

◎ 논문

V2F 난류모형을 이용한 초음속 램프유동의 해석

박창환^{*1}, 박승오^{*2}Computation of Supersonic Ramp Flow
with V2F Turbulence Mode

C. H. Park and S. O. Park

The V2F turbulence model, which has shown very good performance in several test cases at low speeds, has been applied to supersonic ramp flow with 20. corner angle at the free stream Mach number of 2.79. The flow is known to manifest strong shock wave/turbulent boundary layer interactions. As a comparative study, low-Reynolds $k-\epsilon$ models are also considered. While the V2F model predicts wall-pressure distribution well, it relatively predicts larger separation bubble and higher skin-friction after the reattachment than the experimental data. Although the ellipticity of f equation is the characteristics of incompressible flows, the converged solutions are acquired in the compressible flow with shock waves. The effect of the realizability constraints used in the model is also examined. In contrast to the result of impinging jet flows, the realizability bounds proposed by Durbin deteriorate the overall solutions of the supersonic ramp flow.

Key Words : V2F 난류모형(V2F turbulence model), 실현가능 제약조건(Realizability constraint), 초음속 램프유동(Supersonic ramp flow)

1. 서론

90년대에 들어 Durbin이 개발한 V2F 난류모형은 모형 자체의 우수함으로 인하여 많은 주목을 받았다. 벽 근처에서 난류유동의 속도 스케일로 난류운동에너지 k 가 아닌 벽면에 수직 성분인 $\overline{v^2}$ 가 적합한 스케일이라는 점과 기존에 난류모형에서 사용되던 감쇠함수나 형상에 관계된 변수를 사용하지 않고, 벽면의 효과를 타원형의 이완방정식(elliptic relaxation equation)으로 표현한 점등이 이 모형의 큰 특징이라고 할 수 있다.

이러한 특징들로 인하여 벽 근처 유동의 정확한 예측이 가능하였고, 복잡한 형상의 유동 계산에서 형상에 관계된 변수를 사용하지 않음으로 인하여 개발자의 임의성을 배제시킬 수 있었다. Stanford 대학에서 다양한 유동에 대한 적용을 통하여 모형이 계속 개발되어 오고있으며, 기존의 2방정식 모형에 비해 상당히 우수한 성능이 입증되었다[1-5].

비압축성 유동의 특징인 타원형 방정식의 사용이 충격파가 존재하는 압축성 유동에서 타당함에 대한 의문들이 제기되었으나, 최근에 천음속 유동의 해석을 통하여 이 모형이 충격파가 존재하는 유동의 해석에도 사용될 수 있다는 사실이 보여졌다[4]. 그러나, 충격파를 전후로 한 타원형 방정식의 사용은 적분에러를 유발시키며, 전체 해에 영향을 미치지 않는다 할지라도 수치

* 2003년 3월 8일 접수

*1 한국과학기술원 항공우주공학과

*2 정희원, 한국과학기술원 항공우주공학과

적인 문제점을 발생시키는 것으로 알려져 있다[4].

본 연구에서는 보다 충격파의 강도가 강한 초음속 유동에의 V2F 모형의 적용 가능성과 예측 능력에 대한 연구를 위하여 20도의 경사각을 가지는 초음속 램프유동을 자유 흐름의 마하수 2.79에서 해석하였다. 또한, 모형에서 사용되는 Realizability 제약조건에 따른 결과를 비교하였다.

2. V2F 난류 모형식과 계산 기법

2.1 V2F 난류 모형

V2F 모형은 크게 세 가지 버전이 있다. 초기에 제시되었던 모형의 식은 다음과 같다(이하 모형-1) [1].

$$\frac{D(\rho k)}{Dt} = P_k - \rho \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (1)$$

$$\frac{D(\rho \epsilon)}{Dt} = \frac{C_{\epsilon 1} P_k - C_{\epsilon 2} \rho \epsilon}{T} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right]$$

$$\frac{D(\rho \overline{v^2})}{Dt} = \rho k f - \rho n \overline{v^2} \frac{\epsilon}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial x_j} \right]$$

$$L^2 \nabla^2 f - f = \frac{1}{T} \left[(C_1 - n) \frac{\overline{v^2}}{k} - (C_1 - 1) \frac{2}{3} \right] - C_2 \frac{P_k}{\rho k}$$

