

부분응답 채널에 대한 블라인드 등화기의 성능분석

이상경*, 이재천**

On the Performance Analysis of Blind Equalization for Partial Response Channels

Sang-Kyung Lee*, Jae-Chon Lee**

요 약

현재 블라인드 등화기법으로 가장 많이 사용되고 있으며 비선형 비용함수를 이용하는 CMA 등화기의 경우 closed form 형태의 최적 해를 구하는 것이 어렵기 때문에 그 동안 이론적인 성능 분석에 많은 어려움이 있었다. 그런데 최근 Zeng은 가우시안 잡음 하에서 FIR 선형 채널을 가정하였을 때 이론적인 CMA 등화기의 최적해의 한계범위를 구하고 이를 기반으로 MSE 한계범위를 제시한 주목할 만한 결과를 발표하였다. 이러한 방법을 통하여 MSE 관점에서 CMA 등화기의 성능을 최적해인 LMS (또는 Wiener) 등화기의 성능과 이론적으로 비교 분석하는 것이 가능해진다. 본 논문에서는 이러한 Zeng의 결과를 이용하여 다음의 연구를 수행하였다. 첫째, HDD, digital VCR 등의 고밀도 magnetic 기록/재생 등 부분 응답 신호 방식에 CMA 등화기를 적용하였을 때 채널의 간섭량에 따른 CMA 등화기의 MSE 한계범위를 이론적으로 계산하였고 이를 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 검증하였다. 둘째, 부분 응답 신호 방식에 CMA 등화기를 그대로 사용할 경우 부분 응답 전달 함수의 영점들 (zeros)이 단위 원 위에 있어 채널왜곡의 보상 시 칩가 잡음의 증폭을 초래하여 등화기의 성능이 저하되는 문제가 발생하여 이를 개선하기 위한 Modified CMA 등화기가 제안된바 있는데, 이 등화기에 대해서도 이론 및 시뮬레이션을 통한 성능 분석을 수행하였다. 최종적으로 CMA 와 Modified CMA 등화기의 성능 분석 결과들을 비교 평가하였다.

키워드: 부분응답 채널, CMA 등화기, 성능분석

ABSTRACT

The CMA algorithm is most widely investigated blind algorithm and the most widely used one in practice. But, since nonlinear CM cost function have not closed form solution about the optimum weight. There have been difficulties to analyze the CMA equalizer's theoretical performance. Recently, Zeng presents the notable theoretical result about the MSE of CM-minimizing estimators for the FIR linear channel in the presence of AWGN. Through this method, it would be possible to compare the theoretical performance between CMA and Wiener equalizer in terms of MSE. In this paper, based on Zeng's method, we first calculate the theoretical MSE bound of CMA equalizer in partial response channel which is widely used in HDD, digital VCR such as high-density digital recording/playback systems. We confirmed this result with the computer simulation. Except this, we also performed the theoretical and simulation analysis about the modified CMA equalizer, which was proposed to improve the performance of CMA equalizer in partial response channel. Finally, we compare and evaluate the performance analysis results between CMA and Modified CMA equalizer.

* 고등기술연구원, ** 아주대학교 시스템공학과
 논문번호: #020433-1008

I. 서론

부분 응답 채널을 포함하는 통신 채널에서 채널 활용의 효율성을 위해서 혼련 열 없이 데이터 신호의 왜곡을 초래하는 채널 특성을 보상해서 ISI (때로는 채널의 첨가잡음 포함)를 제거 할 수 있는 것이 블라인드 등화기이다. 이러한 블라인드 등화기의 설계 방법에는 여러 가지가 존재하고 있으나 Godard 또는 CMA (constant modulus algorithm) 알고리즘을 이용한 블라인드 등화기가 현재 대표적으로 가장 많이 이용되고 있다. 따라서 많은 연구자들에 의해서 CMA 블라인드 등화기에 대한 성능 분석이 이루어져 왔다. CMA 등화기의 최초제안자인 Godard는 그의 최초 논문의 시뮬레이션을 통한 분석에서 CM (constant modulus) 비용함수를 최소화 시키는 것이 혼련 열이 존재하는 최적 해인 Wiener 등화기의 MSE를 최소화 시키는 것과 비슷함을 관찰하였다[1]. 그리고 이와 유사한 관찰이 Treichler와 Agee의 논문에서도 언급되었다[2].

CMA 블라인드 등화기에 대한 초기 대부분의 연구는 잡음이 존재하지 않을 때의 성능 분석에 대한 것이었다. 이러한 가정 하에서 채널 행렬이 full column rank 일 때 doubly infinite T spaced 등화기들과 finite-length fractionally spaced 등화기를 이용한 CMA 등화기의 계수는 완벽하게 채널의 역을 추정 하도록 수렴함을 보였다[3], [5]. 이 경우 CMA 등화기의 계수는 Wiener 등화기의 계수와 같다. 그런데 finite-length T spaced 등화기에 CMA 등화기에 대해서는 국소점 (local minima)가 존재함이 Ding에 의해서 보여졌다. 즉 국소점 (local minima)가 존재하며 이로 인해서 Godard 알고리즘을 사용하는 적응 등화기가 최적해로 수렴하지 못하고 원하지 않는 수렴점으로 수렴 할 수 있음을 이론과 시뮬레이션으로 보였다[4]. Yi는 가우시안 잡음 하에서, 이론적으로 Godard 비용함수로부터 최적해로의 수렴성(global convergence)에 대한 분석을 하였고 Godard 등화기의 계수들로 부터 근사적으로 Godard 등화기의 MSE 한계 범위 (bound)를 유도하였다. 이 분석 결과 매우 높은 SNR을 가정할 때 FIR Godard 알고리즘은 최적해 주변에서 섭동 (perturbed)하고 있음을 보였고 이를 시뮬레이션을 통해 검증하였다[6]. 하지만 Yi의 결과는 비교적 낮은 SNR을 가정 할 경우 이론적인

분석에 어려움이 있으며 AR 채널로 그 분석이 제한되는 문제점이 있었다.

