

포장 콘크리트의 피로수명과 확률분포

김 동 호*

1. 머리말

도로포장 구조물은 다양한 형태의 차량하중이 지속적으로 반복 주행하므로 피로하중을 받게 되는 대표적 토목구조물이라 할 수 있다. 피로하중을 받게 되는 구조물은 재료가 점진적으로 약화되는 누적손상을 받게 되며 이로 인한 구조물의 기능 및 성능저하는 장기 공용성을 감소시키게 된다. 특히 콘크리트 포장의 특성은 대부분의 하중을 슬래브가 보 (beam)의 역할로 지지하는 특성을 갖고 있기 때문에 사용재료의 피로실험으로부터 피로수명이나 피로강도를 추정하는 것이 일반적이며, 콘크리트의 피로 실험은 실험데이터의 통계적 변화성과 불규칙성으로 인하여 통계적 해석에 기초한 피로수명의 확률분포를 파악하는 것이 중요하다. 통계이론을 바탕으로 한 확률해석은 불확실성의 적절한 계산을 위한 효율적이고 설계의 적절한 안정성 확보를 제공하기 때문에 합리적인 방법이라 할 수 있다.

지금까지 공학적 재료의 피로실험 데이터는 대부분 수치적 확률모델을 대수정규분포함수를 사용하는 것이 손쉬운 방법이므로 이를 보편적으로 사용하여 왔다. 그러나 대수정규분포의 채택으로 인하여 수학적 편의성에 대한 논쟁의 여지를 남기게 되었으며, Gumbel에 의해 지적되었듯이 대수정규분포의 위험함수(hazard function)는 시간이나 피로수명의 중

가에 따라 감소한다. 이는 공학재료의 피로진행 과정에서 재료가 점진적으로 약화되어야 하는 물리적 현상에 위배되는 결과를 가져오게 된다. 따라서, 다양한 물리적 가정이나 확실한 실험의 검증, 사용에 있어서 상대적 용이성이라든가 보다 진보적인 통계학적 데이터의 해석 등이 요구되기 때문에 현재 실험적으로 증명된 Weibull 확률분포함수가 오늘날 신뢰성 공학에 있어서 가장 많이 사용된다.

본 기사에서는 시험도로 콘크리트 포장에 사용된 재료와 배합을 이용하여 실내실험을 기반으로 한 피로실험 내용을 소개하고 실험결과에 대한 통계해석에 기초하여 피로수명과 피로강도 등을 추정한 내용과 Weibull 확률분포함수에 대한 매개변수 산정방법 및 이에 기초한 피로수명의 확률분포에 대하여 소개하고자 한다.

2. 피로실험의 이해

2.1 개요

피로수명이란 일정 수준의 응력을 반복적으로 가력하여 파괴시까지 측정된 반복회수로 정의되며, 일정 응력수준에 대해서 피로수명을 파악하고자 할 때는 여러 개의 공시체를 실험하여 피로수명의 분포를

* 정회원 · 강원대학교 토목공학과 박사후과정

알아내는 것이 중요하다. 소위 말하는 S-N 선도라고 하는 것은 응력수준별로 실험한 피로수명 데이터를 도시하여 나타낸 것으로 이때 피로수명은 로그스케일로 표현된다. 이해를 도모하기 위하여 응력수준과 응력비 등 몇 가지 용어를 먼저 정의하기로 하자. 그림 1을 참조하여 설명하면 응력수준은 정적 극한 강도에 적용 최대 응력의 백분율로서 표시되며 즉 f_{max}/f'' 을 의미한다. 응력비는 적용 최대응력에 대한 최소응력의 비율로서 f_{min}/f_{max} 가 된다. 하중재하 속도는 1초에 재하되는 반복하중의 회수로서 그림 1에서는 5Hz의 경우를 보여준 것이며 1초에 5cycle이 작용됨을 의미한다. 그리고 피로실험에서 공시체의 국부적이고 급작스런 파괴를 방지하기 위해서는 초기 평균하중(f_{mean})까지 도달하는 여유시간을 두어야 한다. 즉, 그림의 O에서 O'까지 하중이 도달하는 시간을 의미하여 실험적으로 결정해서 정하는 것이 바람직하다. 피로실험에 작용하는 하중의 형태는 여러 가지가 있으나 차량하중을 이상화하여 재현할 수 있는 하중형태는 정현파(sine파)가 일반적이며, 피로실험은 다소 시간을 요하기 때문에 실험이 진행되는 동안 강도의 증진현상을 최소화하기 위해서는 충분한 양생기간을 거친 후 실험된다.

