

정확한 Closed-Form 그린함수를 이용한 코플래너 도파로 불연속 해석

Analysis of Coplanar Waveguide Discontinuities Using Accurate Closed-Form Green's function

강연덕*, 송성찬**, 이택경***

Yeon-Duk Kang*, Sung-Chan Song**, and Taek-Kyung Lee***

요 약

실수축 상의 적분 방법에 의한 정확한 closed-form 그린함수를 이용하여 코플래너 도파로의 불연속에 대한 공간영역 full-wave 해석을 하였다. MPIE(Mixed Potential Integral Equation)를 풀기 위한 수치계산 방법으로는 삼각형 요소를 이용한 갤러킨 방법을 사용하였다. 경계면에서 삼각형 요소상의 기저함수로는 선형함수를 사용하였으며, 관측점과 전원점이 일치하는 특이점 근방의 적분 계산을 위해 면적분을 선적분 형태로 바꾸어 피적분 함수의 특이점이 사라지도록 하는 해석적인 방법을 사용하였다. 실수축 적분방법에 의한 그린함수를 이용함으로써 불연속에 대한 정확한 특성을 구하였다.

ABSTRACT

By using accurate closed-form Green's functions obtained from real-axis integration method, the full-wave analysis of CPW discontinuities are performed in space domain. In solving MPIE(Mixed Potential Integral Equation), Galerkin's scheme is employed with the linear basis functions on the triangular elements in air-dielectric boundary. In the singular integral arising when the observation point and source point coincides, the surface integral is transformed into the line integral and the integral is evaluated by regular integration. By using the Green's function from the real-axis integration method, the discontinuities are characterized accurately.

Key words : Closed-form Green's function, real-axis integration method, CPW characterization.

I. 서 론

초고주파 및 밀리미터파 집적회로의 전송선로로서 CPW(Coplanar Waveguide) 전송선로는 마이크로 스트립 선로에 비하여 여러가지 장점을 지니고 있으며, 사용이 증가하고 있다. CPW 전송선로의 접지

면은 중앙의 스트립과 같은 평면에 놓여 있으며, 하이브리드 형태의 집적회로를 제작할 경우에 기판에 구멍을 뚫지 않고도 반도체 소자의 직렬 및 병렬 연결이 가능하므로 소자의 연결에 의한 불연속이 발생하지 않는다. 또한 인접 선로와의 혼신이 적고, 불연속 구조에서의 복사손실이 적으며, 대칭구조의 회

* 엘지이노텍(LG Innotek Co., Ltd.)

** 삼성탈레스(Samsung Thales Co., Ltd.)

*** 한국항공대학교 전자·정보통신·컴퓨터공학부(School of Electronics, Telecomm. and Computer Eng., Hankuk Aviation Univ.)

· 논문번호 : 2003-2-11

· 접수일자 : 2003년 11월 18일

로에서 발론을 쉽게 구현시킬 수 있다는 등의 장점이 있다. 특히 선로의 특성 임피던스가 기판의 두께에 민감하지 않으므로, 비교적 두꺼운 기판을 사용하더라도 넓은 범위의 선로 임피던스를 구현할 수 있으므로 밀리미터파 대의 소형 회로나, 모노리틱 집적회로 제작시 유리하다 [1]-[3].

마이크로스트립 선로에 비하여 CPW 전송선로가 지니고 있는 많은 장점들로 인하여 이 선로의 유용성이 증가하고 있으나, 이에 대한 전송특성의 해석이 충분하게 이루어지지 않았으며, 회로 설계에 필요한 자료나 컴퓨터 소프트웨어 등이 불충분하다. 특히 CPW 전송선로에서 나타나는 불연속에 의한 전송특성이나, 이들 불연속 구조에 의한 여파기, 공진기 등의 소자에 관한 해석은 제한된 몇 가지 형태에 대해서만 이루어지고 있다 [4]-[6]. 따라서 다양한 구조의 CPW 전송선로 및 불연속의 전송특성을 해석하기 위한 방법을 개발함으로써 초고주파 회로 설계 및 제작을 더욱 용이하게 할 수 있다.

CPW 전송선로에 대한 전송특성을 구하기 위한 방법은 크게 quasi-static 근사에 의한 해석법과 full-wave 해석법으로 나눌 수 있다. Quasi-static 근사에 의한 해석법은 전자파가 선로를 따라 진행하면서 TEM 모드와 유사한 형태로 유지된다고 가정하여 해석하는 방법으로서, 선로의 불연속 부분에 대해서 정전용량 및 인덕턴스로 구성된 등가회로를 구하여 전송특성을 구한다. 이 방법은 비교적 계산량이 적고 다양한 형태의 불연속에 대한 해를 구할 수 있는 장점이 있으므로, 회로 설계시 유용하게 이용되고 있으며, 높은 주파수에 이르기까지 적은 오차가 유지된다 [7], [8].

Quasi-static 근사에 의한 선로의 특성 해석은 신호가 선로 내를 진행하는 동안 TEM 파가 유지된다는 가정을 전제로 하므로 불연속의 정도가 심한 경우에는 전송 특성에 대한 정확한 해석이 이루어지지 않아 full-wave 해석을 하여 등가회로를 모델링 하여야 한다. Full-wave 해석법은 정확한 결과를 알려주므로 quasi-static 근사에 의한 해석법의 결과를 보완할 수 있으며, 선로에 의한 전자파의 복사를 해석하는 것이 가능하고, 불연속 부분에서의 물리적 특성을 연구할 수 있는 등의 장점을 지니고 있다 [5], [6].

공간영역에서의 full-wave 해석에 이용되는 적분식인 MFIE(Magnetic Field Integral Equation)나 EFIE(Electric Field Integral Equation)는 모멘트법을 적용할 경우 구조에 따라 발산하는 등 불안정한 특성을 갖고 있으며, MPIE(Mixed Potential Integral Equation)를 이용하면 훨씬 효율적이고 안정한 계산 결과를 얻을 수 있다 [4]. MPIE를 풀기 위해서는 식 내의 벡터 포텐셜과 스칼라 포텐셜 각각에 대한 공간영역 그린함수가 필요하며, 각 그린함수들은 무한 적분으로 표현되는 Sommerfeld 적분을 포함하고 있어 그린함수를 구하는데 많은 계산시간이 필요하다는 문제가 발생한다. 따라서 Sommerfeld 적분의 계산시간을 줄이기 위해 근사화를 통해 closed-form으로 바꾸는 방법에 대한 연구들이 진행되어 왔다 [9]-[12]. Closed-form 그린함수 방법에는 복소영상법이 [9]나 이단계 근사화방법 [10] 등이 알려져 왔으나, 근거리영역을 벗어나면 오차가 커진다. 특히 전원이 기판의 내부에 위치할 경우에는 오차가 정확한 해를 얻기가 어렵다 [11]. 따라서 파수영역의 실수축 상에서 적분을 함으로써 거리에 관계없이 정확한 closed-form 그린함수를 얻을 수 있는 방법이 저자들에 의해 고안되었다 [12].

