

## 인터넷 환경의 동적기하 S/W에 관한 연구

김태순<sup>1)</sup> · 박경수<sup>2)</sup> · 전명진<sup>3)</sup> · 최건돈<sup>4)</sup> · 한동승<sup>5)</sup>

본 연구에서는 인터넷 환경에 적합한 동적기하 소프트웨어에 대하여 논의하였다. 먼저 동적기하 소프트웨어의 필요성을 살펴보고, 상용되고 있는 소프트웨어인 GSP, Cabri, Cinderella의 기능 및 특징을 비교하였다. 그리고 본 연구진에 의하여 국내 최초로 개발된 DRC(Digital Ruler and Compass)의 개발과정과 구조에 대하여 알아보고, 인터넷 환경에서 DRC를 활용한 학습 방안에 대하여 알아보고 이후의 발전전망에 대하여 논의하였다.

주요용어 : 기하교육, 동적기하, 인터넷, 동적기하 소프트웨어, DRC

### 1. 머리말

컴퓨터와 인터넷의 급속한 발전은 사회의 모든 부분을 바꾸고 있다. 이는 수학 교육에서도 마찬가지여서 새로운 테크놀로지를 이용한 다양한 방식의 교육 방법이 연구, 실험되고 있다. 특히 기하 교육에서는 컴퓨터의 그래픽 기능과 논리연산 능력을 이용한 탐구형 동적기하 소프트웨어(Dynamic Geometry software)들이 주목받아왔다. Cabri II, GSP 등으로 대표되는 동적기하 소프트웨어들은 최근에 웹 출판 기능과 자동 정리 증명 기능을 일부 갖춘 Cinderella가 등장하면서, 단순히 컴퓨터 상에 쉽고 정확하게 작도하는 능력뿐만 아니라 사이버 공간에서 학생과 교사가 기하에 관하여 토론하고 학습할 수 있는 가능성을 열어 주었다.

그러나 이들 소프트웨어는 각국의 사회 문화적 환경 속에서 그 나라의 교육 체제에 적합하게 설계된 것이므로 국내의 교육과정에 적용하기에는 인터페이스, 부가 기능 등에서 여러 가지 부적절함과 부족함을 느껴온 것도 사실이다. 실제로 국내에서 탐구형 동적기하 소프트웨어와 관련된 연구를 살펴보면 대부분 '출시된 소프트웨어를 어떻게 활용할 것인가'에만 초점이 맞추어져 있을 뿐, '교육적 목적을 위해서 어떤 기능이 필요하고 어떤 인터페이스가 적합한가'에 대한 연구는 거의 전무한 실정이다. '개발된 소프트웨어를 어떻게 활용할 것인가'도 연구되어야 하지만, '우리의 교육 환경을 어떻게 구성해야 하고 이를 위하여 어떤 소프트웨어가 개발되어야 하는가'하는 것은 연구가 더욱 필요하다.

본 연구자들은 그 동안 이러한 현실적 필요성을 인식하고 탐구형 동적기하 소프트웨어를 개발하기 위하여 연구를 하여왔고, 그 결과로서 국내 최초의 동적기하 소프트웨어인 DRC(Digital Ruler and Compass)의 베타버전을 공개하였다(<http://www.drc.or.kr>). 본 논문

1) 목원대학교 수학교육과 (tskim@home.mokwon.ac.kr)  
2) 전주대학교 수학과(pine@jeonju.ac.kr)  
3) 세명대학교 컴퓨터수리정보학부(mjjeon@semyung.ac.kr)  
4) 카이 시스템 (cgdxyz@yahoo.co.kr)  
5) 전주대학교 수학과 (hands@jeonju.ac.kr)

은 DRC의 개발과정에 연구되었던 여러 가지 주제들 중의 일부를 정리한 것이다. 2절에서는 그 동안 여러 연구자들이 다루었던 기하 교육에서 동적기하 소프트웨어를 이용할 때의 교육적 효과에 대하여 서술하였으며, 3절에서는 기존에 사용되고 있는 동적기하 소프트웨어들의 장단점과 기능을 비교, 분석하였고, 4절에서는 아직 베타버전이지만 바람직한 소프트웨어 개발의 가능성을 보여주는 DRC의 개발과정과 특징을 알아보았다.