위의 방정식 세트는 일반적인 k - ϵ 모형방정식에 벽면에 수직방향 성분의 속도요동 성분인 $\overline{v^2}$ 와 f 에 대한 2개의 방정식이 추가된 형태이다. 난류 점성계수와 각각의 변수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mu_t &= C_{\mu} \rho \overline{v^2} T \\ T &= \min \left(\max \left[\frac{k}{\epsilon}, 6 \sqrt{\frac{\nu}{\epsilon}} \right], \frac{ak}{\sqrt{6} C_{\mu} \overline{v^2} |S|} \right) \\ L &= C_L \max \left(\min \left[\frac{k^{3/2}}{\epsilon}, \frac{k^{3/2}}{\sqrt{6} C_{\mu} \overline{v^2} |S|} \right], C_{\eta} \frac{\nu^{3/4}}{\epsilon^{1/4}} \right) \\ S &= \sqrt{S_{ij} S_{ij}}, S_{ij} = 0.5 \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), P_k = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (2)$$

난류 시간스케일 T 와 길이스케일 L 은 각각 벽면 근처에서는 Kolmogorov 스케일이 사용되며, 추가적으로 Realizability 제약조건이 추가되었다 [5]. 식(1)과 (2)에 사용된 모형상수는 다음과 같으며, d 는 벽면에서 가장 가까운 거리를 나타낸다.

$$\begin{aligned} C_{\mu} &= 0.19, \sigma_k = 1, \sigma_\epsilon = 1.3, C_{\epsilon 2} = 1.9 \\ C_1 &= 1.4, C_2 = 0.3, C_L = 0.3, C_{\eta} = 70, n = 1 \\ C_{\epsilon 1} &= 1.3 + \frac{0.25}{[1 + (C_L d / 2L)^2]^4}, \alpha = 0.6 \end{aligned} \quad (3)$$

위에서 $C_{\epsilon 1}$ 은 벽에서의 거리를 이용하여 정의되므로, 복잡한 형상의 유동 계산 시 적합하지 않다. 이러한 점을 개선하기 위하여, Lien과 Durbin[2]은 다음과 같이 모형의 계수를 수정하였다(이하 모형-2).

$$\begin{aligned} C_{\epsilon 1} &= 1.4 (1 + 0.045 \sqrt{k / \overline{v^2}}) \\ C_{\mu} &= 0.22, C_L = 0.25, C_{\eta} = 85 \end{aligned} \quad (4)$$

모형-1과 모형-2의 경우 벽면 경계조건은 다음과 같으며, 하첨자 1은 벽면 바로 위에 위치한 점을 나타낸다.

$$k_w = 0, \epsilon_w = 2\nu \frac{k_1}{y_1^2}, \overline{v^2}_w = 0, f_w = -\frac{20\nu^2 \overline{v^2}_1}{\epsilon_w y_1^4} \quad (5)$$

수치 계산 시 ϵ 이나 f 의 벽면경계조건은 수치적인 불안정성을 야기시키기 쉽다. 수치적인 안정성을 위하여 f 의 벽면 경계조건을 0으로 수정한 모형이 제시되었고[3], 이것 때문에 모형-1에서 달라진 계수는 다음과 같다(이하 모형-3).

$$\begin{aligned} C_{\epsilon 1} &= 1.4 (1 + 0.050 \sqrt{k / \overline{v^2}}) \\ C_{\mu} &= 0.22, C_L = 0.23, C_{\eta} = 70, n = 6 \end{aligned} \quad (6)$$

2.2 수치기법

Favre 평균된 Navier-Stokes 방정식을 유한체적법을 사용하여 Point-SGS방법을 이용하여 적용하였다. 비점성항에는 수정된 LDFSS (low diffusion flux-splitting scheme)을 사용하였고, 고차 정확도를 위해 MUSCL기법을 이용하였으며, 점성항은 2차의 중앙차분법을 사용하였다[6].