적분방정식을 풀기 위한 모멘트법의 적용시 일반적으로 사각형 패치 상의 지붕형 기저함수를 많이 사용한다. 사각형 패치를 사용할 경우에 비스듬한 경계에서는 매우 작은 패치들로 나누어야 한다. 사각형 패치 대신에 삼각형 패치를 사용하면 임의의 경계에 대해서도 적용이 용이하며, 다양한 구조에 적용성이 뛰어나다. 본 논문에서는 공간영역의 해석 방법에 의하여 CPW 불연속 구조를 full-wave 해석하였으며, CPW 구조에 대한 적분식인 MPIE 및 공간영역 그린함수를 구하여 수치해석방법을 적용한다. MPIE를 풀기 위한 수치해석 방법으로는 깰러킨법을 이용하며, 삼각형 패치 상의 선형 기저함수를 사용하였다 [13]. 평면형 다층구조에서 평면방향으로 수평하게 존재하는 자유성분에 대한 공간영역 그린함수의 계산시간을 줄이는 것이 필수적이므로, 실수축 상의 적분경로인 SIP (Sommerfeld Integration Path)를 따라 근사화하는 정확한 closed-form 그린함수 계산방법 [12]을 이용한다.

II. CPW 선로의 불연속 해석

2.1 CPW 구조에 대한 MPIE

그림 1(a)는 해석하고자 하는 CPW의 전송방향에 대한 단면구조를 보여주고 있다. 기판은 균일 등방성 비자성 물질로서 x-y 평면에 평행하게 무한히 넓으며, 두께와 유전율은 각각 d와 ϵ_r 로 가정한다. 해석 영역은 선로와 접지면을 포함하는 도체평면의 아래쪽을 나타내는 아래쪽 반공간(lower half-space)과 위쪽의 기판을 포함하는 위쪽 반공간(upper half-space)으로 구분한다. 그림 1(b)는 선로를 해석하기 위하여 등가원리를 적용한 경우를 나타내며, 각각의 반공간에 대하여 반대편 반공간에 완전도체(Perfect Electric Conductor, PEC)로 채워져 있다고 가정하면 개구면에 해당하는 도체 표면에 등가자류만 분포하는 형태가 된다. 영상법을 적용하면 그림 1(c)와 같이 아래쪽 반공간에 대해서는 자유공간에 두 배의 자류가 존재하는 형태가 되고, 위쪽의 공간은 평면형 다층구조에 자류가 분포하는 형태가 된다. 따라서 아래쪽 반공간에서는 자유공간의 그린함수를 이용할 수 있으며, 위쪽 공간에서는 평면 다층구조의 그린함수를 구하여야 한다.

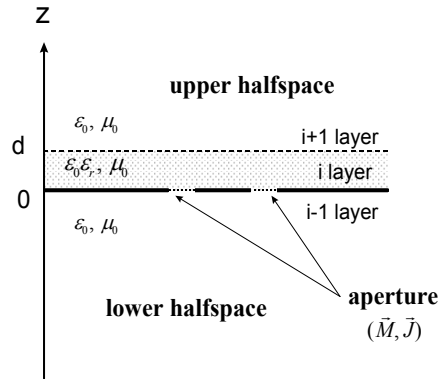
평면형 다층구조의 표면에 분포하는 표면자류 M_s 와 표면자하 q_{ms} 에 의한 각 영역 내의 전기 벡터 포텐셜 $F(\mathbf{r})$ 과 자기 스칼라 포텐셜 $\phi_m(\mathbf{r})$ 은 각각

$$F(\mathbf{r}) = \int_s \overline{\overline{G}}_F(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot M_s(\mathbf{r}') dS' \quad (1)$$

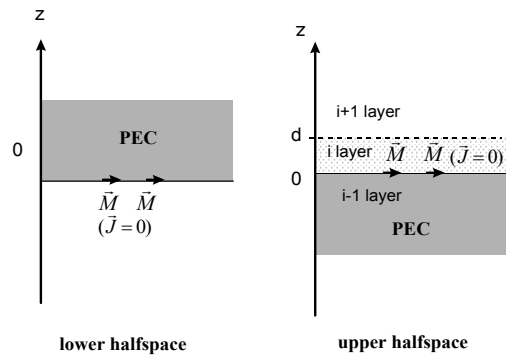
$$\phi_m(\mathbf{r}) = \int_s G_{qm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') q_{ms}(\mathbf{r}') dS' \quad (2)$$

이다. 여기서 $\overline{\overline{G}}_F(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 와 $G_{qm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 은 각각 전기 벡터 포텐셜과 자기 스칼라 포텐셜에 대한 그린함수를 나타낸다.

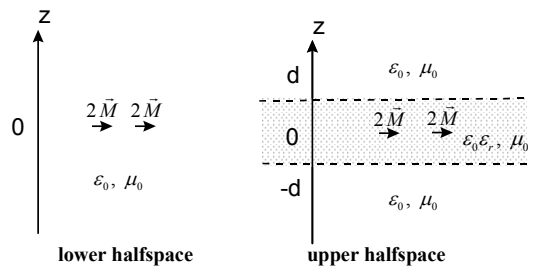
$\overline{\overline{G}}_F(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 는 Sommerfeld potential에 의한 다이애딕 그린함수이며, xy축에 평행한 자류원에 의한 다이애딕 그린함수는 $\overline{\overline{G}}_F = \hat{x}\hat{x}G_F^{xx} + \hat{y}\hat{y}G_F^{yy}$ 이고,



(a) CPW 선로의 단면구조 (Cross-Sectional Geometry of CPW)



(b) 등가원리에 의한 등가자류 (Equivalent Magnetic Current in Slot)



(c) 영상법에 의한 해석구조 (Equivalent Geometry by Image Method)