## 2. 기하교육과 동적기하 소프트웨어

기하학은 철학과 더불어 인류의 가장 오래된 학문이다. 즉 기하학은 일찍부터 학문적 체계를 갖추어, 유클리드 이래로 형식화의 길을 걸어 왔으며 19세기 Hilbert에 의하여 완벽한 형식적 체계를 이루게 되었다. 그런데 이로 인하여 기하학을 현실과 유리된 추상적인 학문으로만 인식하지만, 기하학은 그 어원에서 보듯이 현실 세계의 토지 측량에서 비롯되었으며 이것은 기하학이 가지는 직관적 측면의 근원이라고 할 수 있다. 기하학의 학문적 기원과 마찬가지로 기하학 교육에 대해서 Van-Hiele은 학생들의 기하학적 사고 수준을 경험적, 직관적 단계로부터 형식적, 논리적 단계에 이르는 5가지 단계를 구분하였으며, Treutlein은 '직관기하'의 도입을 주장하였다(양기열, 주미, 1998).

한국의 기하 교육과정을 살펴보면, 초등학교에서 중학교 1학년까지는 직관기하, 중학교 2, 3학년에서는 평면 논증기하, 고등학교에서는 공간 기하, 해석기하, 일차 변환과 벡터 기하 등을 다루고 있다. 그런데 중학교 2학년부터 다루는 형식기하는 1학년까지의 직관기하와 수준 차이가 심하고, 직관기하와 형식기하가 잘 연결되지 않으며, 지나치게 형식기하의 연역적 증명에만 초점을 맞추고 있어서 기하학습을 어렵게 하고 있다. 학생들은 연역적 증명의 재발견(탐구과정) 없이 증명을 학습하기 때문에 증명을 암기할 수밖에 없고 따라서 기하학습을 어려워하고 있는 것이다(류희찬, 1998). 현행 수학(기하)교육의 더 심각한 문제점은 학생들이 학습하는 내용에 대하여 별로 의미를 느끼지 못한다는 것이다. 이것은 수학적, 기하학적 명제의 발견을 위하여 수학자들이 행한 수많은 시행착오와 경험을 통한 귀납적 사고 과정은 생략된 채 형식화된 정리만이 학생들에게 제시되며 이에 대한 증명(연역적 추론)과정 또한 기존에 제시된 증명을 이해하는 데 급급하기 때문이다(신동선, 류희찬, 1998).

이러한 문제를 해결하기 위해서는 탐구과정을 통한 규칙의 발견, 가설설정, 연역적 증명 또는 반증 등의 활동이 강조되어야 하며, 이를 위하여 컴퓨터와 인터넷 등을 이용한 새로운 수업환경이 필요하다. 컴퓨터의 논리 계산 능력과 그래픽 기능은 학생들에게 풍부하고 정확한 탐구환경을 제공할 수 있으며, 인터넷의 통신기능은 학생과 학생 또는 학생과 교사간의 의사소통을 거리와 시간에 관계없이 가능하게 하여, 학생들이 관찰하고 토론하는 과정을 원활하게 해 줄 수 있다(권오남, 김인숙, 2003). 그런데 컴퓨터와 인터넷을 이용한 새로운 수업환경을 구현하기 위해서는 기하학의 원리에 입각하여 설계되고 인터넷 환경에서 작동 가능한 소프트웨어를 필요로 한다.

현재 국내에 소개된 탐구형 동적기하 소프트웨어로는 Cabri II, GSP, Cinderella 등이 있다. 이들의 주된 특징은 평면도형을 정확히 작도하고 변환할 수 있으며, 작도된 도형(점, 직선, 원)의 상위 도형을 마우스로 잡아끄는 동작(drag)을 통하여 변화된 도형을 관찰할 수 있다는 것이다. 즉, 한번 작도한 도형이 정적인(stable) 상태로 유지되는 것이 아니라 도형 상호간의 논리적 관계를 유지하면서 역동적으로 변화한다. 이러한 동적 변화에서 학생들은 작도된 도형의 불변성(invariant)을 파악할 수 있고, 증명에 이용할 수 있다(유공주, 2000, Richter-Gebert & Kortemcamp, 1998).

이들 탐구형 동적기하 소프트웨어를 이용하면

- ① 기하문제에서 정확한 작도를 제공함으로써 올바른 직관을 가질 수 있도록 한다.
- ② 동적기하 소프트웨어에서는 작도의 과정을 저장하고 있으므로 작도 과정을 다시 검토

할 수 있다.

- ③ 작도의 과정에서 선후의 종속관계가 모두 저장되어 있으므로 점, 직선, 원 등을 움직여서 작도된 전체 도형에서 불변성을 관찰할 수 있고, 이를 통하여 귀납적으로 도형의 성질을 추론할 수 있다.
- ④ 매크로 기능을 이용하면 이미 학습된 그리고 자주 이용되는 작도에 대해서는 예를 들면, 수직 이등분선, 수선, 각의 이등분선 등의 작도 등의 작도 기능을 미리 지정하여 자동으로 작도되도록 할 수 있다. 이를 통하여 학습의 효율을 높일 수 있다

(Richter-Gerbert & Kortemkamp, 1998).

