한국학교수학회논문집 제 6 권, 제 2 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 6, Number 2, 55-69, December 2003

박영배의 수업 · 학습모델-구성주의 (천안공업고등학교를 중심으로)

이경복[1)] · 박수범[2)]

본 논문에서는 1996년 박영배가 제시한 구성주의 수업 · 학습의 모델을 천안공업고등학교 일부 학생들에게 적용하여 수학수준이 낮아서 심각한 공업고등학교 학생들도 구체적인 조작활동을 통하여 수학의 학습 효과를 높일 수 있다는 것을 알았다.

주요용어: 구성주의, 반영적 추상화, 발문 중심적 상호작용

I. 서 론

수학교육의 중요한 목표는 문제해결능력을 키워주는 것이다(김응태, 박한식, 우정호, 1989; 라병소, 1999; 우정호, 1998). 1980년 NCTM(미국 전국수학교사의 모임)이 그 해의 중요한 토픽 중의 하나로서 '문제해결은 80년대의 수학교육의 초점이 되어야 한다.'고 선언하면서 현대적 의미의 문제해결 학습지도가 세계적인 주목을 받고 연구되기 시작하였다.

문제해결이란 주어진 문제가 요구하는 미지인 것을 구하거나 주어진 문제가 성립함을 증명하는 것을 뜻한다.

문제해결 학습지도의 목적은 학습자로 하여금 주어진 문제를 해결하는 능력을 기르게 할 뿐만 아니라 주어진 상황에서 스스로 문제를 만들고 해결하는 능력을 가지게 하며, 문제해결을 통한 수학적 사고력과 창의적 사고력을 개발하게 하며, 협동하여 문제를 해결하는 능력을 가지게 하는 것이다. 문제해결 능력을 기르기 위해서 문제를 잘 이해한 다음 적절한 전략을 사용할 수 있어야 하며 해결한 결과를 반성하고 이와 유사하거나 관련 문제에 응용할 수 있어야 한다. 그리고, 창의적이고 유연한 사고력을 발휘할 수 있으며 도전감과 인내력을 가지고 문제를 해결하는 태도를 가져야 한다. 교사는 학생들에게 문제해결을 지도하기 위해서는

첫째, 문제해결을 위한 사고방법과 문제해결 전략을 이해하고 사용할 수 있게 하여야 하고,

둘째, 적절한 방법과 도구를 사용할 수 있어야 하고,

셋째, 협동하여 문제를 해결하는 능력을 길러야 하고 마지막으로 실제적 문제를 해결하는 능력을 기르게 하여야 한다.

---

1) 호서대학교 수학과(kblee@office.hoseo.ac.kr)
2) 천안공업고등학교(ruddkoq@edunet4u.net)

실제적으로 문제를 해결하기 위한 수학적 모델링은 다음 그림 1과 같다(강옥기, 2001).

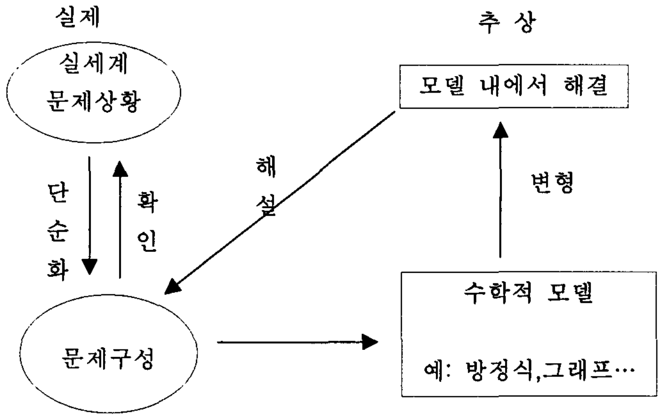

그림 1. 문제 해경을 위한 수학적 모델링

이제 문제해결의 근본적인 이론인 수학 교수 · 학습의 지도원리에 대하여 생각하자(라병소, 1999; 정영옥, 1997; 황우형 역, 1997).

수학 교수 · 학습의 지도원리는 Comenius, Pestalozzi, Dewey, Piaget, Bruner, Dienes, Skemp, Freudenthal 에 의하여 주장하는 활동주의와 Socrates등이 연구한 발생주의 그리고 Piaget, von Glasersfeld, Sal Restivo, Ernest 에 의하여 제창된 구성주의로 크게 나눌 수 있다.

활동주의 학습지도 이론은 구체적인 조작으로 학습이 가능한 아동들에게 추상화된 개념의 이해를 돕기 위해 구체적인 조작이나 관찰이 필요할 때 효과적인 학습지도 방법이다. 일반적으로 초등학교나 중등학교 저학년 수준에서 활동주의 학습지도가 효과적이다.

발생주의 교육이라는 것은 학생들에게 수학이 만들어지고 응용되는 자연스러운 과정에 따라 학습하도록 지도하는 것을 말한다. 철학자 Socrates와 노예소년 Menon의 대화에서 Socrates는 Menon이 넓이가 2인 정사각형을 알고 있지 못함을 확인한 후, 적절한 질문을 차례로 제시함으로써 넓이가 2인 정사각형은 넓이가 1인 정사각형의 대각선을 한 변으로 하는 정사각형임을 스스로 발견하게 하는데 이는 발생주의적 학습지도 원리이다. 발생주의 교육에 의한 수학 학습지도는 일반적으로 수학적 도구를 창안 개발하고 반성에 의해 추상화가 이루어져 개념적 구조적 문맥이 이루어지고 이렇게 하여 형식화된 수학적 도구나 구조를 새로운 문제의 해결에 적용하여 지금까지의 활동의 결과를 반성하여 수학적 원리나 체계를 형성하는 단계로 지도한다.

구성주의에 의한 교육은 학습자가 지식을 외부로부터 수용하여 습득하는 것이 아니라, 활발한 내적 인지적 활동을 통해 스스로 구성하는 것이다. 즉, 「지식의 습득은 전수에 의한 것이 아니라, 내적 인지구조를 재구조 함으로써 학생 스스로 구성해 간다.」는 관점이다.

