

유한요소법과 ACSL을 이용한 Linear Stepping Motor의 진동특성에 관한 연구

A Study on the Vibration Characteristics of Linear Stepping Motor using FEM and ACSL

이상호*, 김중기**, 오홍석***
Sang-Ho Lee*, Jung-Ki Kim**, Hong-Seok Oh***

<Abstract>

In this paper, the vibration characteristics of a linear stepping motor(LSM) are analyzed using the finite element method(FEM : Flux2D) and ACSL. A magnetic equivalent circuit is based on the structure of the LSM, and then the electric equivalent circuit of the LSM is derived by solving equations for the magnetic equivalent circuit. A normal force is calculated using FEM. And the vibration characteristics of the LSM are simulated by the ACSL with the voltage equations, the thrust equations, the normal force equations and the kinetic equations, and are measured by LASER experimental system.

Key words: LSM, FEM, ACSL, magnetic equivalent circuit

1. 서론

최근 선형 스텝핑 전동기(Linear Stepping Motor : 이하 LSM이라 칭함.)는 회전형 스텝핑 전동기(Rotary stepping motor)와 같이 개루프 제어(Open loop control)로도 정확한 위치제어가 가능하다.^{[1][2]} 특히, 운동 변환 기구 없이 입력신호에 따라 선형적인 변위를 발생시키는 다이렉트 드라이브(Direct Drive)방식의 전동기이다. 따라서 LSM은 자동반송장치, 의료기기, OA, FA 응용 등에 다양하게 사용될 것으로 사료된다.^[3]

그러나, LSM은 구동시 구조적으로 큰 진동이 발생됨으로서 추력이 급격히 떨어질 때가 있으며, 최악의 경우에는 역전이나 탈조현상이 발생하고, 또한 소음의 원인이 되기 때문에 응용에 있어서 많은 제약을 받고 있는 실정이다.^{[4][5]} 따라서 본 논문에서는 가동자의 이동방향에 따른 진동과 고정자에 대하여 수직으로 작용하는 진동을 동시에 고려할 수 있는 이론을 제시함에 있어서, LSM의 구조를 기초로 자기등가회로를 구성하였으며, 자기등가회로에 대한 방정식을 이용하여 LSM의 전기적인 등가회로를 유도하였다.^{[6]-[7]} 그리고, LSM의 변위에 따른 수

* 정회원 : 삼척대학교 소방방재학부 부교수, 工博
245-711/강원도 삼척시 교동 산 253번지

** 정회원 : 영남이공대학 전기전자계열 교수, 工博
705-703/대구광역시 남구 대명 7동 1737번지

*** 정회원 : 삼척대학교 소방방재학부 겸임교수, 工博
245-711/강원도 삼척시 교동 산 253번지

* Associate Professor, School of Fire & Disaster
Prevention, Samcheok National University.
E-mail : shlee@samcheok.ac.kr

** Professor, School of Electrical & Electronic Eng.
Yeungnam College of Science & Technology.
E-mail : kjk@ync.ac.kr

*** Part-Time Lecture, School of Fire & Disaster
Prevention, Samcheok National University.
E-mail : ohhong@dreamwiz.com

직력 분포를 유한요소법(FEM : Flux2D)으로 계산하였으며 이를 수직력 방정식으로 유도하였다. 최종적으로 LSM의 전압방정식, 추력 및 수직력 방정식, 운동방정식을 사용하여 1상 여자방식에 의한 가동자의 이동방향에 따른 진동과 고정자에 대하여 수직으로 작용하는 진동을 ACSL에 의하여 시뮬레이션 하였고, 또한 레이저 측정 시스템을 이용하여 진동특성을 측정하였다.

2. LSM의 기본구조 및 유한요소 해석

2.1 LSM의 기본구조

Fig.1은 LSM의 구조를 나타내고 있다. Fig.1에서 가동자는 A상과 B상의 전자석이 이동방향의 전후로 배치되어 있으며 A상의 코일은 자극1(1-pole)과 자극2(2-pole)의 극성이 서로 반대가 되도록 감겨져 있고, B상의 코일은 자극3(3-pole)과 자극4(4-pole)의 극성이 서로 반대가 되도록 감겨져 있다. 또한, 각각의 전자석에는 두 개의 자극으로 되어 있으며, 자극1과 자극2 및 자극3과 자극4는 각각 $(n + 1/2) T_p$ (치피치) 만큼 엇갈리고, 자극1과 자극3 및 자극2와 자극4는 서로 $(n + 1/4) T_p$ 또는 $(n + 3/4) T_p$ 만큼 엇갈려 배치되어 있다.

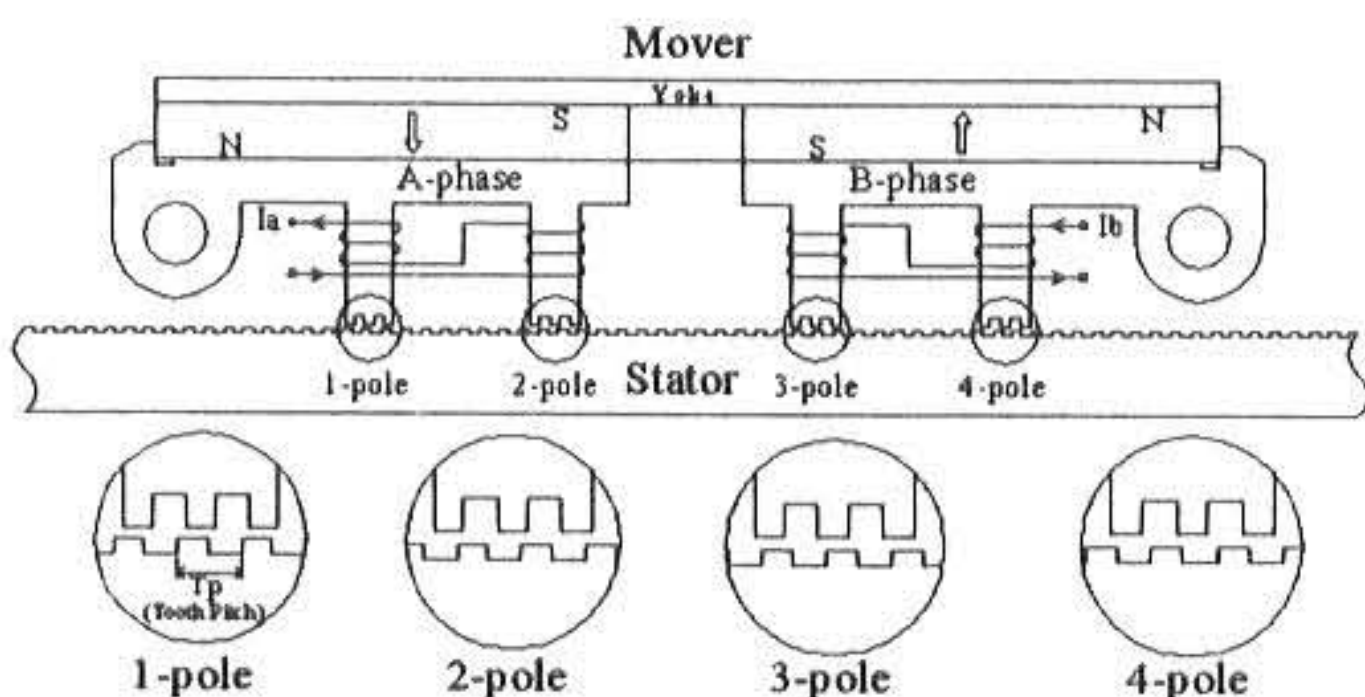


Fig.1 The basic structure of LSM

2.2 LSM의 유한요소 해석

본 논문에서는 유한요소 해석 전용 소프트웨어(Flux2D)를 이용하여 LSM의 자기회로를 해석하였으며, 아래와 같은 가정을 하였다.