기하교육에서 동적기하 소프트웨어를 활용한다면 교수 학습법은 물론 기존의 지필 환경에서 구성되었던 교과 내용들이 대폭 수정되어야 한다. 탐구형 동적기하 소프트웨어를 활용한 기하 교수 학습법과 그 효과에 대해서는 국내에서도 많은 연구가 진행되었다. 특히 신동선, 류희찬(1998)은 컴퓨터를 활용하여 기하교육을 개선하는 방안에 대하여 연구하였는데, 동적기하 소프트웨어의 활용과 관련된 부분을 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 기하 개념을 직관적인 방법으로 지도할 수 있다.

둘째, 추정하거나 탐구하는 활동에 초점을 맞출 수 있다. 현재 기하 교육은 공리나 정의로부터 주어진 기하학적 원리나 정리를 연역적으로 증명하는 과정에 주안점을 두고 있다. 적절한 정리를 발견하고 형식화하며 가설을 설정하는 능력은 증명하는 능력만큼 중요하다. 컴퓨터의 그래픽 기능과 계산 처리 능력은 도형의 관계를 탐구하고 추정하는 실험의 기회를 제공한다.

셋째, 논리적 사고력을 향상시킬 수 있다. 기하학적 증명에 대한 인공지능 프로그램에 의해 학생들이 컴퓨터와 대화를 해 나가면서 주어진 기하 증명 문제에 대해 증명을 할 수 있고, 자신의 증명 과정을 스스로 수정할 수 있다. 또한 컴퓨터 언어를 이용한 프로그래밍 자체가 논리적 추론과정이므로 프로그래밍 활동은 논리적 추론 능력을 향상시킨다.

넷째, 변환 기하를 쉽게 도입할 수 있다. 학교 기하에서 변환 기하를 도입하기 어려운 이유는 도형의 '움직임'을 구현하는 도구가 없었기 때문이다. 컴퓨터의 그래픽 소프트웨어를 사용하면 변환기하의 중심 아이디어(평행이동, 회전이동, 대칭이동, 닮음 변환)를 시각적으로 분명히 이해시킬 수 있다. 컴퓨터를 이용한 변환기하의 도입은 학생들에게 기하를 매우 매력적이며 역동적인 과목으로 생각하게 한다. 컴퓨터에서는 변환을 그래픽으로 나타내기 때문에 기하학적인 내용을 직관적으로 지도할 수 있다. 변환은 강력한 문제 해결 도구이며, 모든 도형에 적용할 수 있는 합동과 닮음에 대한 개념과 공간 지각력을 폭넓게 발달시키는데 기여한다.

이와 같이 기하 교육에 탐구형 소프트웨어를 활용하면 기존 기하교육과정의 문제점인 형식기하와 직관기하의 단절을 극복할 수 있고, 공간감각을 자극하여 창의적 사고력을 계발할 수 있으며, 활동적인 수업으로 학생의 흥미를 유발할 수 있을 것이다.

### 3. 동적기하 소프트웨어의 현황

동적기하 소프트웨어는 지난 10여 년간 수많은 종류의 소프트웨어들이 많은 나라에서 개발되고, 교육현장에서 사용되었고, 그 교육적 효과에 대한 연구 또한 많이 이루어졌다. 하지만 국내에서는 이들 소프트웨어가 가지고 있는 기능과 외관에 대한 기초적인 연구도 진행되지 못하였다. 이 절에서는 동적기하 소프트웨어의 발전과정을 살펴보고, 동적기하 소프트웨어 중에서 국내에서 많이 사용되는 Cabri II, GSP 4, Cinderella를 중심으로 이들의 기능을 비교해 보겠다.

## 1) 동적기하 소프트웨어의 발전과정

### (1) 상호작용적인 동적기하 소프트웨어의 탄생

1975년 미국 MIT대학의 로버츠와 빌 예이츠가 최초의 개인용 컴퓨터(PC) Altair를 개발한 이후에 PC는 가격이 저렴해지고, 수행 속도가 빨라지면서 사용자와 컴퓨터 사이에 대화를 위한 비트맵 그래픽까지도 가능해졌다. 비트맵 그래픽스가 대중화되면서 사용하기 간편하고 값싼 그래픽스 응용 프로그램들이 출현하기 시작하였다. 그래픽스에 근거한 사용자 인터페이스는 사용자가 스프레드 시트, 워드 프로세서, 그림판과 같은 프로그램을 쉽게 사용할 수 있게 하였다. 이 중에서 마우스를 이용한 포인팅(pointing)과 클릭킹(clicking)은 명령어를 직접 입력하는 수고를 없애주고, 아이콘이나 풀다운 또는 팝업메뉴를 선택하여 실행할 수 있게 하였으며, 사용자가 화면에서 직접 도형을 그리거나 움직여 볼 수 있게 되었다.