그림 1. CPW 단면구조와 등가원리 Fig. 1. Cross-Section of CPW and Equivalence Principle

$G_F^{xx} = G_F^{yy}$ 이다. 산란자계(scattered magnetic field)

H^s 는 표면에 흐르는 면자류에 대한 식으로 계산될 수 있으며 벡터 포텐셜과 스칼라 포텐셜에 대한 관계식은

$$\mathbf{H}^s = -j\omega \mathbf{F} - \nabla \phi_m \quad (3)$$

와 같이 구할 수 있다. 식 (1)과 식 (2)에 $\nabla \cdot \mathbf{M}_s = -j\omega q_{ms}$ 인 관계식을 적용하면 표면자류에 의한 산란자계는

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^s = & -j\omega \int_s \overline{\mathbf{G}}_F \cdot \mathbf{M}_s dS' \\ & + \nabla \left(\int_s \frac{1}{j\omega} G_{qm} \nabla \cdot \mathbf{M}_s dS' \right) \end{aligned} \quad (4)$$

이 된다. 표면에서 \mathbf{H}^s 와 입사자계 \mathbf{H}^{inc} 의 접선 방향 성분의 합은 영이므로 $\hat{z} \times (\mathbf{H}^s + \mathbf{H}^{inc}) = 0$ 인 경계조건을 이용하면 식 (4)로부터 다음식

$$\begin{aligned} \hat{z} \times \mathbf{H}^{inc} = & \hat{z} \times \left\{ j\omega \int_s \overline{\mathbf{G}}_F \cdot \mathbf{M}_s dS' \right. \\ & \left. + \frac{1}{j\omega} \nabla \left(\int_s G_{qm} \nabla \cdot \mathbf{M}_s dS' \right) \right\} \quad (5) \\ & , \mathbf{r} \text{ on } S. \end{aligned}$$

과 같은 MPIE를 얻는다. 식 (5)의 두 번째 항은 스칼라 포텐셜에 대한 미분과 표면자류에 대한 미분이 존재하기 때문에 기저함수와 가중함수를 선택하는데 신중을 기해야 한다.

그림 1의 CPW 구조에서 위쪽 공간과 아래쪽 공간에 등가원리와 영상법을 적용하여 위의 식 (5)에 대입하면

$$\begin{aligned} \hat{z} \times \mathbf{H}^{inc} = & \hat{z} \times \left\{ j\omega \int_s (\overline{\mathbf{G}}_F^U + \overline{\mathbf{G}}_F^L) \cdot 2\mathbf{M}_s(\mathbf{r}') dS' \right. \\ & \left. - \nabla \left[\int_s (G_{qm}^U + G_{qm}^L) [\nabla \cdot 2\mathbf{M}_s(\mathbf{r}')] dS' \right] \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

인 MPIE 결과식을 얻는다. 여기서 $\overline{\mathbf{G}}_F^U, \overline{\mathbf{G}}_F^L, G_{qm}^U, G_{qm}^L$ 은 위쪽 반공간과 아래쪽 반공간에서의 벡터 포텐셜에 대한 다이애딕 그린함수 및 스칼라 포텐셜에 대한 그린함수를 나타내며, 아래쪽 반공간에 대한 그린함수는 자유공간에서의 그린함수로서

$$\overline{\mathbf{G}}_F^L = \frac{\varepsilon_0 e^{-jk_0 r_0}}{4\pi r_0}, \quad G_{qm}^L = \frac{e^{-jk_0 r_0}}{4\pi r_0 \mu_0} \text{ 로 표현할}$$

수 있다. 여기서 k_0 는 자유공간의 파수이며, r_0 는 전원점과 관측점 사이의 거리를 나타낸다. 위쪽 반공간에 대한 공간영역 그린함수인 $\overline{\mathbf{G}}_F^U, G_{qm}^U$ 는 논문 [12]에서 제시된 방법으로 실수축 상의 적분에 의한 closed-form 그린함수를 이용하였다. 실수축 상의 적분방법은 기존의 복소영상법(complex image method)에 비하여 훨씬 정확한 결과를 제공하며, 거리의 변화와 주파수의 변화에 대해서도 안정되고 정확하게 계산할 수 있다.

2.2 삼각형 기저함수

선로의 불연속 특성을 해석하기 위해서는 적분방정식과 공간영역에서의 3차원 그린함수를 구한 후 개구면의 표면에서 모멘트 법을 적용한다. 해석하고자 하는 불연속 부분의 개구면 상의 자류는 삼각형 패치 상의 선형 기저함수를 이용하여 전개하는 갤러킨 방법을 이용한다. 자류는 개구면 상에서 2차원 벡터로 나타나므로 삼각형 패치의 각 변에 대응하는 선형 벡터 기저함수를 정의하여 사용한다 [13].

그림 2는 변에 닿아 있는 두 개의 삼각형 패치 상의 벡터 기저함수를 나타내고 있다. 각각의 변에는 두개의 삼각형 패치 T_n^+ 와 T_n^- 이 있으며, 첨자 n 은 n 번째 변을 나타낸다. 패치 T_n^+ 의 내부 위치는 원점으로부터의 위치 벡터 \mathbf{r} 또는 변에 대응하는 꼭지점으로부터의 위치벡터 \mathbf{p}_n^+ 에 의해 지정된다. 패치 T_n^+ 의 위치벡터 \mathbf{p}_n^+ 은 꼭지점으로부터 출발하여 대응되는 n 번째 변을 향하는 방향을 갖는 벡터로 정의된다. 패치에 대한 플러스와 마이너스 표현식은 n 번째 변에 대한 기준전류의 방향설정에 의해 결정된다. 기준전류의 방향은 T_n^+ 에서 T_n^- 으로 향한다. 즉 그림에서 나타나는 총체 기저함수(global basis function)의 전류는 T_n^+ 에서는 꼭지점으로부터 \mathbf{p}_n^+ 방향으로 진행하여 변을 향하여 흐르며, T_n^- 에서는 변으로부터 \mathbf{p}_n^- 의 방향으로 꼭지점 방향으로 흐른다. n 번째 변에 대한

기저함수는 선형함수로서 다음과 같이 정의할 수 있다 [13].

$$f_n(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{I_n}{2A_n^+} \rho_n^+, & \mathbf{r} \text{ in } T_n^+ \\ \frac{I_n}{2A_n^-} \rho_n^-, & \mathbf{r} \text{ in } T_n^- \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

여기서 I_n 은 변의 길이이고, A_n^\pm 은 삼각형 T_n^\pm 의 면적이며, 아래첨자는 삼각형의 변을 나타내고 윗첨자는 면을 나타낸다. 기저함수 f_n 은 면전류를 근사적으로 나타내기 위해 사용된다. 기저함수 f_n 에 대한 표면발산(surface divergence)은 기저요소 에 해당하는 면전하밀도에 비례하며, 따라서 각 삼각형 내의 전하밀도는 상수이고, 패치쌍 T_n^+ 와 T_n^- 에 관련된 전체전하는 영이며, 전하에 대한 기저함수는 펄스쌍 형태를 갖는다.

