한국초등수학교육학회지 7, 23-44. Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 7, 23-44.

수학적 맥락 정보를 이용한 수업 환경에서의 학습자의 문제 해결 활동

배 민 정[1) ・ 백 석 윤[2)

수학적 맥락 정보를 이용한 문제가 주어졌을 때, 학생들의 문제 해결 활동을 관찰하고 인지적 측면과 정서적 측면에서 분석하였다. 수학적 맥락 문제들은 Freudenthal의 수학 교육 이론과 RME에 따라 구성하였다. 그 결과, 개방된 형태의 맥락 문제가 보다 다양한 풀이를 산출해냄을 알 수 있었다. 따라서 교사는 스스로 형식적 수학을 재발명하고, 학생들로 하여금 그에 걸맞은 인지적 활동이 이루어지도록 나름대로의 교수 학습 방법을 개발하여야 한다.

〔주제어〕 수학적 맥락 정보, 수업 환경, 문제 해결, Freudenthal, RME, Mathematics in Context, 개방형 맥락 문제.

Ⅰ. 들어가면서

최근의 수학 교육은 모든 학생들에게 수학적 소양을 갖출 기회를 제공하는 것을 목표로 하고 있다. 이러한 최근의 수학 교육계의 세계적 동향의 이면에는 수학은 불변의 절대적인 진리라기보다는 인간의 노력에 의해서 이루어지는 창조적 활동으로서 받아들여지고 수동적인 학습보다는 능동적인 활동적 학습이 더욱 중시되고 있음을 의미한다. 그러나 이처럼 오랜 기간 학교에서 수학을 배워도 학생들이 수학을 내면화하지 못하며 나름대로의 노력이 실효를 거두지 못하는 원인으로 생각해 볼 수 있는 것은 수업 시간 중 다루어지는 문제, 특히 도입 문제의 부적절성과 교사의 부적절한 교수 방법을 들 수 있겠다.

이에 학생들이 수학을 긍정적으로 보도록 하고 문제 해결력을 향상시킬 수 있는 방법으로 Freudenthal이 제시한 것이 '안내된 재발명'에 의한 수학화 경험이다. 학습자에게 수학화 경험을 시키기 위해서는 이른바 교수학적 현상학의 원리에 따라 수학의 역사적 맥락을 분석함과 동시에 학습자 주변에서 수학적으로 조직되어질 필요가 있는 적절한 현상을 찾아내는 것이 선행과제이다. 그런 다음 학습자 스스로의 창조적 활동 그리고 다른 학습자와의 논의 과정을 거쳐 수학을 재창조하는 과정을 밟게 하는 것이다.

상황인지론에 의하면 지식과 기능은 실생활에서 유용하게 사용되는 맥락(context)에서 학습되어지며, 인지는 개인에 한정되는 것이 아니라, 그것이 개발되는 환경과 밀접한 관련을 갖는다. 상황 인지론자들은 실생활의 맥락은 학생들이 학습 내용을 그들의 개인적인

1) [제1저자] 서울 수암 초등학교.
2) 서울 교육 대학교.

경험과 요구에 연결시킬 수 있게 하기 때문에 학습자들에게 배우고자 하는 동기를 부여하고 지식을 보다 유의미하고 이해하기 쉽게 만든다고 주장한다. 따라서 그들은 비 맥락화된 상황보다는 실제의 상황을 경험할 수 있도록 학습의 초점이 맞추어져야 한다고 주장한다(Bransford, Sherwood, Hasselbring, Kinzer, & Williams, 1992).

따라서 본 연구에서는 Freudenthal의 수학화 이론과 상황 인지론을 바탕으로 한, 수학적 맥락 정보를 이용한 문제를 제시하였을 때 학습자들이 문제를 해결해 나가는 과정을 현상학적으로 기술하고자 한다.

II. Freudenthal의 수학화 이론과 상황인지론

1. Freudenthal의 수학화 이론

Freudenthal(1973)에 의하면, 수학은 이렇게 현실에서 출발하여 확장되어 가는 것이며, 개인의 필요가 증가함에 따라 발달하는 자연적이고 사회적인 활동이며, 이 세계를 인지적, 실제적, 정서적으로 정복해 하는 인간의 사고 방법이다. 따라서 개인적으로나, 역사적으로나, 수학의 출발점은 현실이고 수학은 이런 현실 세계를 이해하기 위한 수단인 것이다.

이와 같이 Freudenthal은 수학의 연역 체계만을 강조하는 것은 학생들의 정신적 현실을 출발점으로 하는 활동에 의한 수학의 자연스러운 성장에 역행하는 반교수학적 전도라고 보고 수학은 현실과 상식을 출발점으로 하여 내용과 형식의 교대 작용에 의해 조직화되어 가고, 확실성을 추구하는 인간의 정신적 활동이라는 점을 강조하고 있으며 학생들은 완성된 수학적 구조를 제시하는 것을 통해서가 아니라 현실로부터 조직화하는 활동을 체험해야만 자신이 배운 수학을 통합하고 수학을 응용할 수 있음을 말하고 있다.

Freudenthal에 따르면, 수학화란 현상을 수학적 수단인 본질 즉, 수학적 개념, 구조, 아이디어로 조직화하고 체계화하는 것을 의미하며 수학화 과정은 현상과 본질의 교대 작용에 의해 수준 상승이 이루어지는 불연속적인 과정이다. 이 때 현상이란 수학이 현실을 매체로 확장되어 간다고 볼 때 현실적인 경험일 수도 있고 수학적인 경험일 수도 있다. 즉, 수학화란 현실 상황을 수학적 수단에 의해 수학화 하는 것을 출발점으로 해서 수학 자체의 수학화로 이어지며 처음에는 국소적으로, 나중에는 전체적으로 진행된다.

수학화 과정은 현실 속의 풍부한 맥락(context)에서 이상화와 단순화 과정을 통해 비본질적인 것을 제거하고 그 맥락 속의 본질을 이해하는 활동으로 소음이 있는 현상 가운데에서 그 정리 수단인 본질을 찾고 조직해 나아가는 과정이라고 할 수 있다. 즉, 수학화의 과정은 현실 상황에서 드러나는 수학적 요소를 찾아내는 것으로부터 시작하여 그것을 수학적으로 세련시켜 가는 과정이며 이런 과정 속에서 현상과 본질의 교대가 계속 반복되면서 조직화되는 과정이다.

Freudenthal은 만인을 위한 수학 교육을 지향하며, 수학 교수 학습에서 수학화의 과정을 경험시킴으로써 수학의 유용성을 알도록 하는 것을 중요시한다. 수학화를 경험시킨다는 것은 교사의 적절한 안내에 의해 학습자로 하여금 선조들이 이미 발명한 수학을 조직해야 할 현상으로부터 출발해서 수준의 비약을 거쳐 재발명해 가도록 한다는 것을 의미한다.

Freudenthal은 점진적인 수학화를 안내하는 수학 학습-지도 원리인 안내된 재발명 원리, 교수학적 현상학, 학습 수준 이론으로 제시하고 있다. 교사의 안내에 의해 학생들이 수학화 과정을 재발명해 가도록 할 때, 거시적인 하나의 틀을 제공해 주는 것이 학습 수준 이론이며, 점진적인 수준의 이행을 위한 여러 가지 현상들을 제공해 주고자 하는 것이 교수학적 현상학이며, 이런 교수 원리를 실제 수업 장면에서 구현하는 방법은 기존의 설명과 문제 해결 지도가 아니라 풍부한 의미의 문맥을 제공하여 발명을 안내하는 것이다.

2. Realistic Mathematics Education(RME)

1971년부터 1980년까지 활동한 네덜란드의 국립 수학교육 연구소인 IOWO(Institute for Development of Mathematics Education)는 Freudenthal을 주축으로 설립된 것으로 이를 통해 나온 수학 교육 이론이 이른바 Realistic Mathematics Education(RME)이며 이와 같은 RME이론은 Freudenthal 연구소의 연구원들에 의해 광범위하게 설명·연구되어져 왔다(de Lange et al. 1987; Gravemijer, 1994).