그런데 Zeng은 Yi와는 달리 임의의 채널에 대해서 가우시안 잡음 하에서의 CMA의 성능 분석을 비용함수의 근사적인 방법을 이용하지 않고 채널 matrix가 singular 일 때에도 성능을 분석할 수 있는 주목 할 만한 방법을 제안하였는데 이에 대한 내용은 다음을 포함한다. 첫째는 Wiener 등화기 최적계수 근처에 CM 비용함수의 국소점 (local minima)의 존재를 테스트하는 것이고 둘째는 Wiener 등화기 근처에 CMA 등화기를 이론적으로 표현하는 것 그리고 셋째는 CMA 등화기의 MSE (mean square error) 한계 범위를 계산하는 것이다 [8]-[9]. 이러한 방법을 통하여 MSE 관점에서 CMA 등화기의 성능을 최적해인 Wiener 등화기의 성능과 비교 분석하는 것이 가능해진다. 부분 응답 신호방식에 대한 CMA 블라인드 등화기의 적용에 대한 이론적 성능 분석은 Tugnait에 의해서 고차 통계적 방법으로 수행된 적은 있으나 이외에 이론적인 성능 분석은 이루어진 적이 없다[7]. 따라서, 본 논문에서는 Zeng의 방법을 HDD, digital VCR 등의 고밀도 magnetic 기록/재생 등에 많이 사용되는 부분 응답 채널 신호 방식에 적용하여 CMA 등화기 및 성능개선을 목적으로 제안된 Modified CMA 등화기 등에 대한 이론 및 시뮬레이션을 통한 성능 분석을 수행하였고 이들 각 블라인드 등화기들에 대한 결과를 비교 분석하였다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 2 장에서는 임의의 채널에 대하여 LMS와CMA 등화기를 적용 할 때 LMS 등화기와는 달리 CMA 등화기를 적용 할 때 이 등화기의 이론적인 성능 분석 상의 어려움에 대하여 설명한다. 3 장에서는 이러한 문제의 해결 방안으로 Zeng의 방법을 도입하고 이를 이용하여 부분 응답 채널에 적용된 CMA 등화기 및 이 채널에서 성능개선을 목적으로 제안된 Modified CMA 등화기에 대한 이론적인 분석을 수행한다. 4 장에서는 이론적으로 계산된 분석 결과들에 대한 타당성을 검증하기 위해서 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하고 5 장에서 결론을 맺는다.

II. LMS와 CMA 등화기

앞서 언급된 바와 같이 CM 비용함수를 최소화 하는 CMA 등화기 계수의 수렴 특성을 분석함에

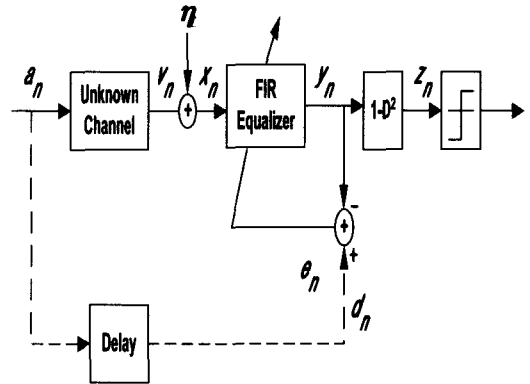
있어서 이 채널 등화기의 성능을 공정하게 비교 평가하기 위해서 MSE 비용함수를 최소화하는 Wiener 등화기의 최적 계수 벡터와의 관계를 비교 분석한 연구가 계속적으로 진행되어왔다. 이를 위해서는 CM 비용함수를 최소화하는 등화기의 계수 벡터에 대한 MSE (Mean Square Error) 값을 계산하는 것이 필요하다.

하지만, MSE 비용함수를 최소화하는 Wiener 등화기가 closed form 형태의 최적 해를 가지는 것과는 달리 비선형 CM 비용함수를 최소화하는 CMA 등화기의 경우, 이와 같은 형태의 최적 해를 얻기가 어렵다는 문제가 있다. 한편, 채널 등화기를 설계하는 데에는 여러 가지 비용함수를 이용할 수가 있는데, MSE 비용함수의 경우는 LMS 알고리즘을 그리고 CM 비용함수의 경우는 CMA 알고리즘을 얻게 된다. 두 경우 모두 수렴된 계수의 앙상블 평균값들이 최적 계수 벡터와 같아지도록 알고리즘을 설계하는 것이다. 그런데 LMS 알고리즘을 사용하는 경우, 그 등화기 계수의 앙상블 평균값이 최적해 (또는 Wiener 해)로 수렴하는 것이 입증 되어있다. 이와 같은 사실들로 부터 본 절에서는 비선형 CM 비용함수를 이용함으로써 발생하는 CMA 등화기의 성능 분석 상의 문제를 MSE 비용함수를 이용하는 LMS 등화기와 비교하여 설명하고자 한다.

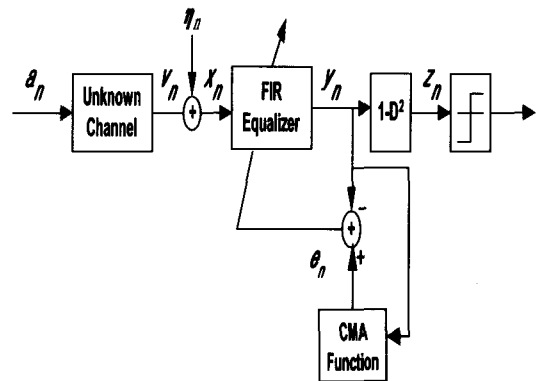
그림 1은 임의의 채널에 LMS 및 CMA 적응 등화기를 적용 할 때의 구조를 나타낸 것이다. 이러한 임의의 채널에 대해서 적응 등화의 목적은 미지 채널에 의한 신호 왜곡을 보상하면서 전체 전송 채널, 즉채널과 계속해서 이어지는 채널 등화기 및 후처리(postprocessing)부 들의 직렬 연결 전달함수(cascade transfer function)가 부분 응답 채널 다항식과 같아지도록 모델링 하는 것이다. 임의의 채널에 대한 등화기를 적용 시 여러 가지 신호 배치가 가능하나 본 고에서는 훈련 열이 존재하는 LMS 등화기와 블라인드 등화기인 CMA 동작을 가장 적절하게 비교할 수 있는 그림 1의 구조를 선택하였다.