V2F 모형의 ϵ 과 f 의 경계조건은 식(5)에서 나타난 바와 같이, 벽 바로 위 점의 k 와 $\overline{v^2}$ 의 값을 필요로 하며 이로 인하여 수치적인 불안정성을 야기시킨다. 즉, 벽 근처의 k 와 $\overline{v^2}$ 의 값이 각각 y^2, y^4 에 비례하는 관계를 만족해야 만이 안정적인 경계조건을 가지게 되는데, 특히 초기

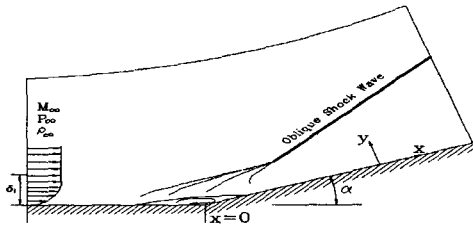


Fig. 1 Supersonic Ramp flow

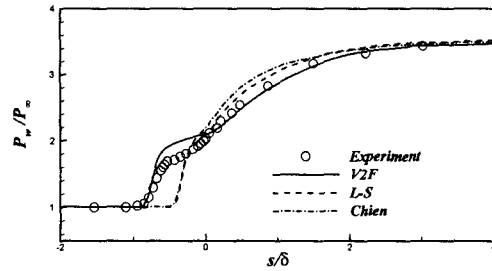


Fig. 2 Wall pressure distributions

계산 시 벽 근처에서 난류 변수가 음의 값 또는 아주 작은 값으로 계산되는 경우 큰 문제점이 발생하게 된다. 이러한 경계 조건 때문에, 모형-1, 모형-2는 $k-\epsilon$ 과 $\overline{v^2}-f$ 가 각각 연립해서 계산되고, 경계조건은 내재적으로 처리되는 게 바람직하다[7].

본 연구의 Navier-Stokes 방정식을 이용한 해석에서는 수치적인 안정성이 좋은 모형-3을 사용하였다. 모형-3의 경우, ϵ 의 경계조건 때문에 k 와 ϵ 방정식을 연립해서 계산하고, 경계조건은 내재적으로 처리했으며, f 의 벽면 경계조건은 0이기 때문에 $\overline{v^2}$ 방정식과 f 방정식은 연립하지 않고 각각의 방정식의 해를 구하였다. 전달방정식의 경우 비점성항과 점성항은 각각 Navier-Stokes 방정식과 같은 차분법을 이용하였으며, 벽면 경계조건의 효과적인 처리를 위해 벽면에 수직방향으로 Line-SGS 방법[6]을 이용하여 모형식을 적분하였다. 2방정식 모형의 경우, 초기의 작은 CFL 수부터 점차 증가시켜 20 정도의 값으로 계산을 하였지만, V2F의 모형의 경우 CFL 수의 최대값을 3으로 계산을 하였다.

2.3 V2F 모형의 Realizability 제약조건

일반적인 2방정식 모형이 정체점에서의 과도한 난류운동에너지의 생성으로 인한 표면마찰계수나 표면열전달율의 과도한 예측을 한다는 문제점을 해결하기 위하여 Durbin은 시간스케일과 길이스케일에 대한 제약조건을 제시하였다[8]. 식(2)의 시간스케일과 길이스케일에 각각 이러한 조건이 나타나 있으며, 충돌하는 제트유동의 해석을 통하여 시간스케일에는 식(2) 및 (3)의 α 를 사용할 것을 제시하였다[5]. 결국, 이러한 제약조건은 난류 점성계수나 난류운동에너지의 생성항에도 제약조건으로 작용하게 된다. 그러나, 수학

적으로 정확한 제약조건은 Durbin이 제시한 조건의 2배가 되는 값이 되며, 다음과 같다[9].

$$\mu_t \leq \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\rho k}{|S|} \tag{7}$$

이 식으로부터 난류 시간스케일과 길이스케일, 또는 난류운동에너지의 생성항에 대한 다음과 같은 제약 조건이 성립한다.

$$T \leq \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{C_\mu v^2} \frac{k}{|S|} \tag{8}$$

$$L \leq \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{C_\mu v^2} \frac{k^{3/2}}{|S|} \tag{9}$$

$$P_k \leq \sqrt{\frac{8}{3}} \rho k |S| \tag{10}$$

식(7)-(10)의 제약조건은 레이놀즈 응력의 Realizability 조건으로부터 나온 관계식으로 일반적인 eddy viscosity를 사용하는 난류모형에서도 사용 가능하다.

3. 결과 및 토론

초음속 압축램프유동에 V2F모형을 적용하기 위한 대상으로는 Smits와 Muck[10]이 실험결과를 제시한 유동을 택하였다. 이 유동은 자유흐름 마하수가 2.79이며, 경사각은 20° 이고, 실험조건에서 단위 레이놀즈 수는 $Re/m = 6.3 \times 10^7$ 이다. Fig. 1에 램프 유동의 개략도를 나타내었다.