이러한 기술적인 뒷받침에 힘입어 동적기하에 기반을 둔 소프트웨어가 출현하였다. 최초의 소프트웨어인 Cabri는 전산학자인 Jean-Marie Laborde가 자와 컴퍼스를 이용한 기하학적인 도형의 탐구를 목적으로 기하 학습장의 개발을 제안하면서, 그의 지휘아래 연구가 시작되어 Leibniz 연구소의 EIAH 팀과 Grenoble의 Insitut d'informatique et de Mathematiques Appliquees(IMAG)에 의하여 첫 버전이 1988년 부다페스트의 제6회 국제 수학교육학회에서 발표되었다. 현재의 Cabri II는 IMAG에서 연구와 개발을 계속하고 Texas Instruments에서 판매하고 있다. 거의 동시에 국내에 많이 알려져 있는 GSP는 미국의 과학재단(National Science Foundation)의 VGP(Visual Geometry Project) 사업의 한 부분으로 80년대 중반 Swarthmore College를 중심으로 Gene Klotz와 Doris Schattschneider에 의하여 개발되었다. GSP의 원래의 목적은 solid geometry를 위한 것이었으나, 그 당시의 컴퓨터의 계산 능력 한계에 의하여 평면기하에 제한하게 되었다. GSP의 개발자 중 한 사람인 Nicholas Jackiw가 1987년 여름에 VGP 사업에 합세하면서 매킨토시용 초기 GSP버전을 발표하였고, 1991년 봄에 처음으로 정식 GSP를 발표하였고, 1993년 GSP 3.0 버전을 내놓았다. 현재는 Key Curriculum Press에서 판매하고 있다. 요즘 사용되고 있는 GSP 4는 2002년에 발표된 것으로 시각적인 면과 함께 대수 및 해석 분야에 대한 기능(CAS)을 대폭 강화하여 응용 범위를 더욱 넓혔다(Winroth, 1999, Jackiw 2002, 김용구 2003).

자와 컴퍼스를 대신하는 동적기하 소프트웨어의 탄생으로 중·고등학교의 교사와 학생들은 마우스와 고해상도의 그래픽스 기술을 이용하여 직선과 원을 그리고, 이를 프린트할 수 있게 하였다. 이로서 특별한 기술 없이도 정확하게 도형을 작도하고 도형들의 교점을 찾을 수 있고, 컴퓨터를 이용하기 때문에 작도를 저장할 수 있으며 자유점(free point)들을 조절하여 다른 모양으로 그려 낼 수도 있게 되었다. 이러한 상호작용(interactivity)은 칠판이나 종이 위에서와는 달리 마우스로 도형을 이동시키거나 변형하여 도형을 조작할 수 있기 때문에 학생들이 평면 기하에 대해 다각적인 측면에서 실시간으로 직관적으로 정리들을 학습할 수 있게 되었다.

### (2) WBI와 인공지능의 구현

인터넷이 보편화되면서 또 한번의 혁명적인 변화가 일어났다. 인터넷은 세계 각국의 수많은 통신망들을 서로 연결함으로써 전세계의 모든 정보를 학습자에게 손쉽게 제공한다. 그리고 인터넷 자원들은 아주 빠르게 갱신되므로 학습자들은 보다 최신의 정보자원에 손쉽게 접근할 수 있고 다양한 분야의 전문가들에 의해 제공되는 정보들을 받을 수도 있다. 학습자는 자신이 편한 시간에 자신의 학습 속도로 학습을 진행할 수 있으며, 먼 거리에 있는 학습자들에게도 정보를 쉽고 빠르게 전달할 수 있다. 이러한 인터넷 환경에 맞추어 Cabri와 GSP의 경우도 웹에 작도한 파일을 올릴 수 있는 CabriJava와 JSP가 개발되었다. 하지만 이는 웹에서 사용자가 직접 작도할 수 있는 것이 아니고 작도의 결과만을 보여주는 것이었다. 이에 새로운 동적기하 소프트웨어인 Cinderella가 Java에 기반을 두고 탄생하였고, 부분적으로 웹에서 부분적으로 직접 작도할 수도 있게 되었다. 이 Cinderella는 1993년에서부터 1998년까지의 일련의 프로젝트에 의하여 탄생된 것으로 Projective geometry, Caley Klein

Geometry, Complex analysis 등 과거에서부터 현재까지의 여러 수학적 기반에 바탕을 두고 있으며 지금까지의 소프트웨어 중에서 동적기하를 가장 잘 구현한 것이었다.