또한, 콘크리트 피로수명에 영향을 미치는 요소는 여러 가지가 있다. 크게 4가지로 구분하면 실험방법, 하중조건, 환경조건 및 재료와 배합의 영향이며, 세부적으로는 다양한 조건에 의해 영향을 받게 된다. 따라서, 본 기사에서 소개하는 피로실험은 응력

수준 90, 80, 70%에 대하여 응력비를 0.1로 적용하고 20Hz의 재하속도에 정현파를 사용하여 재령 28일 동안 수조에서 양생시킨 후 공기 중 양생하여 56일 후에 실험 한 결과를 소개하고자 한다.

2.2 포장 콘크리트의 배합

피로실험에 사용된 공시체의 콘크리트 배합은 시험도로 콘크리트 포장에 사용된 동일한 재료와 배합을 사용한 것이다. 배합표는 표 1에 나타난 시방배합을 골재의 입도와 함수상태를 보정하여 현장배합으로 환산한 후 배합한 것이다. 여기서, 굵은골재의 최대치수는 32mm로서 골재의 입도분포가 표준입도에 맞지 않아 32mm의 골재와 19mm의 골재를 약 55% : 45%의 비율로 혼합하여 사용하였다.

표 1. 콘크리트의 배합표

(unit : kg/m³)

W/C (%)	S/a (%)	Water (kg)	Cement (kg)	Sand (kg)	Gravel(kg)		AE Water-reducer (g)
					G ₁ (32mm)	G ₁ (19mm)	
42.3	37.7	144	340	682	660	532	510

2.3 실험방법

2.3.1 횡인장 피로실험

횡인장 피로실험은 종래까지 보편적으로 많이 사용되어온 피로실험 방법 중 하나이다. 횡인장 피로실험은 15 5 5cm의 각주 공시체를 제작하여 3점재하 또는 4점재하 방식으로 실험된다. 그림과 같이 동일한 조건으로 정적 강도측정을 시행하여 그 결과를 피로실험에 적용하게 된다. 그림 2는 3점재하 방식을 사용한 경우를 나타낸 것으로 실험에 사용된 기기는 INSTRON이다.

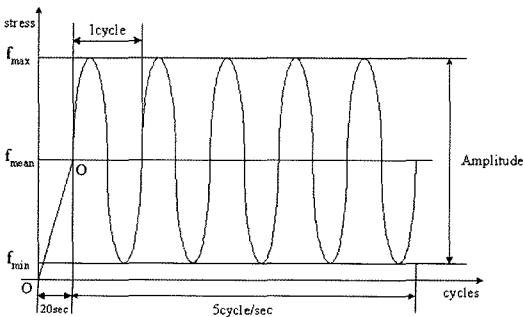


그림 1. 일정진폭 피로하중

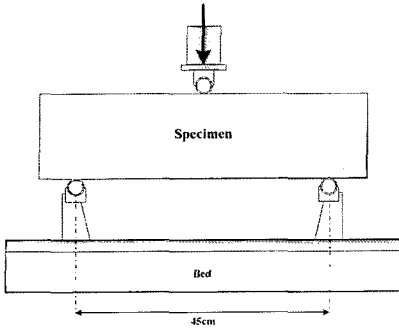


그림 2. 횡인장 피로실험

2.3.2 쪼갬인장 피로실험

횡인장 피로실험 방법에 비하여 할열인장 피로실험 방법은 아직 콘크리트에 대해서는 적용한 사례가 많지 않은 방법이다. 이 방법은 여러 장점을 지니고 있는데 그림 3에서와 같이 하중 P가 작용하게 되면 공시체 내부에서 요소의 응력상태는 2축 응력상태가 된다. 마찬가지로 그림 4에서 차량하중 재하시 포장체 내부의 요소가 받게 되는 응력상태는 2축 응력상태가 된다. 따라서, 포장체의 거동을 이상적으로 묘사할 수 있고, 파괴모드가 순수 횡응력을 받는 상태보다는 압축과 인장의 조합응력에 의하여 파괴되기 때문에 실제 포장체의 파괴모드와 유사한 장점을 가지고 있다.