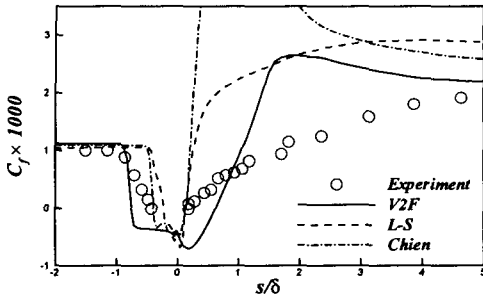


Fig. 3 Distributions of skin friction coefficient

초음속으로 진입하는 유동은 램프의 경사각에 의해 형성되는 경사 충격파가 경계층 내부에서 연속적인 압축파에 의한 강한 역압력구배를 형성한다. 이러한 역압력구배로 인하여 경계층은 박리를 일으킨 후 재부착되고 경계층 유동이 재발달하는 복잡한 특징을 지닌다.

V2F 난류모형은 식 (7)-(10)의 Realizability 제약조건을 사용하여 계산하였고, 비교를 위하여 Launder-Sharma(L-S)[11]와 Chien[12]의 $k-\epsilon$ 모형을 사용한 해석을 하였다. 식(7)-(10)의 제약조건은 결과에 영향을 미치기보다는 수치적인 안정성을 위하여 사용된 것이다. V2F 모형의 계산 시 2.2 절에서 언급한 대로 k 나 $\overline{v^2}$ 가 음수나 아주 작은 값이 나올 경우 벽면 경계조건으로 인한 수치적 불안정성을 초래할 뿐만 아니라, 모형의 방정식의 원천항에도 영향을 미치게 된다. 특히, 식(1)의 f 방정식의 마지막 항의 경우도 작은 k 의 값은 원천항을 지나치게 크게 만드는 문제점을 발생시킨다. 이러한 문제점들은 2.3절의 제약조건을 이용하여 원천항들의 과도한 증가를 막음으로써 수치적 안정성을 얻을 수 있다.

f 에 대한 타원형의 이완방정식은 충격파를 지나면서 많은 수치에러를 발생시킨다. f 는 $\overline{v^2}$ 방정식의 생성항으로 작용하기 때문에, 타원형 방정식의 에러는 $\overline{v^2}$ 방정식의 수렴에, 최종적으로 난류점성계수에 영향을 미치기 때문에 충격파가 존재하는 경우 2방정식 모형에 비해 수렴성이 좋지 않다. 2방정식 모형의 경우 밀도난류항의 L2-norm의 차수가 4 이상 감소하지만, V2F 모형의 경우 2.7 정도 감소한 후 더 이상 감소하지 않는다. 충격파가 존재하는 초음속 유동의 V2F 모형을 이용한 해석에서 L2-norm의 차수가 3정

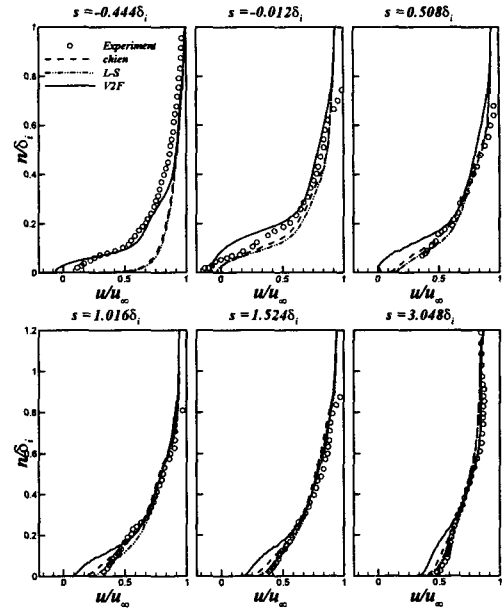


Fig. 4 Mean velocity profiles

도 감소하는 것으로 미루어[4,13], 충격파의 강도가 초음속 유동에 비해 강한 초음속 램프유동의 경우 이 정도의 수렴성을 보이는 것은 타당하게 보인다. 그러나, V2F 모형의 수렴성에 영향을 미치는 충격파는 비점성 유동의 특징이기 때문에 벽 근처의 난류유동의 예측에 그다지 큰 영향을 미치지 않는다고[7]. 계산에 사용된 영역은 입구 경계층 두께 δ_i 로 무차원화 되었으며, 램프코너를 기준으로 벽면을 따라 -4부터 6까지, 벽면에 수직인 방향으로 0부터 4까지의 영역을 사용하였다. 100×60 , 150×90 격자를 이용하여 격자 테스트를 하였으며, 벽면 바로 위의 격자는 y^+ 값이 1보다 작도록 구성하였다. 입구의 경계조건을 위하여 압축성 경계층 방정식을 이용한 평판 유동을 해석하여, 실험에서 입구의 조건으로 제시된 Re_θ (momentum thickness Reynolds number)가 93800인 프로파일을 사용하였다.