본 논문에서는 세 종류의 지도이론 중 오늘날의 수학 교육계에서 점차 광범위하게 받아들여지고 있는 구성주의에 대하여 생각하고자 한다. 수학 지식이 이제 더 이상 교사의 정신세계에서 학생의 정신세계로 전달될 수 있는 상품이 아니라는 것이다. 즉 교사 중심적이라고 할 수 있는 전통적인 수학교육에서는 수학지식이 주로 교사로부터 학생에게 전달되는 것으

로 간주되어 왔다. 그래서 학생을 훈련시키는 것은 교사의 행동을 학생들이 단순히 묘사 하도록 하는데 목적을 두고 있는 반면 교수는 학생의 자율적인 이해를 생성하는데 목적을 두고 있는 것이다.

이와 같은 환경에서 본 논문의 목적은 이러한 구성주의가 오늘날 수학교육계에서 요구하고 있는 바람직한 수학·학습을 위한 하나의 배경이론으로 훌륭히 자리잡을 수 있음을 밝힘에 있다. 이러한 목적을 위하여 문제제기, 인식론적 배경, 심리학적 배경, 수학 교수·학습이론을 구축하고 마지막으로 수학 교수·학습이론의 실제에 대하여 논의한다.

이에 반하여 학생 중심적 이기를 요구받고 있는 새로운 수학교육에서는 수학 지식을 교사의 도움을 받아 학생 스스로 구성하는 것으로 간주되고 있는 것이다. 이러한 관점에서 근래들어 구성주의가 수학 교육·학습의 배경이론으로 강하게 대두되고 있다. 이 구성주의는 지식이 교사로부터 학생에게 수동적으로 옮겨지는 것이기보다는 인식의 주체-즉, 학생에 의해 자주적으로 구성되어지는 것으로 알려져 있다. 구성주의자들은 모든 지식은 인식의 주체인 학생의 내면체계에서 자주적으로 구성되어 지는 것이라는 견해를 폭넓게 수용하고 있는 것이다.

우리가 여기서 주의해야 할 점은 구성주의에서는 교사의 역할이 약화되는 것이 아니고 교사는 학생으로 하여금 스스로 문제를 의식하고, 그것을 능동적으로 해결 할 수 있도록 하여 교사의 역할이 더욱 더 중요해 지는 것이다.

Ⅱ. 구성주의의 인식론적 배경

구성주의라는 용어는 수리철학에서 등장하고 있다. 수리철학의 관점에서 볼 때 구성주의는 직관주의와 관련되어 있다고 말할 수 있다.수리철학에 기인하는 구성주의(직관주의)는 이 논문에서 논의하는 구성주의(철학적·인식론적)와는 무관하지는 않지만 여러 가지 측면에서 상당히 다른 것이 사실이다(정진, 1990).

직관주의적 구성주의는 수학은 단순히 순수하게 형식적인 것만이 아니라, 대중적인 의미를 갖지만 인식론적 구성주의는 수학적 대상을 이성적 정신에 의하여 직접 이해되어 수학적 인식을 경쟁에 의존하지 않는다. 인식론적 구성주의의 주장자인 Kant의 견해에 따르면 지식을 구성하는 데는 견해적 대상이 필요하지만, 직관주의에서는 견해적 사실에 의미를 두지 않고 수학적 대상이 선택적으로 구성된다(박덕규, 1992; 박영배, 1996). 그리고 실제에 대한 형이상학적 지식을 거부하며 그것의 존재에 대해서는 열린 질문으로 남겨놓고 개념 형성에서 구성이 중심적이라는 것을 강조하며 순수 존재이론에 대한 가치를 가볍게 본다는 점에서는 두 구성주의가 유사하다.

그러나 인식론적 구성주의는 개인이 어떤 것을 학습하는 과정, 그리고 어떤 지식이 창조하는 과정으로서의 구성 활동에 초점을 맞추고 있지만 즉 논리주의나 형식주의와 같이 확실성을 추구하는 것이 그 목적이지만 인식론적 구성주의는 이러한 목적을 갖지 않는다는 점에서 큰 차이가 있다. 또한, 직관주의적 구성주의에서는 수학적 사유만이 정확하고 일의적인 것이라고 생각하며 언어는 부정확성과 불명확한 것을 동반한다고 생각하는 반면 인식론적 구성주의 자들은 언어는 필수적으로 언어를 사용함으로서 구별되고 사회적 상호작용을 통한 공유 영역을 형성화 하는 과정에서 그 의미를 획득하게 된다고 생각한다. 이상을 정리하면

직관주의적 철학 배경을 다음 그림 2와 같이 나타낼 수 있다(박영배, 1996).