여기서, 할열인장 피로실험 방법은 $\phi 15 \times 30\text{cm}$ 의 원주형 시험체를 실험의 효율성을 기하기 위해 $\phi 15$

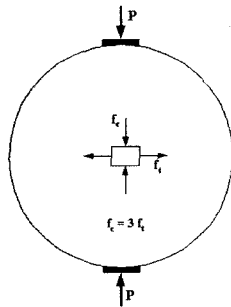


그림 3. 할열인장 실험에서 요소의 응력상태

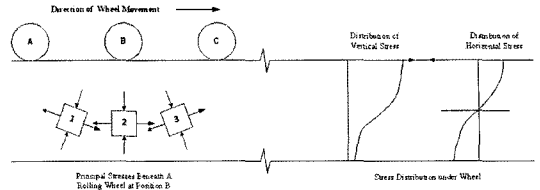


그림 4. 차량하중에 의한 포장체의 응력상태

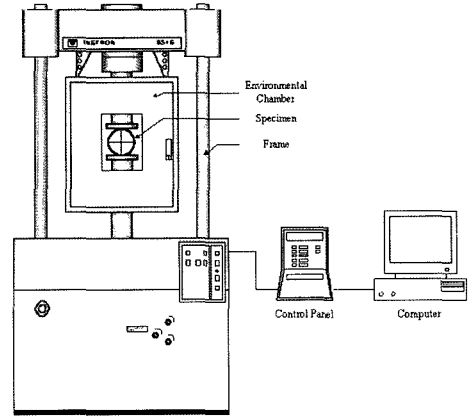


그림 5. 할열인장 피로실험 개념도

$\times 7.5\text{cm}$ 가 되도록 절단하여 실험한 것이며 공시체가 가압판 위에서 편심이 되지 않도록 하고 가압판과 공시체 사이 균등한 하중전달과 시험체의 국부적인 파괴를 막기 위해 3mm 두께의 가압판을 설치하여 실험한다. 그림 5는 INSTRON 장비를 사용하여 실험한 개념도를 나타낸 것이다.

3. 피로수명과 확률분포

3.1 피로수명

표 3은 15개의 공시체를 실험하여 측정된 개개의 피로수명을 나타낸 것이다. 콘크리트 피로실험 데이터는 상당한 변화성과 불규칙성을 볼 수 있다. 이러한 실험데이터는 정량적 판단기준에 근거하여 해석

하는 것이 바람직하다. 여기서 판단기준은 S-N 선도를 작성하여 회귀분석 할 때 결정계수(R^2)를 분석하여 0.9가 되는 피로수명의 영역의 범위를 설정한 것이다. 그리고 두 번째는 200만회를 기준으로 하였을 때 파괴가 되지 않은 데이터이다. 이러한 데이터는 각각 †와 ‡으로 표시하여 나타내었다.

이러한 기준을 설정하여 실험데이터를 모두 나타낸 경우와 기준에 선택되는 데이터를 나타낸 것이 그림 6과 그림 7이다. 두 가지 기준을 적용하기 전 모든 데이터를 회귀분석하여 나타내면 활열인장과 휨인장 피로실험에서 결정계수는 각각 0.76와 0.74가 되어 상관성이 저하됨을 볼 수 있다. 그림에서 ×로 표시된 데이터 즉 두 가지 기준을 적용하였을 때 제외되는 영역의 데이터를 배제시키고 회귀분석 하면 결정계수는 각각 0.90 이상 되는 것이다. 이 두 가지의 기

준을 비교하여 응력수준별 피로수명과 피로강도를 나타낸 것이 표 3이다. 응력수준 90%에서 계산된 피로수명은 과소평가 되며, 응력수준 70%에서 과대평가됨 으로서 계산결과에 상당한 영향을 미치게 되는 것을 알 수 있다. 또한, 표 4는 이러한 기준을 적용한 경우 활열인장 피로실험 방법과 휨인장 피로실험 방법의 응력수준에 따른 피로수명의 산정결과와 200만회 및 1,000만회 피로수명에서 피로강도를 정적강도에 대한 백분율로 비교하여 나타낸 것이다.