여기서 realistic이 의미하는 바는 현실(reality)을 가리키는 말이지 실생활 상황(real life situations)만을 가리키는 말은 아니다(Hershkowitz et al. 1996). 즉, 앞서 말했듯이 현실이란 주관적 개념이며 이것은 현실 상황을 의미할 수도 있으며 또한, 수학 자체를 의미할 수도 있다(Freudenthal, 1991).

Gravemijer(1994)에 따르면, RME의 철학은 Freudenthal의 수학을 인간의 활동으로 보는 관점에 토대를 두어 수학은 과정이며 활동으로 생각한다는 점이다. 또한, RME에서의 핵심적인 생각은 학생들은 교사의 안내 하에 수학을 재발명할 수 있는 경험을 할 수 있어야 한다는 점과 학생들의 비형식적인 방법을 존중하고 상호작용적 학습을 강조한다는 것이다(de Lang, 1996; Gravemijer, 1994).

RME에서 핵심이 되는 것은 맥락 문제이다. 다양한 풀이 방법을 발생시키는 맥락 문제가 제시되어야 한다. 또한 학생 개개인의 풀이 방법, 그리고 이러한 자신의 풀이 방법과 문제 상황에 대한 소집단별·전체적 토의와 같은 상호작용이 중요한 요소로 작용한다. 이 때, 토의의 초점은 풀이 방법의 적절성과 정확성, 효율성에 있으며 동시에 문제 상황을 적절히 해석하는데 있다. 즉, RME에서 학생들은 자신의 답의 정당성과 표준적 풀이 방법으로의 방향을 교사에게 맡길 수 없다. 따라서 학생들은 자신의 풀이를 설명하고 정당화하며 다른 친구들의 풀이를 이해하려고 노력하고 필요하다면 설명이나 정당화를 요구하는 것과 같은 의무감을 갖고 있다. 이 때, 교사는 적절한 학습 활동을 선정하고 토론을 시키고 토론을 안내하며 학생들이 수학적으로 제시한 것을 다시 명확히 말하는 것과 같은 안내자로서의 역할을 수행한다.

de Lange 등(1987)은 실세계로부터 출발하여 수학적 개념과 아이디어를 개발하는 과정을 '개념적 수학화(conceptual mathematizing)'라 부르면서 학습 모형을 다음과 같이 설명하고 있다.

첫 번째 단계는 문제를 조직화하고 구체화해서 문제의 수학적 측면을 알아내고 규칙성을 발견하는 단계이다.

두 번째 단계는 학생들 간의 상호작용과 학생들의 사회적 환경, 형식화 및 추상화 능력과 같은 요인에 의존하여 현실 상황으로부터 수학적 개념을 추출해 내게 된다. 이 단계

를 '개념적 수학화' 라고 부를 수 있다. 여기서 반성적 사고가 중요한 역할을 수행한다.

세 번째 단계는 형식화와 추상화의 단계로 수학적 개념을 기술하고 이어서 보다 엄밀하고 형식적인 정의를 내리게 된다.

네 번째 단계는 수학적 개념을 새로운 문제에 응용함으로써 수학적 개념을 강화하고 수학화 기능을 개발하며 일반화하는 단계이다.

끝으로 해결된 문제는 현실 세계에 대한 학생들의 관점에 영향을 미치게 된다.

3. 상황 인지론과 상황 학습

상황 인지론에서는 인간의 인지와 사고에 대하여 이전과는 근본적으로 다르게 정의하고 있다. 상황 인지론에서는 기억보다는 지각을 강조하고 있으며 정보를 처리할 때 지식은 더 이상 단순히 머리 속에 저장되어 있는 것이 아니라, 맥락과 관련하여 사고한다는 점에 강조를 두고 있다(Young, 1993). Lave(1988)는 사고를 설명하는 데 있어서 맥락과 상황의 중요성을 강조하였으며, 평범한 사람들이 수학을 어떻게 사용하고 교실 상황에서 해결하지 못한 문제를 어떻게 생각하고 해결하는지에 대한 연구를 통하여 이를 입증하였다. 따라서 상황 인지론에서 맥락과 상황은 사고와 인지에 있어서 매우 중요한 역할을 하기 때문에, 교실 수업을 초월하는 가치를 지닌 지식을 갖기 위해서는 실제적으로 유의미한 상황적 경험을 통하여 이루어져야 하며, 학습자는 그 상황 내에서 능동적인 참여자로서 상황화되어야 한다. 결국, 상황 인지론에서 지식은 학습자와 환경과의 능동적인 관계를 통하여 개발되며, 학습은 학생들이 복잡하고 실제적인 학습 환경에 활동적으로 참여할 때 이루어진다.

상황 학습에서 가장 핵심적인 요소는 사회적 상호작용으로서, 학습자는 특정한 신념과 행동이 포함되어 있는 '공동체적 관행' 속에 참여함으로서 학습하게 된다. 학습자는 처음에는 공동체에 주변적인 참여자로 시작하여 나중에는 중심적인 역할을 하게 되며, 그 문화에 보다 능동적으로 참여함으로써 전문가의 역할을 하게 된다. 이러한 점에서 상황 학습은 의도적이라기보다는 비의도적인 경향이 강하다고 하겠다.

학교에서 상황 학습이 이루어지려면 전통적으로 교사와 학습자에게 요구되던 역할이 바뀌게 된다. 교사는 과제 학습을 수행하기 위한 모델로서 작용해야 하며, 학생들의 수행 능력을 향상시키는 데 도움이 될 수 있는 안내자의 역할을 해야 한다. 상황 학습에서 요구되는 교사의 역할은 협동 활동을 강조하는 수업 방법과 교과 내용을 개발해야 하며, 학생들이 이미 알고 있는 것과 학습해야 할 것들과의 복잡한 상호관계를 고려해야 하며, 궁극적으로 의미는 학습자를 위해서 형성되는 것이 아니라 학습자에 의해서 형성되는 것이라는 점을 인식해야 한다.

III. 연구 방법 및 결과

1. 연구 방법

본 연구를 수행하기 위해서 수학 특기 적성 반에서 6주간에 걸쳐, 일주일에 2시간씩 수

업을 하였고, 마지막 수업 시간이 끝난 후 면담을 하였다. 수업 내용을 녹음하고 프로토콜로 작성하여 결과에 제시하였다.

2. 연구 절차

수학적 맥락 정보를 이용한 문제가 들어간 교재는 미국 위스콘신 대학과 네덜란드 RME 연구소가 합작하여 만든 *Mathematics in Context*를 사용하였다. *Mathematics in Context*의 4, 5학년 교재 중에서 학생들의 수업 진도와 관련된 부분을 선정하여 수업하고, 수업 내용을 녹음하여 프로토콜로 작성하였다.

3. 수학적 맥락 정보 학습지

본 연구에서는 수학적 맥락 정보를 활용한 문제 해결 활동에서 학생들의 인지적인 측면과 정의적인 측면에서 어떤 현상이 나타나는가를 알아보고자 [표 1]과 같은 내용의 학습지를 준비하였다.

[표 1] 학습지 내용

수업 명	수업 주제	수업 내용
수업 1	규칙 찾기	중세의 성벽 쌓기와 스파이의 암호 외우기를 통해 규칙 찾기를 배운다.
수업 2	규칙 찾아 일반화시키기	영화 세트 속에 타일 깔기를 통해 규칙을 찾고 일반화 식을 끌어내는 방법을 배운다.
수업 3	분수	샌드위치를 나누는 활동을 통해 등분할을 알고 분수를 배운다.
수업 4	분수의 곱셈	요리 재료의 양을 구하는 활동을 통해 약분, 통분, 분수의 곱셈을 배운다.
수업 5	크기 비교	이상한 크기의 가구를 보고 기준을 이용하여 사물의 크기를 비교하는 방법을 배운다.
수업 6	비	사람의 키의 변화그래프를 보고 비를 배우고, 비를 이용하여 알고자하는 것을 구하는 방법을 배운다.