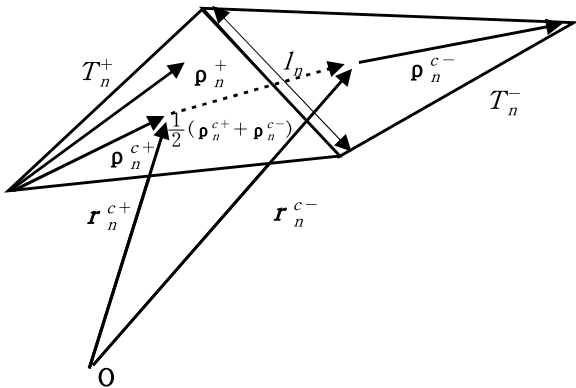


그림 2. 삼각형 패치 상의 기저함수
Fig. 2. Basis Functions on the Triangular Patch

표면에서 자류는 기저함수로 근사화하여 $M = \sum_{n=1}^N V_n f_n(\mathbf{r})$ 로 표현할 수 있으며, N 은 도체 경계면에 해당하는 부분을 제외한 변의 갯수를 나타낸다. 기저함수는 삼각형 패치의 각 변에서 정의되므로 각 패치에서 세개의 기저함수가 있으며, 각 변에는 하나의 총체 기저함수가 있다. 모멘트 법에서 갤러킨 법을 적용하기 위하여 가중함수를 사

용하며, 가중함수는 기저함수와 같은 함수로 선택한다. 벡터의 가중적분을 $\int_S \mathbf{f} \cdot \mathbf{g} dS$ 로 정의하고 MPIE에 가중함수 f_m 을 적용하면 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_S \mathbf{H}^{inc} \cdot \mathbf{f}_m dS \\ &= j\omega \int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{f}_m dS + \int_S \nabla \phi_m \cdot \mathbf{f}_m dS \end{aligned} \quad (8)$$

2차원 면 상의 벡터 identity를 사용하여 S의 면에서 f_m 의 특성을 이용하면 식 (8)의 마지막 항은 근사적으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\int_S (\nabla \phi_m) \cdot \mathbf{f}_m dS \cong I_m [\phi_m(\mathbf{r}_m^{c-}) - \phi_m(\mathbf{r}_m^{c+})] \quad (9)$$

여기서 각 삼각형에서의 ϕ_m 의 평균은 삼각형의 무게중심에서의 ϕ_m 값으로 근사화되어지며, \mathbf{r}_m^{c+} 와 \mathbf{r}_m^{c-} 은 그림 2에서와 같이 원점에서 각 삼각형의 무게중심으로 향하는 벡터이다. 마찬가지로 전류와 벡터 포텐셜에 대해서도 각 삼각형 내의 \mathbf{H}^{inc} (또는 \mathbf{F})를 삼각형의 무게중심 값으로 근사화시킨다. 식 (9)를 이용하면 식 (8)로부터 각 삼각형들의 변 $m = 1, 2, \dots, N$ 에 대하여 다음 식

$$\begin{aligned} & j\omega I_m \left[\mathbf{F}(\mathbf{r}_m^{c+}) \cdot \frac{\rho_m^{c+}}{2} + \mathbf{F}(\mathbf{r}_m^{c-}) \cdot \frac{\rho_m^{c-}}{2} \right] \\ &+ I_m [\phi_m(\mathbf{r}_m^{c+}) + \phi_m(\mathbf{r}_m^{c-})] \\ &= I_m \left[\mathbf{H}^{inc}(\mathbf{r}_m^{c+}) \cdot \frac{\rho_m^{c+}}{2} + \mathbf{H}^{inc}(\mathbf{r}_m^{c-}) \cdot \frac{\rho_m^{c-}}{2} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

을 얻을 수 있다. 여기서 \mathbf{H}^{inc} 와 \mathbf{F} 는 삼각형의 무게중심에서 관련된 값으로 그 경로의 각 값으로 근사화한다. 이때의 결과는 I_m 과는 별도로 식 (10)과 일치한다. 이러한 경우에 가중함수를 적용한다는 것은 $\nabla \phi_m$ 를 적분하여 식 (9)에서의 ϕ_m 의 미분을 줄인다는 의미이다. 식 (9)에서 근사식을 구하는 목적은 포텐셜의 면적분을 제거하기 위한 것으로 면에 대한 이중적분을 행렬식의 수치해

식에서 단일 면적분을 포함하는 양으로 근사화 해 준다. 이러한 근사화는 포텐셜이 각 소구간 내에서 평탄하도록 정의되며, 이는 기저함수의 항으로 표현되는 전원의 지역적으로 평탄한 성질과 적분의 정의로부터 생성된다.

식 (6)에 기저함수로 자류를 전개한 식 $\mathbf{M} = \sum_{n=1}^N V_n \mathbf{f}_n(\mathbf{r})$ 을 적용시키면

$$\begin{aligned} & \widehat{\mathbf{z}} \times \mathbf{H}_s^{inc}(\mathbf{r}) \\ &= \widehat{\mathbf{z}} \times 2 \sum_{n=1}^N V_n \left\{ j\omega \int_s \overline{\mathbf{G}}_F \cdot \mathbf{f}_n(\mathbf{r}') ds' \right. \\ & \quad \left. - \nabla \left[\frac{1}{j\omega} \int_s G_{qm}(\nabla_s' \cdot \mathbf{f}_n(\mathbf{r}')) ds' \right] \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