따라서, 이러한 해석기준을 적용한 실험데이터는 Weibull의 확률분포함수를 사용하여 피로수명의 확률분포를 도시하고 여기서 필요로 되는 매개변수와는 그래픽 방법, 모멘트 방법 및 최우도법에 의해 산정된다. 이 방법을 간략히 소개하고자 하며 피로수명의 확률분포에 대하여 기술하기로 한다.

표 2. 응력수준과 실험방법에 따른 피로수명

파 피 순 서	피로수명(cycles)					
	S=90%		S=80%		S=70%	
	활열인장	휨 인 장	활열인장	휨 인 장	활열인장	휨 인 장
1	†132	†119	†2,383	†479	†15,217	†21,761
2	†241	424	9,960	†2,076	†45,962	†50,851
3	416	614	12,320	7,600	72,849	103,452
4	477	689	15,033	12,347	107,516	103,506
5	622	754	22,181	16,907	117,349	128,364
6	1,039	985	23,352	17,514	124,399	147,293
7	1,656	1,242	25,171	31,173	183,767	217,319
8	1,716	2,155	35,747	38,311	203,184	326,932
9	2,205	2,452	40,113	57,065	239,296	343,931
10	2,397	2,452	40,767	61,267	299,816	374,996
11	2,582	2,516	59,458	67,671	374,390	451,817
12	2,640	2,714	61,424	69,853	519,747	500,944
13	†4,111	2,887	†94,688	†84,813	567,526	569,405
14	†5,679	†5,410	†114,321	†122,735	†1,494,864	659,013
15	†5,913	†6,892	†122,016	†174,729	†2,000,000	†1,242,351

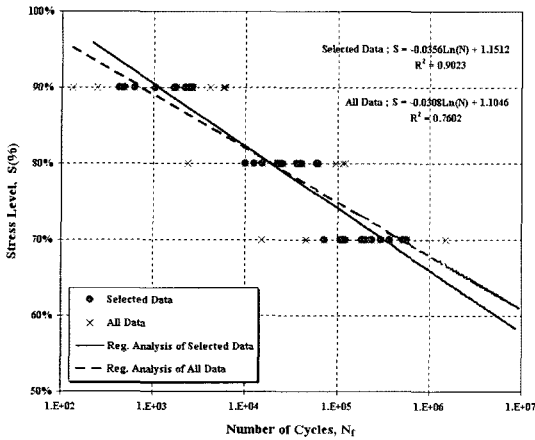


그림 6. 활열인장 피로실험 데이터의 비교

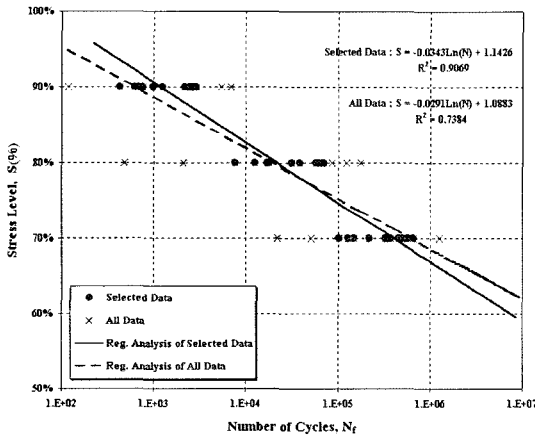


그림 7. 휨인장 피로실험 데이터의 비교

표 3. 해석기준 적용 비교

실험 구분	적용 여부	피로수명 (cycles)			200만회 피로강도 (%)	R ²
		90%	80%	70%		
활열 인장	적용	1,160	19,248	319,387	63.47%	0.90
	비적용	767	19,724	507,049	65.77%	0.76
휨인장	적용	1,180	21,771	401,832	64.50%	0.91
	비적용	646	20,075	623,836	66.61%	0.74

표 4. 피로수명과 피로강도 추정

실험 구분	피로수명 (cycles)				피로강도 (%)	
	90%	80%	70%	60%	200만회	1,000만회
활열 인장	1,160	19,248	319,387	5,299,622	63.47%	57.74%
휨인장	1,180	21,771	401,832	7,416,679	64.50%	58.97%

3.1.1 그래픽 방법

Weibull 확률분포함수는 a , u 및 n_0 의 3개의 매개변수를 필요로 한다. 특히, n_0 가 0일 때, two-parameter Weibull 분포는 안전측의 신뢰성을 제공하므로 공학재료의 피로거동을 나타내는데 적절하며 오늘날 신뢰성 공학에 있어서 가장 많이 사용되고 있다. 그래픽 방법에 의한 매개변수 산정은 생존

