라는 것을 파악하였다. 이들은 이 특성과 충격량과 운동량 보존의 법칙을 활용하여 근사적으로 충격하중이력을 계산할 수 있는 방법을 제안하였으며, 이 과정을 살펴보면 다음과 같다.

먼저 충격하중이력의 형상은 식 (6)과 같이 정현파로 가정된다. 여기서 T_l 은 lumped mass system의 첫번째 고유진동 주기로서 충격접촉주기의 두 배이다.

$$F(t) = c_l \sin \frac{2\pi t}{T_l} \quad \left(0 \leq t \leq \frac{T_l}{2} \right) \quad (6)$$

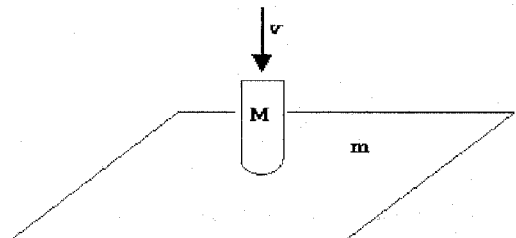
여기에 식 (7)과 같이 충격량-운동량 보존의 법칙을 적용한다

$$2Mv = \int_0^{T_l} F(t) dt \quad (7)$$

위 식에서 M 과 v 는 각각 충격체의 질량과 속도이다. 식 (6)에 식 (7)을 적용하여 미지수 c_l 을 계산하면 다음의 식 (8)과 같이 근사화된 충격접촉하중이력을 구할 수 있다.

$$F(t) = \frac{2\pi Mv}{T_l} \sin \frac{2\pi t}{T_l} \quad \left(0 \leq t \leq \frac{T_l}{2} \right) \quad (8)$$

이들은 나아가 충격체가 한 일의 양이 동일하다고 하는 것과 충격하중이력의 초기 기울기가 동일하다고 하는 등의 가정으로부터 적층판의 대 처짐 효과를 고려한 기하학적 비선형해석에 대한 충격접촉하중이력도 근사적으로 구할 수 있음을 보였다[12].



(a) Impact system

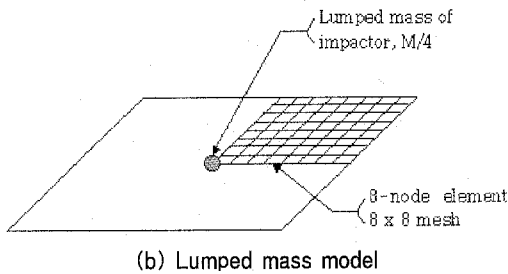


그림 6. Finite element modeling of lumped mass model for eigenvalue analysis.

3.2 근사적 해석방법에 의한 결과

그림 7은 앞의 그림 4와 동일한 충격조건에 대하여 수정된 Hertz의 접촉법칙을 적용하여 C. T. Sun의 방법대로 해석한 결과와 앞 절의 근사화된 해석방법에 따른 결과를 비교한 것이다. 충격하중이력의 두 번째 변동에 의한 차이는 해석할 수 없지만 대략적인 형상과 크기는 계산할 수 있음을 알 수 있다. 마찬가지로 그림 8은 앞의 그림 5와 동일한 충격조건에 대하여 두 결과를 비교한 것이다. 대체로 정확히 근사화한 해석결과를 보여주고 있음을 알 수 있다.

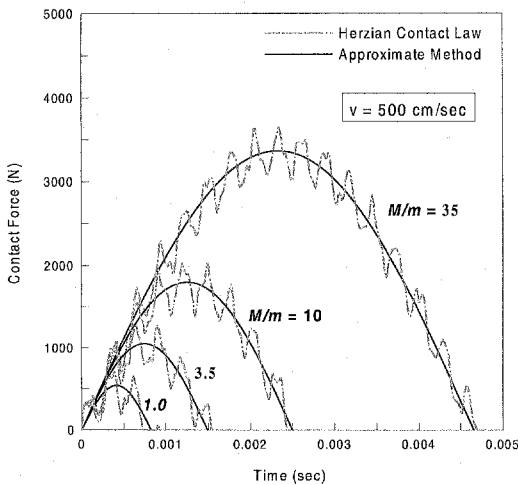


그림 7. Impact force histories using modified Herzian contact law and approximate method.