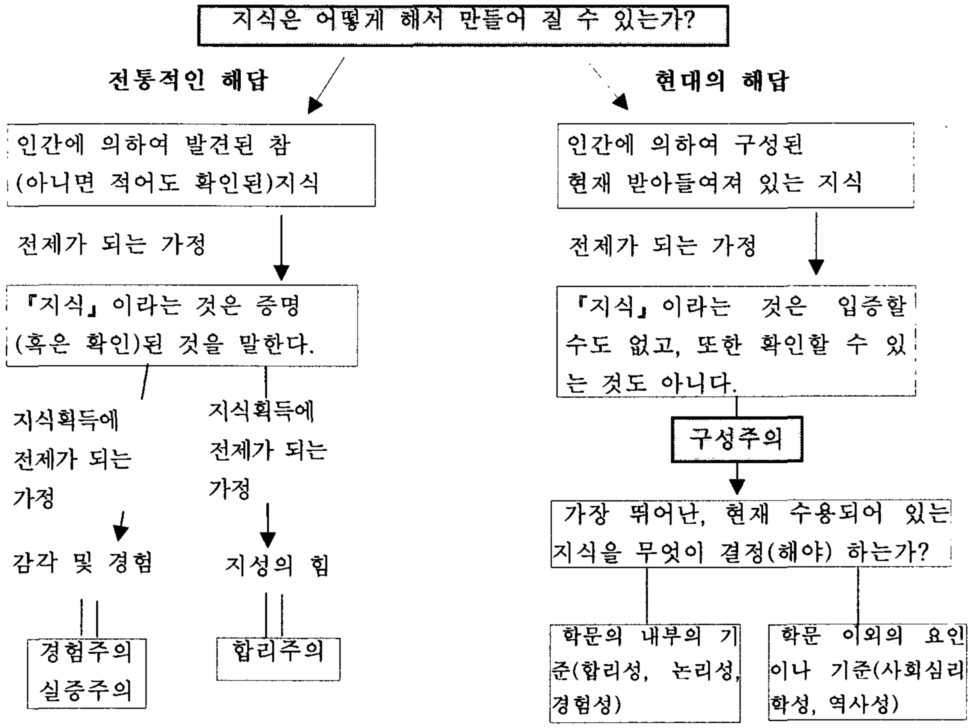

그림 2. 직관주의적 철학배경

Ⅲ. 구성주의의 심리학적 배경

구성주의를 심리학적 관점에서 바라보는 것을 의미하는데 심리학적 관점이라 함은 주체가 지적 구성을 어떻게 하느냐 하는 그 구성의 메카니즘에 대한 관점이라 할 수 있다. 즉 구성주의에서는 지식을 구성하는 인지활동 즉 앎의 행위의 과정을 어떻게 파악하고 있느냐 하는 것이다. 구성주의 근원에서는 Piaget의 조작적 구성주의가 바탕인데 근래에는 그 자신의 심리학 이론이 있다. Konold와 Johnson(1991)에 따르면 Piaget는 인지에 대한 자연스러운 설명을 생물학에 근거해서 만들어 내고 따라서 그의 이론을 고차적인 인지지능의 기관과 발달을 명확하게 보여주고, 수학적 사고의 발달이 정신조작의 대상화로부터 생겨난다고 보고, 특히 환경의 어떤 측면에 대해 사고하고 그로부터 행동하는 주체로서의 학생들을 능동적으로 탐구하고 있다고 보았다.

von Glasersfeld(1991)는 지식의 자주적 구성이라는 것을 바로 Piaget의 반영적 추상화에서 가져왔다고 말하고 있다.

반영적 추상화의 단계를 그림으로 그리면 다음 그림 3과 같다(박영배, 1996).

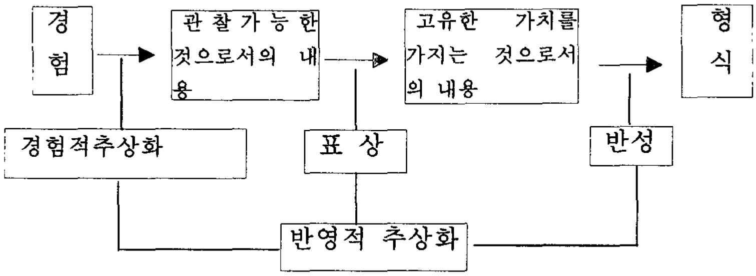

그림 3. Piaget의 반영적 추상화 단계

따라서 구성주의에서는 주제에 의한 지식의 구성이 근본적으로 동화와 조절이라고 하는 스킴의 두 기능에 의해서 수행되어 진다고 할 수 있는 것이다. 그러나, 지식의 이러한 심리학적 구성에는 사실상 지식의 객관성에 관한 논의가 수반되지 않았음을 알 수 있다. 사실상 지식의 객관성, 특히 주관 독립적인 의미에서의 객관성에 대한 논의는 그 성격상 심리학적이지 않음이 분명하다. 그러나, 주관 독립적인 의미에서의 객관성에 대한 논의를 거부하고, 대신 공통 주관적인 의미에서의 객관성을 받아들인다면, 지식의 객관적 구성을 이와 같이 심리학적으로 설명하는 것이 가능해진다. 따라서, 구성주의의 이러한 심리학적 기초를 전제로 하면 그것을 스킴의 수정에 의한 교수・학습을 수용한다는 것을 의미한다고 할 수 있다. 그리고, 이것을 갈등국면에서 균형회복을 위한 동화와 조절에 의한 새로운 스킴의 구성이 요구되고 그리고 그러한 스킴의 구성을 통해 수학의 교수・학습이 이루어지도록 배려한다는 것을 의미한다. 즉 갈등 상황의 해결을 위해 노력하는 학생들로 하여금 새로운 스킴을 구성할 수 있도록 해주는 교수・학습 환경의 필요성이 있음을 의미한다.

Ⅳ. 구성주의적 수학 교수・학습이론

여기에서는 수학 교육에서 학생에 의한 수학지식의 자주적 구성을 목표로 할 때, 구성주의는 바로 이러한 수학교육을 위한 하나의 수학교수・학습론의 배경으로 자리잡을 수 있다고 보는데 여기에서는 그렇게 주장할 수 있는 근거가 무엇인지를 살펴보게 된다. 본 논문에서 취하고 있는 수학 교육관은 말할 것도 없이 학생에 의한 수학 지식의 자주적 구성이라는 교육관이다. 1991년 Steffe는 구성주의를 선택하는 수학 교육자를 위하여 그들의 연구활동에 지식이 될만한 10개의 중요한 목표를 다음과 같이 제시하였다(박영배, 1996).

① 학생들과 수학적으로 의사 소통하는 방법을 배우기
② 목표 지향적 수학활동에 학생을 참여시키는 방법을 배우기
③ 그들이 가르치는 학생의 수학을 배우기
④ 가능한 수학적 환경을 조직하는 방법을 배우기
⑤ 다양한 경험적인 장학생들의 수학적 경험의 내용을 배우기
⑥ 그들이 가르치는 학생들을 위한 수학을 배우기
⑦ 목표 지향적인 수학 활동의 내용에 있어서 반성과 추상성을 기르는 방법을 배우기
⑧ 학생들 사이에 수학적으로 대화하도록 학생을 격려하는 법 배우기
⑨ 오랜 기간 동안 학습을 지속시키는 방법과 학생들의 동기를 촉진시키는 방법을 배우기

⑩ 다른 수학 교육자들과 수학적으로 뿐만 아니라 교육적으로 의사소통하는 방법을 배우기

위 Steffe의 관점과 다른 학자들의 이론을 종합할 때 구성주의는 학생에 의한 수학적 지식의 자주적 구성을 즉, 개념의 자율적인 이해를 생성하는데 목적을 두고 있는 그래서 결과적으로 오늘날의 수학 교육에 매우 적합한 교수 · 학습론의 바탕이 될 수 있는 이론임을 분명히 알 수 있다. 더욱 더 Confrey는 1990년에 전통적인 직접적인 수학 교수 · 학습 방법이 다음 세 가지 가정을 골격으로 하고 있다고 보았다(박영배, 1996).