Fig. 2와 3에는 V2F 모형으로 해석한 결과를 L-S 모형과 Chien의 모형의 결과와 비교한 것으로 벽면 압력분포와 표면마찰력 분포를 나타낸 것이다. 일반적으로 2방정식 모형은 박리영역을 작게 예측하고, 재부착 이후에 표면마찰력을 실험치보다 크게 예측한다고 알려져 있다[14]. 특

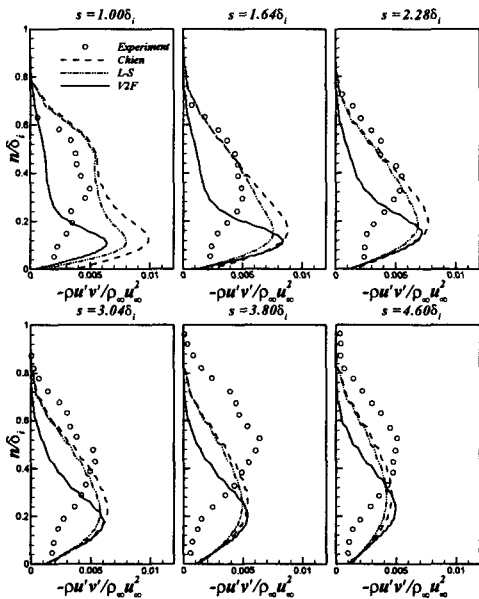


Fig. 5 Turbulent shear stress profiles

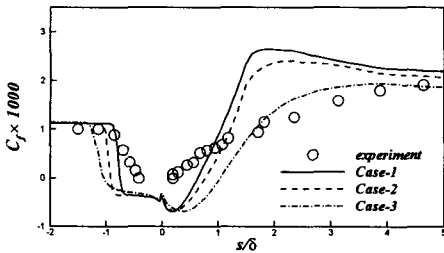


Fig. 6 Wall pressure distributions

히, Chien의 모형은 재부착 이후에 매우 큰 표면 마찰력을 나타내므로(Fig. 3), 이러한 형상의 유동의 예측에 적합하지 않은 걸 알 수 있다. V2F 모형의 경우, 박리 영역내의 압력의 변화가 둔화되는 영역에서 실험치보다 높은 압력을 예측하지만, 2방정식 모형에 비해 훨씬 정확한 압력분포를 예측하고 있다. 일반적인 2방정식 모형이 박리영역의 크기를 작게 예측하는 것과는 달리 V2F 모형은 박리영역을 크게 예측하고(Fig. 3 참조), 재부착점 이후에 표면마찰력이 급속도로 증가한 후 감소하여 후류로 진행될수록 실험치에 근접해 간다. 모형-3이 재부착 이후에 과도한 표면마찰력을 예측한다는 것은 천음속의 Bump 유동의 해석에도 나타나고 있으며, 이러한 경향은 모형-1이나 모형-2에서는 나타나지 않는다고 보고 된 바 있다[15].