4. 관찰 대상

본 연구는 서울특별시 노원구에 소재하고 있는 S 초등학교 5학년 학생 중에서 수학 특기 적성 반을 신청한 6 명의 학생을 관찰 대상으로 하였다. 연구 대상을 선정하는 데 있어서 특별히 제한점을 두지는 않았고, 연구의 객관성을 높이기 위해서 학생들은 자신이 연구자의 실험에 참여하고 있다는 사실을 모르도록 하였다.

5. 결과

가. 인지적인 측면의 관찰 결과

(1) 학생들은 자신의 수학적 생각을 말로 표현하려 하고 자신의 답을 근거를 들어 정당화하려고 하였다.

우리 나라 초등학교 수학 교실은 주로 수학적 문제 해결 과정이 계산과 알고리즘을 통해서 결과를 구하는 것이었다. 물론 소집단 활동이 이루어지면서 수학적 토의를 할 수 있는 기회가 늘어나고는 있지만 지금까지 수학 학습 과정이 교사의 설명과 계산과 알고리즘을 그대로 따라하는 방식으로 이루어져왔기 때문에, 학생들 스스로 문제를 해결하고 자신의 문제 해결 과정을 표현하며 학생들 사이에 의사소통이 활발하게 일어나는 수학 교실로 쉽게 바뀌지 않는다. 따라서 수학 교실에서 일어나는 문제 해결 과정을 보충해야 할 필요가 생기게 되고, 그 대안으로 수학적 맥락 정보를 이용한 문제를 활용할 것을 제안하고 있다.

학생들은 처음에는 자신의 문제 해결 과정을 서로에게 설명하는 데 어색해 했으나 점점 시간이 지나면서 각자가 생각한 방법을 서로에게 근거를 들어 설명하고 정당화하려고 하였다.

수업 1, 4, 6의 경우에는 과제 내용이 비교적 단답형적인 것이 많아서 학생들은 자신의 수학적인 생각을 정당화하기 위해 자세한 설명을 하지 않았다. 그러나 수업 2, 3, 5의 경우에는 과제가 학생들에게 다양한 답을 끌어내는 내용이기 때문에 학생들은 자신의 수학적 생각을 말로 표현하고 여러 가지 근거를 들어 자신의 생각을 정당화하였다. 이것으로 학생들에게 자신의 수학적인 생각을 여러 가지 근거를 들어 설명하는 기회를 주기 위해서는 맥락 문제라 할지라도 그 내용이 단답형적인 것 보다는 개방형의 맥락 문제가 제공되어야 한다.

(수업 2) 타일 깔기를 이용한 규칙의 일반화된 식 만들기

교: 우르바쉬도 이 방법이 불편하다고 생각했나 봐요. 그래서 더 쉽게 구할 수 있는 방법을 생각하고 있었는데, 그녀의 동료인 철수가 30 타일에 필요한 회색 타일의 수는 $4+29\times2$를 계산하면 된다고 했어요. 어떻게 철수가 그런 식을 생각해 냈는지 설명해 보세요.

황: (한참 생각하다) 아! 선생님, 철수가 왜 그런 계산을 했는지 알았어요. 표에서 보면 회색 타일의 수가 4, 6, 8, 12, …으로 늘어나는데 $6=4+2$, $8=4+4$, $12=4+8$, …이잖아요. 4에다가 1×2, 2×2, 3×2 씩 더하는 것이니까 30타일에는 $4+29\times2$인거죠.

교: 회색 타일 수를 구할 수 있는 자기만의 공식을 한번 만들어 보세요.

황: 선생님, 저는 (길 타일 수×2)+2라고 만들었어요.

교: 좋아요, 왜 그렇게 만들었는지 설명해 보세요.

황: 회색 타일의 수가 4, 6, 8, 10, …, 이렇게 늘어나니까 $4=(1\times2)+2$, $6=(2\times2)+2$, $8=(3\times2)+2$, …를 만족하므로 (길 타일 수×2)+2라고 했어요.

교: 참 잘했어요. 또 다른 사람?

이: (길 타일 수+1)×2입니다.

교: 왜 그렇게 했는지 설명해 보세요.

이: (1+1)×2=4, (2+1)×2=6, (3+1)×2=8, (4+1)×2=10, …이므로 (회색 타일의 수)=(길 타일 수+1)×2입니다.

수업 2에서 타일의 수가 증가할 때 흰색 타일의 수와 회색 타일의 수를 차례로 구해가다가 일반화된 식의 필요성을 이해하게 된다. 문제에서 주어진 일반화된 식이 어떻게 구해졌는지 알아보는 과정에서 '황'은 잠시 생각하다가 발견의 기쁨을 맛보게 된다. 또, '이'는 일반화된 식이 어째서 필요하고 또 얼마나 편리한지에 대해 교사가 설명해 주지 않아도 자기 스스로 발견하여 친구들에게 말해준다. 나아가서 '황'과 '이'는 자기만의 일반화 식을 만들어 볼 수 있게 되었다. 이 과정에서 학생들은 친구들이 자신의 일반화 식이 나오게 된 과정에 대해 설명하는 것을 듣고 자신의 문제 푸는 방법을 더 세련시킬 수 있게 된다.

수업 2를 한 뒤 일주일 뒤에 이루어진 수업 3에서는 수업 1, 2에서 발표를 세련되게 하지 못한 학생들이 매우 적극적으로 자신의 수학적 생각을 다른 친구들 앞에서 표현할 수 있게 되었다. 또 점차적으로 학생들은 자신의 수학적인 생각을 표현하는 데 정답을 먼저 말하고 그 이유를 설명하는 형식으로 나타나게 되었다.

(2) 학생들 사이의 상호작용을 통해 주어진 수학 문제에 대해 다양한 해결 방법을 찾으려 하였다.

지금까지 수학 문제는 과정은 여러 가지가 있었어도 정답은 하나였다. 이는 수학적인 의사소통을 하는데 있어서도 활발한 의사소통을 가로막고, 권위자(교사, 학생)가 소집단 활동을 주도하고 나머지 학생은 그대로 따라가는 현상이 나타나게 되었다. 이에 반해 개방형 문제는 정답이 다양하게 나올 수 있기 때문에 학생들이 자유롭게 그 문제에 대해 사고하고 표현하는 기회를 제공한다고 볼 수 있다. 따라서 수학적 의사소통이 활발하게 이루어지게 하기 위해서는 여러 가지 방법으로 해결책이 나온다든지, 또는 자신의 창의적인 생각을 가지고 상황을 구성하게 하는 문제를 제시하는 것이 필요하다.

(수업 3) 샌드위치 나누기를 이용한 분수 이해

교: 그럼 b조는 1인당 얼마의 샌드위치를 먹게 되나요?

황: 샌드위치 하나를 네 도막씩 나누면 모두 12도막 되는데 이것을 세 도막씩 먹습니다.

도: 선생님 칠판에 그림으로 그려도 되나요?

교: 그렇게 하세요.

도: (그림을 그리며) 샌드위치를 각각 반으로 잘라서 각자 샌드위치 반개씩 먹은 후 남은 2 개의 반도막을 다시 반으로 잘라 네 사람이 각자 하나씩 먹습니다.

……

교: 그래요. 모두 잘 말했어요. b는 어떤가요?

도: 3÷4=3×1/4=3/4입니다. 그림에서도 샌드위치를 모두 4등분하여 그 중 3개씩을 먹었으

므로 한 사람이 3/4를 먹은 것입니다. 또 아까 제가 말한 방법을 보면 1인당 1/2+1/4 =2/4+1/4=3/4입니다.

교: '도'가 3가지 방법으로 설명했군요. 잘 했어요. c는 어떤가요?