① 어떤 질문에 대하여 과정 지향적인 대답을 요구하기 보다는, 오히려 곧바로 결과를 나타내는 짧은 대답을 요구한다. 숙제나 시험은 교수 · 학습의 성공에 대한 적절한 평가를 위해 제공되어지는 것으로 생각한다.

② 대부분의 경우, 교사들은 단순히 자신들이 세운 계획과 일상적인 것을 실행하며, 학생들의 대답이 그 테두리 안에 있는지를 알기 위해 확인한다. 그리고 단지 그러한 테두리가 무너질 때만교수 · 학습을 수정한다.

③ 적절한 이해의 수준에 도달했는지 어떤지를 결정짓는 것은 일차적으로 교사의 책임이다.

Confrey는 이와 같은 전통적인 직접적 수학 교수 · 학습 방법에 대한 강력한 대안으로 구성주의적 수학 교수 · 학습 방법을 제안하고 있는데, 그 기본 요소로서 학생 자신의 인지적 렌즈에 의한 구성의 역할을 강조하고 있다.

그래서 Confrey는 1990년에 수학 지식의 구성을 위한 강력한 활동의 특징을 다음 같이 서술하였다(1996, 박영배).

① 내재적 일관성의 측도(測度)를 갖는 구조

② 다양한 개념에 걸친 종합

③ 표상의 복합적 형태와 문맥 사이의 수렴

④ 계속하여 반성하고 설명하는 능력

⑤ 역사적 연속성

⑥ 다양한 기호 체계로의 결합

⑦ 전문가에 대한 동의

⑧ 보다 나은 구성을 위해 하나의 도구로서 행동하는 잠재력

⑨ 미래의 행동을 위한 안내

⑩ 정당화하고 방어하는 능력

더욱 더 Confrey는 1990년에 구성주의를 바탕으로 한 효율적인 수학 교수 · 학습방법을 모색하기 위해서 다음과 같은 진술을 하였다(1996, 박영배).

① 교사는 수학에 대한 학생의 이해가 어떻게 이루어지는지, 그 모델을 구상해야 한다.

② 교수 · 학습은 본래가 상호작용적 이다.

③ 궁극적으로는 학생들 스스로 자신의 지식 구성이 타당한지 아닌 지를 판단해야 한다.

그래서 지금까지 논의에 따르면, 구성주의로부터 어느 정도 수학교육의 실제에 적용 가능하고 그리고 유효한 수학 교수 · 학습론을 도출해 내는 것이 가능함을 알 수 있다. 다시 말해 구성주의의 많은 내용 중에서 오늘날의 수학교육에 현실적인 도움을 줄 수 있는 대안으로서의 교수 · 학습론을 구축하는데 필요한 부문이 있음을 알 수 있으며 그러한 부문이 바로 수학교육학적 구성주의라는 새로운 이름의 패러다임을 구축 가능하게 해 주는 것이다.

V. 구성주의적 수학 교수 · 학습을 위한 수업모델

구성주의적 수학 · 교수학습을 위한 대표적인 모델은 다음 그림 4와 같다(1996, 박영배).

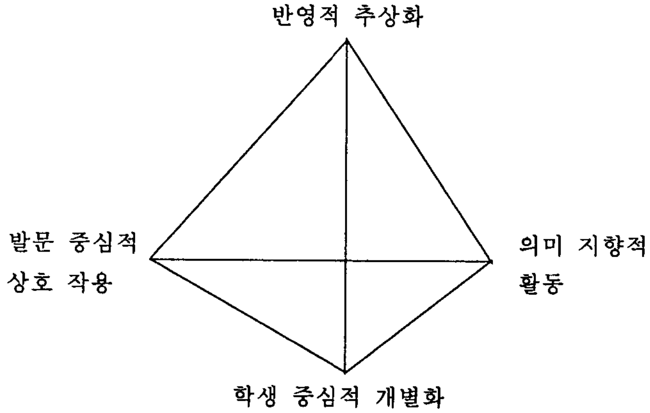

그림 4. 구성주의적 수학 · 교수학습 모델

이 거시적인 모델이 실제적인 수업의 절차를 보여주는 것이 아니다. 위 모델에서 나타나 있는 구성주의에서 수학 교육에 적용 할 수 있는 유효한 교수 · 학습원리 각각에 대하여 간단하게 설명하자.

교수 · 학습이 학생 중심적이어야 한다는 것은 수학교수 · 학습활동의 주체가 학생 개개인이라는 것을 의미한다. 이때에 교사의 역할이 무시되고 경시되는 것이 아니고 오히려 전통적인 수학교육에서 보다 학생 중심적 교수 · 학습에서의 교사 역할은 학생에 의한 지식 구성을 도와주는 안내자 내지는 조력자로서 훌륭한 역할을 한다. 그리고, 학생의 능력의 차이가 있기 때문에 학생 개개인의 개인차를 고려하는 '개별화' 학습에 주안점을 두어야 한다. 다시 말해, 구성주의적 입장에서 지향하고 있는 학생 중심적 개별화 교수 · 학습이란, 수학교수 · 학습에서 개인의 능력차로서의 개인차 및 개성의 차로서의 개인차를 고려하는 교수 · 학습을 의미한다고 할 수 있다.

다시 말해, 교사가 학생 개개인의 능력의 차와 개성의 차를 인지하고, 학생 개개인이 가장 효율적으로 학습하며, 자신의 능력을 최대한으로 발휘 할 수 있도록 해주는 교수 · 학습을 학생 중심적 개별화 교수 · 학습이라 할 수 있다. 그리고 학생 중심적 개별화 교수 · 학습의 실제는 교사가 상세한 시나리오를 만들고 학생들을 몇 가지 유형으로 나누어 하던지 개인차에 따른 교수 · 학습의 효율화를 위해서 소집단 중심적 개별화 교수 · 학습을 하는 것이다.