- 1) 벡터포텐셜은 축방향 성분인 A_z 만 존재하며, 따라서 전류밀도도 Z성분만 존재한다.
- 2) 전류밀도는 도체내에서 일정하다.
- 3) 철심은 등방성이고 자화의 특성은 비선형이다.

4) 히스테리시스 손실과 와전류손은 무시한다.

Fig.2는 LSM의 2차원 유한요소해석을 위한 모델을 나타내고 있다. 모든 경계에서의 포텐셜을 Zero(0)로 하였다.

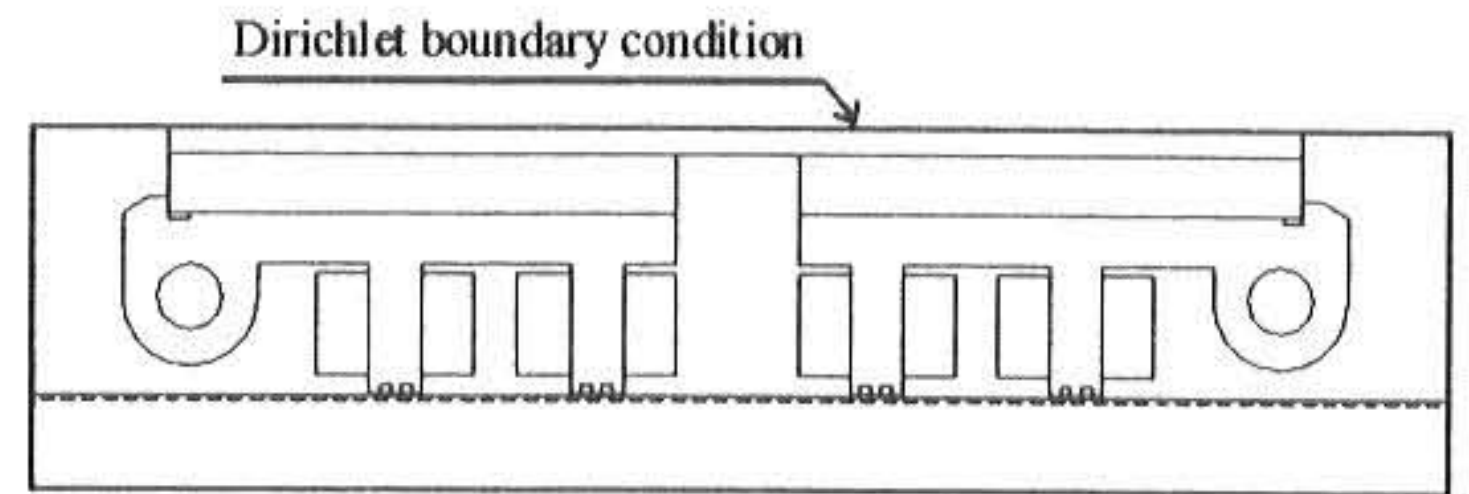


Fig.2 The FE-model of LSM

2.2.1 지배방정식의 도출

변위전류를 무시할 수 있는 준 정상상태에서 전류밀도 J 와 자계의 세기 H 는 Ampere의 법칙으로부터 식(1)과 같다.

$$\nabla \times H = J \quad [A/m^2] \quad (1)$$

또한, 자계의 세기 H 와 자속밀도 B 사이에는 식(2)의 관계가 성립한다.

$$H = \nu B = \frac{1}{\mu} B \quad (2)$$

여기서 μ 는 투자율이며, ν 는 투자율의 역수, 즉 자기 저항율(reluctivity)이다.

그리고 자속밀도는 연속적 성질을 가졌으므로 식(3)과 같다.

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (3)$$

또한, 임의의 벡터 A 에 대하여 벡터공식을 적용하면 식(4)의 관계가 성립한다.

$$\nabla \cdot (\nabla \times A) = 0 \quad (4)$$

따라서, 식(3)과 식(4)에 의하여 식(5)와 같이 표현되어진다.

$$B = \nabla \times A \quad [wb/m^2] \quad (5)$$

식(5)로 정의되는 벡터 A 를 벡터포텐셜이라고 한다. 한편, 미소 전류소로부터 거리 R_i 만큼 떨어진 점의 자기 벡터포텐셜 A 는 Biot-savart의 법칙으로부터 식(6)과 같이 쓸 수 있다.

$$A = \frac{\mu}{4\pi} \int_v \frac{J}{R_i} dv \quad [A/m] \quad (6)$$

여기서, dv 는 전류밀도 J 가 갖는 미소의 체적이다.

식(6)에서 알 수 있듯이 벡터포텐셜 A 의 방

향과 전류밀도 J 의 방향이 같으므로 벡터포텐셜 A 와 전류밀도 J 는 가정에 의해 Z방향의 성분만 갖는다. 한편, 임의의 공간내의 임의의 점에서 자기 벡터포텐셜 A 가 일의적인 값을 가지려면 벡터포텐셜 A 의 회전과 발산 및 경계조건이 정의되어야 하는데 벡터포텐셜 A 의 발산을 정의하는 방법에는 Lorentz 조건과 Coulomb gauge 조건이 있으나 에너지 변환의 측면에서 전자에너지 변환기기의 제반특성을 해석할 경우에는 일반적으로 벡터포텐셜 A 의 발산을 영으로 취급하는 식(7)과 같은 Coulomb gauge 조건을 이용하고 있다.

$$\nabla \cdot A = 0 \quad (7)$$

그러므로 식(2), 식(5), 식(7)을 식(1)에 대입하고 벡터항등식(Vector Identity)을 이용하여 정리하면 식(8)과 같은 정자장에서의 자기 벡터포텐셜 A 에 의한 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times A \right) = J \quad (8)$$

식(8)에서 A 및 J 의 Z축 성분만을 고려하면, 식(9)와 같은 Poisson방정식이 된다. 이것이 2차원 정자장의 지배방정식이다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_y} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu_x} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = -J_z \quad (9)$$

2차원장의 정자계를 해석하기 위해서 변분원리에 의한 유한요소법(FEM)을 적용하는 경우, 우선 그 장에 성립하는 범함수를 구해야 한다.