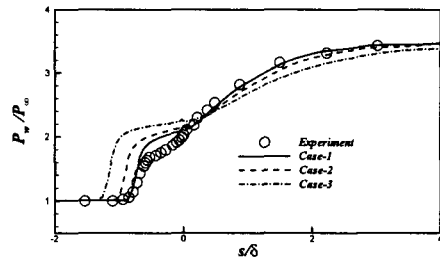


Fig. 7 Distributions of skin friction coefficient

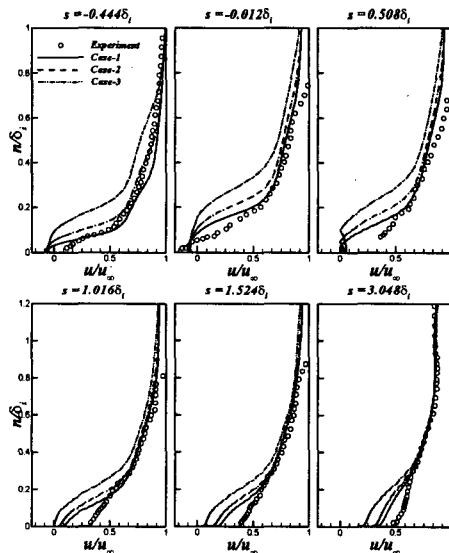


Fig. 8 Mean velocity profiles

Fig. 4는 벽면을 따른 위치 S(코너로부터 측정)에 대한 속도분포를 실험치와 비교한 것이다. 실험에서 $-0.5\delta_i < x < 0.25\delta_i$ 가 박리영역이 존재하는 곳이다. 박리영역에서는 V2F 모형이 k-ε 모형에 비해 좋은 결과를 나타내지만, 재부착 이후 재발달되는 영역에서는 좋지 않다. 급속도로 재발달되는 영역에서 전체 속도분포의 정확한 예측이 표면마찰력의 예측성능과는 그다지 관계가 없지만[16], 후류로 갈수록 실험치의 분포와 비슷해지는 경향은 표면마찰력 계수 분포의 경향과 일치한다.

재부착 이후의 레이놀즈 응력 분포를 실험치와 비교한 것이 Fig. 5에 나타나 있다. 어떠한 모형도 레이놀즈 응력의 최대값의 위치를 잘 나타내어 주지 못한다. 2방정식 모형은 초기에 최대

레이놀즈 응력값을 과도하게 예측하다가 후류로 갈수록 감소하는 경향을 나타내는 반면에, V2F 모형은 초기에는 실험치와 비슷한 값을 보이다 증가하며 다시 후류로 가면서 실험치의 최대 응력 치와 비슷한 경향을 보인다.

식(2), 식(3)에서 사용된 시간스케일과 길이스케일의 제약조건은 Durbin에 의해서 제안된 것으로서, 2.3절에 제시한 본 연구의 제약조건인 반(0.5배)에 해당되는 것이고, Durbin의 $\alpha=0.6$ (식(3))은 2.3절의 제약조건인 경우에는 $\alpha=0.3$ 에 해당된다. 단순전단유동의 경우, 이러한 제약조건은 결과에 영향을 주지 않지만, 변형율(strain rate)이 큰 영역이 존재하는 유동의 경우에는 결과에 많은 영향을 미치게 된다. 따라서, 이러한 제약조건에 따른 예측결과를 비교, 분석하였다. 2.3절의 제약조건이 사용된 경우(Case-1)와 식(2)의 제약조건에서 $\alpha=1$ 인 경우(Case-2), 그리고, $\alpha=0.3$ 인 경우(Case-3)를 비교하였다.

Fig. 6과 Fig. 7에 표면마찰력 계수와 벽면의 압력 분포를 나타내었다. 제약조건이 강하게 작용할수록, 난류점성계수가 약하게 예측되기 때문에, 박리영역내의 난류 혼합이 약해져 박리영역의 크기가 커지게 되고, 재발달 되는 영역의 표면마찰력이 낮아지는 현상이 생기는 것을 알 수 있다. 이러한 현상으로 인하여 벽면 압력의 상승 지점도 실험치에 비해 일찍 예측하게 되고, 후류 쪽에서는 더 낮은 압력을 예측하게 된다.

Fig. 8에 나타나 있는 벽에 수직인 방향으로의 속도 분포에서 보더라도 Case-2나 Case-3은 Case-1에 비해 좋지 않은 결과를 나타내어 준다. 대부분의 단순전단유동에서는 이러한 제약조건이 결과에 영향을 미치지 않으며, 충돌하는 제트유동에서 Case-3의 경우가, 정체점의 과도한 난류 에너지의 생성을 막아줌으로써 훌륭한 예측 성능을 나타내었다[5]. 그러나, 상기의 결과에서 알 수 있듯이, 이러한 제약조건이 초음속 램프유동에서는 오히려 결과를 안 좋게 하는 걸 확인할 수 있다.