이 되고, 다시 가중함수를 적용시키면

$$\begin{aligned} & \widehat{\mathbf{z}} \times I_m \left[\mathbf{H}^{inc}(\mathbf{r}_m^{c+}) \cdot \frac{\mathbf{p}_m^{c+}}{2} + \mathbf{H}^{inc}(\mathbf{r}_m^{c-}) \cdot \frac{\mathbf{p}_m^{c-}}{2} \right] \\ &= \widehat{\mathbf{z}} \times 2 \sum_{n=1}^N V_n \left\{ j\omega I_m \int_s \left[\overline{\mathbf{G}}_F(R_m^+) \cdot \mathbf{f}_n(\mathbf{r}') \cdot \frac{\mathbf{p}_m^{c+}}{2} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \left(\overline{\mathbf{G}}_F(R_m^-) \cdot \mathbf{f}_n(\mathbf{r}') \cdot \frac{\mathbf{p}_m^{c-}}{2} \right) \right] \right. \\ & \quad \left. + \frac{I_m I_n}{j\omega A_n} \int_s \left[G_{qm}(R_m^+) - G_{qm}(R_m^-) \right] \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

이 된다. 여기서 $R_m^\pm = |\mathbf{r}_m^{c\pm} - \mathbf{r}'|$ 이다.

2.3 행렬식의 유도

기저함수를 식 (8)에 적용하면 $N \times N$ 의 선형방정식을 만들어내며 이때의 행렬식은 다음과 같다.

$$\mathbf{YV} = \mathbf{I} \quad (13)$$

여기서 $\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_{mn}]$ 는 $N \times N$ 행렬이며, $\mathbf{V} = [V_n]$ 와 $\mathbf{I} = [I_m]$ 는 길이 N인 벡터를 나타낸다. \mathbf{V} 는 미지수이며 \mathbf{I} 는 인가해주는 전원을 나타낸다. 불연속에 대한 산란 행렬을 구하는 경우에는 종단 및 급전에 영향을 받지 않는 것으로 가정한다. 이러한 가정에 따라 인가하는 전류전원인 \mathbf{I} 는 급전점 이외

의 모든 부분에서 0을 넣어준다. 식 (13)의 \mathbf{Y} 와 \mathbf{I} 에 대한 각각의 요소들은 다음과 같다.

$$\mathbf{Y}_{mm} = 2I_m \left[j\omega \left(\mathbf{F}_{mm}^+ \cdot \frac{\mathbf{p}_m^{c+}}{2} + \mathbf{F}_{mm}^- \cdot \frac{\mathbf{p}_m^{c-}}{2} \right) + (\Phi_m)_{mm}^- - (\Phi_m)_{mm}^+ \right] \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_m &= \frac{I_m}{2} \left[\mathbf{H}^{inc}(\mathbf{r}_m^{c+}) \times \widehat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{p}_m^{c+} \right. \\ & \quad \left. + \mathbf{H}^{inc}(\mathbf{r}_m^{c-}) \times \widehat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{p}_m^{c-} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

여기서

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{mm}^\pm &= \int_s \mathbf{f}_n(\mathbf{r}') \cdot \overline{\mathbf{G}}_F(R_m^\pm) ds' \\ &= \frac{1}{h_n^+} \int_{T_n^+} ds [\mathbf{p}_n^+ \cdot \overline{\mathbf{G}}_F(R_m^\pm)] \\ & \quad - \frac{1}{h_n^-} \int_{T_n^-} ds [\mathbf{p}_n^- \cdot \overline{\mathbf{G}}_F(R_m^\pm)] \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} (\Phi_m)_{mm}^\pm &= -\frac{1}{j\omega} \int_s [\nabla_s' \cdot \mathbf{f}_n(\mathbf{r}')] G_{qm}(R_m^\pm) ds' \\ &= -\frac{2}{j\omega} \left[\frac{1}{h_n^+} \int_{T_n^+} ds' G_{qm}(R_m^\pm) \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{h_n^-} \int_{T_n^-} ds' G_{qm}(R_m^\pm) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

$$R_m^\pm = |\mathbf{r}_m^{c\pm} - \mathbf{r}'|$$

이다. 행렬요소들과 입력에 해당하는 벡터 \mathbf{I} 가 결정되면 미지의 열벡터 \mathbf{V} 에 대한 선형방정식을 풀어 결과를 얻게 된다. 지금까지 다루어온 총체 기저함수는 변쌍조합으로 이루어진 것이다. 실제의 계산에서는 유한요소법(FEM, Finite Element Method)에서와 같은 방법으로 각각의 꼭지점에 대응하는 국소 기저함수(local basis function)를 이용한다.

적분식에 대한 수치해석적 계산은 삼각형 영역에 대한 면적분을 수행해야 하므로 면적에 대한 Gaussian quadrature를 이용하여 계산한다. 그러나 $p=q$ 인 경우에 대해서는 전원점과 관측점이 일치하여 그린함수의 분모 또는 포함된 함수의 변수가 영이 되어 발산하는 경우가 발생한다. 면적분 내에서 발산이 일어날 경우에 면적분을 선적분으로 변환하여 발산하지 않는 함수의 적분형태로 바꿀 수 있다 [7]. 평면형 구조의 closed-form 그린함수에 대해 논문 [7]에서와 같이 면적분으로부터 선적분

으로 변환하는 방법을 이용하여 특이점의 적분을 하였다.

III. 수치해석 결과

3.1 Right-angle 불연속의 해석

그림 3은 자유공간상에 놓여진 right-angled CPW 불연속을 나타낸다. 여기서 접지면과 유전체 기판은 x-y 평면에 무한히 넓은 것으로 가정한다. 기판은 비자성 물질로서 임의의 비유전율을 갖고 있으며, 도체는 두께가 영인 PEC(Perfect Electric Conductor)로 가정한다. 또한 그림에서와 같이 port 1의 두 슬롯에는 전류전원 I_1 과 I_2 를, port 2의 두 슬롯에는 전류전원 I_3 과 I_4 를 각각 인가해준다.