2차원 영역 S 에서는 정자계 energy의 증가량과 외부 에너지 감소량의 차는 식(10)과 같다.

$$\chi = \int_s \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{\mu_y} \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{\mu_x} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy - \int_s J_z A_z dx dy \quad (10)$$

식(10)의 범함수를 최소로 하는 조건인 식(11)로부터 미지의 자기 벡터포텐셜이 구해진다.

$$\frac{\partial \chi}{\partial A_{ie}} = \sum \frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial A_{ie}} = 0 \quad (11)$$

각 요소에서의 자속밀도 $B^{(e)}$ 는 식(5)에 의하여 식(12)와 식(13)으로 주어진다.

$$B^{(e)} = \frac{\partial A^{(e)}}{\partial y} \hat{a}_x - \frac{\partial A^{(e)}}{\partial x} \hat{a}_y \quad (12)$$

따라서, 요소내의 자속밀도의 크기는 식(13)으로부터 구할 수 있다.

$$B^{(e)} = \sqrt{\left(\frac{\partial A^{(e)}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial A^{(e)}}{\partial x} \right)^2} \quad (13)$$

2.2.2 LSM의 수직력 특성 해석

본 논문에서는 수직력 특성을 해석하기 위하여 가상변위법을 이용하였다. Fig.3은 자화곡선을 나타내며, 전체자기수반 에너지는 식(14)와 같다.

$$\begin{aligned} W_{\infty} &= \int_v \left(\int_0^H B dH \right) dv \\ &= \int_v \frac{1}{2} B \cdot H dv \end{aligned} \quad (14)$$

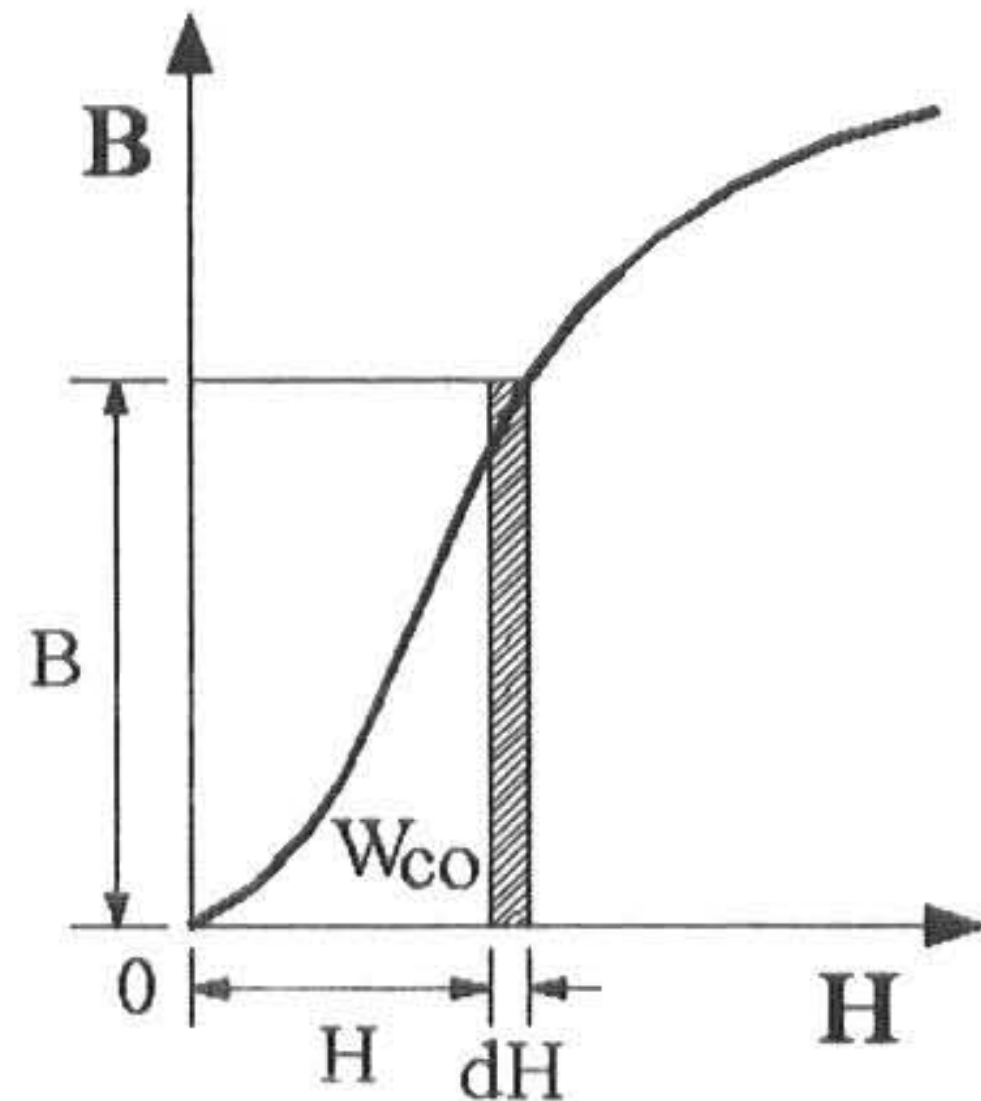


Fig.3 Magnetization curve

식(14)에서 해석 영역을 2차원으로 제한하면 식(15)가 된다.

$$W_{\infty} = \int_s \frac{1}{2\mu} B^2 ds \quad (15)$$

따라서, LSM의 수직력은 자기 수반 에너지 W_{∞} 의 변화량으로 주어지므로 식(16)과 같다.

$$F_y = \frac{\partial W_{\infty}}{\partial x} \quad (16)$$

3. LSM의 특성방정식

3.1 LSM의 수직력 및 운동방정식

Fig.4는 LSM의 수직력 계산을 위한 자속분포를 나타내고 있다.

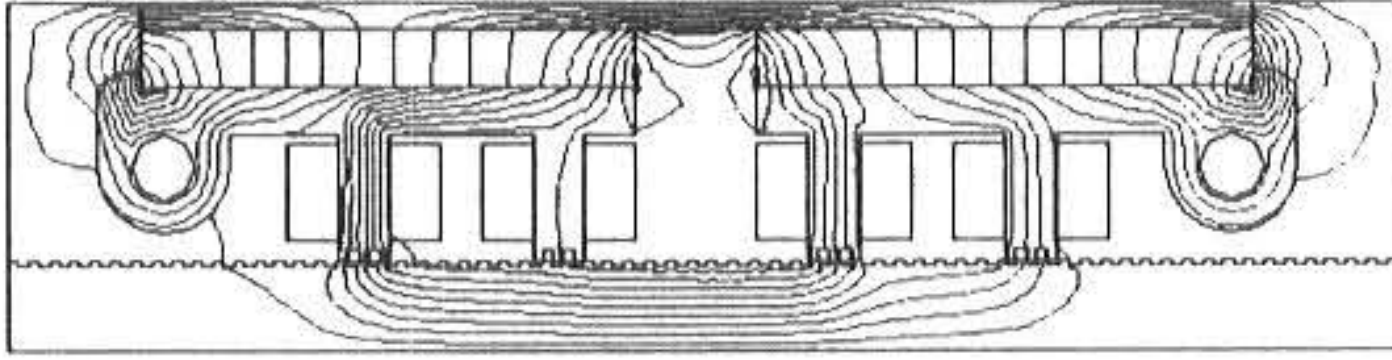


Fig.4 The magnetic flux distribution of LSM

Fig.5는 Fig.4에서 제시한 자속분포를 바탕으로 계산한 수직력을 나타내고 있다.

Fig.5의 수직력 분포를 바탕으로 가동자 변위에 따른 수직력을 근사적으로 나타내면 식(17)과 같으며, 같은 방법으로 B상에 대한 수직력을 나타내면 식(18)과 같다.

$$F_{yA} = K_{yA} I_A \cos \frac{2\pi}{T_p} x + K_{LA} \quad (17)$$

$$F_{yB} = K_{yB} I_B \sin \frac{2\pi}{T_p} x + K_{LB} \quad (18)$$

여기서 K_{yA} 와 K_{yB} 는 수직력 상수[N/A]이고, K_{LA} 와 K_{LB} 는 수직력의 평균값을 나타낸다.