발문 중심적 상호 작용의 원리는 어떤 형태로든 교사와 학생과의 문답을 통한 상호 작용에 의해 이루어진다는 것이다. 발문을 교사가 일방적으로 하는 것이 결코 아니며 학생과의 협정을 염두에 두고 하는 것이다. 즉, 교사는 학생과의 상호 작용에 입각하여 발문하여 학생의 응답이라는 형태로 나타나는 것이다. 발문은 학생으로 하여금 수학적 사고활동을 할 수 있도록 동기를 유발하고 그리고 스스로 수학 지식을 구성해 나갈 수 있도록 자극을 주는 교사의 조언이다. 따라서 중심적 개별화 교수 · 학습을 위해서는 이러한 발문의 중요성을 부인할 수가 없다.

이제 발문 중심적 상호 작용 학습이 실제로 어떠한 모습으로 나타날 수 있는지 살펴보자.

1988년 편동중남(片桐重男)은 수학교육의 기본목표를 수학적 사고방법 대로의 육성에 두고 그 목표의 달성을 위한 구체적인 학습지도 전략으로 발문 분석 모형을 제시하고 있다. 그리고, 그는 개인차를 존중하는 교수 · 학습의 운영을 위해서, 이 발문 분석 모형이 매우 유효함을 실제 수업의 분석을 통해 보여주고 있다. 실제로 Vacc는 1993년에 예비교사, 현직교사, 교사 교육자등을 포함하여 약 175명의 교육자들에게 여러 가지 도형을 이용하여 학생들에게 할 질문 다섯 개 정도를 만들어 보라는 문제를 제시하였다.

이제 의미 지향적 활동에 대하여 살펴보자.

학생들이 수학 지식을 재발명하는 그 과정은 마치 수학자들이 수학지식을 발명하는 그 과정과 다를 바가 없다고 할 수 있는 것이다. 수학 교수 · 학습이 바로 이와 같을 때, 즉 학생들의 수학 지식 획득의 과정에서 의미 지향적인 활동을 할 때, 그것이 바로 의미 지향적 활동 교수 · 학습이 되는 것이다. 지식이 자주적으로 구성된다고 할 때, 그것은 지식의 구성에 참여하는 학생 개개인에 의해 주관 독립적인 활동을 뜻하는 것이 아니다. 오히려, 지식이 교수 · 학습에 참여하는 다른 사람들과의 규약이나 협정 등에 의해 사회적으로 구성되어 결과적으로는 학생 개개인에게 그 지식의 공통 주관으로 의미 있게 된다는 것을 말한다.

의미 지향적 활동 교수 · 학습이란 바로 이러한 과정이 포함되어 있는 교수 · 학습을 말하는 것이다. 실제로 1991년 Lee는 덧셈과 뺄셈에 있어서 오른쪽에서 왼쪽으로 계산해 나가는 전통적인 알고리즘에 대신하여, 왼쪽에서 오른쪽으로 계산해 나가는 알고리즘을 채택하고 한다는 것을 보였다. 그는 바로 이러한 연구의 과정에서 학생들의 의미 지향적 활동을 다루고 있다. 즉 그는 학생들이 구체물을 대상으로 하여 덧셈과 뺄샘을 하는 과정을 세심하게 관찰한 결과 모든 학생들이 왼쪽에서 오른쪽으로 계산해 나간다는 것을 확인하였다. 즉 학생들의 직접적인 참여(예로서 블록, 지폐등을 이용)로서 어떤 결과를 얻음으로서 학생들에게 의미 지향적인 교육이 될 수 있다.

이제 마지막으로 반영적 추상화의 원리에 대하여 생각하자.

반영적 추상화는 지식이 구성되는 정교한 절차를 설명해 주는 메커니즘인 것이다.

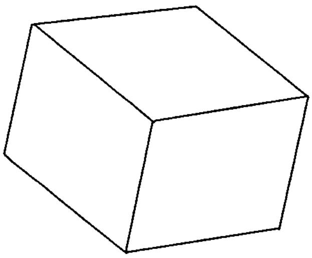

그림 5. 빨리보기

① 정육면체,
② 안에 Y가 있는 육각형,
③ 두개의 마름모와 두개의 삼각형을 보았다고 답변하는 학생들이 있다.

예로서, 1992년 Wheatley는 그림 5 빨리 보기(Quick Draw)를 통하여 반영적 추상화의 활동이 어떻게 이루어지는가를 보여 주었다. 그는 “여러분은 무엇을 모았으며 그것을 어떻게 그렸습니까?”라고 질문하는 것과 “내가 보여준 그림과 여러분의 그림이 맞습니까?”라는 물음은 상당히 다르다고 하였다. 실제로 그렇다. 그래서 실제로 4학년 학생들에게 빨리 보기 그림을 보여주고 답변을 들었을 때,

서로 다른 많은 방식으로 보여질 수 있다는 현실에 대한 놀라움과 기쁨을 나타냄을 보았

다. 이와 같은 교수 · 학습의 방법이 반영적 추상화 방법인데 이는 문제 중심 교수 · 학습을 통하여 구체적으로 구현할 수 있다고 1992년에 Wheatley는 보였다(1996, 박영배).

이상에서 보듯이 전통적인 교사 중심의 교육에서 탈피하여 학생중심의 교수 · 학습을 통하여 학생들이 어려운 수학을 잘 이해하고 다양한 지식을 습득할 수 있도록 하여야 한다. 앞에서도 강조하였지만 학생중심이라고 하여 교사가 배제되지 않고 더욱 더 큰 역할을 한다는 것에 유의하여야 한다. 다음 그림 6의 모델은 네 가지 구성주의적 수학교수 · 학습의 원리가 수업에서 적용되어지는 것을 나타내는 구체적인 수업의 모델이다(박영배, 1996).

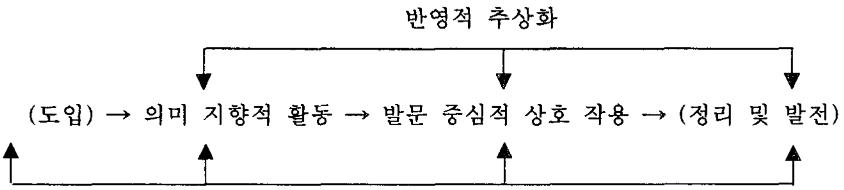

그림 6. 구성주의적 수학교수 · 학습모델

앞의 그림 6을 좀 더 자세하게 나타내면 다음과 같다(박영배, 1996).