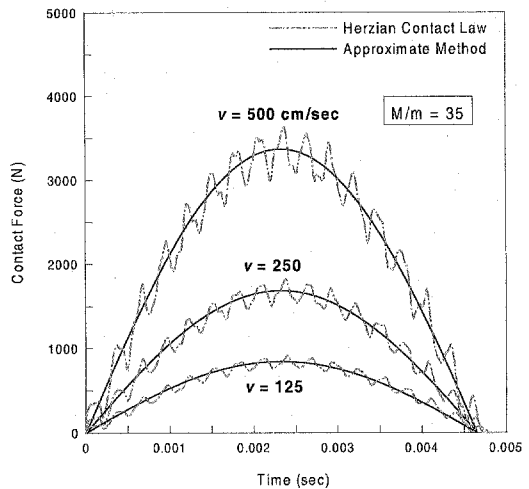


그림 8. Impact force histories using modified Herzian contact law and approximate method.

그림 9는 충격체의 질량이 매우 작은 경우에 대한 해석결과이다. 이런 경우에는 충격하중이력의 형상이 정현파의 형상과 너무 차이가 크기 때문에 근사화된 해석방법을 적용할 수 없다는 것을 알 수 있다.

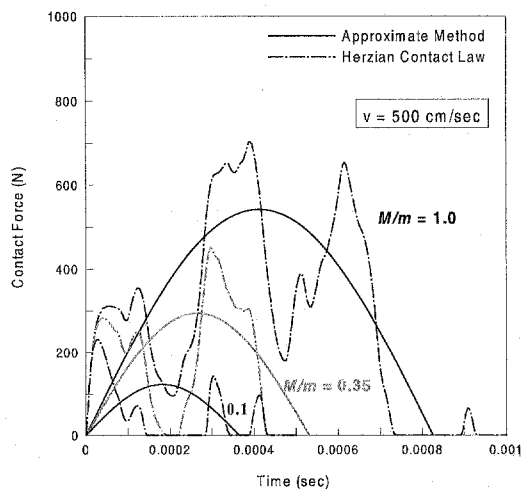


그림 9. Impact force histories using modified Herzian contact law and approximate method.

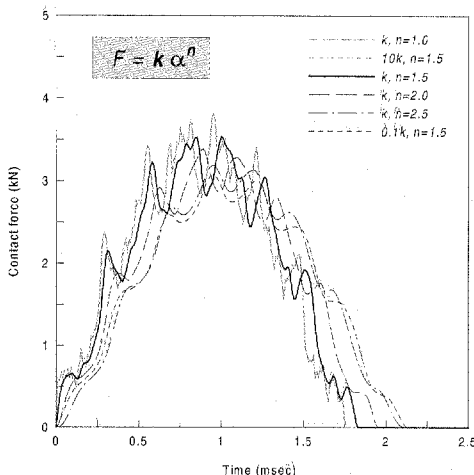
이상의 결과로부터 충격체의 질량이 상대적으로 적층판에 비하여 큰 경우에는 근사화된 해석

방법을 적용하여 적절한 근사치를 계산할 수 있으나, 충격체의 질량이 작은 경우에는 이의 적용이 적절하지 않다는 것을 알 수 있다.

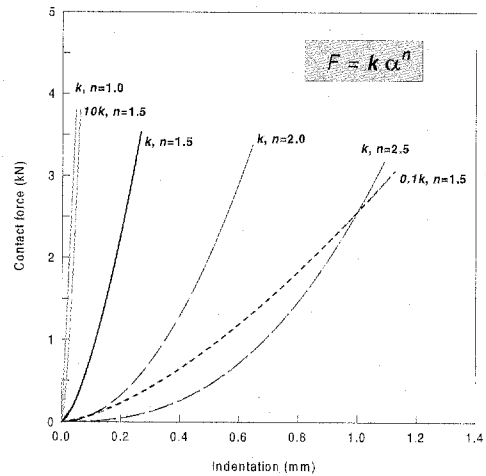
4. 선형화된 접촉법칙 및 해석방법

4.1 선형화된 접촉법칙

Choi 는 최근 C. T. Sun의 해석방법의 물리적인 의미를 고찰하고, 실험적 정적압입법칙과 수정된 Hertz의 접촉법칙이 해석결과에 미치는 영향을 분석하였다[13]. 또한 접촉법칙에 사용되는 접촉계수와 지수의 크기를 변화시켜가며 해석결과에 미치는 영향을 고찰하였다. 다음의 그림 10 (a)는 접촉계수의 크기를 10배, 1배, 0.1배의 크기로 변화시키고, 지수의 크기는 1.0, 1.5, 2.0, 2.5로 변화시켜가며, 충격하중이력을 해석한 결과를 보여주고 있다. 그림 10 (b)는 이 때의 접촉하중-압입의 관계를 보여주고 있다. 이 그림으로부터 접촉계수나 지수의 변화에 대하여 충격하중이력의 변화는 상대적으로 크지 않다는 것을 있다[13].