그림 1의 (a)는 LMS 등화기를 나타낸 것이고, 이 그림에서 하부 branch의 기준 신호를 제거하면 블라인드 적응 등화 기법으로 진이하게 되고 이때 등화기의 실제 동작은 그림 1의 (b)와 같이 이루어진다. 그림 1의 (b)는 그림 1의(a)와 달리 에러신호를 자체적으로 생성하게 되는데 기준신호 d_n 을 사용하는 대신에 CMA 함수에 의해서 추정된 데이터를 사용하여 생성시키고 있으며, 이 때 블라인드 등화기는 채널의 *i.i.d* 입력을 추정하게 됨에 유의해

야 한다. 그리고 그림 1의 LMS 및 CMA 적응 등화기들은 신호간 간섭이 감축되어 판정오차율이 충분히 작아지면 또는 등화기의 출력에서 눈의 모양(eye pattern)이 열리게 되면, 적응 등화기는 Decision Directed 모드로 전환된다.



(a) LMS 등화기의 구조



(b) CMA 등화기의 구조

그림 1. 임의의 채널에서의 LMS 와 CMA 등화기의 구조

그림 1에서 LMS 및 CMA 알고리즘에 의한 오차 및 등화기의 계수 update 알고리즘은 아래의 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$w_m(n+1) = w_m(n) + \mu e(n) x(n-m), 0 \leq m \leq M-1 \quad (1)$$

여기서, μ 는 수렴속도와 정상상태에서의 성능을 제어하는 수렴 상수이다. 이 때 그림 1의(a)에 나타낸 바와 같이 LMS 등화기 설계를 위한 비용함

수로등화기 출력 단에서의 평균제곱오차(MSE: Mean-Squared Error), $E[e_n^2] = E[(d_n - y_n)^2]$ 를 채택하면, 식 (2)에서 LMS 알고리즘에 의한 등화기 계수 갱신 오차신호 e_n 은 기준 신호 d_n 과 등화기의 출력 y_n 의 차 즉 $e_n = d_n - y_n$ 으로 정의된다. 그리고 기준신호 d_n 이 존재하지 않을 경우에 사용되는 CMA 등화기 설계를 위한 비용함수로 CM (Constant Modulus)비용함수, $E[(|y(n)|^2 - 1)^2]$ 을 채택하면 식(2)에서 CMA 알고리즘에 의한 등화기 계수 갱신 오차신호, e_n 은 $y_n(1 - |y_n|^2)$ 으로 정의된다. 즉, 그림 1에 나타낸 LMS 와 CMA 등화기의 차이는 식(2)의 등화기 계수 갱신 (update) 알고리즘에서 어떠한 오차신호를 생성하여 사용하는가에 따라서 결정된다.

한편, 그림 1의 (a)의 LMS 등화기의 경우 평균 제곱오차 $\epsilon = E[e_n^2]$ 를 최소화 시키는 등화기 설계식 및 성능 평가지표를 다음과 같이 행렬/벡터를 도입함으로써 분석할 수 있다. LMS 등화기 계수의 개수를 M 이라 가정할 때 계수들은 $M \times 1$ 열 벡터 \mathbf{w} , wide-sense stationary 입력 신호는 $M \times 1$ 열 벡터 \mathbf{x}_n 으로 다음과 같이 각각 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &\triangleq [w_0 \ w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{M-2} \ w_{M-1}]^T \\ \mathbf{x}_n &\triangleq [x_n \ x_{n-1} \ x_{n-2} \ \dots \ x_{n-(M-2)} \ x_{n-(M-1)}]^T \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서 위 첨자 T 는 행렬/벡터의 전치 연산을 나타낸다. 등화기의 출력은 식 (3)으로부터 다음과 같이 된다.

$$y_n = \sum_{m=0}^{M-1} w_m x_{n-m} = \mathbf{w}^T \mathbf{x}_n = \mathbf{x}_n^T \mathbf{w} \quad (3)$$

따라서 데이터 수열 $\{x_n\}$ 과 $\{d_n\}$ 의 확률 특성으로부터 MSE를 계산할 수 있는데, $M \times M$ 자기 상관행렬을 \mathbf{R}_x , 그리고 $M \times 1$ 상호상관벡터 \mathbf{p}_{dx} 를 도입 함으로써 간단한 형태로 나타낼 수 있다. 즉

$$\begin{aligned} E[e_n^2] &= E[d_n^2] - 2\mathbf{w}^T \mathbf{p}_{dx} + \mathbf{w}^T \mathbf{R}_x \mathbf{w} \\ \mathbf{R}_x &\triangleq E[\mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^T] \quad \mathbf{p}_{dx} \triangleq E[d_x \mathbf{x}_n] \end{aligned} \quad (4)$$

결과로 평균제곱오차는 다음과 같이 계수 벡터 \mathbf{w} 의 2차 함수가 된다. 따라서 평균제곱오차 $\epsilon \triangleq E[e_n^2]$ 을 최소화하는 해는 ϵ 를 \mathbf{w} 로 미분한 값을 영으로 하는 방정식을 풀면 Wiener 최적해 즉, 최적의 계수 벡터 \mathbf{w}_{opt} 와 최소평균제곱오차 값 ϵ_{min} 을 다음과 구할 수 있다[11].

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{p}_{dx} \quad (5)$$

$$\epsilon_{min} \triangleq E[e_n^2] \Big|_{\mathbf{w}=\mathbf{w}_{opt}} = E[d_n^2] - \mathbf{p}_{dx}^T \mathbf{w}_{opt} = E[d_n^2] - \mathbf{p}_{dx}^T \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{p}_{dx} \quad (6)$$

위의 식 (5)와 (6)에서 볼 수 있듯이 MSE 비용 함수를 이용하는 LMS 등화기의 경우는 등화기 최적 계수에 대한 close form의 형태의 해가 존재하며, 따라서 이를 이용하여 이론적인 성능 분석을 결과를 얻는 것이 비교적 용이하다.