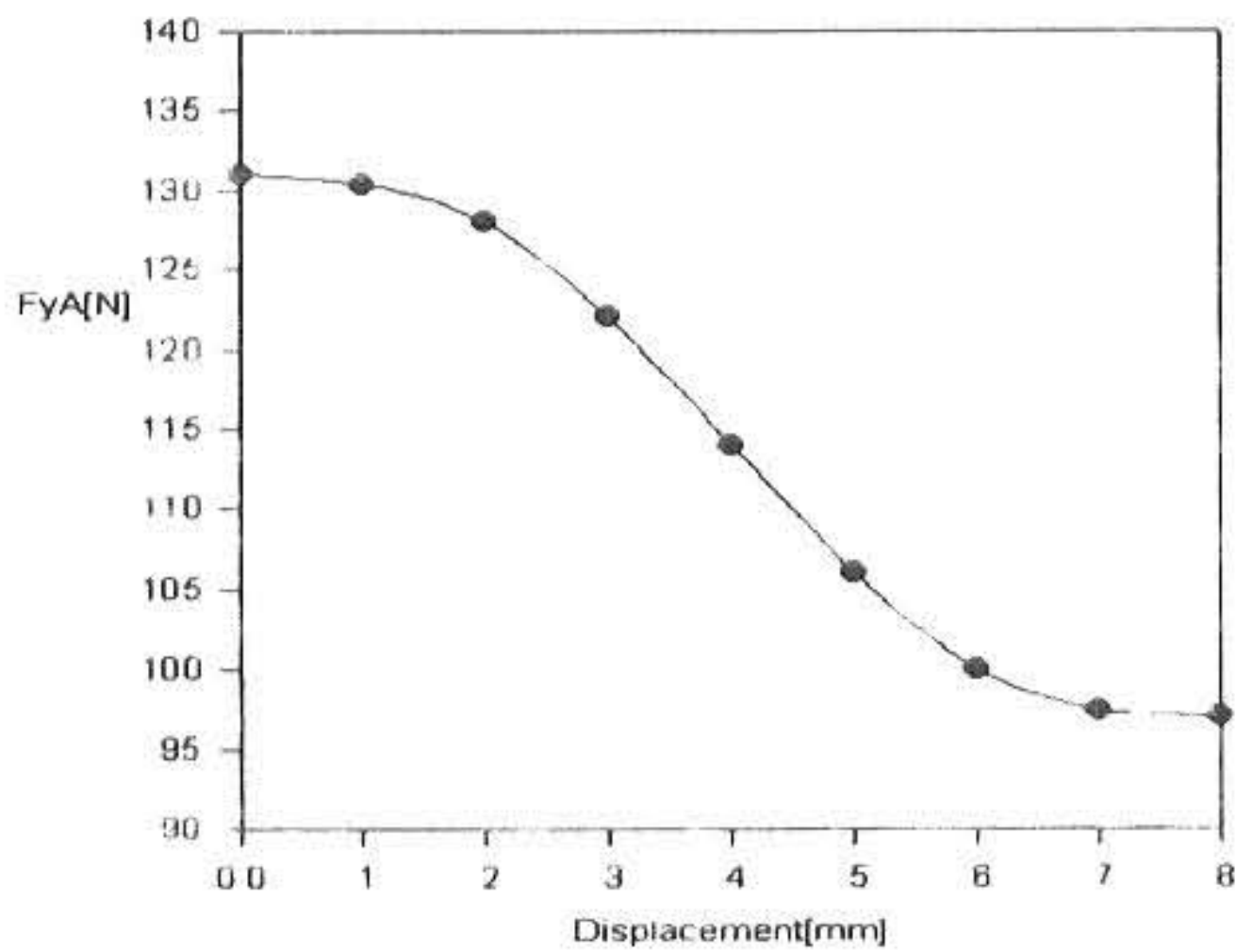


Fig.5 The normal force of LSM(A-phase)

또한, LSM의 고정자에 대한 가동자의 수직 방향의 운동방정식을 나타내면 식(19)와 같다.

$$F_{yA} + F_{yB} = m \frac{d^2 y}{dt^2} + B_c \frac{dy}{dt} + K_c y \quad (19)$$

여기서 m 은 가동자의 질량이며, B_c 는 베어링의 저항력과 관련된 계수이고, K_c 는 등가탄성계수를 나타낸다.

3.2 LSM의 추력 및 운동방정식

Fig.6은 LSM의 자기등가회로를 나타낸다.