(a) Impact force histories



(b) Contact force - indentation curves

그림 10. Impact force histories and contact force - indentation curves according to various contact constants and exponents.

결론적으로 다음과 같은 방법으로 선형화된 접촉법칙을 적용하여 충격하중이력을 해석할 수 있다고 하였다. 본 논문에서는 이 방법을 적용하여 앞의 충격문제 예들을 해석하고, 그 결과를 비교하여 보았다.

식 (9)는 Choi가 제안한 선형화된 접촉법칙이다.

$$F = k_i \alpha \quad (9)$$

여기서 k_i 은 선형화된 접촉법칙의 접촉계수로 식 (10)과 같이 결정된다.

$$k_i = F_m^{1/3} k^{2/3} \quad (10)$$

위 식에서 F_m 은 최대충격접촉하중이고, k 는 앞의 식 (5)에 의하여 결정되는 수정된 Hertz의 접촉법칙에서의 접촉계수이다.

그림 11은 선형화된 접촉법칙과 수정된 Hertz의 접촉법칙과의 차이를 시각적으로 보여주는 그림이다. 선형화된 접촉법칙은 최대충격접촉하중으로부터 원점까지 직선으로 연결되고 있다.

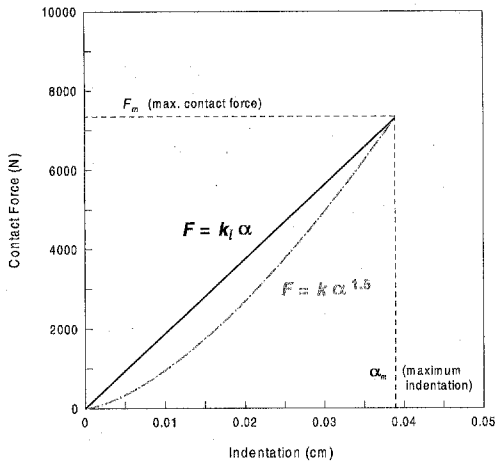


그림 11. The linearized contact law and the modified Hertzian contact law.

4.2 스프링/갭요소를 적용한 해석 모델

Choi 는 앞 절의 선형화된 접촉법칙을 사용하는 경우에는 다음의 그림 12와 같이 새로운 충격 문제 해석모델을 구성할 수 있으며, 이러한 경우에는 범용 유한요소해석 소프트웨어를 사용하여도 충격문제에 대한 해석이 가능하다고 하였다 [13]. 이 그림에서 스프링요소의 스프링 상수는 식 (10)에서 결정되는 선형화된 접촉법칙의 접촉 계수이다.

본 연구에서는 앞의 충격문제 예들에 대하여 MSC/NASTRAN에서 제공하는 스프링요소를 사용하여 해석을 수행하고 수정된 Hertz의 접촉법칙을 적용한 결과와 비교하였다.

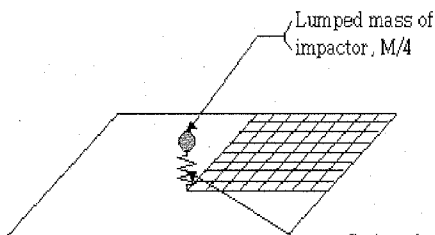


그림 12. Spring element model for impact analysis using the linearized contact law.