그림 1의 (b)의 CMA 등화기의 경우는 아래와 같은 CM 비용함수를 도입하고 이를 최소화 시키는 등화기 설계식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

CMA 등화기의 계수를 \mathbf{f} 라 할 때 BPSK 입력을 가지는 잡음 하에서의 부분 응답에서의 CMA 등화기의 비용함수는 아래와 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} J_c(\mathbf{f}) &= E[(|\mathcal{Y}(n)|^2 - 1)^2] \\ &= 3 \|\mathbf{f}\|_R^4 - 2 \|\mathbf{f}\|_R^2 - 2 \|\mathbf{H}^T \mathbf{f}\|_4^4 + 1 \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $\|\mathbf{f}\|_R$ 은 $\sqrt{\mathbf{f}^T \mathbf{R} \mathbf{f}}$ 으로 정의된 2-norm, $\|\mathbf{H}^T \mathbf{f}\|_4$ 는 $(\sum f_i^4)^{1/4}$ 으로 정의되는 4-norm 그리고

$$\mathbf{R} \triangleq E\{\mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^T\} = \mathbf{H} \mathbf{H}^T + \sigma^2 \mathbf{I}_n \quad (8)$$

여기서 CMA 의 신호 공간 성질 (signal space property)를 이용하면 CMA 등화기의 수신 벡터 \mathbf{f} 는 채널-등화기가 결합된 벡터 $\mathbf{q} \triangleq \mathbf{H}^T \mathbf{f}$ 와

1대 1로 대응관계가 있다. 따라서 $J_c(\mathbf{f})$ 를 최소화하는 것은 다음을 최소화하는 것과 같다[9].

$$J(\mathbf{q}) = J_c(\mathbf{f}) \Big|_{\mathbf{f}=(\mathbf{H}')^t \mathbf{q}}$$

$$= 3 \|\mathbf{q}\|_{\Phi}^4 - 2 \|\mathbf{q}\|_{\Phi}^2 - 2 \|\mathbf{q}\|_4^4 + 1 \quad (9)$$

여기서 Φ 는 아래와 같이 나타난다.

$$\Phi = I_m + \sigma^2 \mathbf{H}^+ (\mathbf{H}^+)^t \quad (10)$$

그런데 (9)와같은 비용함수로 정의되는 CM 비용함수는 이미 앞서 언급한 바와 같이 잡음 하에서 finite-length를 가지는 T space CMA 등화기는 국소점 (local minima)이 존재하여 최적 해에 도달하지 못 할 수도 있고, 또 비용함수의 복잡도로 인하여 MSE 비용함수로부터 식 (5)와 같이 closed form 형태로 등화기 계수의 최적해 을 얻는 것이 어렵다[4]-[6]. 따라서 CMA 등화기의 최적 해를 찾기 위해서는 CM 비용함수를 이용하는 CMA 등화기를 설계함에 있어서 이러한 이론적 성능 분석상 문제를 해결하고자 많은 연구가 진행되어왔다. 그 중에서 최근 가장 주목할 만한 결과를 도출한 것이 Zeng의 방법이며 본 고에서는 이를 이용하여 부분 응답 채널에 적용된 블라인드 등화기들에 대한 성능 분석을 수행 할 것이다.

III. 성능분석

본 절에서는 앞에서 언급된 CMA 등화기의 성능 분석 상의 문제의 해결 방안으로 Zeng이 개발한 성능 분석 방법을 도입하고 이를 이용하여 부분 응답 채널에 적용된 CMA 등화기와 이 채널에서 성능 개선을 목적으로 제안된 Modified CMA 등화기의 이론적인 성능 분석 방법에 대하여 기술할 것이다. 이를 위해서 먼저 Zeng의 분석방법에 설명하면 다음과 같다. 첫째, Wiener 등화기의 최적계수 근처에 CM 국소점 (local minima)의 존재를 테스트한다. 이는 Wiener 등화기가 최적의 선형 등화기이기 때문에 어떠한 등화기라 하더라도 MSE 최소점과 멀어지는 등화기는 큰 MSE를 나타내게 될 것이다. 그러므로 MSE 최소점에 이웃하고 있는 CMA 등화기의 local minima들이 존재하고 있다면 이들 중의 하나가 CMA 등화기의 최적 해가 될 것이다[8]-[9]. 둘째, Wiener 등화기 근처에 CM 등화기를 이론적으

로 표현한다 이때 최적 등화기 계수를 close form의 형태를 구할 수가 없다. 때문에 그 값은 CMA 등화기의 최적해 의 한계범위 (low bound와 upper bound)의 형태로 구해질 것이다. 셋째, 이렇게 얻어진 CMA 등화기의 최적 해의 한계범위를 이용해서 CMA 등화기의 MSE 한계범위 (low bound 와 upper bound)를 계산한다. 이 때의 MSE 값 또한 closed form으로 구하기가 힘들기 때문에 위쪽 한계값(upper bound)으로 추정한다. 이러한 방법을 통하여 부분 응답 채널에서 MSE 관점에서 CMA 등화기의 성능을 최적해인 Wiener 등화기의 성능과 직접 비교 분석하는 것이 가능해 진다. 앞의 요약된 내용을 좀더 자세히 설명하면 다음과 같다.

먼저, CMA 등화기의 local minima들 즉 최적 해에 이웃 하는 점들을 정의하기 위해서 채널과 등화기의 결합된 벡터 $\mathbf{q} = \mathbf{H}^T \mathbf{f}$ 는 다음의 파라메타를 갖도록 정의한다.

$$\mathbf{q}' = [q_1 \cdots q_{v-1} q_v q_{v+1} \cdots q_m]$$

$$\theta \triangleq \mathbf{q}_v = \mathbf{e}_v^t \mathbf{q}, \quad \mathbf{q}_r \triangleq [q_1 \cdots q_{v-1} q_v q_{v+1} \cdots q_m] / q_v \quad (11)$$

여기서 θ, \mathbf{q}_r 는 각각 이득과 간섭이고 \mathbf{e}_v 는 v 번째 항이 1이고 나머지는 0 인 단위 열 벡터이다. 이와 같은 방법으로 기호 m 을 사용하여 MMSE 등화기를 나타낼 수 있는데 이는 아래와 같다.

$$\mathbf{q}_m = \mathbf{H}^t \mathbf{f}_m = \mathbf{H}^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{e}_v \quad (12)$$

다음으로 CM의 해와 Wiener 해간에 관련을 설정하기 위해서 CM 비용함수를 최소화하면서 Wiener 해의 방향에 존재하는 CM 비용함수의 국소점 (local minima), \mathbf{q}_r 를 선택하는데 이는 다음의 식으로 나타내어진다.

$$\mathbf{q}_r = \alpha_r \mathbf{q}_m \quad (13)$$

이를 위해서는 α_r 을 구해야 하는데 이 값은 α

에 대하여 식 (10)의 비용함수, $J(\mathbf{q}) \Big|_{\mathbf{q}=\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{q}_m \end{pmatrix}}$ 를 최소화하는 식, $\partial J / \partial \alpha = 0$ 으로 부터 계산될 수 있다.