민: 2÷3=2×1/3=2/3입니다.

서: 그림에서 샌드위치를 3등분하여 각자 2개씩 먹었으므로 한 사람이 2/3씩 먹은 것입니다.

a, b, c, d조에 속한 학생들이 주어진 샌드위치를 똑같은 양으로 나누는 문제로 분수를 알아보는 문제이다. 학생들은 그림, 분수의 나눗셈(수학반 학생들이 5학년이라 분수의 나눗셈을 배웠다), 통분 개념, 약분 개념 등을 동원하여 다양한 해결 방법을 내세우고 있다. 또, '도'는 앞에서 친구가 말한 내용을 그 다음 문제에 응용하기도 하며 한 문제에 대해 3가지 방법을 제시한다.

(3) 서로 생각이 다른 경우 즉각적인 반응이 나타나면서 자연스럽게 상호작용이 일어났다.

김영천(1997)의 연구에서도 나타나듯이 우리 나라 초등학교 교실은 교사에 의한 질문-발화자에 의한 대답-교사의 질문-학급 학생들에 의한 집단적 평가라는 독특한 수업 시퀀스가 나타난다. 다시 말해, 상호작용이 인위적이고 형식적이라는 말이다. 이런 사회 문화가 수학 교실에 영향을 주고 있기 때문에 수학적 의사소통이 활발하게 일어나는 수학 교실로 변화시킨다는 것이 쉽지는 않다는 것이다. 이에 반해, 맥락 문제는 여러 가지의 문제 상황을 해석하는 과정에서 학생들은 자신의 생각을 자유롭게 제시하도록 만들어주기 때문에 학생들은 자연스럽게 자신의 의견을 말하고 생각이 다를 경우 즉시 물어보았다. 다음은 수업 활동에서 학생들 사이에 일어난 상호작용을 보여준다.

(수업 1) 성벽 쌓기를 이용한 규칙 찾기

교: 정말 잘 했어요. 그럼 LSLLSSLLSLLSLLSSLLSL는 어떻게 암기해야 할까?

도: LSLLSSL이 반복 되요.

황: 아닌 것 같아. LSLLSSL 다음에는 LSLLSLL이렇게 되니까 아니야.

이: LSLLSSLLSL이에요.

도: 아! '이'가 맞았어요.

'황'이 '도'의 방법에 문제가 있음을 지적하고 있다. 이 지적을 듣고 '이'가 바른 답을 하니까 '도'는 자신의 답에 문제가 있음을 인정하고 '이'가 맞았다고 말한다.

(수업 4) 음식 재료의 양을 이용한 분수의 곱셈

교: 그럼 d 문제를 풀어볼까요?

서: 선생님, 1600 g 중 1200 g을 얻어야 하므로 3번 잘라서 3조각을 사용합니다.

윤: 3번 잘라서 3조각을 사용하는 게 뭐야?

민: 3번 자르면 4조각이 나오니까 4조각 중 3조각을 사용한다는 것이지.

황: 선생님, 재미있는 방법이 생각났어요.
교: 말해보세요.
황: 치즈를 얼려서 가루를 낸 후 직사각형으로 만들어 4등분을 한 후 3등분을 사용합니다.
이: 아까 내가 한 방법을 응용했구나!

'이'는 앞에서 부채꼴 형태의 치즈를 똑같이 등분하기가 어려우므로 치즈의 말랑말랑한 성질을 이용하여 직사각형으로 만들어 똑같이 등분한다는 아이디어를 냈다. '황'은 '이'의 아이디어를 응용하여 치즈를 얼려 가루를 낸 후 직사각형으로 뭉쳐서 똑같이 등분한다고 하였다.

(수업 5) 가구를 이용한 크기 비교
교: 그럼 그림에 나오는 2개의 의자의 크기는 같을까요? 다를까요?
민: 멀리 있는 것은 작게 보이고 가까이 있는 것은 크게 보이는 것이지 같은 크기입니다.
윤: 의자 다리의 길이가 같아 보여요.
이: 선생님 보통 식탁 세트의 의자의 크기는 같잖아요. 같은 세트의 식탁 의자의 크기가 다르겠어요.
도: 선생님, 이 두 의자의 크기는 정확하게 비교할 수 없어요.
교: 왜 그런가요?
도: 두 의자의 크기를 비교할 대상이 없어요. 앞에 그림처럼 의자에 누군가 앉아 있다면 비교할 수 있는데 의자에 아무도 없어서 비교하기가 곤란해요.
서: 아! 듣고 보니까 '도'의 의견이 맞는 것 같아요. 처음에는 막연히 두 의자의 크기가 같을 것이라고 생각했는데, 두 의자의 크기를 비교할 기준이 없으므로 의자의 크기를 비교하기는 어려워요.

'도'가 낸 의견에 대해 '서'는 강한 동의를 표시하고 있다. '서'는 '도'의 의견을 듣고 처음에 가지고 있던 자신의 생각을 바꾸었고, 자신의 의견을 근거를 내세워 정당화하고 있다. 이와 같이 학생들은 문제의 맥락을 해석하여 반성적 사고를 통해 여러 가지 해결 방법을 생각해 내고 다른 사람의 생각과 자신의 생각을 비교·검토하고 좀 더 간편하고 합리적인 방법을 찾아간다.

나. 정의적인 측면에서의 관찰 결과

(1) 학습자는 수업에 능동적이고 적극적으로 임하려고 한다.

학생들은 6주간에 걸쳐 연구자와 수업을 하였다. 처음 수업을 할 때의 학생들의 반응은 흥미로워 했지만 자기가 하고 싶은 말을 자제하는 듯 하였다. 혹시 틀려서 친구들 앞에서 창피 당하는 것이 아닌가 하는 마음 때문인 것 같았다. 그러나 시간이 지나가면서 학생들은 수업에 능동적이고 적극적으로 임하려고 하고 수업이 끝나면 다음 시간에 무엇을 할 것인지 궁금해 했다.

(수업 2) 타일 깔기를 이용한 규칙의 일반화된 식 만들기
敎: 그런가요? 왜 그런지 지원이가 설명해 볼까?
윤: 음…. 선생님 저는 한 번 그려봐야 알 수 있을 것 같아서 그려보는 중 이예요.
敎: 좋은 생각이야. 그래 한 번 그려보니 어떠니?
윤: 이의 말대로 가로가 타일 두 개 만큼 더 길어요.

(수업 3) 샌드위치 나누기를 이용한 분수 이해
敎: 그럼 a에서 d까지 1인당 먹는 샌드위치의 양을 분수로 나타내어 봅시다.
윤: a는 1인당 1/2씩 먹습니다.
敎: 왜 그런가요?
윤: 그림을 보면 3개의 샌드위치를 반으로 잘라 1개씩 먹었기 때문입니다.

(수업 4) 음식 재료의 양을 이용한 분수의 곱셈
敎: 잘 했어요. 그런데 며칠 뒤는 엘렌 엄마의 생신이에요. 이 날 엘렌과 엄마 두 사람 만의 파티를 위해서 같은 요리를 만들려면 요리 재료의 분량을 얼마로 줄여야 할까요?
윤: 지금 계산한 요리 분량을 또 반으로 줄여요.
敎: 왜 그런가요?
윤: 지금 8명이 먹을 것을 반으로 줄여 4명이 먹을 분량을 계산했어요. 이것을 2명이 먹을 것으로 줄이려면 4명이 먹을 분량을 다시 반으로 줄이면 됩니다.

수업 2에서 보면 '윤'은 자신의 생각을 표현하는 데 주저하고 자신 없어 한다. 그러나 수업 3과 수업 4에서는 교사가 시키지 전에 자신 스스로 발표하고 수업에 적극적으로 임하는 것을 볼 수 있다.

다음은 '서'의 태도를 살펴보도록 하겠다.