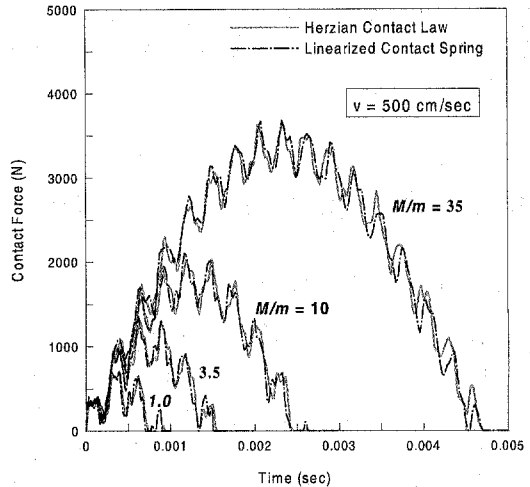


그림 13. Impact force histories using the modified Hertzian contact law and the spring element model.

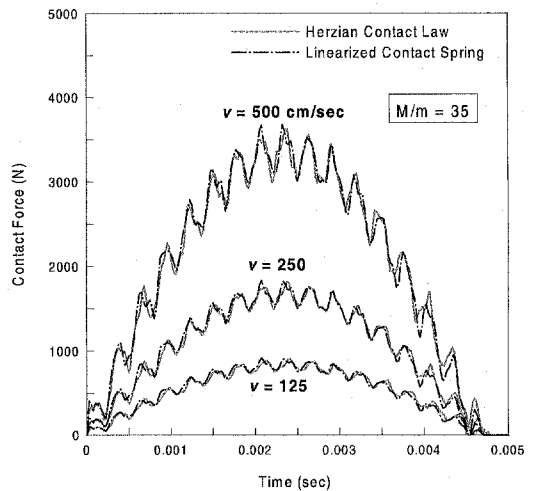


그림 14. Impact force histories using the modified Hertzian contact law and the spring element model.

먼저 그림 13과 그림 14는 앞의 그림 7 및 그림 8과 동일한 충격조건에 대한 해석결과로서 두 결과사이에 큰 차이없이 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 또한 그림 15는 충격체의 질량이 크지 않은 경우에 대한 해석결과로서, 앞의 그림 9에서 근사화된 해석방법으로 정확한 해석이 곤란했

던 것과는 달리 매우 정확한 해석결과를 제공해 주고 있음을 알 수 있다. 다만 이 경우에는 충격이 진행되는 도중에 접촉이 중단되는 현상이 발생하기 때문에 스프링요소 대신에 갭요소를 적용하여 해석을 수행하여야 한다. 갭요소는 압축시에는 스프링요소와 동일한 강성 효과를 갖지만 인장시에는 강성이 0로서 구속력이 없는 요소를 의미한다. MSC/NASTRAN과 같이 대부분의 범용 유한요소해석 코드에서는 이 같은 특성의 1차원 요소를 제공하고 있다.

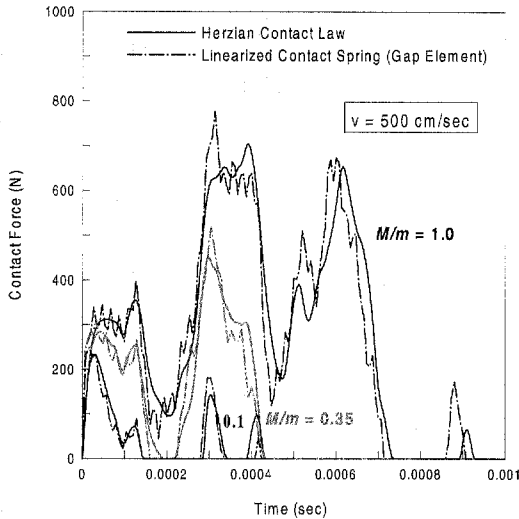


그림 15. Impact force histories using the modified Hertzian contact law and the spring element model.

끝으로 그림 16은 적층판의 대치집효과를 고려하여 기하학적 비선형해석을 수행한 결과로서 역시 스프링요소 모델 방법을 사용하여도 수정된 Hertz의 접촉법칙을 적용하여 해석한 결과와 매우 잘 일치하는 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

또한 그림 14와 그림 16의 결과를 비교하여보면, 선형해석의 경우에는 충격체의 질량이 일정한 경우에 충격체의 속도가 증가하면 충격하중이력의 접촉주기는 변하지 않고 충격하중이력의 크기만 정비례하여 증가하는 것으로 나타났지만, 더욱 정확한 해석을 위해 대치집효과를 고려하여

기하학적 비선형해석을 수행하면 충격체의 충격속도가 증가할수록 충격접촉하중이력의 접촉주기가 감소하면서 동시에 충격접촉하중의 크기가 더 급격히 증가한다는 것을 알 수 있다.