이러한 구조에 MPIE를 적용하여 행렬식을 풀면 행렬식의 해인 V_n 을 구할 수 있다. 미지수인 V_n 은 등가적으로 CPW의 진행방향으로 향하는 자유를 나타내며, 실제로는 중앙 스트립에서 슬롯을 가로질러 접지로 향하는 전장을 나타낸다. 구해진 자유는 전류원과 불연속으로부터 떨어진 위치에서는 기본 전파모드를 갖는 정재파의 형태로 이루어지므로 정재파를 갖는 위치에서 데이터를 추출하여 GPOF(Generalized Pencil-of-Function) 방법 [14]을 이용하여 다음 식

$$v_{e,n} \cong a_e e^{-\gamma ns} + b_e e^{+\gamma ns} \quad (18)$$

; $n=0, 1, \dots, N_T-1$

$$v_{o,n} \cong a_o e^{-\gamma ns} + b_o e^{+\gamma ns} \quad (19)$$

; $n=0, 1, \dots, N_T-1$

과 같은 형태로 근사화시킬 수 있다 [6]. CPW의 슬롯을 따라 흐르는 자유는 우모드(CPW 모드)와 기모드(slot line 모드), 그리고 고차모드들의 중첩으로 이루어진다. 이에 따라 식 (18)과 식 (19)에서 아래첨자인 e와 o는 각각 우모드 및 기모드 전류원을 인가하는 경우를 나타내도록 한다. 또한 $-\gamma$ 와 $+\gamma$ 는 각각 입사파와 반사파의 복소 전파상수를 나타내

며 n 은 V_n 으로부터 구해진 데이터를 나타내고 N_T 는 데이터의 총 갯수이다.

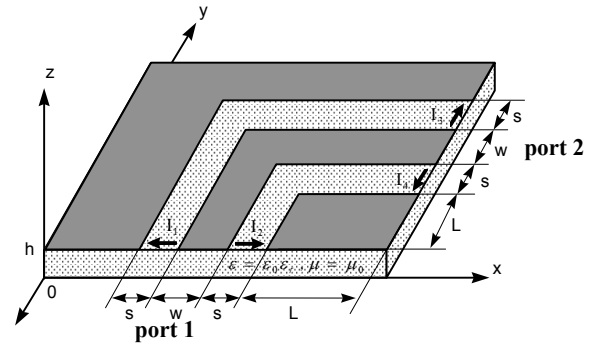


그림 3. CPW right-angle 불연속의 구조
Fig. 3. Geometry of CPW Right-Angle Bend

식 (18)과 식 (19)의 a 와 b 는 각각 입사파와 반사파의 모드 전압이므로 이를 이용해서 우모드와 기모드에 대한 반사계수 및 투과계수를 구하면 다음 식

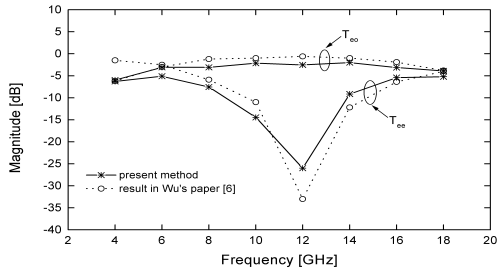
$$\begin{bmatrix} a_{1e}^1 & a_{1o}^1 & a_{2e}^1 & a_{2o}^1 \\ a_{2e}^1 & a_{2o}^1 & a_{1e}^1 & a_{1o}^1 \\ a_{1e}^2 & a_{1o}^2 & a_{2e}^2 & a_{2o}^2 \\ a_{2e}^2 & a_{2o}^2 & a_{1e}^2 & a_{1o}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_{ee} \\ \Gamma_{eo} \\ T_{ee} \\ T_{ed} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{1e}^1 \\ b_{2e}^1 \\ b_{1e}^2 \\ b_{2e}^2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a_{1o}^1 & a_{1e}^1 & a_{2o}^1 & a_{2e}^1 \\ a_{2o}^1 & a_{2e}^1 & a_{1o}^1 & a_{1e}^1 \\ a_{1o}^2 & a_{1e}^2 & a_{2o}^2 & a_{2e}^2 \\ a_{2o}^2 & a_{2e}^2 & a_{1o}^2 & a_{1e}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_{oo} \\ \Gamma_{oe} \\ T_{oo} \\ T_{od} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{1o}^1 \\ b_{2o}^1 \\ b_{1o}^2 \\ b_{2o}^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

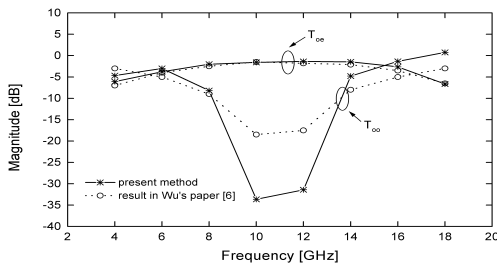
과 같은 형태로 표현할 수 있다. 여기서 a 와 b 의 아래첨자 1과 2는 port 1과 port 2를 나타내며, 윗첨자 1과 2는 각각 전류원을 I_1 과 I_2 에 위치시킨 경우를 나타낸다. T_{oe} 는 단위크기의 우모드가 입사되는 경우 투과되는 기모드의 투과계수를 나타내며, Γ_{ee} 는 단위크기의 우모드 입사파에 대한 우모드의 반사계수를 나타낸다.

그림 4는 right-angled CPW 불연속을 나타내는 그림 3의 구조에서 $s=0.3\text{mm}$, $w=5\text{mm}$, $L=50\text{mm}$, $h=0.635\text{mm}$, $\epsilon=2.2$ 인 경우에 대해 구한 우모드 및 기모드의 투과계수를 나타낸다. 슬롯 내부에서 선로의 가로 방향으로는 하나의 셀만을 사용했으

며, 선로의 길이 방향으로 불연속으로부터 충분히 떨어진 위치에서 150개의 샘플링 데이터를 추출할 수 있도록 셀의 개수를 정하였다.



(a) T_{ee} 와 T_{eo}



(b) T_{oo} 와 T_{oe}

그림 4. CPW right angle 불연속의 특성
Fig. 4. Characteristics of Discontinuity of CPW Right Angle Bend

그림 4로부터 T_{ee} 와 T_{oo} 가 최소가 되는 특정 주파수 대역에서 서로 다른 모드들 간의 투과계수를 나타내는 T_{eo} 와 T_{oe} 는 최대값을 가짐을 알 수 있으며, 이때의 주파수에서 모드 변환이 발생하는 물리적인 성질을 나타낸다.