이 웹 출판 기능을 이용하면 모든 사람이 손쉽게 웹에서 상호 작용할 수 있는 기하 학습용 콘텐츠를 만들 수 있다. 이 콘텐츠는 어떤 접속자든지 이를 직접 작도해 보고, 변화시키고, 실제와 비교해 볼 수 있다. 또한 학습자는 교사가 제시하는 연습문제를 통하여 과제에 대하여 개별적인 피드백을 받을 수 있으며, 교사가 주는 피드백 외에 다른 동료에게서도 피드백을 받을 수 있도록 학습자가 선택할 수 있다. 또한 웹에서 제공하는 커뮤니티에 가입하여 개인 대 개인, 개인 대 다수, 다수 대 다수 등과 함께 문제를 토론 경쟁하여 타인과의 의사소통 능력이 신장될 수 있다. 인터넷이 연결된 모든 교실들은 서로 연결이 가능하며 전문가 또는 또래 학습자들과 함께 토론하고 문제를 해결하는 협동학습이 가능하다.

Cinderella의 또 다른 특징은 초기 개발제안자인 Henri Crapo와 J Richter-Gebert가 연구한 자동 정리 증명(automatic theorem proving) 기능을 지니고 있는 것이다. 사용자가 도형을 작도하는 동안 Cinderella는 일어날 수 있는 자명하지 않은 사실들을 information windows(console)를 통하여 보여준다. 이 기능으로 웹에 제공하는 exercise 기능에 힌트와 피드백을 같이 제공할 수 있게 되었다. 학생이 중간단계의 답 또는 최종의 정답에 도달했는지를 판정해 주고 이는 교사가 생각하지 못했던 해답도 판정해 낼 수 있다. 이 기능은 자기 주도적인 탐구학습이 가능한 기능으로 단순히 웹 상에서 보여주지만 하는 것이 아니라 웹에서도 작도가 가능한 소프트웨어로 학생들에게 개별적이거나 수준별로 연습문제를 해결할 수 있도록 한다. 즉 작도를 할 수 있는 도구로 교사가 가장 기본적인 아이콘을 선정하여 올리거나 응용력을 요하는 아이콘을 선정하여 학생들 개인의 능력에 맞는 학습이 될 수 있도록 하는 편리한 도구이다. 그리고 교사가 제시한 적절한 도움말까지 얻을 수 있다. 학생들이 다양한 방법으로 작도한다 해도 Cinderella의 자동 정리 증명기능은 이것이 옳은지 그른지에 대하여 결정을 한다(Kortemkamp, 1999, 김부윤 외 2001, 전명진 & 홍경희 2002). 이러한 인공지능(Artificial intelligence) 기능은 특히 수학용 소프트웨어에서 더욱 발전해야 할 분야일 것이다.

2) 주요 소프트웨어의 기능 비교

동적기하 소프트웨어들의 기능을 비교 연구하기 위하여, 국내에서 주로 사용되고 있는 소프트웨어인 Cabri II, GSP, Cinderella를 대상으로 하여 인터페이스, 기본기능, 작도기능, 변환기능, 측정기능, 편집기능으로 나누어 살펴보겠다.

(1) 인터페이스

인터페이스(User interface)란 컴퓨터와 사용자가 상호작용하는 곳으로 인간과 컴퓨터가 상호작용할 수 있도록 만들어 놓은 여러가지 유형, 무형의 장치를 의미한다. 이러한 인터페이스의 역할은 외형적으로는 사용의 효율성을 높이고 내부적으로는 시스템 성능을 향상시키는 역할을 하고 있다(유재택 외 1998). 인터페이스의 외관인 프로그램의 메뉴, 아이콘, 속성막대를 비교해보면 다음과 같다. 괄호 안의 숫자는 submenu 또는 sub아이콘의 개수를 의미한다.

표 1. 탐구형 소프트웨어의 구성요소

종 류	Cabri II	GSP4	Cinderella
메 뉴	5(29)	9(123)	8(110)
아이콘	11(65)	6(11)	60
속성막대	8	0	0

세 소프트웨어를 비교해 보면, GSP가 가장 많은 다양한 기능을 가지고 있고, 이를 메뉴에서 제공하고 있으며 아이콘의 경우는 가장 기본적인 작도에 필요한 것만을 모아놓았다.