4. 결론

V2F 모형을 이용하여 초음속 램프 유동의 해석을 통하여 충격파가 존재하는 유동에서의 모형의 적용 가능성을 확인하였다. V2F 모형은 기존의 k- ϵ 모형에 비해 정확한 벽면 압력 분포를 예

측하지만, 표면 마찰력의 예측에서는 재발달되는 영역에서 여전히 문제점을 나타내고 있다. 또한, 기존의 k- ϵ 모형이 박리 영역을 작게 예측하는 것과는 반대로 V2F 모형은 실험값보다 큰 박리 영역을 예측하였고, 재발달 되는 영역에서는 실험값에 비해 큰 표면 마찰력을 예측하였다.

V2F모형에서 사용되는 Realizability 제약 조건들의 비교를 통하여서 충돌하는 제트 유동에서 예측 성능을 향상시켰던 조건들이 초음속 램프 유동의 경우는 과도한 제한으로 인하여 오히려 좋지 않은 결과를 나타냄을 알 수 있었다. 따라서, 수학적으로 타당한 제한 조건보다 작은 값을 사용할 경우에는 보다 신중한 고려가 필요할 것이다.

충격파가 존재하는 초음속 유동 내에서의 V2F 모형은 타원형의 이완 방정식의 적분 에러로 인하여 수렴성이 좋지 않다. V2F 모형의 계산은 기존의 2방정식 모형에 비해 벽면 근처의 격자점이 많이 요구되기 보다는 수치적 불안정성으로 인한 CFL 수의 제약으로 인하여 더 많은 계산시간이 소요된다. 따라서, 안정적인 계산을 위한 수치적 방법에 대한 연구가 필요할 것으로 보인다.

후기

이 논문은 2001년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었습니다.

(KRF-2001-042-E00114)

참고문헌

- [1] Durbin, P.A., "Separated Flow Computations with the k- ϵ - v^2 Model," AIAA J., Vol.33, No.4, (1995), p.659-664.
- [2] Lien, F.S., Durbin, P.A., "Non-linear k- ϵ - v^2 modelling with application to high lift," Proceedings of the Summer Program, Stanford University, (1996), p.5.
- [3] Parneix, S., Durbin, P.A., "Numerical simulation of 3D turbulent boundary layers using the V2F model," Annual Research Briefs. Center for Turbulence Research, NASA /Stanford Univ., (1997), p.135-148.

- [4] Lien, F.S, Kalitzin, G., "Computations of transonic flow with the v^2-f turbulence model," Int. J. Heat Fluid Flow, Vol.22, (2001), p.53-61.
- [5] Behnia, M., Parneix, S. Durbin, P.A., "Prediction of heat transfer in an axisymmetric turbulent jet impinging on a flat plate," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.41, No.12, (1998), p.1845-1855.
- [6] Lee, C.H., Park, S.O., "Computations of hypersonic flows over blunt body using a modified low-diffusion flux-splitting scheme," CFD Journal, Vol.10, No.4, (2002), p.490-500.
- [7] Kalitzin, G., "Application of the v^2f turbulence model to transonic flows," AIAA paper, p.99-3780.
- [8] Durbin, P.A., "On the $k-\epsilon$ stagnation point anomaly," Int. J. Heat Fluid Flow, Vol.17, (1996), p.89-90.
- [9] Park, C.H., Park, S.O., "On the eddy viscosity bound of two-equation turbulence models," submitted to AIAA J., (2003).
- [10] Smits, A.J., Muck, K.C., "Experimental study of three shock wave/turbulent boundary layer interactions," J. Fluid Mech., Vol.182, (1987), p.291-214.
- [11] Launder, B.E., and Sharma, B.I., "Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc," Letters in Heat and Mass Transfer, Vol.1, No.2, (1974), p.131-138.
- [12] Chien, K.Y., "Predictions of channel and boundary-layer flows with a low-Reynolds number turbulence models," AIAA J., Vol.20, No.1, (1982), p.33-38.
- [13] Kalitzin, G., Private communications, (2002).
- [14] Wilcox, D.C., "Turbulence Modeling for CFD," DCW industries, Inc. 2nd ed. (1998).
- [15] Kalitzin, G., "Towards a robust and efficient v^2f implementation with application to transonic bump flow," Annual Research Briefs. Center for Turbulence Research, NASA /Stanford Univ.,(2000).
- [16] Yoon, B.K., Chung, M.K., and Park, S.O., "Comparisons between low Reynolds number two-equation models for computation of a shock wave-turbulent-boundary layer interaction," Aeronautical Journal, (1997), p.335-345.