(수업 1) 성벽 쌓기를 이용한 규칙 찾기
敎: 서야, 60째 번 블록은 L일까? S일까?
서: (망설이다 작은 목소리로) S요.
敎: 좋아. 서야! 아까 이가 57째 번 블록이 S라고 했지. 왜 그렇다고 했니?
서: 홀수는 S, 짝수는 L이라고 했어요.
敎: 그럼 네가 60째 번 블록을 S라고 한 이유가 뭐니?
서: (생각하다가) 제가 아까는 잘못 생각했어요. 60은 짝수니까 L이에요.
…
敎: 다른 의견 있나요? 서는 어떻게 생각해요?
서: 저는 너무 복잡해서 잘 몰랐었는데 지원이 생각을 듣고 해 보니 LSSSL이 반복되었어요.
敎: 좋아요. 그럼 선생님이 아주 재미있는 것을 보여주겠어요. 여러분이 스파이라고 가정해 봐요. 스파이는 자기들만 통하는 암호가 있어요. 하지만 이 암호를 적어 다닐

수는 없어요. 왜냐하면 어떤 위험한 순간에 암호를 적은 종이를 잃어버리거나 누군가에게 뺏길 수도 있기 때문이지. 그래서 긴 암호를 외워야만 해. 그림과 같이 긴 암호를 쉽게 외우는 방법이 없을까?

서: 선생님, 지금 하는 것도 수학인가요?

교: 그래요. 책에 적힌 암호를 쉽게 외울 수 있는 방법을 생각해 봐.

(수업 2) 타일 깔기를 이용한 규칙의 일반화된 식 만들기

교: 왜 두 개만큼 더 긴가요?

서: 양쪽에 두 개가 붙으니까요

…

교: 그럼 30 타일에 필요한 흰색과 회색 타일의 수를 구해 봐요.

서: 선생님, 그럼 30까지 계속 표를 구해요? 너무 복잡해요.

(수업 3) 샌드위치 나누기를 이용한 분수 이해

교: '도'가 3 가지 방법으로 설명했군요. 잘 했어요. c는 어떤가요?

서: 그림에서 샌드위치를 3등분하여 각자 2개씩 먹었으므로 한 사람이 2/3씩 먹은 것입니다.

'서'는 수업을 시작할 때 가장 신경이 쓰이는 학생이었다. '서'는 수업에 참가한 학생 중 유일한 남학생이었고, 다른 학생들에 비해 수학 성적이 별로 좋지 못했고, 조울증 치료까지 받고 있어서 자신을 잘 드러내지 않는 학생이었다. 수업 1에서 '서'는 수학적 맥락정보가 주어진 과제에 매우 생소해 했고 "이런 것도 수학인가?"하고 물어볼 정도였으나 수업 2와 수업 3에서 보여주듯이 수업이 진행되면서 수업에 임하는 자세가 가장 적극적으로 변하였다.

(수업 2) 타일 깔기를 이용한 규칙의 일반화된 식 만들기

황: 선생님, 저는 (길 타일 수×2)+2라고 만들었어요.

교: 좋아요, 왜 그렇게 만들었는지 설명해 보세요.

황: 회색 타일의 수가 4, 6, 8, 10, … 이렇게 늘어나니까 $4=(1\times2)+2$, $6=(2\times2)+2$, $8=(3\times2)+2$, …를 만족하므로 (길 타일 수×2)+2라고 했어요.

교: 참 잘했어요, 또 다른 사람?

이: (길 타일 수+1)×2입니다.

교: 왜 그렇게 했는지 설명해 보세요.

이: $(1+1)\times2=4$, $(2+1)\times2=6$, $(3+1)\times2=8$, $(4+1)\times2=10$, …이므로 회색타일의 수=(길 타일 수+1)×2입니다.

'황'과 '이'는 타일의 수를 알아내는 문제에서 스스로 일반화 공식을 만들 정도로 수업에 적극적으로 임하였다.

(수업 3) 샌드위치 나누기를 이용한 분수 이해
敎: 그래요. 모두 잘 말했어요. b는 어떤가요?
도: $3\div4=3\times1/4=3/4$입니다. 그림에서도 샌드위치를 모두 4등분하여 그 중 3개씩을 먹었으므로 한 사람이 3/4를 먹은 것입니다. 또 아까 제가 말한 방법을 보면 1인당 $1/2+1/4=2/4+1/4=3/4$입니다.

'도'는 문제의 해결책을 세 가지로 표현하면서 수업에 참여하고 있다.

(수업 4) 음식 재료의 양을 이용한 분수의 곱셈
敎: 그럼 2명이 먹을 분량을 계산해 봅시다. (잠시 후) 파매산 치즈 1/6컵은 얼마로 줄여야 하나요?
민: 1/12컵으로 줄입니다.
敎: 어떻게 해서 그런 답이 나왔나요?
민: 1/6의 반은 1/12입니다.
敎: 더 자세하게 말해주겠어요?
민: $1/6\div2=1/6\times1/2=1/12$입니다.

'민' 또한 수업에 적극적으로 참여하고 있다. '민'과 '도'는 친한 친구 사이로 항상 같이 앉아서 수업을 들었는데 두 사람 모두 차분하고 치밀한 성격이어서 자신이 스스로 확실하다고 생각할 때 표현하는 경향이 있었다.

수업에 참여하는 학생들 모두 60분 동안의 다소 긴 수업에서 수업의 흐름을 놓치지 않고 신중하고 적극적으로 참여한다는 것을 관찰할 수 있었다.

(2) 학습자는 수학적 학습 과제에 흥미와 관심을 보인다.

연구자가 교재로 채택한 *Mathematics in Context*는 흥미로운 그림이 많이 들어간 책이다. 학습자들은 그 시간에 수업할 내용의 그림만 보아도 매우 재미있어 하였다. '서'는 수업 1을 경험하고 나서 그 다음 수업에 올 때마다 "선생님, 오늘도 그거(맥락정보를 이용한 수업)해요?"하고 물었고, 수업이 끝날 때는 "다음 시간에는 어떤 내용으로 (수업)해요?"하며 관심을 드러내었다. 매 수업이 끝난 후 수업에 대한 소감을 물어서 기록하였다.

(수업 1) 성벽 쌓기를 이용한 규칙 찾기
황: 스파이가 나오는 문제가 참 재미있고 마치 제가 스파이가 된 것 같은 느낌을 받았어요.
민: 그림을 보면서 하니까 수학을 푸는 것이 아니라 그림책을 보는 것 같아요.
도: 친구들의 설명을 듣고 하니까 더 잘 이해할 수 있어요.
이: 중세 시대와 스파이가 나오는 수학 문제는 처음이에요.
윤: 혼자하면 어려웠을 텐데 친구들과 같이 얘기하면서 하니까 즐거웠어요.
서: 이런 수학 수업은 처음이고 재미있는 이야기를 듣는 기분이었어요.

학생들은 중세 시대와 스파이가 나오는 수학 문제에 대해 매우 재미있게 느끼고 있으며, 교사의 일방적인 설명이 아닌 친구들과의 상호작용을 통한 수업에 흥미를 보이고 있다.

(수업 2) 타일 깔기를 이용한 규칙의 일반화된 식 만들기

황: 많은 생각을 필요로 하는 문제를 푸니 재미있어요. 선생님 설명을 일방적으로 듣는 것보다 여러 친구들의 생각 속에서 배우는 것이 더 많은 것 같아요.

윤: 처음에 보기에는 복잡할 것 같은데 차근차근 푸니 재미있게 풀렸어요. 한 문제에 여러 가지 공식이 있다는 것이 신기하게 느껴져요.

이: 차근차근하면서 공식을 찾아내니 재미있고 자신감이 생겨요. 수학에 대해 많이 배운 것 같아요

도: 문제를 여러 가지 공식으로 풀어 보며 한 문제에도 여러 가지 공식이 있을 수 있다는 것을 알았어요.

서: 친구들과 같이 푸니까 어렵다고 생각한 문제도 쉽게 풀 수 있어요.