3.2 Short-end 불연속의 해석

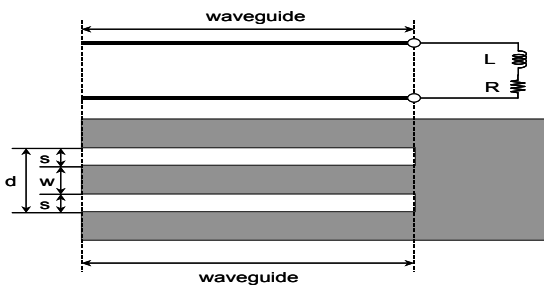
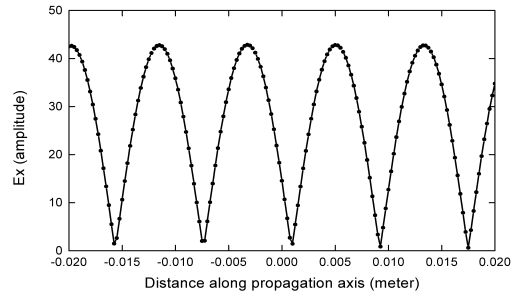
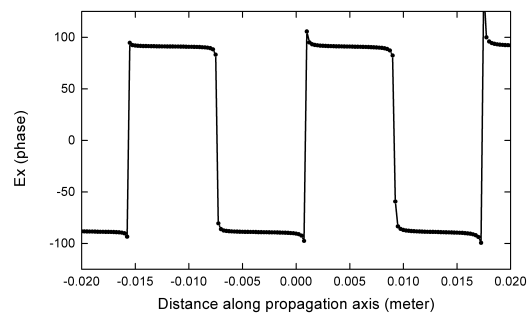


그림 5. CPW short-end 불연속의 구조
Fig. 5. Geometry in CPW Short-End



(a) 슬롯 내에서 전장의 크기

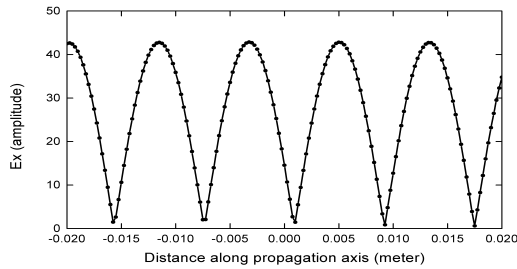


(b) 슬롯 내에서 전장의 위상

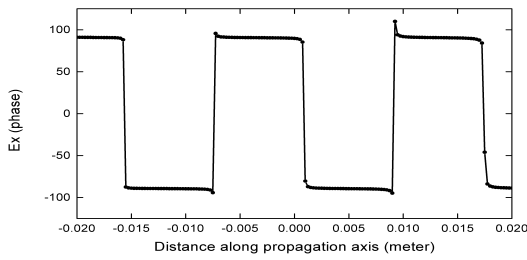
그림 6. 우모드 전류 인가시 위쪽 슬롯의 전장분포
Fig. 6. Electric Field Intensity in Upper Slot with Even-Mode Excitation

그림 5는 short-end 불연속을 갖는 CPW를 나타내며, 기판의 두께와 비유전율 등의 특성은 앞의 그림 3에서와 같다. Right-angled CPW 불연속에서와 같은 방법으로 MPIE를 풀어 슬롯에서의 전장분포를 구한 후, 구해진 전장분포에 GPOF를 적용하여 전과상수를 구하고, 이로부터 불연속에 대한 등가회로를 구성한다.

그림 6과 그림 7은 $s=0.789\text{mm}$, $w=1.5\text{mm}$, $h=0.8\text{mm}$, $L=63\text{mm}$, $\epsilon_r=2.2$ 인 short-end 구조에 15GHz의 주파수의 우모드(CPW mode) 전류원을 인가하여 위쪽 및 아랫쪽 슬롯 내의 전장 분포를 나타내고 있다. 그림 6과 그림 7에서 알 수 있듯이 슬롯의 전장분포는 전류원과 불연속으로부터 다소 떨어진 지점에서 기본 전파모드를 갖는 정재파의 형태로 이루어지므로 전송선 이론을 이용해 반사계수를 계산하여 이로부터 CPW short end에 대한 등가 임피던스를 구할 수 있으며, 저항성분과 리액턴스 성

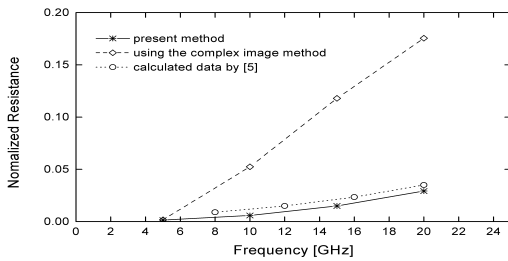


(a) 슬롯 내에서 전장의 크기

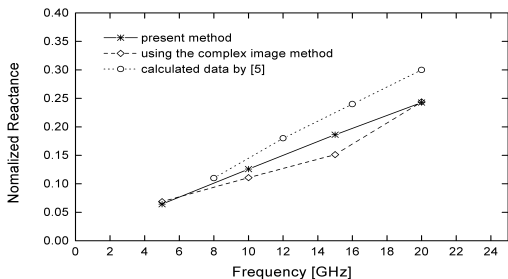


(b) 슬롯 내에서 전장의 위상

그림 7. 우모드 전류 인가시 아래쪽 슬롯의 전장분포
Fig. 7. Electric Field Intensity in the Lower Slot with Even-Mode Excitation



(a) 등가 저항



(b) 등가 인덕턴스

그림 8. CPW short-end 불연속의 등가 임피던스
Fig. 8. Equivalent Impedance of CPW Short-End Discontinuity

분을 갖는 등가회로를 구성할 수 있다.

그림 8은 기존의 복소영상법을 이용한 closed-form 그린함수 및 실수축상 적분에 의한 정확한 closed-form 그린함수를 이용하여 구한 등가 임피던스를 서로 비교하였다. 비교를 위해 Drissi의 논문 [5]에 제시된 데이터를 함께 표시하였다. 슬롯 내부에서 선로의 가로 방향으로 6개의 셀을 사용했으며, 선로의 진행 방향으로 불연속으로부터 충분히 떨어진 위치에서 180개의 샘플링 데이터를 추출할 수 있도록 셀의 개수를 정하였다. 그림 5의 결과에서 보듯이 그린함수의 정확도에 따라 계산결과가 상당한 영향을 받는 것을 알 수 있다.