이제 CM 등화기 계수의 한계 범위를 구하기 위

해서 앞서 계산된 \mathbf{q} , \mathbf{q}_m 그리고 \mathbf{q}_r 의 값 등을 기본으로 하여 아래와 같이 Zeng에 의해서 유도된 정리 (lemma)를 적용하면 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$J(\mathbf{q}) - J(\mathbf{q}_r) \geq c_2(\delta)\theta^4 + c_1(\delta)\theta^2 + c_0 \quad (14)$$

이때 등호는 δ 가 0의 값을 가질 때에만 성립한다. 그리고 식 (14)에 따라서 CM 비용함수, $J(\mathbf{q})$ 는 extra unbiased MSE δ 와 등화기 계수의 이득 θ 에 관한 함수로 축소되기 때문에 (θ_L, θ_U) 와 upper bound δ_U 의 범위를 결정되면 CMA 등화기 계수의 한계범위를 계산할 수 있다. 여기서 $\Delta\epsilon$ 는 Wiener 등화기의 MSE와 대응되는 CMA 등화기 최소값 $\mathbf{q}_c \in \mathbf{B}(\mathbf{q}_m, \delta_u, \theta_L, \theta_U)$ 의 추가 MSE이며 $\Delta\epsilon \triangleq E(\mathbf{q}_c) - E(\mathbf{q}_m)$ 으로 표현된다. 이로 부터 CMA 등화기의 MSE 한계 범위 (low bound 및 upper bound)를 계산할 수 있다. 표 1은 일반적인 채널에 대해서 지금까지 언급된 Zeng에 의한 CMA 등화기의 이론적 성능을 계산하는 방법을 구체적으로 정리한 것이다.

본 절에서는 먼저 이러한 Zeng 방법을 이용하여 HDD, digital VCR등의 고밀도 magnetic 기록/재생 등의 부분 응답 신호 방식에 CMA 등화기를 적용하였을 때 채널의 간섭량에 따른 CMA 등화기의 MSE 한계범위를 이론적으로 계산하였다. 여기서 부분 응답 채널, 즉 자기 기록/재생 채널에서 재생 신호는 기록신호의 미분 형태이므로 자기 기록 채널의 특성은 식 $(1-D)h(t)$ 로 표현되는데 여기에 서 $h(t)$ 는 채널의 계단 응답으로서 Lorentzian 함수로 모델링 되고 다음과 같이 주어진다 [10].

$$h(t) = \frac{1}{1 + \left(\frac{2t}{PW_{50}}\right)^2} \quad (15)$$

여기에서 PW_{50} 은 $h(t)$ 의 최대 출력 값의 50%에 해당하는 펄스의 폭이며 이 값은 기록 밀도에 따라 결정된다. 이 값이 증가할 수록 채널의 간섭량은 증가하여 자기 기록 시스템의 성능은 저하된다.

그런데, 이러한 부분 응답 신호방식에 CMA 등화기를 그대로 사용 할 경우 부분 응답 전달 함수의 영점들 (zeros)이 단위 원 위에 있어 채널왜곡의 보상 시 첨가 잡음의 증폭을 초래하여 등화기의 성능저하가 야기되는 문제가 있다. 이를 극복하기 위해서 부분 응답의 채널 특성을 고려하여 기존의 CMA 구조를 변형한 Modified CMA 등화기가 제안된 바 있는데[12], 본 절에서는 이 구조에 대한 이론적인 성능 분석 또한 수행 할 것이다.

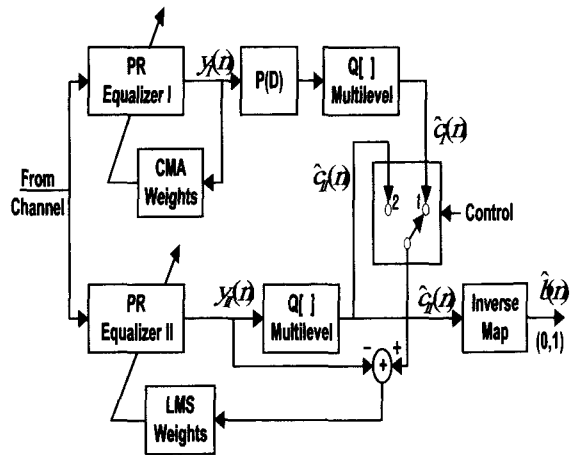


그림 2. 부분 응답 특성을 고려한 Modified CMA 등화기 구조

그림 2는 이러한 Modified CMA 등화기의 구조를 나타낸 것으로 이에 대한 성능 분석을 위해서는 먼저 Modified CMA 등화기 구조에 대한 동작 원리를 정확히 이해하는 것이 필요한데, 이를 설명하면 다음과 같다. Modified CMA 등화기 구조에서 upper branch (SW1)가 충분히 오랫동안 머물러 있는 후, lower branch (SW2)의 적응등화기로 교체된다고 하면, upper branch (SW1)에서 정상 상태 수렴 결과를 lower branch (SW2)로 가져 가게 되는데 이는 SW2의 초기 조건이 되게 된다. 따라서 SW2의 초기 조건 즉 upper branch (SW1)에서 정상 상태 수렴 결과 분석이 이론적인 성능 분석을 위하여 필요하게 된다.

이를 위해서 Modified CMA 등화기의 구조를 자세히 살펴보면, upper branch의 경우 기존의 CMA 등화기에 의해서 먼저 출력 눈의 모양 (eye pattern)이 열리게 되고, 이를 다시 부분 응답 특성을 고려한 P(D) 필터를 사용함으로써 성능개선을 이

루어짐을 알 수 있다. 그런데 이 때의 upper branch의 블라인드 등화기는 마치도 멀티 레벨을 가지는 Decision Directed 등화기 처럼 동작하게 되고 이는 SW2로 전환된 후에도 계속 이 상태가 지속됨을 알 수 있다.