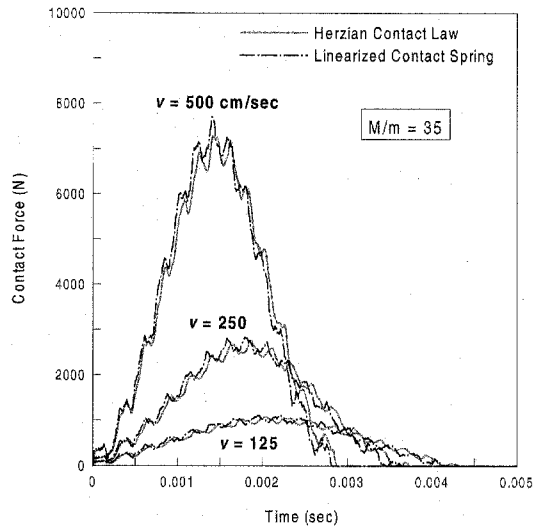


그림 16. Impact force histories from geometrical nonlinear analysis using the modified Hertzian contact law and the spring element model.

5. 결 론

복합적층판의 저속충격하중이력을 해석하기 위한 여러 방법들을 살펴보고 이를 충격문제에 적용하여 해석을 수행하였다. '수정된 Hertz의 접촉법칙을 적용하여 C. T. Sun의 방법대로 해석을 수행한 결과'와 '선형화된 접촉법칙 및 범용 소프트웨어인 MSC/NASTRAN에서 제공하는 스프링/갭 요소를 적용하여 충격문제를 해석한 결과'를 비교하였으며 두 결과가 잘 일치하고 있음을 알 수 있었다. 결론적으로 선형화된 접촉법칙에 기초한 스프링요소 모델링 기법은 복합적층판에 대한 충격문제의 해석에 매우 유용하게 적용될 수 있음을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

1. Abrate, S., "Modeling of Impacts on Composite Structures", *Composite Structures*, Vol. 51, 2001, pp.129-138.
2. Abrate, S., "Impact on Laminated Composite : Recent Advances", *Applied Mechanics Review*, ASME, Vol. 47, No. 11, 1994, pp.517-544.
3. Cantwell, W. J. and Morton, J., "The Impact Resistance of Composite Materials - A Review", *Composites*, Vol. 22, No. 5, 1991, pp.347-362.
4. Sun, C. T., "An Analytical Method for Evaluation of Impact Damage Energy of Laminated Composites", *ASTM STP 617*, American Society for Testing and Materials, 1977, pp.427-440.
5. Yang, S. H. and Sun, C. T., "Indentation Law for Composite Laminates", *ASTM STP 787*, American Society for Testing and Materials, 1981, pp.425-449.
6. Tan, T. M. and Sun, C. T., "Wave Propagation in Graphite/Epoxy Laminates Due to Impact", *NASA CR 168057*, 1982.
7. Sun, C. T. and Chen, J. K., "On the Impact of Initially Stressed Composite Laminates", *Journal of Composite Materials*, Vol. 19, 1985, pp.490-504.
8. Chen, J. K. and Sun, C. T., "Dynamic Large Deflection Response of Composite Laminates Subjected to Impact", *Composite Structures*, No. 4, 1985, pp.59-73.
9. Wu, H. T. and Chang, F. K., "Transient Dynamic Analysis of Laminated Composite Plates Subjected to Transverse Impact", *Computers & Structures*, Vol. 31, No. 3, 1989, pp.453-466.
10. Finn, S. R. and Springer, G. S., "Delaminations in Composite Plates Under Transverse Static or Impact Loads - A Model", *Composite Structures*, Vol. 23, 1993, pp. 177-190.
11. Choi, I. H. and Hong, C. S., "Low-Velocity Impact Response of Composite Laminates Considering Higher-Order Shear Deformation and Large Deflection", *Mechanics of Composite Materials and Structures*, Vol. 1, 1994, pp.157-170.
12. Choi, I. H. and Hong, C. S., "New Approach for Simple Prediction of Impact Force History on Composite Laminates", *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 10, 1994, pp.2067-2072.
13. 최익현, "복합적층판에 대한 저속충격해석과 접촉법칙", *한국복합재료학회지*, 제 16권, 제 1호, 2003, pp.50-57.