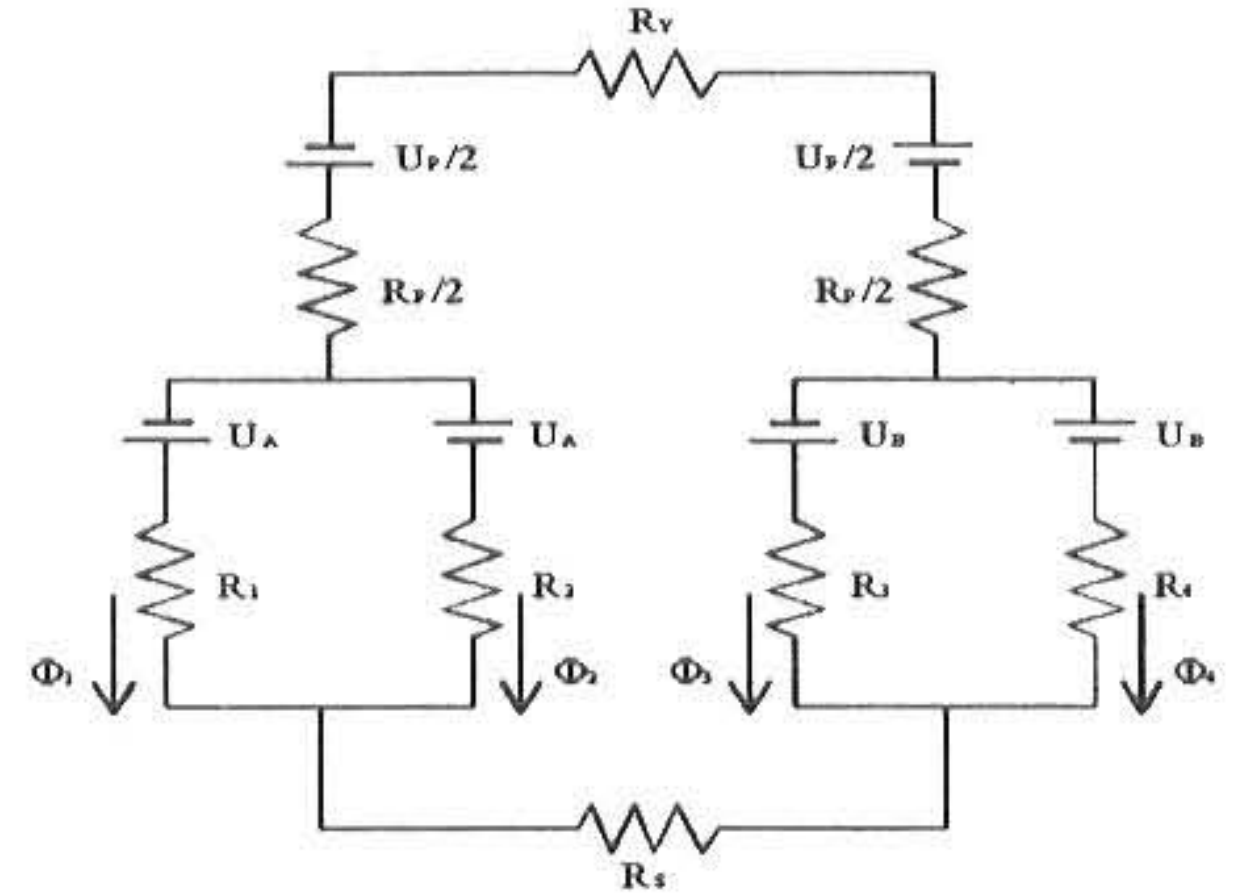


Fig.6 Magnetic equivalent circuit of LSM

여기서, U_P 는 영구자석에 의해 생성된 기자력 (mmf), U_A 와 U_B 는 각각 전류 I_A 와 I_B 에 의해 생성된 기자력 (mmf), R_i 는 공극에서의 자기저항(i : 극수)을 나타내고 있다. 또 R_P 는 영구자석에서의 자기저항이며, R_Y 와 R_S 는 각각 요크에서의 자기저항과 고정자에서의 자기저항, Φ_i 는 극에서의 자속을 나타내고 있다.

전자석 A상의 자기수반에너지를 W_{mcA} 라 할 때 자기수반 에너지 W_{mcA} 는 식(20)과 같다.

$$\begin{aligned} W_{mcA} &= \int_0^{I_A} \Psi dI_A \\ &= N_A \int_0^{I_A} \Phi_1 dI_A - N_A \int_0^{I_A} \Phi_2 dI_A \\ &= \frac{1}{2} N_A I_A (\Phi_1 - \Phi_2) \end{aligned} \quad (20)$$

여기서, $N_A I_A$ [AT]는 극당 기자력을 나타낸다. 따라서, 추력 F_A 는 식(21)과 같다.

$$\begin{aligned} F_A &= \frac{dW_{mcA}}{dx} = -\frac{4\pi N_A \Phi_{P(1)}}{T_p} I_A \sin \frac{2\pi}{T_p} x \\ &= -K_f I_A \sin \frac{2\pi}{T_p} x \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 K_f 는 추력상수[N/A]이고, $\Phi_{P(1)}$ 은 영구자석에 의해 생성된 기본파에 대한 자속의 크기를 나타낸다. 위와 같은 방법으로 전자석 B상이 여자될 때, 추력 F_B 는 식(22)와 같다.

$$F_B = \frac{dW_{mcB}}{dx} = -\frac{4\pi N_B \Phi_{P(1)}}{T_p} I_B \cos \frac{2\pi}{T_p} x$$

$$= -K_f I_B \cos \frac{2\pi}{T_p} x \quad (22)$$

따라서, 전체 추력 F 는 식(23)과 같다.

$$F_x = F_A + F_B \quad (23)$$

식(23)으로부터 LSM의 고정자에 대한 가동자의 이동방향에 따른 운동방정식은 식(24)와 같다.

$$F_A + F_B = (M' + m) \frac{d^2 x}{dt^2} + 2(M' + m) \zeta_n \omega_n \frac{dx}{dt} \quad (24)$$

여기서, M' 는 부하의 질량이며, m 은 가동자의 질량이고, ζ_n 과 ω_n 은 각각 감쇄비와 고유진동수이다.

3.3 LSM의 전압방정식

Fig.7은 LSM의 A상에 대한 전기적인 등가회로를 나타낸다. 그림7에 키르호프의 전압법칙을 적용하여 전압방정식을 도출하면 식(25) 및 식(26)과 같다.

$$v_A = r_A i_A + L_{1A} \frac{di_A}{dt} + M \frac{di_{cA}}{dt} + e_A \quad (25)$$

$$0 = r_{cA} i_{cA} + L_{2A} \frac{di_{cA}}{dt} + M \frac{di_A}{dt} - e_A \quad (26)$$

같은 방법으로 B상에 대하여 전압방정식을 도출하면 식(27) 및 식(28)과 같다. 여기서, r_{cB} 는 철손에 해당하는 등가저항이다.

$$v_B = r_B i_B + L_{1B} \frac{di_B}{dt} + M \frac{di_{cB}}{dt} + e_B \quad (27)$$

$$0 = r_{cB} i_{cB} + L_{2B} \frac{di_{cB}}{dt} + M \frac{di_B}{dt} - e_B \quad (28)$$

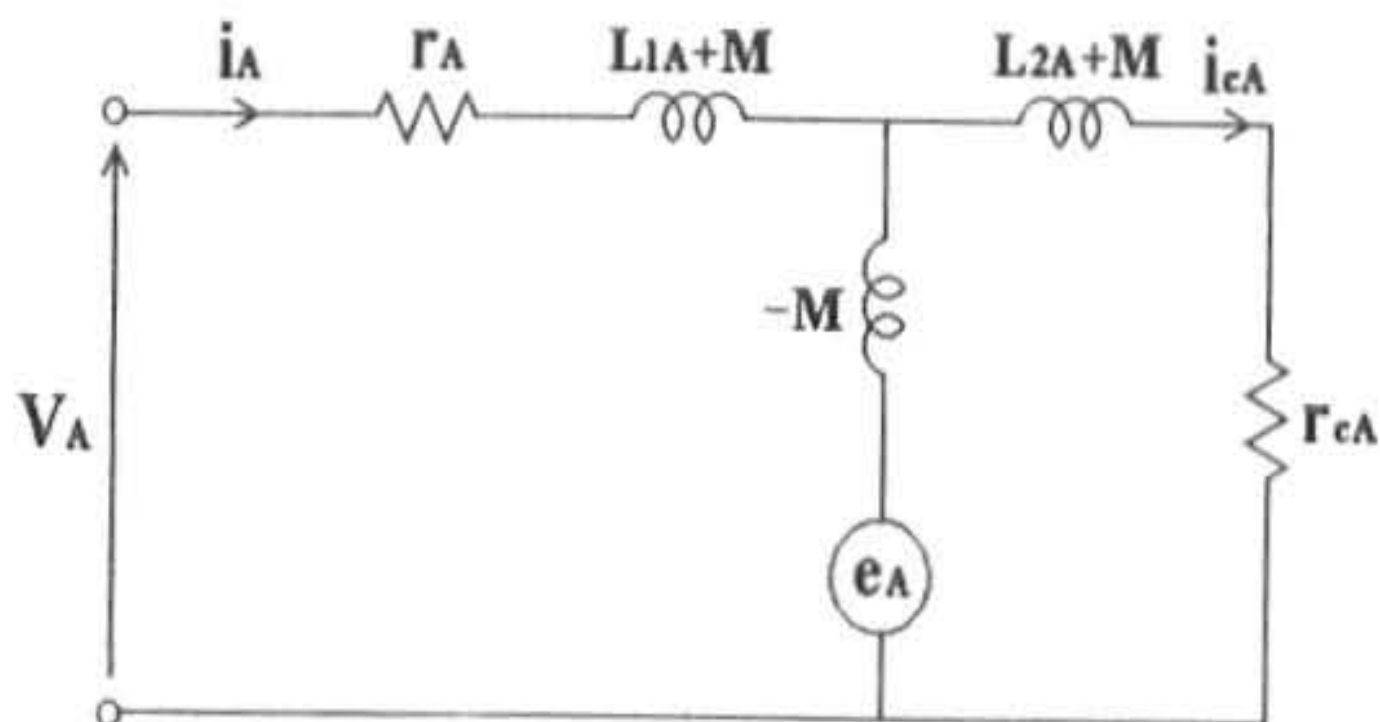


Fig.7 Electrical equivalent circuit of LSM(A-phase)