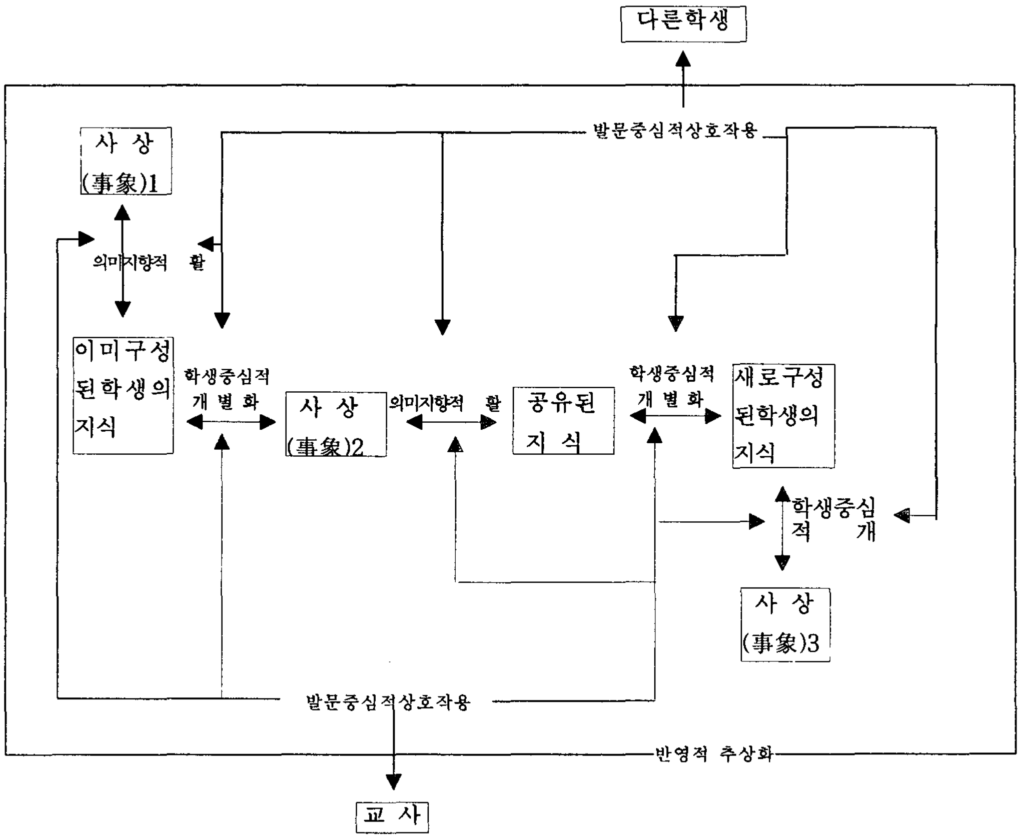

그림 7. 구체화된 구성주의적 수학교수 · 학습모델

수업의 내용에 따라서 네 가지 원리가 모두 작용할 필요가 있을 수도 있고 또 상황에 따라서는 그렇게 할 수 없을 수도 있다. 그러나 무엇보다도 중요한 것은 구성주의적 수학 수업에서는 교사의 구성주의적 수학교수 · 학습에 대한 깊은 신뢰와 이해, 그리고 그 실행을 위한 강한 신념이 바탕을 이루어야 한다. 실제로 뒤의 모델은 실제 수업의 상황에 따라 상세화 또는 단순화 할 수가 있다.

지식구성의 과정, 즉 수학적 개념의 형성을 보여주는 모델은 다음 그림 8과 같다(박영배, 1996).

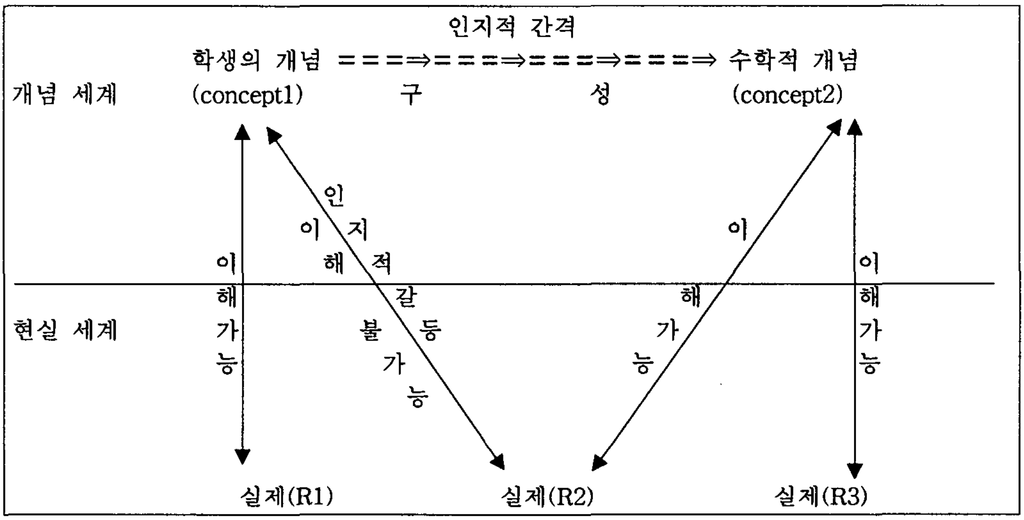

그림 8. 수학적 개념의 형성 모델

위 그림 8 모델에서는 학생이 이미 가지고 있는 개념을 Concept 1 이라고 하면 이를 바탕으로 하여 어떤 새로운 사태를 이해하고자 노력하여 수학적 개념 Concept 2 를 이해하는 것이다.