따라서 눈 모양이 열린 상태에서는 DD (Decision Directed) 등화기의 수렴특성이 Wiener 해로 수렴한다는 [Macchi와 Eweda, 1984]의 연구 결과들로부터 그림 2의 Modified CMA 등화기가 Wiener 해로 수렴하게 될 것으로 추측 할 수 있는데, 이는 Modified CMA 등화기 구조에서 upper branch (SW1)의 정상 상태가 최소평균제곱오차 (Minimum Mean Squared Error) 값으로 수렴하게 됨을 의미한다. 그리고 이에 대한 이론적인 계산은 표 1에 나타낸 임의의 채널 (여기서는 부분 응답 채널)에 대한 Zeng의 성능 분석 알고리즘에서 계산되는 θ_o 와 식 (16)에 나타낸 Wiener 등화기의 최적 계수, q_o 그리고 이 때의 최소평균제곱오차와의 관계를 이용하여 계산 할 수가 있다.

$$E(q_o) = 1 - \theta_o \quad \text{여기서} \quad \theta_o = \frac{1}{a - bC^{-1}b} \quad (16)$$

표1. Zeng의 CM 비용함수의 MSE 한계 범위를 구하는 알고리즘

$H_{n \times m}, v, \sigma^2$ 가 주어졌을 때, CM 등화기의 MSE 한계 범위 (Bound)는 다음과같이 계산 될 수 있다.

정의

$$R = HH^t + \sigma^2 I_n$$

$$\Phi = I_{n_q} + \sigma^2 (H^t H)^{\dagger} = \begin{pmatrix} C_{11} & b_1 & C_{12} \\ b_1 & a & b_2 \\ C_{12} & b_2 & C_{22} \end{pmatrix}$$

$$a = \Phi(v, v), \quad b \triangleq \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \quad C \triangleq \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{12} & C_{22} \end{pmatrix}$$

계산

$$q_m = H^t R^{-1} H e_v$$

$$\alpha_r = \sqrt{\frac{r \|q_m\|_{\Phi}^2}{3 \|q_m\|_{\Phi}^4 - (3-r) \|q_m\|_4^4}}$$

$$q_r = \alpha_r q_m$$

$$J(q_r) = 3 \|q_r\|_{\Phi}^4 - 2r \|q_r\|_{\Phi}^2 - (3-r) \|q_r\|_4^4 + r^2$$

$$q_{oI} = -C^{-1}b, \quad \theta_o = \frac{1}{a - b^t C^{-1}b}$$

$$\delta_o = \|q_{ml} - q_{oI}\|_C$$

조건1

$$D(\delta) = c_1^2(\delta) - 4c_2(\delta)c_0 \quad \text{여기서}$$

$$\delta \triangleq \sqrt{\|q_I - q_{ml}\|_C^2 + \delta_o^2}$$

$$c_0 = r^2 - J(q_r)$$

$$c_1(\delta) \triangleq -2r(\delta^2 + \theta_o^{-1})$$

$$c_2(\delta) \triangleq 3(\delta^2 + \theta_o^{-1})^2 - (3-r)(1 + (\delta + \|q_{oI}\|_4)^4)$$

$$\{\delta_1 < \dots < \delta_k\} = \text{real roots of } D(\delta)$$

$$\delta_* = \min_{\delta_i > \delta_o} \{\delta_1 < \dots < \delta_k\}$$

만약 $\delta_* = 0$ 이라면, 국부 최소값을 결정할 수 없음.

조건2

만약 $D(\delta_o) \geq 0$ 과 $c_2(\delta) > 0 \quad \forall \delta \in [\delta_o, \delta_*]$ 이 성립한다면 국부적인 최소값이 존재한다. 이외에는 국부적인 최소값을 결정할 수 없음.

이득

$$\theta_L = \min_{\delta_o \leq \delta \leq \delta_*} \sqrt{\frac{-c_1(\delta) - \sqrt{c_1(\delta)^2 - 4c_2(\delta)c_0}}{2c_2(\delta)}}$$

$$\theta_U = \max_{\delta_0 \leq \delta \leq \delta_1} \sqrt{\frac{-c_1(\delta) + \sqrt{c_1(\delta)^2 - 4c_2(\delta)c_0}}{2c_2(\delta)}}$$

MSE upper bound of CM 등화기

$$\varepsilon_U = \max \left\{ \frac{(\theta_U - \theta_0)}{\theta_0} + (\theta_U \delta_0)^2, \frac{(\theta_L - \theta_0)}{\theta_0} + (\theta_L \delta_0)^2 \right\} + 1 - \theta_0$$

- $H_{n \times m}$: 채널 행렬(full column channel matrix)
- ν : 지연인자 (delay)
- σ^2 : 잡음 전력(noise power)
- r : 이산 상수(dispersion constant)

IV. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 및 분석

본 절에서는 앞서 수행된 부분 응답 채널에서의 블라인드 등화기의 이론적 분석 결과들에 대한 타당성을 제시해 주는 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 제시하고 그 결과들을 비교분석 한다. 여기서 컴퓨터 시뮬레이션에 사용한 값들은 다음과 같다. 식(15)에 나타난 자기 기록 채널 파라미터들은 $T = 1/41.85 \times 10^6$ sec, $SNR = 25dB$ 이었고 채널 출력은 파워가 1로 정규화(normalize) 되었으며 정확한 timing epoch에서 샘플링 되어 등화기 입력으로 전달되도록 설정하였다. 한편 블라인드 등화기의 파라미터들 중에서 탭 개수와 적응 계수는 각각 $M = 11$, $\mu = 0.004$ 로 하였다.