민: 문제집에서 계산하는 것만 푸니까 재미가 없었는데 생활에서 접하는 문제를 푸니 유익해요.

수업 2의 내용이 타일의 수를 찾고 이것을 일반화시키는 다소 어려운 것이었으나 학생들의 반응은 의외로 '재미있었다', '친구들과 함께 문제를 푸니 어렵다고 생각한 문제도 쉽게 풀 수 있었다', '생활에서 접하는 문제를 푸니 유익해요' 등의 반응이 나왔다.

이와 같이 학생들은 수학적 맥락 정보를 이용한 과제에 대해 흥미와 관심을 보이고, 딱딱한 수학 문제를 보고 느끼는 거부감을 덜 느끼고, 적극성을 가지고 해결하려고 한다.

(3) 학습자가 자신감을 가지고 수학적 학습 과제를 해결하려고 한다.

연구자는 수업을 하기 전에 면담을 통해서 평소 수학에 대해 각자가 생각하고 있던 생각을 알아보았다. 6명의 학생 중에서 '윤'과 '서'는 수학 문제를 푸는 데 자신감이 없고, 수학을 잘 하기 위해서 수학 특기 적성 반에 왔다고 하였다.

수업 전 면담(윤)

교: 수학에 소질이 있다고 생각하는가?

윤: 노력은 하지만 소질이 있다고 생각하지 않아요.

교: 나도 이만하면 수학을 잘 하는 학생이라고 생각하는가?

윤: (약간 웃으며) 잘 모르겠어요.

교: 그럼 수학에 대해 모르는 것이 많다고 생각하니?

윤: 네.

교: 수학 시험을 준비하기 위해 시험공부를 하려고 할 때 걱정이 되니?

윤: 네, 걱정 때문에 더 공부가 안 되는 것 같아요. 시험을 보고 나서 점수 매길 때 더 떨려요.

위에서 보면 '윤'은 자신이 수학에 소질이 없다고 생각하고 수학에 대해 모르는 것이 많다고 생각한다. 또, 수학 시험을 두려워하고 있다. 다음은 '윤'이 수업에 임하는 모습을 나타낸 것이다.

(수업 2) 타일 깔기를 이용한 규칙의 일반화된 식 만들기
교: 그런가요? 왜 그런지 지원이가 설명해 볼까?
윤: 음… 선생님 저는 한 번 그려 봐야 알 수 있을 것 같아서 그려 보는 중 이예요.
교: 좋은 생각이야. 그래 한 번 그려 보니 어떠니?
윤: 은정이의 말대로 가로가 타일 두 개 만큼 더 길어요.
…
교: 정말 관찰력이 좋군요. 그럼 '전체 타일의 수=3×(길+2)' 이 공식이 어떻게 나왔는지 설명해 보세요.
윤: 그 위의 공식에서 (길+2)가 3개 더해져 있으므로 이것은 3×(길+2)와 같아요.
교: 잘했어요. 지원이가 계속 입을 다물고 있었는데 아주 잘 해 주었어요.

(수업 4) 음식 재료의 양을 이용한 분수의 곱셈
교: d 문제는 어떻게 풀까요?
윤: 자른 부분이 전체의 3/4이므로 809÷4를 계산하면 약 202g입니다.

(수업 5) 가구를 이용한 크기 비교
교: 그렇지요, 다음 쪽을 보세요. 험푸리 선생님은 방학 때 영화 촬영장에 가서 그림과 같은 사진을 찍었어요. 이 사진에 나온 가구의 크기를 어떻게 알 수 있을까요?
윤: 선생님이 앉아 있으니까 앉은키를 기준으로 해야 해요.
교: 글쎄, 사람마다 다르겠지만 키가 1 m 60 cm 정도라고 하면 앉은키는 1 m 정도 되지 않을까?
윤: 의자 다리의 길이가 같아 보여요.

수업 2에서는 수업에 참여하는 것을 망설이던 '윤'은 시간이 지나면서 점점 더 자신감을 보이며 자신의 의견을 내 놓는 것을 알 수 있다.

다음은 '서'의 수업 전 면담 내용이다.

수업 전 면담(서)
교: 수학에 소질이 있다고 생각하는가?
서: 아니요.
교: 나도 이만하면 수학을 잘 하는 학생이라고 생각하는가?
서: (고개를 갸웃하며) 몰라요.
교: 그럼 수학에 대해 모르는 것이 많다고 생각하니?
서: 아니요.
교: 수학 시험을 준비하기 위해 시험공부를 하려고 할 때 걱정이 되니?

서: 아니요.
교: 왜 걱정이 안 되니?
서: 그냥요.

위에서 보면 '서'는 자신이 수학에 소질이 없다고 생각하나 다른 질문에 대해서는 성의 없이 답하면서 왜 이런 질문을 하는가 라고 생각하는 것 같았다. 면담하는 동안 다른 학생들과는 달리 '서'는 연구자의 질문에 거의 단답식으로 답하고 눈을 내리깔고, 손으로 계속 연필이나 지우개를 만지작거렸다.

다음은 '서'가 수업에 임하는 모습을 나타낸 것이다.

(수업 1) 성벽 쌓기를 이용한 규칙 찾기
교: 서야, 60째 번 블록은 L일까? S일까?
서: (망설이다 작은 목소리로) S요.
교: 좋아. 서야! 아까 이가 57째 번 블록이 S라고 했지. 왜 그렇다고 했니?
서: 홀수는 S, 짝수는 L이라고 했어요.
교: 그럼 네가 60째 번 블록을 S라고 한 이유가 뭐니?
서: (생각하다가) 제가 아까는 잘못 생각했어요, 60은 짝수니까 L이에요.

(수업 2) 타일 깔기를 이용한 규칙의 일반화된 식 만들기
교: 좋아요. 그럼 길의 길이가 53이면 길 숫자는 몇 번인가요?
서: (자신 있게) 55입니다.
도: 아녜요. 길의 길이가 53이면 길의 숫자는 2가 더 작으니까 51입니다.
교: 그렇지요. 진우는 왜 55라고 생각했나요?
서: 새로운 것이 그 전의 것보다 두 개만큼 길다는 생각만 했어요. 생각을 더 했어야 했는데….
교: 아니야. 진우가 처음에는 아주 소극적이었는데 이렇게 적극적으로 참여해주니 선생님이 힘이 나는구나.

수업 1에서는 연구자가 시켜서 자신 없게 발표하던 '서'는 수업 2에서는 비록 틀리기는 하였지만 자기 스스로 참여하려고 하였고, 자신이 잘못 생각한 것을 고치기도 하였다.

(수업 5) 가구를 이용한 크기 비교
교: 그럼 이 소파는 1쪽과 2쪽에 나온 가구 중 어느 것과 비슷한 크기일까요?
서: 손으로 비교해 보면 2쪽의 의자와 소파의 높이가 비슷합니다.

(수업 6) 비의 이용
교: 그럼 '야코'의 키가 168 cm이면 얼굴의 길이는 얼마일까요?
서: $168\div8=21$(cm)입니다.

'서'는 수업 5와 수업 6에서는 머뭇거리지 않고 자신 있게 자신의 의견을 표현하였다.

이와 같이 수학적 맥락 정보를 이용한 수업 환경에서 학생들은 정답을 말해야 하는 부담스러운 마음을 벗고 자신감을 갖고 수업에 임하였다.

(4) 학습자는 일상적인 수학 수업 방식이나 내용이 다른 수업을 받아들이는 데 있어서 갈등을 보인다.

처음 수학적 맥락 정보를 활용한 수업을 시작하였을 때 학생들은 '이런 수학 수업은 처음이다', '이런 것도 수학인가요?', '혼자하면 어려웠을 텐데 친구들과 같이 얘기하면서 하니까 즐거웠어요' 하고 말하며, 이와 같은 수업이 생소하지만 즐겁다하는 반응을 보여 주었다. 6주 동안 수업을 진행하면서 학생들은 눈에 띄게 수업에 집중하고 서로 활발하게 의사소통하며 문제를 해결하는 것을 관찰할 수 있었다. 그런데 학생들은 일상적인 수학 수업 방식이나 내용과 다른 수업을 받아들이는 데 갈등을 보였다. 학생들은 수학 수업에 임하는 태도에서 이중적인 잣대를 가지고 있었다.