또한, 속도기전력에 해당하는 A상의 유도전압 e_A 와 B상의 유도전압 e_B 를 나타내면 식(29) 및 식(30)과 같다. 여기서, K_1 은 역기전력 상수 $[V/m/s]$ 이다.

$$e_A = 2N \frac{dx}{dt} \Phi_{K(1)} \frac{2\pi}{T_p} \sin \frac{2\pi}{T_p} x = K_1 \frac{dx}{dt} \sin \frac{2\pi}{T_p} x \quad (29)$$

$$e_B = 2N \frac{dx}{dt} \Phi_{K(1)} \frac{2\pi}{T_p} \cos \frac{2\pi}{T_p} x = K_1 \frac{dx}{dt} \cos \frac{2\pi}{T_p} x \quad (30)$$

4. LSM의 진동해석 및 실험

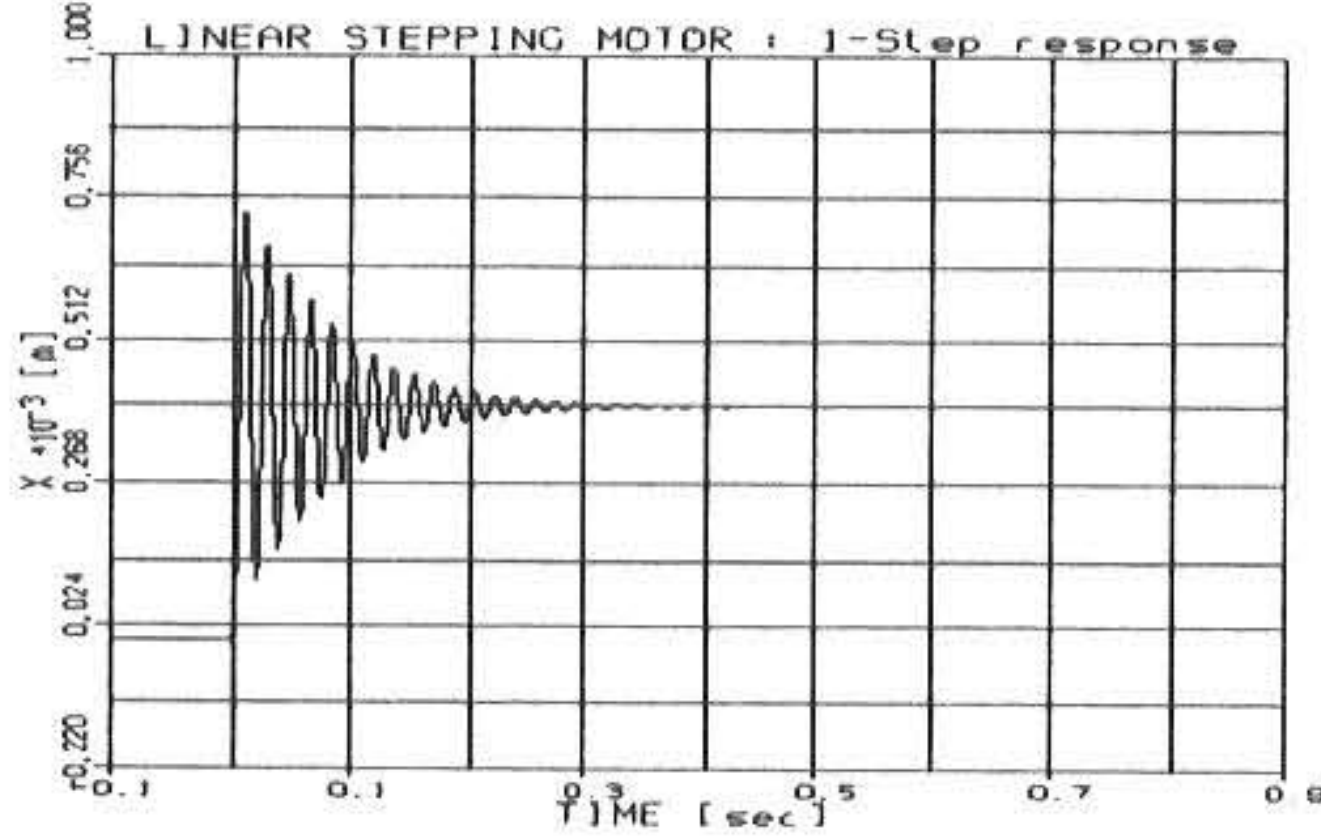
본 논문에서는 상기에서 도출한 전압방정식, 추력 및 수직력 방정식, 운동방정식을 바탕으로 ACSL에 의하여 가동자의 이동방향에 따른 진동과 고정자에 대한 가동자의 수직방향의 진동을 동시에 해석하였다. 또한, 진동특성 측정을 위하여 레이저 측정 시스템(OFV-3001)을 사용하여 측정하였다. 표1은 본 논문에서 사용한 LSM의 제원을 나타내고 있다.

Table. 1 The specification of LSM

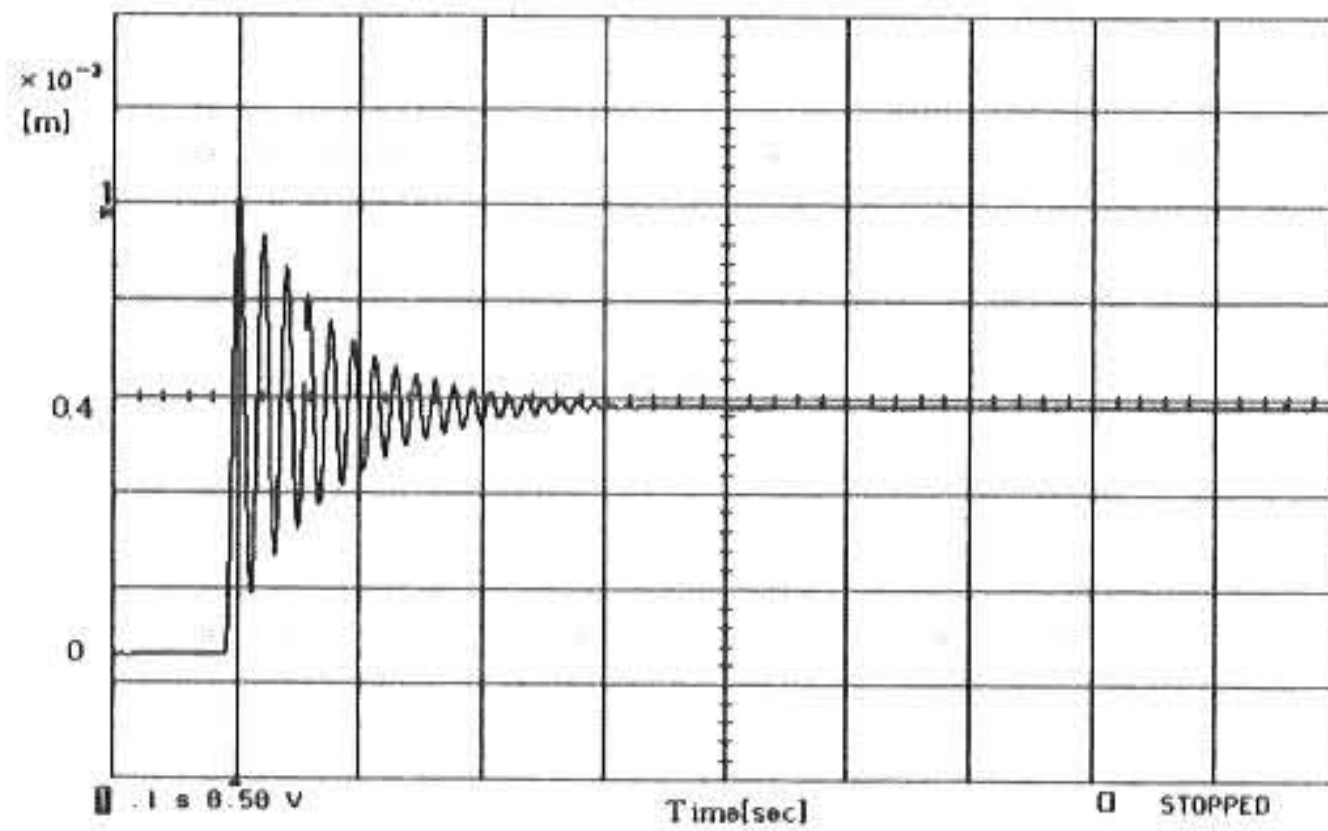
항 목	수 치[단위]	비 고
구동전원	DC 24 [V], 1.0 [A/상]	
직류저항	4.2[Ω]/상	
인덕턴스	10.7[mH]/상	
분해능	0.4 [mm/펄스]	
홀딩력	2 [kgf]	
공극길이	50[μm]	