그림 3에서 그림 5는 모두 부분 응답 채널에 대해서 CMA 블라인드 등화기를 적용 시 Decision directed 모드로 전환되기 전까지의 블라인드 모드에서의 결과들을 나타낸 것이다. 각 그림들에서 나타낸 실선들은 Zeng의 방법을 적용하여 계산된 CMA 등화기의 이론적인 MSE 한계값들이고 곡선들은 CMA 알고리즘을 이용한 시뮬레이션 결과들이다. 그림 3에서 그림 5의 결과들로 부터 SNR을 25 dB으로 가정 할 때 각기 다른 부분 응답 채널의

간섭량, PW50에 대해서 Zeng의 방법을 적용하여 이론적으로 계산된 CMA 등화기의 MSE 한계 값들이 컴퓨터 시뮬레이션의 결과들과 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 단 여기서 간섭량, PW50이 증가할 수록 두 결과가 일치하는데 걸리는 수렴시간이 길어짐에 유의해야 한다.

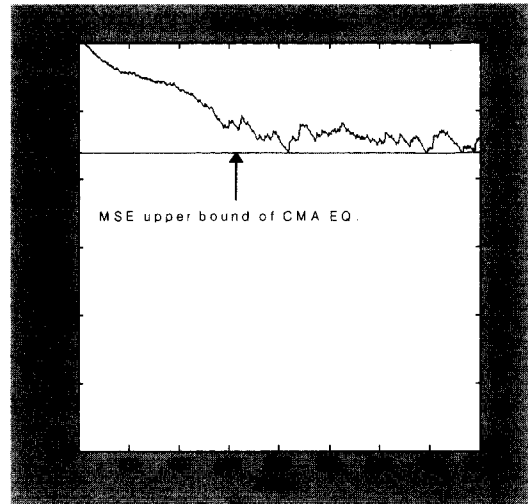


그림 3. PW50이 2.0일 때 CMA 등화기의 MSE에 대한 이론과 시뮬레이션 결과 비교

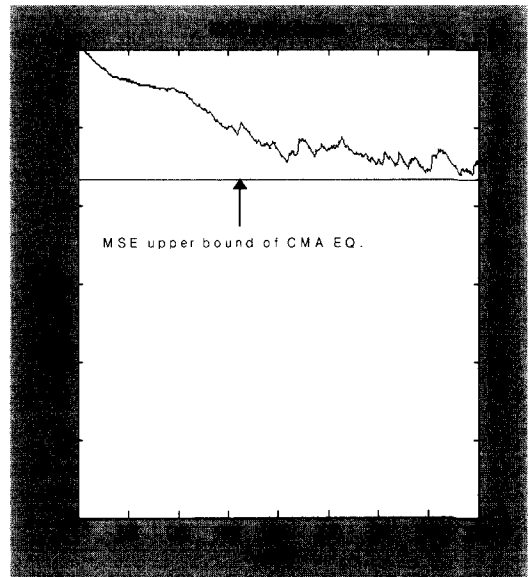


그림 4. PW50이 2.5일 때 CMA 등화기의 MSE에 대한 이론과 시뮬레이션 결과 비교

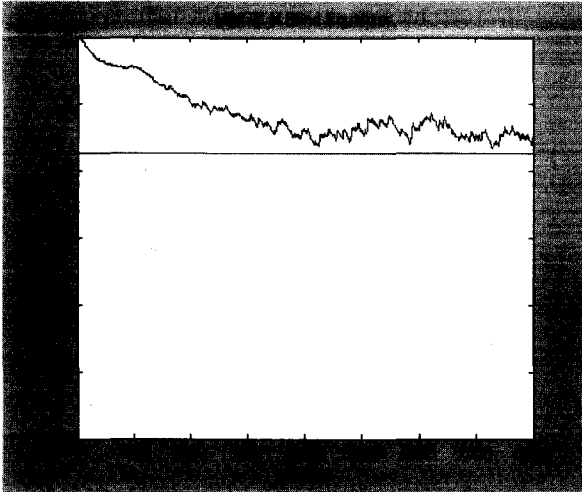


그림 5. PW50이 2.8일 때 CMA 등화기의 MSE에 대한 이론과 시뮬레이션 결과 비교

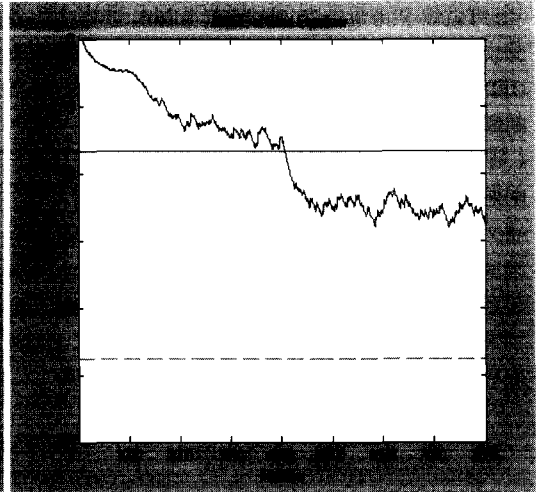


그림 6. PW50이 2.5 일 때 CMA 등화기의 MSE에 대한 이론과 시뮬레이션 결과 비교

그림 6과 그림 7은 앞서 사용된 자기 기록 채널 파라미터들과 같은 값들을 사용하고 간섭량 PW50을 2.5로 가정하였을 때 기존 CMA 등화기의 성능 분석 결과와 Modified CMA 등화기의 성능 분석 결과들을 4000회 이전까지의 블라인드 모드와 이후의 Decision Directed 모드로 나타낸 것이다. 그림 6과 그림 7에 나타낸 4000회 이전까지의 실선 들은 Zeng의 방법을 적용하여 계산된 CMA 등화기의 이론적인 MSE 한계 값을 나타낸 것이고, 점선들은 CMA 등화기의 출력을 다시 P(D) 필터링한 Modified CMA 등화기의 이론적인 최소평균제곱오차를 나타낸 것이다. 그림 6과 그림 7에서 각각의 이론적인 값에 대응되는 곡선들은 컴퓨터 시뮬레이션의 결과들을 나타낸 것이다.

그림 6과 그림 7에 나타낸 결과들을 비교 분석해 보면, 부분 응답 채널에서 기존의 CMA 등화기들을 그대로 적용하였을 때와는 달리 Modified CMA 등화기를 적용 했을 경우의 정상 상태의 수렴 값이 이론적으로 계산된 최소평균제곱오차에 거의 근접하고 있음을 알 수 있다. 또, MSE 관점에서 기존의 CMA 등화기를 부분 응답 채널에 적용했을 때 보다 Modified CMA 등화기를 적용했을 때 성능개선 효과가 매우 크게 이루어질 수 있음을 이론과 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 통하여 확인 할 수 있다.