(수업 후 면담)

교: 그 동안 모두 열심히 잘 했어. 다음 주에 있는 학업 성취도 평가에서도 좋은 결과가 있었으면 좋겠구나.

이: 특기 적성 시간에 배운 것은 참 재미있었지만 시험공부는 따로 해야 해서 힘들어요.

황: 맞아요. 선생님 수업은 재미있어서 시간이 빨리 가고 친구들과 이야기하면서 배울 수 있어 좋았지만 학교 시험을 잘 보기 위해서는 문제집을 풀어야 할 것 같아요.

윤: 저도 집에 가서 따로 수학 문제집을 풀어요. 사실은 엄마가요…, 특기 적성 시간에 문제집을 풀면 수학 성적이 올라갈 거라고…, 문제집 풀었으면 좋겠대요.

…

민: 평소에 학교에서 수학 시간에 공부하는 것과 수학 특기 적성 반에 와서 선생님과 공부하는 것과는 많이 다른 것 같아요.

교: 어떤 점이?

민: 처음에 선생님께서 그림이 많은 학습지를 보여 주셔서 이게 뭔가 했어요. 그냥 수학 문제만 잔뜩 풀 줄 알았거든요. 그런데 영화를 만들 때나 요리할 때, 가구를 만들 때도 수학 원리가 숨어있다는 것이 정말 신기하고 재미있었어요.

서: 학교에서 배우는 교과서도 이렇게 나와 있으면 좋을 것 같아요.

도: 수학 시간에는 항상 선생님 설명 듣고 문제 풀고 그러는데 여기서는 선생님 설명보다는 친구들과 서로 얘기하면서 배우니까 지루하지 않고 좋아요.

학생들은 수학적 맥락 정보를 활용한 수업이 재미있지만 수학 성적을 올리기 위해서는 수학 문제집을 풀어야 한다고 생각하고 있었다. 또, 교실에서의 수학 수업과 특기 적성 반에서의 수학 수업을 다르다고 생각하였다. 수학 특기 적성 반에서 하는 수학 수업에 흥미를 보이지만 학생들의 주된 관심사는 수학 시험 점수인 것이다. 따라서 학생들은 문제를 푸는 과정보다는 결과(정답)에 더 집착하게 된다. 이론적으로는 학생들에게 결과보

다는 '어떻게 문제를 해결하는가'하는 풀이 과정이 더 중요하다고 가르쳐야 한다고 하지만 학생들은 다른 학생들의 풀이 과정에 관심이 있는 것이 아니라 누가 정답을 맞혔는가 하는 것이 더 중요한 것이다.

(수업 5) 가구를 이용한 크기 비교
이: 선생님! 그럼 정답은 무엇인가요?
교: 이 단원에서는 정해진 답을 찾는 것이 아니라 여러분이 크기 비교에 대한 다양한 의견을 말하면서 서로를 통해 배우는 것을 공부하는 거예요.
윤: 그래도 선생님께서 '이게 정답이다.'하고 말해주시지 않으니까 뭔가 찜찜해요.
…
황: 선생님! 하지만 시험에는 그런 문제는 안 나오잖아요. 시험을 잘 보려면 정답이 없는 문제를 공부할 필요는 없잖아요.

학생들은 수학 문제는 정답이 있어야 하고 시험을 잘 보려면 정답을 잘 찾아야 한다고 생각하고 있었다. 또, 정답이 확실하지 않는 문제를 푸는 것을 '뭔가 찜찜하다'고 말했다 (수업 5). 이것을 통해 학생들은 서로의 생각을 주의 깊게 듣는다기보다는 누가 정답을 맞혔는지에 관심이 많은 것 같았다. 이는 지금까지 학교 수학에서 항상 과정보다는 결과(정답)를 강조되었다는 것을 단적으로 보여주고 있는 것이다. 답이 잘 나와 있는 문제집을 통해서 수학을 공부하는 경우에, 자신만이 갖고 있는 새로운 해결전략이 얼마나 가치가 있는지 느낄 수 없다. 또한 친구들이 갖고 있는 생각에 관심을 가질 필요도 적어질 수밖에 없다. 다만 자신들의 해결 방법이 답과 일치하는지 않은지가 중요할 뿐이다. 이는 대학 입시를 비롯한 우리나라가 갖고 있는 시험 문화가 수학 학습에 강력하게 영향을 주고 있음을 보여준다.

Ⅳ. 결 론

본 연구의 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, 학생들의 다양한 의견을 끌어내기 위해서는 맥락 문제라 할지라도 그 내용이 단답형적인 것보다는 개방된 형태의 맥락 문제가 제공되어야 한다.

본 연구를 통해서 한 가지 정답을 가진 문제보다는 다양한 해결 방법과 답이 나올 수 있는 문제가 학생 상호간에 다양한 의사소통을 가능하게 한다는 것을 알 수 있었다. 이것으로 학생들은 자신의 수학적인 생각을 다른 친구들 앞에서 표현하고 다른 친구들의 생각을 들으면서 자신이 처해있는 상황과 관련된 문제를 보다 친근하게 받아들여 그 속에서 수학적 요소를 찾아내어 조직화한다는 것을 시사한다.

둘째, 학생들에게 주어진 수학적 맥락 정보를 이용한 문제는 한 가지 내용을 주제로 하여 그 주제를 작은 하위 단계로 나누어 질문을 통해 서로 상호작용하면서 교사가 의도하는 주제에 이르도록 해야 한다.

학생들은 이 과정을 통해 자신의 방법을 수정하기도 하고 다양한 해결 방법을 찾으려

하였다. 이를 통해 학생들에게 단순히 실생활과 관련된 맥락 문제를 제공한다고 해서 다양한 해결 방법이 나오는 것이 아니라 교사의 치밀한 계획과 안내 아래에서 학생들의 참여를 유도하여야 한다고 하겠다. 이런 과정 속에서 학생들이 수학은 이미 만들어진 것이라는 생각을 갖고 단지 수동적으로 받아들이고 답을 구하는 데에만 집착하는 것이 아니라 학생들 자신이 새롭고 개선된 방식으로 수학을 재발명함과 동시에 다양한 방법을 생각하고 다른 사람과의 논의하는 과정 속에서 자신의 활동을 하도록 해야 한다.

셋째, 수학적 맥락 정보를 활용한 문제는 학습자가 수업 과제에 흥미와 관심을 가지고 수학 수업에 능동적이고 적극적으로 참여하도록 하는 데 효과가 있다.

이것은 학생들이 수학의 실제적 의미를 인식할 수 있는 학생들 주변의 현상을 문제 맥락으로 삼아 출발하고 수학을 만들어감으로써 학생들이 인간의 활동으로서의 수학을 체험하고 자신과의 관련성 속에서 수학의 가치와 의미, 수학의 상황과의 관련성을 인식한다는 것을 보여준다고 할 수 있다.

수학적 맥락 정보를 이용한 문제를 통해 학습자는 자신감을 가지고 수학적 학습 과제를 해결하려고 한다. 이것으로 수학적 맥락 정보를 활용한 수업 환경에서 학생들은 정답을 말해야 하는 부담스러운 마음을 벗고 자신감을 갖고 수업에 임한다는 것을 알 수 있다.

이상의 연구 결과를 종합하여 볼 때, 수학적 지식의 발생 상황, 수학과 관련된 사회적 맥락 및 다른 교과와의 관련성, 학생들의 주변 현상, 학생들의 상상력, 학생들의 이해 수준, 다양한 해결 방법, 흥미 유발 등 학생들이 수학의 가치와 의미를 인식할 수 있는 맥락 문제를 출발점으로 하여 학생들 나름대로의 방법, 다른 사람과의 논의, 교사의 적절한 안내 속에서 형식적인 수학과 그 창조 과정을 재발명할 수 있는 수학화 경험이 이루어질 필요가 있다.