VI. 구성주의적 수학 교수 · 학습의 실제

-공업고등학교 2학년에서의 포물선 지도를 예로 하여-

여기에서는 앞에서 제시한 수업 모델을 바탕으로 하여 구성주의적 수학 수업의 실제를 살펴보게 된다. 본 수업을 구성주의적 수학 수업 모델의 효과를 증명하기 위한 수업은 아니고 다만 구성주의적 교수 · 학습의 실행 가능성을 탐색하기 위하여 실시된 실험 수업일 뿐이다. 다시 말해, 본 수업은 수업결과의 분석은 구성주의적 수학 교수 · 학습의 실행이 가능함을 그리고 결과적으로 수학의 교수 · 학습에 대하여 새로운 시사점을 보여주고 있음을 예시적으로 확인시켜 주는 것으로 받아들여야 한다.

1. 수업 연구의 방법

본 논문에서는 A 공업고등학교 2학년을 대상으로 '포물선의 이해'를 소재로 하여 학생들이 대수적인 이해보다는 학생들의 스스로 조작 활동을 통해 스스로 자신들의 활동을 생각하여 포물선을 정확하게 이해하는 과정에 초점을 맞추고 있다.

수업에 대한 연구 방법은 양적인 방법보다는 질적인 방법에 의존하고 엄밀성보다는 타당성을 중시하고 이론 확립의 기초로써 표면에 드러나지 않는 지식의 획득을 목표로 하는 자연적 방법에 근간을 두었다. 이를 위하여 실험 수립의 기록 작성, 면담 및 면담프로토콜 해독·분석 그리고 반성을 통하여 수학적 과제를 해결할 수 있게 하는 수업 환경을 모색해 보는 '실험연구'를 실시하였다. 그래서 포물선의 정의를 확실히 이해하기 위해서는 포물선을 올바르게 작도하는 경험을 갖도록 하는 것이 대단히 효과적이다. 다시 말해, 포물선의 학습이 포물선에 대한 개념적 정의에서 시작되게 하기보다는 포물선의 작도라고 하는 실제적 경험에서 시작되게 하는 것이 더욱 효과적이다. 학생들이 포물선의 정의를 진정으로 음미할 수 있으려면 바로 이러한 작도 활동의 경험을 바탕으로 하여야 하는 것이다. 이러한 목적을 달성하기 위하여 본 수업 연구는 다음과 같은 순서로 실시하였다.

첫째, 수업연구를 위한 전반적인 일정과 계획을 세우고 목적과 방법을 정하고 실시 장소와 대상을 선정하였다.
둘째, 협력 교사와의 수차례 면담을 통하여 수업연구의 목적과 방법에 대하여 상호 토론하고,
셋째, 학습지도안과 실제 수업의 계획을 작성하여 수업에 참고하도록 하였다.

2. 수업의 개요

1) 실험 수업의 실제

실험 수업의 결과를 보이기 위하여 실험수업의 목적과 실행과정을 설명하고 마지막으로 수업의 결과를 분석해 보이도록 한다.

(1) 실험 수업의 목적

본 실험 수업의 목적은 구성주의적 수학 교수·학습을 위한 수업 모델에 따른 실제 수업을 실행하며 그러한 수학 교수·학습 모델의 실제 수업에서의 효율성과 가능성을 탐색하는 데 있다.

이러한 실험 연구는 중·고등학교의 고학년보다는 초등학교에서 많이 실시하는 방법인데 이러한 방법을 고등학교에 적용하는 이유는 실제로 고등학생이라는 실업계 고등학교는 대체로 수학적 능력에 미약하고 포물선의 문제가 실천연구로도 가능하기 때문에 그러한 연구를 한다. 본 수업 연구를 학생의 자신이 이미 가지고 있는 수학 지식을 바탕으로 하여 새로운 과제를 만났을 때, 조작 활동을 통하여 갈등국면을 스스로 해결하여 새로운 균형에 이르도록 하기 위한 연구의 초기 단계로 실시된 것이다. 또, 이 수업연구는 자주적 구성의 원리를 바탕으로 하여 지적 자율성을 신장시켜 나가도록 하는데 초점을 맞추고 있는 데, 그 구체적

교수 · 학습의 절차를 개발하기 위한 실천적 연구의 일환으로 시도된 탐색 단계로서의 수업 연구라고 할 수도 있다.

따라서 여기서는 앞에서 만든 다음의 구성주의적 수학 수업의 모델에 따른 수업 계획에 따라 실시하도록 한다.

그리고 다음과 같은 세부적인 실험 수업의 목적을 가지고 실시하였다.

① 고등학교 2학년의 포물선의 이해정도를 알아본다.
② 학습 보조도구를 이용하는 조작 활동을 통한 학습의 효율성을 알아본다. 즉 자기의 조작 활동을 반성하여 추상화 할 수 있는지를 알아본다.
③ 수학 교실에서의 잘 지도하는 교사의 활동을 탐구해 본다.
④ 학생들의 다양한 사고 유형을 알아보고 포물선 작도의 자주적 구성이 어떻게 가능한지 알아본다.
⑤ 학생의 자율적 생각을 살려나가는 교수 · 학습 모델의 구축을 위한 기초적인 자료를 모을 수 있다.
⑥ 학생이 적극적인 조작 활동과 그 과정을 반영할 수 있도록 학습 환경을 설명해 줌으로써 수학 학습에 흥미를 가지게 한다.

(2) 실제 수업의 진행

여기서는 수업의 진행과정을 설명하기 위하여 수업의 형태, 준비물 및 지도과정(요약)을 차례로 보여준다.

① 수업의 형태: 수업의 형태는 개별적으로 할 수 있도록 한다. 각자가 교사의 설명을 듣고 스스로 포물선을 작도하도록 한다. 다만, 2인 1조가 되어 서로가 보조하도록 한다.
② 준비물 : 종이, 삼각자, 끈 등을 준비하도록 하였다.
③ 지도과정(요약)

가) 대 상

천안시 ○○공업 고등학교 2학년 1반과 2학년 2반 남학생 각 34명

나) 시 기

2003년 5월14일(수)제4교시(2-1), 5월12일(월)제6,7교시(2-2)

다) 지도교사 : 박 ○ ○

라) 지도과정

포물선에 대한 학습을 위해서 우선 포물선의 정의를 명확히 이해하는 것이다. 우선 이를 위하여 그림 9. 포물선의 작도방법을 다음 표 1.과 같이 하였다.