Fig.8(a)와 Fig.8(b)는 가동자의 이동방향에 따른 1상 여자방식의 1-step 응답에 대한 시뮬레이션 결과와 측정 결과를 나타내고 있다. Fig.9(a)와 Fig.9(b)는 고정자에 대한 가동자의 수직 방향에 따른 1상 여자방식의 1-step 응답에 대한 시뮬레이션 결과와 측정 결과를 나타

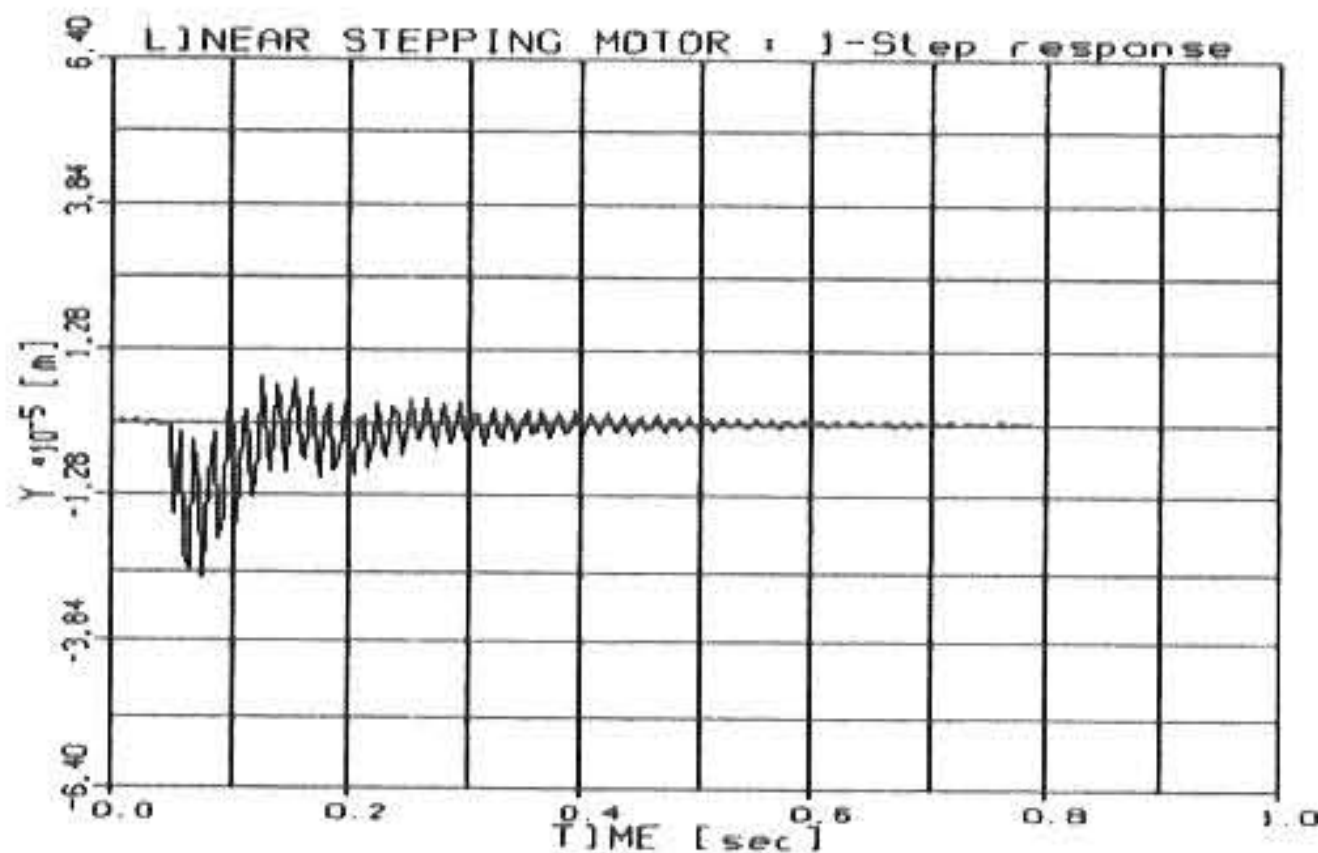
내고 있다. Table 2는 가동자의 이동방향에 따른 진동과 고정자에 대한 가동자의 수직방향에 따른 진동의 시뮬레이션 결과와 측정결과를 각각 나타내었다.