함수 $L_R(n) = \exp\left[-\left(\frac{n}{u}\right)^a\right]$ 로부터 양변에 대수를 취

하게 되면 $\ln\left[\ln\left(\frac{1}{L_R}\right)\right] = a \ln(n) - a \ln(u)$ 가 되며

$\ln\left[\ln\left(\frac{1}{L_R}\right)\right]$ 과 $\ln(n)$ 을 $Y = aX + b$ 의 선형 관계로 표

현 할 수 있다. 생존함수와 피로수명과의 관계를 그래프로 도시하면 형상매개변수 a 는 기울기가 되며 특성수명 u 는 절편을 a 와의 관계로부터 구할 수 있다.

3.1.2 모멘트 방법

모멘트 방법에 의한 매개변수 a 와 u 의 산정은 실험데이터의 평균과 표준편차를 계산하여

$$\left(\frac{\sigma}{\mu}\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{2}{\alpha} + 1\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)} - 1 \text{의 관계식으로부터 계산되어야}$$

하나 여기서 a 를 구하는 것이 쉽지 않기 때문에 $\alpha = (CV)^{-1.08}$ 의 식으로 함축시켜 변동계수(CV)를 계산하여 계산된다. 또한, 특성수명 u 는 계산된 a 와

평균과의 관계를 이용하여 $u = \frac{\mu}{\Gamma(\frac{1}{\alpha} + 1)}$ 의 관계 식으로부터 계산할 수 있다.

3.1.3 최우도법

최우도법에 의한 매개변수 a 와 u 의 계산은 함수

$$\frac{\sum_{i=1}^k (n_i^{\alpha^*} \ln n_i)}{\sum_{i=1}^k n_i^{\alpha^*}} - \frac{1}{\alpha^*} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \ln n_i$$

를 컴퓨터에 의한 반복

기법(iterative procedure)으로 계산할 수 있으며 이 방법에 의해 매개변수 a^* 가 계산되면 $\theta^* = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k n_i^{\alpha^*}$ 의 식을 이용하여 θ^* 를 계산할 수 있다. 여기서, u 는 $u = \theta^{\frac{1}{\alpha}}$ 의 관계로부터 계산된다.

3.2 확률분포

전술한 그래픽 방법, 모멘트 방법 및 최우도법에 의해 Weibull 분포의 매개변수 a 와 u 를 계산하는 과정을 간략히 소개하였다. 표 5는 이 세 가지 방법에 의해 계산된 매개변수 a 와 u 를 실험방법 및 응력수준에 따라 종합하여 나타낸 것이다.

매개변수 a 와 u 의 계산결과는 응력수준 90%에서 할열인장 피로실험과 휨인장 피로실험에서 매우 유사하게 산정됨을 볼 수 있으며, 응력수준 80%와 70%에서는 실험방법 및 계산방법에 따라 다양한 결과를 볼 수 있다. 이것은 콘크리트 피로실험 데이터의 통계적 분포를 간접적으로 의미하는 것으로 피로 실험 데이터에 따라 다양한 결과를 가져오게 된다. 또한, 매개변수 산정방법에 따라 a 는 그래픽 방법, 모멘트 방법 및 최우도법에 비하여 대부분 작게 산정되었으나, u 는 크게 산정되어 산정방법에 따라 차이가 있음을 시사하고 있다.

그림 8~그림 13은 각각의 방법에 의해 산정된 매개변수 a 와 u 의 평균값을 이용하여 Weibull 분포의 확률밀도함수(P.D.F)와 누적분포함수(C.D.F)를 응력수준에 따라 실험방법 별로 비교하여 나타낸 것이다. 응력수준 90%에서는 확률밀도함수와 누적

분포함수가 거의 동일한 분포양상을 나타내고 있으나 응력수준이 낮아질수록 실험방법에 따라 확률밀도함수와 누적분포함수의 분포양상이 실험방법에 따라 차이가 있음을 나타낸다. 이러한 분포양상은 a 와 u 에 의해 결정되며 Weibull 분포의 매개변수 a 는 분포의 모양을 결정하고 u 는 피로수명의 척도를 규정하기 때문이다. 따라서, 응력수준 90%에서는 a 와 u 의 계산결과가 유사하나 응력수준 80%와 70%에서는 실험방법에 따라 a 와 u 의 계산결과가 차이를 나타내기 때문에 분포양상이 다양하게 나타나는 것이다.