표 1. 포물선의 작도 방법

<u>**포물선의 작도 방법**</u>
<단계1> 삼각형 ABC의 한 변 AB와 그 길이가 같은 끈의 한 끝을 A에 다른 한 끝을 정점 F에 고정시킨다.
<단계2> 연필의 끝 P로 끈을 팽팽하게 유지시키면서 삼각자를 직선 l을 따라 천천히 이동시켜 나간다.
<단계3> 연필 끝 P는 포물선을 그리게 된다.

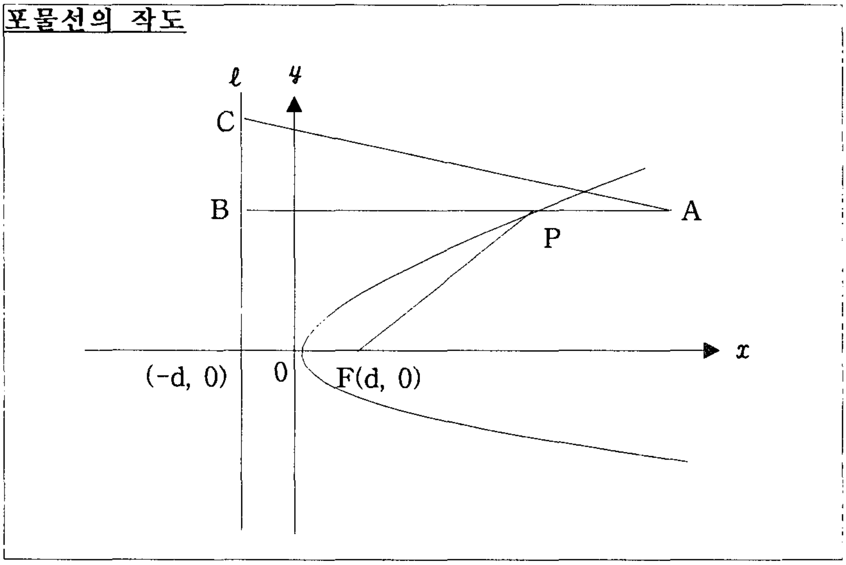

그림 9. 포물선의 작도

이상의 작도는 직접적인 활동을 통하여 그 의미를 되새겨 보도록 하는 것-즉, 의미 지향적 활동을 통하여 학생 스스로 활동 과정을 반성 해 보면서, 학생들 상호간에 의사 교환과 토론을 통하여 각자가 포물선에 대한 옳은 개념을 갖도록 함으로서 우리가 제시간 모델을 직접 적용한다.

표 2. 포물선의 정의

포물선의 정의

1. 한 평면에서 정점 F와 이 점을 지나지 않는 정직선 l 에 이르는 거리가 같은 점 P의 체적이다.
2. 방정식 $y^2=4px$로 표시한다.
3. 원뿔을 하나의 모선에 평행하게 잘랐을 때 얻어지는 곡선이다.

그리고 표 2의 포물선의 정의를 다음과 같이 지도한다.

3. 수업의 결과

학생들에게 포물선을 직접 작도한 다음에 포물선을 정의한 반과 작도하지 않고 바로 포물선을 수학적으로 정의한 반과 수업 효과에서는 차이점이 있었다. 학생들에게 수업 후 포물선, 초점, 준선, 꼭지점, 축을 그래프와 같이 직접 설명하도록 하였는데 작도 후 설명한 2학년 2반 전자과 학생들이 그렇지 않은 2학년 1반 전자과 학생들보다 이해도가 빨랐다. 그리고 직접적인 학생들과의 면담을 통해서도 이러한 사실을 발견하였다.

문제점은 공업고등학교 학생들은 전반적으로 수학적 수준이 낮아서 포물선의 방정식을 이해하는 것은 무리가 있었다. 그러나 공업고등학교 학생들도 실험학습을 통하여 지도가 가능함을 알았다. 문제는 수학수업의 시간이 너무나 제약되어 있다.

Ⅶ. 결 론

전반적으로 수학수준이 낮아서 문제가 심각한 공업고등학교 학생들도 구체적인 조작활동을 통하여 수학의 학습 효과를 높일 수 있다는 것을 알았다. 교사는 학생들이 자주적으로 이해하여 공부할 수 있도록 보조자의 역할을 하고 교사에 의하여 수동적으로 학생들에게 지식이 옮겨지는 것보다는 인식의 주체가 학생들이라는 것을 알아야 한다.

우리 논문의 결과는 박영배가 1996년 제시한 구성주의 수업 · 학습의 한 모델을 천안 ○○공업고등학교 학생들에게 적용하여 얻었음을 밝힌다.

참 고 문 헌

강옥기 (2001). 수학과 학습지도와 평가론, 경문사.

김응태, 박한식, 우정호(1989). 수학 교육학 개론, 서울대학교 출판부.

라병소 (1999). 수학 학습에서의 관계적 이해를 위한 스키마 구성에 관한 연구, 단국대학교 박사학위 논문.

박덕규 (1992). 피아제의 발생학적 인식론과 구조론, 민성사.

박영배 (1996). 수학 교수 · 학습의 구성주의적 전개에 관한 연구, 서울대학교 박사학위 논문.

우정호 (1998). 학교수학의 교육적 기초, 서울대학교 출판부

정영옥 (1997). Freudenthal의 수학화 학습-지도론 연구, 서울대학교 박사학위 논문.

정진 (1990). 인식의 문제. 철학개론(p.171-258), 서울대학교 출판부. 171-258

조태근 외 (1995). 고등학교 수학Ⅱ, 금성출판사.

R. Skemp(황우영 옮김)(1997). 수학학습심리학, 민음사.

Park Young Bae's Teaching and Learning Mathematics - Constructivism

Lee, Kyung-Bok[1] · Park, Su-Beom[2]

Abstract

It is clear that students attending at technical high schools, which are commonly believed to have low mathematical learning standard, are able to improve their mathematical learning abilities through concrete operational activities.

One thing that teachers should remember is that the subject in learning is the student not the teacher any more, so that teachers are able to become assistants by letting students study independently rather than passively.

Key words: Constructivism, Reflective thinking, Question & answer method(inter-action)

1) Department of Mathematics, Hoseo University, kblee@office.hoseo.ac.kr

2) Cheonan Technical High School, ruddkoq@edunet4u.net