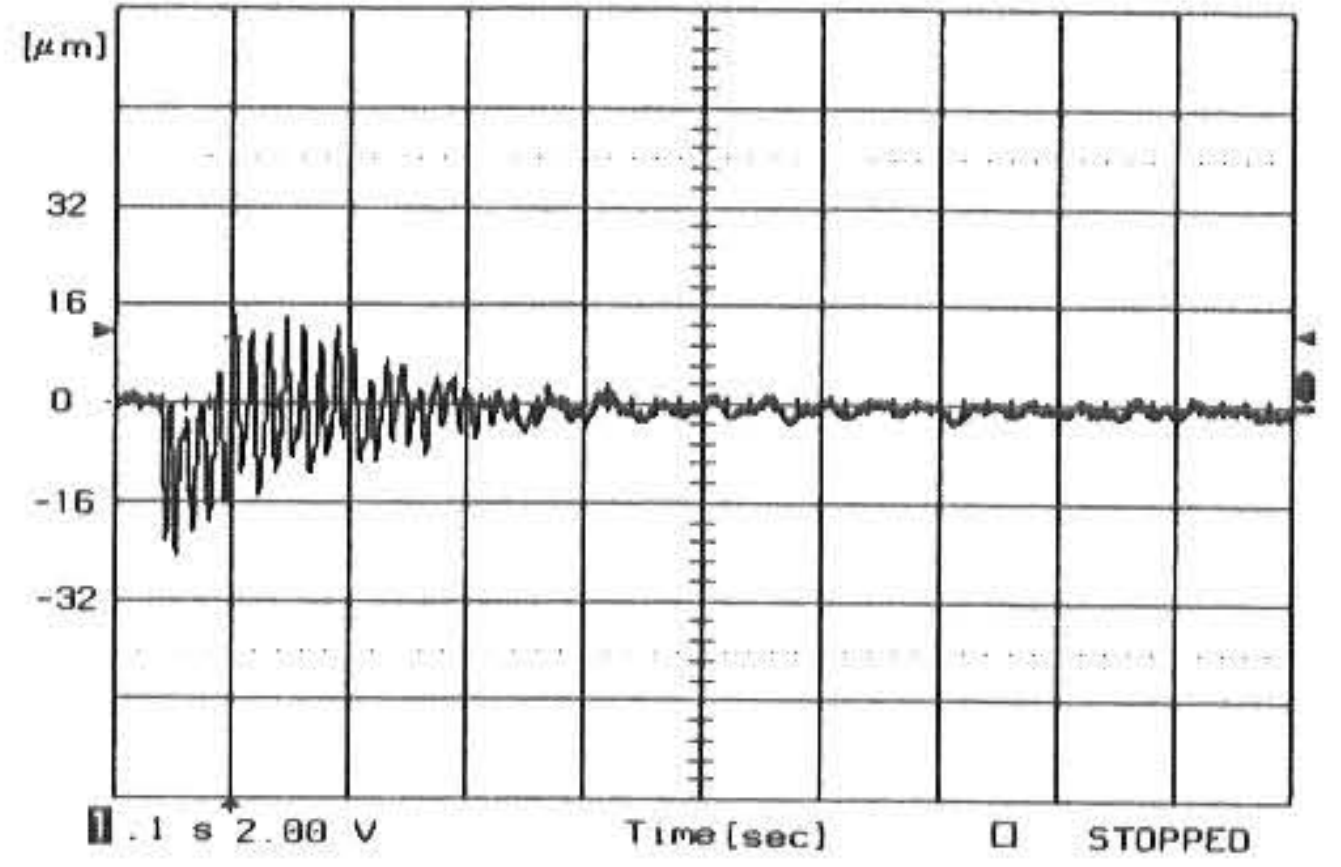
(a) Simulation waveform



(b) Experimental waveform (320 μm/V)
Fig.8 Vibration for moving direction



(a) Simulation waveform



(b) Experimental waveform (320 μm/V)
Fig.9 Vibration for normal direction

Table 2에서 가동자의 이동방향에 따른 진동과 고정자에 대한 가동자의 수직방향에 따른 진동의 최대오버슈트와 언드슈트 및 정정시간에 있어서 이론값과 측정값에 대한 오차가 적음으로써 이론의 정당성을 입증하였다.

Table. 2 Simulation results and measurement results

구 분	항 목	최대	언드	정정
		오버슈트	슈트	시간
이동방향에 따른 진동	이론값	0.326 [mm]	0.294 [mm]	220 [ms]
	측정값	0.336 [mm]	0.310 [mm]	233 [ms]
수직방향에 따른 진동	이론값	11.8 [μm]	-25.6 [μm]	280 [ms]
	측정값	13.5 [μm]	-24.1 [μm]	260 [ms]

5. 결 론

본 논문에서는 LSM의 진동해석의 이론적인 정립을 위하여 LSM의 자기등가회로를 유도하였으며, 자기등가회로를 바탕으로 추력 방정식을 도출하였다. 그리고 LSM의 기본구조를 바탕으로 이동방향에 따른 운동방정식과 전기등가회로를 유도하였으며 전기등가회로를 기초로 전압방정식을 도출하였다. 또한, 유한요소해석에 의한 이동변위에 따른 수직력 분포를 구한 후, 이를 기초로 하여 수직력 방정식을 도출하였으며, LSM의 고정자에 대한 가동자의 수직

방향 운동방정식을 유도하였다. 상기에서 도출한 방정식들을 사용하여 ACSL을 통한 1상 여자방식에 대한 진동 특성을 시뮬레이션 및 실험한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 가동자의 이동방향에 따른 1상 여자방식의 1-step 응답에 대한 시뮬레이션결과와 측정결과, 최대오버슈트는 시뮬레이션이 0.326[mm], 측정결과 0.336[mm]이며, 언더슈트는 시뮬레이션이 0.294[mm], 측정결과 0.310[mm]이다. 또한 정정시간은 시뮬레이션이 220[ms], 측정결과 233[ms]이다.

2) 고정자에 대한 가동자의 수직방향에 따른 1상 여자방식의 1-step 응답에 대한 시뮬레이션결과와 측정결과, 최대오버슈트는 시뮬레이션이 11.8[μ m], 측정결과 13.5[μ m]이며, 언더슈트는 시뮬레이션이 -25.6[μ m], 측정결과 -24.1[μ m]이다. 또한 정정시간은 시뮬레이션이 280[ms], 측정결과 260[ms]이다.

상기의 결과가 보여주는 것처럼, LSM 가동자의 이동방향에 따른 진동과 LSM 고정자에 대한 가동자의 수직방향에 따른 진동의 최대오버슈트와 언더슈트 및 정정시간에 있어서 이론값과 측정값에 대한 오차가 적음으로써 LSM의 진동해석 이론의 정당성을 입증하였다. 따라서 본 논문에서 제시한 진동특성 해석 이론은 LSM의 진동 특성 개선을 위한 중요한 자료가 될 것으로 생각된다.

참고문헌

- 1) Leenhouts, A. C., "The art and practice of step motor control", Intertec. Inc., pp. 41-46, 1987.
- 2) Kenjo T., Sugawara A., "Stepping motor and their microprocessor controls", Oxford University Press, pp. 49-58, 1994.
- 3) Ding Zhi-Gang, "A Novel Electromagnetic Spiral Linear Step Motor", IEEE Trans. on Industry Appl., Vol. 1, pp. 329-336, 1994.
- 4) Junji Hirai, Atsuo kawamura, "Position Sensorless Drive of Linear Pulse Motor for Suppressing Transient Vibration", T. IEE Japan, Vol. 119-D, No. 8/9, pp. 1044-1052, 1999.
- 5) Sang-Ho Lee, Hong-Seok Oh, Dong-Hee Kim, Long-Nam Han, "A Study on The Improvement of Characteristics in 2-phase Linear Stepping Motor", ICEIC'98, pp.II-93 ~ II-97, 1998.
- 6) Y. Yamamoto, H. Yamada, "Analysis of Magnetic Circuit and Starting Characteristics of Flat Type Linear Pulse Motor with Permanent Magnets", T.IEE Japan, Vol. 104-B, No.5, pp. 265-272, 1984.
- 7) Muneaki Ishida, Shintarou Okamoto and Takamasa Hori, "Equivalent Circuit of Linear Pulse Motor", T.IEE Japan, Vol.110-D, No.12, pp. 1257-1265, 1990.

(2003년 2월 6일 접수, 2003년 5월 25일 채택)