표 5. Weibull 확률분포함수의 매개변수

구분	실험 구분	S=90%		S=80%		S=70%	
		a	u	a	u	a	u
그래픽 방법	할열 인장	1.342	1,868	1.638	36,425	1.479	293,085
	휨인장	1.431	1,937	1.237	44,371	1.473	382,677
모멘트 방법	할열 인장	1.872	1,774	1.852	35,366	1.570	284,389
	휨인장	1.830	1,865	1.623	42,405	1.789	367,877
최우도법	할열 인장	1.966	1,777	1.981	35,606	1.701	288,335
	휨인장	1.921	1,873	1.680	42,579	1.885	369,981
평균	할열 인장	1.727	1,806	1.824	35,799	1.583	288,603
	휨인장	1.727	1,892	1.513	43,118	1.716	373,512

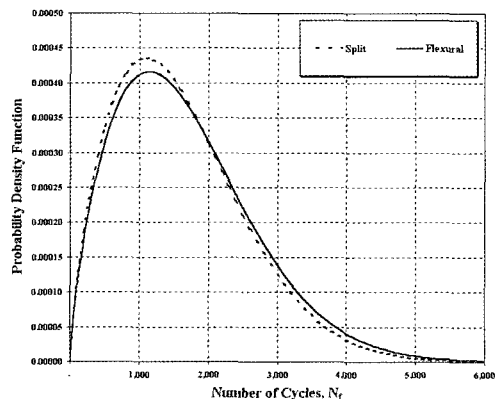


그림 8. 응력수준 90%에서 확률밀도함수(P.D.F)

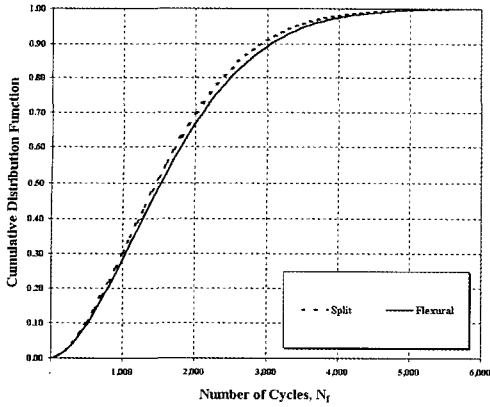


그림 9. 응력수준 90%에서 누적분포함수(C.D.F)

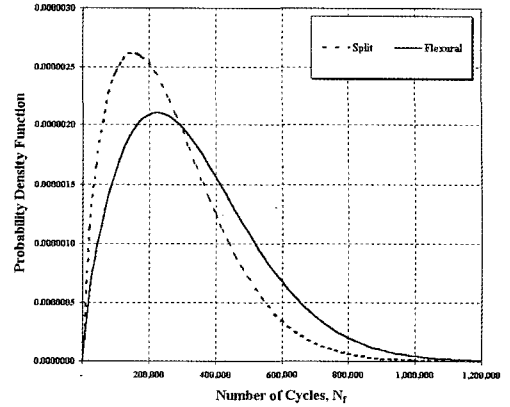


그림 12. 응력수준 70%에서 확률밀도함수(P.D.F)

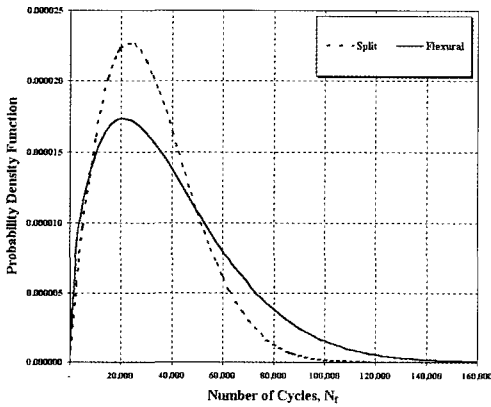


그림 10. 응력수준 80%에서 확률밀도함수(P.D.F)