Cabri II의 경우는 메뉴에 나열하기보다는 작도에 해당하는 기능을 아이콘에 모아 놓았기 때문에 메뉴 기능이 적어 보인다. Cinderella의 경우는 작도에 관계하는 기능을 아이콘으로 나타내고, 메뉴에서도 표시하였다. 각 소프트웨어에서 첫 화면의 구성요소들 중 메뉴는 주로 작도에 직접 관여하기보다는 프로그램의 관리와 환경설정에 사용하고, 실제 작도는 주로 아이콘을 사용하거나 오른쪽 마우스 버튼을 이용한다. 그런데 GSP의 아이콘들은 너무 단순 기능만(점, 선, 원, 이동) 있으므로 조금 복잡한 도형을 작도할 경우에는 메뉴에 있는 작도 기능이나 변환, 측정, 기능을 다시 한번 선택해야 한다. 그에 반해 Cabri II는 점, 선, 원, 수직선, 대칭 등의 여러 가지 기능을 대표로 하는 항목 아래 키가 주어져 있으므로 각 항목에 알맞은 기능이 한번의 클릭으로 선택될 수 있어 사용자가 한눈에 각 기능을 파악할 수 있고 선택이 좀더 편리하다. Cinderella는 모든 기능이 무려 60가지의 아이콘으로 화면에 나타나서 화면구성에서 사용자에게 복잡한 인상을 주고, 숙련된 사용자 측면에서는 쉽게 사용하고 자 하는 기능을 찾을 수 있는 장점이 있다. 부가적인 측면으로 마우스 포인터의 모양을 보면 Cabri II의 경우는 작도 상황에 따라 다양한 모양을 가지고 있어 사용자가 친숙하게 작도할 수 있게 하고 있다.

## (2) 기본 기능

기본기능은 작도와 연관된 기본 사항 즉 작도 방법, 도형의 종속관계, 히스토리, 겹친 도형의 선택방법 등을 제공하고, 작도된 도형을 활용할 수 있는 방법 즉 웹 출판, 매크로, 애니메이션 등을 말한다. 이 기능은 소프트웨어의 인터페이스와 직접 연관되는 것으로 기능의 선택은 사용자의 편리성과 교육적 효과의 측면에서 이루어져야 한다.

작도 방법을 살펴보면 GSP의 경우만 사용할 도형을 선택하면 이 선택된 도형들로 실행 가능한 명령이 표시된다. 이로 인하여 사용자는 소프트웨어가 제시하는 명령만 선택하면 오류가 발생하지 않아 편리함을 느낄 수는 있으나, 정답을 미리 제시함으로써 학습자의 사고를 제한하기 때문에 교육적인 효과에 관한 논란이 많이 있다.

표 2. 기본기능의 비교

기능	Cabri II	GSP 4	Cinderella
작도 방법	도구를 선택하고 개체를 선택	개체를 선택하고 도구를 선택	도구를 선택하고 개체를 선택
종속 관계	종속관계를 재정의 가능.	분류와 병합이란 기능존재	한번 정의된 종속 관계 수정불가
히스토리	방금 실행한 동작만 취소 가능	취소와 재실행이 항상 가능 저장 후는 불가능	취소와 재실행이 항상 가능
겹친 도형의 선택	겹쳐 있거나 아주 가까이 있는 도형을 클릭한 경우 도형의 리스트가 작도된 순서대로 나타남	마우스를 가져가면 화면 아래의 상태표시줄에 선택될 개체의 이름이 나타남	겹쳐있는 도형의 순서나 개체를 선택 불가능
판정	일직선 위에 있음, 평행, 수직 등의 판정기능 있음	기능없음	자동증명 가능
웹출판	기능없음. CabriJava 사용	가능함(JSP)	가능함(Java Applet)
매크로	일단 작도한 후 처음 도형과 나중 도형을 선택하여 매크로를 정의	스크립트 창을 열고 기록을 시작한 뒤 작도	새 버전에서 가능
애니메이션	스프링을 당겼다 놓는 동작으로 개체를 움직임.	동작버튼으로 어떤 점을 경로를 따라 움직임	움직이고자 하는 경로를 지정하고 움직임

중속 관계는 동적기하 소프트웨어의 가장 특징적인 내용으로 작도 과정의 논리적인 부분을 표현한다. 따라서 모든 소프트웨어는 중속관계의 표현을 매우 엄격하게 하고 있다. 소프트웨어의 사용자는 항상 전체적인 내용을 미리 계획하고 작도해야 하지만 작도 과정에서 생각하지 못했던 상황이 발생하여 수정하거나 다시 그리는 일이 자주 발생한다. 따라서 중속 관계를 부분적으로 수정할 수 있게 하거나, 히스토리(history) 기능을 제공하여 편리하게 작도할 수 있도록 한다. 히스토리 기능은 작도과정을 편집하기 위해 필요한 것이기도 하지만, 작도 순서를 보존해 준다는 측면에서 중요하다. 하지만 세 소프트웨어 모두 마우스를 이용한 '움직임'은 히스토리에 저장하지 않고, 단지 선후 관계만 저장한다. 이 히스토리 기능은 교사가 학생의 작도과정을 피드백하여 줄 때 필요한 기능이기도 하다. 이외에 웹 출판, 매크로, 애니메이션 등은 작도한 도형을 여러 가지도 변형하여 사용할 때 필요한 기능을 세 소프트웨어 모두 기본적으로 제공하고 있다.