IV. 결 론

CPW 불연속을 공간영역에서 해석하기 위해 갤러킨 법을 이용하여 MPIE의 해를 구하고, 불연속 지점의 특성을 해석하였다. Closed-form 형태의 공간영역 그린함수는 실수축 상에서 샘플링과 적분을 하는 방법을 채택함으로써 기존에 이용되어 왔던 복소영상법에 비하여 훨씬 정확한 결과를 얻을 수 있다. 모멘트법의 적용시 적분영역은 삼각형 요소로 분할하였으며, 이 방법은 지금까지 흔히 사용되고 있는 사각형 요소에 비하여 다양한 구조에 적응성이 우수하다. 갤러킨 법에 사용된 삼각형 요소상의 기저함수로는 선형함수를 사용하였으며, 관측점과 전원점이 일치하는 특이점 근방의 적분 계산을 위해 면적분을 선적분 형태로 바꾸어 피적분 함수의 특이점이 사라지도록 하는 해석적인 방법을 사용하였다.

CPW 선로에서 short-end 구조와 right-angle bend 구조의 불연속에 대한 특성을 해석하였다. Short-end 불연속에 대해서는 슬롯 내에서의 전장 분포가 정재파 형태로 나타나고 우모드의 전류 인가시 두 슬롯 사이의 전장은 크기가 같고 위상이 반대임을 확인하였으며, 구해진 전장분포에 GPOF 방법을 적용하여 등가저항 성분과 등가 인덕턴스 성분을 계산하였다. Right-angle 불연속에서는 입사파와 반사파의 비를 계산하여 특정 주파수 대역에서 기모드와 우모드간의 모드변환이 일어남을 확인하였으며,

이를 이용하면 CPW-슬롯 변환회로 등에 응용할 수 있다. 실수축 적분방법에 의한 그린함수를 이용함으로써 복소영상법에 의한 결과에 비하여 코플래너 도파로의 불연속에 대한 정확한 특성을 해석하였다.

CPW 선로의 불연속에 대한 full-wave 해석을 함으로써 지금까지 주로 의존했던 quasi-static 방법에 비하여 다양한 특성을 얻을 수 있게 되었으며, 전자파 복사, 고차모드 해석 등이 추가적으로 가능하게 되었다. 또한 전송선로의 물리적 특성을 파악하여 불연속에 대한 정확한 모델링 및 해석이 가능하다. 이 방법은 CPW 뿐만 아니라 슬롯 선로나 평면형 안테나의 모델링 및 해석에도 응용할 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] C. C. Tzuan and T. Itoh, "High-speed pulse transmission along a slow-wave CPW for monolithic microwave integrated circuits", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-35, pp. 697-704, Aug. 1987.
- [2] M. Naghed and I. Wolff, "A three-dimensional finite-difference calculation of equivalent capacitances of coplanar waveguide discontinuities", in *1990 IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, pp. 1143-1146.
- [3] A. A. Omar and Y. L. Chow, "A Solution of Coplanar Waveguide with Air-bridges Using Complex Images", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-40, pp. 2070-2077, 1992.
- [4] J. R. Mosig, "integral equation technique", T. Itoh, Ed., in *Numerical Techniques for Micro-wave and Millimeter-wave Passive Structures* New York: Wiley, pp. 133-207, 1989.
- [5] M. Drissi, V. F. Hanna, J. Citerne, "Analysis of Coplanar Waveguide Radiating End Effects Using the Integral Equation Technique", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-39, pp. 112-116, Jan. 1991.
- [6] M. D. Wu, S. M. Deng, R. B. Wu, and P. Hsu, "Full-Wave Characterization of the Mode Conversion in a Coplanar Waveguide Right-Angled Bend", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-43, pp. 2532-2538, Nov. 1995.
- [7] 강 연덕, 이 택경, "Quasi-static 근사에 의한 코플래너 도파로의 경계요소 해석", 전자공학회논문지, 제33권, D편, 제6호, pp. 425-434, 1997. 6.
- [8] 강 연덕, 이 택경, "경계요소법에 의한 코플래너 도파로 불연속의 등가 인덕턴스 해석", 전자공학회논문지, 제33권, D편, 제6호, pp. 435-443, 1997. 6.
- [9] Y. L. Chow, J. J. Yang, D. H. Fang, and G. E. Howard, "Closed-form spatial Green's function for the thick substrate", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-39, pp. 588-592, 1991.
- [10] M. I. Aksun, "A Robust Approach for the Derivation of Closed-form Green's Functions", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-44, pp. 651-658, May 1996.
- [11] R. A. Kipp and C. H. Chan, "Complex Image Method for Sources in Bounded Regions of Multilayer Structures", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-42, pp. 860-865, May 1994.
- [12] 강연덕, 이택경, "코플래너 도파로 해석을 위한 정확한 closed-form 그린함수", 전자공학회 논문지, 제37권, TC편, 제11호, pp. 609-617, 2000년 11월.
- [13] S. M. Rao, D. Wilton and A. W. Glisson, "Electromagnetic Scattering by Surfaces of Arbitrary Shape", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-30, pp. 409-418, May 1982.
- [14] Y. Hua, and T. K. Sarkar, "Generalized Pencil-of-Function Method for Extracting Poles of an EM System from Its Transient Response", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-37, pp. 229-234, Feb. 1989.

강 연 덕(姜鍊德)

1993년 2월 : 한국항공대학교 항공 전자공학과(공학사)
 1996년 2월 : 한국항공대학교 항공 전자공학과(공학석사)
 2000년 8월 : 한국항공대학교 항공 전자공학과(공학박사)
 2000년 9월 ~ 현재: LG 이노텍 전문화그룹 선임연구원

관심분야: 레이더 시스템, 초고주파 소자, 안테나 등

송 성 찬(宋星讚)

2001년 2월 : 한국항공대학교 항공 전자공학과(공학사)
 2003년 2월 : 한국항공대학교 항공 전자공학과(공학석사)
 2002년 11월~현재 : 삼성탈레스(주) 주임연구원
 관심분야 : 안테나 설계, 수치해석, RF/MW 회로설계

이 택 경(李澤璟)

1983년 2월 : 고려대학교 전자공학과 졸업(공학사)
 1985년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업(공학석사)
 1990년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업(공학박사)
 1990년 3월~1991년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 연구원

1990년 5월~1991년 4월 : Univ. of Texas at Austin, Post-Doctoral Fellow

1991년 9월~1992년 2월 : 한국과학기술원 정보전자연구소 연구원

2001년 7월~2002년 7월 : Univ. of Illinois Urbana-Champaign, Associate Visiting Research Professor

1992년 3월~현재 : 한국항공대학교 전자정보통신 컴퓨터공학부 교수

관심분야 : 마이크로파, 안테나, 전자파 해석, 레이더