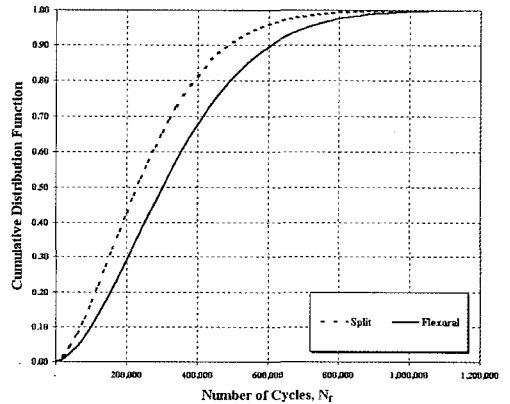


그림 13. 응력수준 70%에서 누적분포함수(C.D.F)

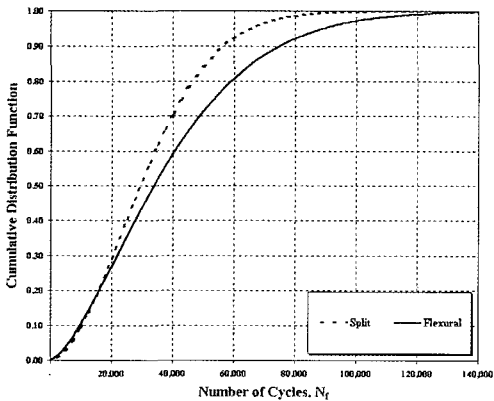


그림 11. 응력수준 80%에서 누적분포함수(C.D.F)

4. 맺음말

본 기사에서는 횡인장 피로실험 방법과 활열인장 피로실험 방법을 사용하여 시험도로 콘크리트 포장에 사용된 동일한 재료와 배합을 가지고 피로실험을 통한 포장 콘크리트의 피로수명과 확률분포에 대하여 소개하였다.

전술한 바와 같이 활열인장 피로실험 방법은 여러 가지 장점을 지니고 있어 향후 도로포장에 사용되는 콘크리트의 피로거동을 서술하는데 적절한 실험방법

으로 사료된다. 그러나, 이 방법은 아직 표준화되지 않은 실험방법으로서 추후 콘크리트의 피로실험 방법으로 정립되어야 할 것이다. 응력수준 별 피로수명 데이터는 앞서 언급 하였듯이 통계적 변화성과 분산성을 상당히 포함하고 있기 때문에 많은 데이터의 축적을 통하여 합리적 분석과 해석을 바탕으로 피로수명에 대해 서술하여야 할 것이다. 또한, 피로수명 데이터는 Weibull 확률분포함수를 사용하여 매개변수 와 가 계산되는 과정을 간략히 소개하였으며 세 가지의 방법으로 계산된 평균값을 가지고 확률밀도함수(P.D.F)와 누적분포함수(C.D.F)를 도시하여 포장 콘크리트의 피로수명에 대한 확률분포에 대해서 기술하였다.

■ 참고 문헌

1. 권혁제[2001], "SAS활용 표준통계학", 청목출판사, pp. 643~655.
2. 박정식, 윤영선[1999], "현대통계학", 다산출판사, pp. 443~459.
3. 정해성, 박동호, 김재주[2001], "신뢰성 분석과 응용", 영지문화사, pp. 9~84.
4. Alliche, A. and D. Francois[1992], "Damage of Concrete in Fatigue," ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 118,

- No. 11, pp. 2176~2190.
5. Gao, L. and C. T. T. Hsu[1998], "Fatigue of Concrete under Uniaxial Compression Cyclic Loading," ACI Materials Journal, Vol. 95, Document. 95-M55.
6. Holmen, J. O.[1982], "Fatigue of Concrete by Constant and Variable Amplitude Loading," ACI Publication SP75-4, pp. 71~110.
7. Oh, B. H.[1986], "Fatigue Analysis of Plain Concrete in Flexure," Journal of Structural Engineering, ASCE V. 112, No. 2, Feb, pp. 273~288.
8. Oh, B. H.[1991], "Fatigue-Life Distribution of Concrete for Various Stress Levels," ACI Materials Journal, Title no. 88-M15, pp. 122~128.
9. Singh, S. P. and S. K. Kaushik[2000], "Flexural Fatigue Life Distributions and Failure Probability of Steel Fibrous Concrete," ACI Materials Journal, V.91, No.6, pp. 658~667.
10. Stock, A. F.[1988], "CONCRETE PAVEMENTS," ELSEVIER APPLIED SCIENCE.