(3) 작도 기능

평면에서의 작도는 기본적으로 자와 컴퍼스를 이용하여 작도 가능한 점, 두 점을 잇는 직선, 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 점으로 이루어진 원과 같은 도형을 작도하는 것이다. 그리고 선분, 반직선, 호 등과 같이 도형을 작도하는 기능은 학생들의 교육과정에 맞추어 선별적으로 채택되어야 하며, 중점, 수직이등분선, 평행선, 각의 이등분선 등을 작도하는 매크로와 같은 기능 역시 복잡한 작도나 숙련된 사용자를 위해서는 필요하지만, 초심자의 경우는 제한적으로 사용할 수 있도록 해야 한다. 하지만 세 프로그램 모두 원뿔곡선을 포함하고 있고, Cabri II의 경우는 직선 아이콘에 벡터까지도 포함하고 있다.

원의 작도는 원의 중심과 원주 위의 점, 원과 반지름, 원과 고정된 반지름, 세 점을 지나는 원 등과 같이 다양하게 할 수 있다. Cinderella만 이 기능을 모두 포함하고 있다. 삼각형이나 다각형의 경우는 Cabri II를 제외하고 다각형과 다각형의 내부를 구분하고 사용하고 있다.

표 3. 작도 기능의 비교

기능	Cabri II	GSP 4	Cinderella
점	점, 도형 위의 점, 교점 등이 구분가능.	점, 도형 위의 점, 교점 등이 구분가능	점, 도형 위의 점, 교점 등이 구분가능, 자유점과 부동점을 색으로 구분
선	직선, 반직선(한 점), 선분, 벡터가 구분	직선, 반직선(두 점), 선분이 구분	직선, 선분, 점과 방향을 가진 직선으로 구분
원	원(중심과 원주)만 존재함. 원둘레를 택하여 크기 조정	원(두 점), 반지름이 주어진 원이 존재.	원, 반지름이 주어진 원, 반지름이 고정된 원, 세점원이 존재
호	호 그리기가 가능	호, 부채꼴 그리기가 가능	기능없음
삼각형 다각형	삼각형, 다각형, 정다각형을 작도	각 꼭지점을 잇는 선분들을 그리거나 다각형의 내부로 작도	각 꼭지점을 잇는 선분들을 그리거나 다각형의 내부로 작도
원뿔곡선	다섯 개의 점으로 원뿔곡선을 작도, 원뿔곡선과 다른 도형의 교점작도 가능	여러 가지 형태로 원뿔곡선작도 가능. 다른 도형의 교점 작도 불가능	다섯 개의 점으로 원뿔곡선을 작도

## (4) 변환기능

변환 기능은 평행이동, 회전이동, 대칭이동, 닳음변환 등 변환 기하를 구현하는 것으로 동적기하를 다양하게 표현할 수 있게 하는 고급기능이다. GSP의 경우가 가장 다양한 형태를 포함하고 있다.

표 4. 변환기능의 비교

기능	Cabri II	GSP 4	Cinderella
평행이동	벡터를 지정하여 그 벡터만큼 평행 이동하는 것만 가능	두 점으로 벡터 지정 방향과 거리를 키보드로 입력하고, 측정값을 거리로 지정하고 방향을 키보드로 입력	제공안함
회전이동	각도의 측정값만 회전각이 됨	새 점이 이루는 각을 회전각으로 지정, 각도의 측정값을 회전, 키보드로 회전각 입력	제공안함
닳음변환	측정값만 닳음비가 됨	두 선분이 길이의 비를 닳음비로 지정 세 점으로 닳음비 지정, 키보드로 닳음비 입력	제공안함
대칭이동	선대칭이동과 점대칭이동으로 구분	선대칭이동이 가능	선대칭이동만 가능

## (5) 측정 기능

교육과정에서 도형과 관련된 실험과 관찰을 위하여 중요하게 사용되는 기능으로 선분의 길이, 각, 다각형의 넓이 등의 측정값을 제공하며, 모든 소프트웨어에서 제공된다. 이 측정기능은 GSP의 경우 변수로 사용할 수 있도록 제공하고 있으며, 해석기하학과 관련하여 좌표계, 도형의 방정식 등 컴퓨터 대수 체계와 연관 맺는 부분이기도 하다. 측정부분에서는 교과과정과 관련하여 각의 표현 방법에 주의를 해야한다. 각의 단위는 도와 래디안 두 가지로 표현하는 것이 모두 가능하지만, 음의 각을 측정하는 문제가 소프트웨어 별로 차이가 나타난다.