이상의 연구 결과를 토대로 하여 다음과 같이 제언하고자 한다.

첫째, 본 연구에서는 학생들이 수학적 맥락 정보를 이용한 문제를 풀면서 다양한 해결 방법을 제시하고 교사-학생간, 학생-학생간 상호작용이 활발하게 일어났으며 흥미를 갖고 적극적으로 참여한다는 결과가 나왔다. 본 연구는 수학에 관심이 있고 수학을 적극적으로 공부하기 위해 수학 특기 적성 반을 신청한 소수의 학생들이 보이는 현상을 관찰한 것으로 긍정적인 결과를 얻었다. 따라서 일반적인 학생들과 수업 환경에서는 어떤 현상이 나타나게 되는지 알아볼 필요가 있다. 또, 수학적 맥락 정보 활용 수업을 일반적인 수업 환경에 이용하여 긍정적인 효과를 얻기 위해서는 어떤 보완이 이루어져야 하는가에 대한 연구가 이루어져야 한다.

둘째, 본 연구에서 학생들에게 제공한 수학적 맥락 정보를 이용한 문제는 미국 위스콘신 대학과 RME연구소가 합작하여 만든 *Mathematics in Context*에서 발췌한 것이므로 우리 나라 현실에 적용하기에는 한계가 있다. 따라서 문제 맥락을 수학사와 우리 나라의 사회·문화적 현상, 타 교과와의 관련성, 학생들이 자신의 문제로 인식할 수 있는 학생들 주변의 상황에 대한 좀 더 심도 있는 연구를 통해 수학화 경험을 위한 맥락 문제가 많이 만들어지기를 바란다.

셋째, 수학적 맥락이 일상적 맥락으로만 한정하여 규정하는 것은 타당하지 않다. RME에서는 수학적 맥락 문제는 일상적 맥락 이외의 전문적인 수학적 맥락도 제시되어야 한다고 제안하고 있다. 또, 우리 나라 수학 교과서의 '생활에서 알아보기'처럼 순수하게 한 가

지 수학적 지식만이 포함된 것보다는 관련된 수학적 내용이 함께 다루어질 수 있는 단원의 개발 및 교육과정 전반의 변화에 대한 연구가 이루어지기를 희망한다.

참 고 문 헌

김영천 (1997). **네 학교 이야기: 한국 초등학교의 교실 생활과 수업**. 서울: 민음사

김용성 (2000). 문제 상황을 **기초로 한 수학화 경험이 수학적 신념과 문제해결력에 미치는 효과**. 한국교원대학교 석사학위논문,

남상엽 (1999). **수학적 신념 및 태도에 관한 교사와 학생의 관계**. 한국교원대학교 석사학위논문.

박성선 (1998). **수학 학습에서의 상황 인지론 적용과 전이에 대한 연구**. 한국교원대학교 박사학위논문.

우정호 (1994). H. Freudenthal의 현상학적 수학교육론 연구. **대한수학교육학회 논문집 4**(2), 93-128

이영주 (1999). **초등학교 고학년 아동의 정의적 특성, 수학적 문제 해결력, 추론 능력 간의 관계**. 한국교원대학교 석사학위논문,

정영옥 (1997). **Freudenthal의 수학화 학습-지도론 연구**. 서울대학교 박사학위논문.

정현미 (1994). **문제해결 맥락정보제공 방략이 학습전이와 학습매력성에 미치는 효과**. 서울대학교 석사학위논문.

조정수 (2000). 수학의 교수-학습 이해를 위한 새로운 연구 관점 (현장 수학교사를 위한 질적 연구 방법의 개관). **수학사랑 제3회 MATH FESTIVAL**.

Becker, J. P. (1998). A comprehensive review and synthesis of classroom related research at the elementary level. *Proceedings of the First International Conference Mathematics Education*, 17-21.

de Lange, J. (1995). Assessment: No chance without problems. In T. A. Romberg (Ed.), *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment* (pp. 87-172). Albany: State University of New York Press.

Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics so as to be useful. *Educational Studies in Mathematics 1*, 3-8.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Freudenthal, H. (1978). *Weeding and sowing: Preface to a Science of Mathematical Education*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gravemeijer, K. (1987). The implementation of realistic mathematics curricula. *Proceedings of the 11th International Conference for the Psychology of Mathematics Education 3*, 255-261.

Greeno, J. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education 22*(3), 170-218.

Harley, S. (1991). *A study of Situated Cognition for Third and Fourth Grade Students Doing Math Word Problems.* Unpublished doctoral dissertation, Ohio State University.

Lave, J. (1988). *Cognition in Practice.* New York: Cambridge University Press.

National Science Foundation (1997). *Grasping Sizes.* Chicago: Encyclopaedia Britannica Educational Corporation

National Science Foundation (1997). *Per Sense.* Chicago: Encyclopaedia Britannica Educational Corporation

National Science Foundation (1997). *Side Seeing.* Chicago: Encyclopaedia Britannica Educational Corporation

National Science Foundation (1997). *Some of the Parts.* Chicago: Encyclopaedia Britannica Educational Corporation

National Science Foundation (1998). *Building Formulas.* Chicago: Encyclopaedia Britannica Educational Corporation

National Science Foundation (1998). *Cereal Numbers.* Chicago: Encyclopaedia Britannica Educational Corporation

National Science Foundation (1998). *Decision Making.* Chicago: Encyclopaedia Britannica Educational Corporation

National Science Foundation (1998). *Fraction Times.* Chicago: Encyclopaedia Britannica Educational Corporation

National Science Foundation (1998). *More or Less.* Chicago: Encyclopaedia Britannica Educational Corporation

National Science Foundation (1998). *Patten and Symbols.* Chicago: Encyclopaedia Britannica Educational Corporation

National Science Foundation (1998). *Ratio and Rate.* Chicago: Encyclopaedia Britannica Educational Corporation

National Science Foundation (1998). *Ups and Downs.* Chicago: Encyclopaedia Britannica Educational Corporation

National Science Foundation (1998). *Power of Ten.* Chicago: Encyclopaedia Britannica Educational Corporation

Streefland, L. (1991). *Fractions in Realistic Mathematics Education: A Paradigm of Developmental Research.* Dordrecht: Kluwer academic Publishers.

Treffers, A. (1987). *Three Dimensions: A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Education-The Wiscobas Project.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Treffers, A. (1991). Didactical background of a mathematics program for primary education. In L. Streefland (Ed.), *Realistic Education in Primary School* (pp. 21-56). Utrecht: CD-press, Freudenthal Institute.

Treffers, A. (1993). Wiskobas and Freudenthal Realistic Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics 25*, 89-108.

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education.* Orlando, FL: Academic Press.

Vygotsky, L. S. (1981). *The Genesis of Higher Mental Functions.*

<Abstract>

A Study of Students' Mathematical Context Information Accompanied Problem-Solving Activities

Bae, Min Jeong[3]; & Paik, Suk-Yoon[4]

The purpose of the study is to examine the phenomenon presented the process of problem solving activities of students with the mathematical context information accompanied problem based on Freudenthal's mathematizing theory and Realistic Mathematics Educations about cognitive and emotional aspects. In conclusion, taking a look at the results of study, open-ended contextual problem was had to offer in order to pull out various solutions. Teachers should help students develop their own methods, discuss their methods with others' and reinvent formal mathematics and its constructive process under the guidance of the teachers.

Keywords: Mathematical Context Information, Instructional Situation, Problem Solving, Freudenthal, RME, Mathematics in Context, Open-ended Contextual Problem.

3) bmj0613@yahoo.co.kr
4) sypaik@ns.snue.ac.kr