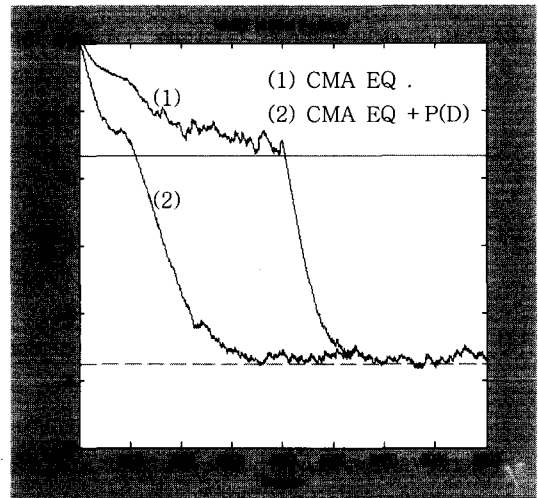


그림 7. PW50이 2.5 일 때 Modified CMA 등화기의 MSE에 대한 이론과 시뮬레이션 결과 비교

V. 결론

본 논문에서는 블라인드 등화기에 대한 성능 분석에 대하여 논하였는데, 특히 부분 응답 채널에 CMA 등화기를 적용 했을 때와 이 채널에서 성능 개선을 목적으로 제안된 ModifiedCMA 등화기를 적용 했을 때의 성능 분석에 관하여 연구하였다. 그리고 이에 대한 이론적인 성능 분석은 기존의 기준 신호 또는 훈련열을 가지는 적응 등화기와는 달

리 비선형 비용함수를 이용하는 CMA 등화기의 경우 closed form 형태의 최적해를 구하는 것이 어렵기 때문에 Zeng에 의해서 개발된 대한 성능 분석 방법을 이용하였다. 분석 결과 부분 응답 채널에서 CMA 등화기 및 Modified CMA 등화기에 대해서 이론적으로 계산된 결과들과 컴퓨터 시뮬레이션의 결과들이 잘 일치함을 알 수 있었으며, 부분 응답 채널에 기존의 CMA 등화기를 적용 할 때와 비교하여 Modified 등화기를 적용 할 때 매우 큰 성능 개선 효과가 있음을 이론과 시뮬레이션을 통해서 확인 할 수 있었다.

참 고 문 헌

[1] D. N Godard, "Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 28, pp. 1867-1875, Nov. 1980.

[2] J. R. Treichler and B. G. Agee, "A new approach to multipath correction of constant modulus signals," *IEEE Trans. Acoustics, Speech, Signal Processing*, vol. 31, pp459-72, Apr. 1983.

[3] G. J Foschini, "Equalizing without altering or detecting data," *Bell syst. Tech. J.*, pp. 64, 1885-1911, Oct. 1985.

[4] Z. Ding, R. A. Kennedy, B. D. O. Anderson and C. R. Johnson, Jr., "Ill-convergence of Godard blind equalizers in data communication systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 39, pp. 1313-1327, Sept. 1991.

[5] Y. Li, J. R. Liu, and Z. Ding, "Global convergence of fractionally spaced Godard (CMA) adaptive equalizers," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 44, pp.818-826, Apr. 1996.

[6] Y. Li, J. R. Liu, and Z. Ding, "Length and cost dependent local minima of unconstrained blind channel equalizers," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 44, pp.2726-2735, Nov. 1996.

[7] Jitendra K. Tugnait, Uma G, "Blind Equalization and Channel Estimation with Partial Response Input Signals," *IEEE Trans.*

Commun., vol. 45, pp 1025-1031, Sept. 1997.

[8] H. Zeng, L. Tong, and C. R. Johnson, "Relationship Between the Constant Modulus and Wiener Receivers," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-44, Apr. 1998.

[9] H. Zeng, L. Tong, and C. R. Johnson, "An Analysis of Constant Modulus Receivers," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 47, No. 11, Nov. 1999.

[10] J. M. Cioffi, W. L. Abbott, H. K. Thapar, C. M. Melas and K. D. Fisher, "Adaptive equalization in magnetic-disk storage channels," *IEEE Commun. Mag.*, pp. 14-29, Feb. 1990.

[11] B. Widrow and S. Stearns, *Adaptive Signal Processing*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985.

[12] 이상경, 이재천, "부분 응답 채널에서의 블라인드 적응 등화 기술에 관한 연구," *한국통신학회 논문지*, 제26권 11A호, pp. 1827-1840, 2001.

이 상 경(Sang-Kyung Lee)

정회원



1989년 2월: 한국항공대학교
항공전자공학과(공학사)

1991년 12월: Univ. of
Missouri-Columbia 전기공학
과(공학석사)

1998년 2월: 아주대학교 시스
템공학과 박사수료

2000년 6월 ~ 2001년 7월 영

국 Astrium사 파견연구원

1995년 1월 ~ 현재: 고등기술연구원 선임연구원

<주관심분야> 디지털 통신 및 신호처리 시스템 설계

李 在 天(Jae-Chon Lee)

정회원



1977년 2월: 서울대학교 전자
공학과(공학사)

1979년 2월: 한국과학기술원 전기
및 전자공학과(공학석사)

1983년 8월: 한국과학기술원
전기 및 전자공학과(공학박사)

1983년 9월 ~ 1994년 8월: 한
국과학기술연구원 책임연구원

1984년 9월 ~ 1985년 9월: 미국 MIT PostDoc 연
구원

1985년 10월 ~ 1986년 10월: 미국 Univ. of
California (Santa Barbara) 방문연구원

1990년 1월 ~ 1991년 2월: 캐나다 Univ. of
Victoria (British Columbia) 방문교수

2002년 2월 ~ 2003년 2월: 미국 Stanford
University 방문교수

1994년 9월 ~ 현재: 아주대학교 시스템공학과 교수

<주관심분야> 디지털 통신 및 신호처리 시스템 설계