표 5. 측정기능의 비교

기능	Cabri II	GSP 4	Cinderella
길이	길이, 거리, 원주와 둘레의 길이 측정가능	길이, 거리, 원주와 둘레의 길이 측정가능	거리만 측정가능
넓이	다각형, 원의 넓이	다각형, 원의 넓이	다각형, 원의 넓이
각	음의 각 측정 불가능	음의 각 측정 가능(선택가능)	음의 각 측정 가능(선택불가능)

## (6) 편집 기능

편집 기능이란 작도한 내용을 웹에 게시하거나, 프레젠테이션을 위해 여러 가지 장식을 하는 데 필요한 기능이다. GSP의 경우 다양한 형태로 편집기능을 제공하고 있으므로 교사들이 교육용 자료를 만들기 위하여 많이 사용하고 있다.



표 6. 편집기능의 비교

기능	Cabri II	GSP 4	Cinderella
표	한 개의 표만 가능	여러 개의 표 가능	불가능
좌표계	좌표계의 크기를 확대 축소 기능이 있음	좌표계의 크기를 확대 축소 기능이 있음	좌표계의 크기를 확대 축소 기능이 있음
확대축소	기능 없음	기능 없음	확대 축소 기능 있음.
동작버튼	기능 없음	기능 있음	기능 없음
글상자	기능 있음	기능 있음	불가능함.
도형이름	기능 있음	기능 있음	기능 있음

#### 4. DRC의 개발과정

앞서 살펴본 바와 같이 기하교육에서 동적기하 소프트웨어의 활용이 필요하고 그에 따라 여러 가지 소프트웨어가 국내에 도입되어 사용되어져 왔다. 그러나 언어와 문화가 다르고 교과과정이 같지 않음으로 해서 위의 소프트웨어들은 우리의 실정에 적절치 못하였다. 이에 본 연구자들은 국내의 교과과정 변화에 따라 쉽게 변형가능하고 사용자의 요구를 받아들여 수용할 수 있는 국산 소프트웨어 개발의 필요성을 느끼고 그 기반 기술을 개발하기로 하였다.

2000년 봄, 동적기하에 바탕을 둔 중등 기하교육용 소프트웨어의 기반 기술을 개발하고자 연구를 시작하였다. 개발과정은 동적기하에서 객체(기하학적인 대상, 즉 점, 직선, 원 등)의 정의, 정의된 객체를 구조화하는 방법의 연구, 프로그램 사용자가 각 객체를 작도하는 방법의 연구, 프로그래밍 언어의 선택과 코딩의 단계로 구분할 수 있다.

개발 초기의 가장 중요한 문제는 동적기하학의 입장에서 객체의 새로운 정의가 필요하다는 것이었다. 정적인 기하와는 달리 동적기하에서는 객체들이 일정한 관계를 유지하면서 이동하거나 변환되어야 한다. 따라서 한 객체가 이미 작도된 객체들과 어떤 관계를 맺으면서 작도되는 지 정의해야 한다. 예를 들어, 두 점 A, B를 지나는 직선 위에 한 점 C를 작도한 다음 점 A를 움직이면 점 C는 어떤 규칙(점 A, B 그리고 이 두 점을 지나는 직선과 점 C의 관계)을 갖고 이동하여야 하는 지 정해주어야 한다. 규칙으로 생각할 수 있는 것은 첫째로 점 A로부터의 거리가 일정한 관계, 두 번째로 두 선분 AC와 CB의 비가 일정한 관계 등이 있으며, 어느 것을 선택하느냐에 따라 동적 기하에서 표현되는 형태가 달라진다. 이와 같이 단순한 상황에서부터 동적인 상황에서 직선과 원의 교점을 어느 것으로 정의할 것인가 하는 문제, 선분과 원의 교점을 정의하는 문제와 같이 복잡하고 까다로운 여러 가지 문제를 해결해야 하였다.

DRC에서 객체의 구조는 객체들간의 관계에 중점을 두고 설계되었다. 한 객체의 이동이 다른 많은 객체들의 이동을 유발하는 동적기하에서는 각 객체들의 좌표보다는 다른 객체와의 관계를 기록하고 있는 것이 효율적이기 때문이다. 예를 들어, 주어진 두 점을 지나는 직선은 직선의 방정식으로 표현하기보다는 두 점과의 관계로 표현한다. 이 방법을 적용하면 자유점(free point) 제외한 거의 모든 객체들은 다른 객체와의 관계로 표현된다. Cinderella의 construction text를 보면 이러한 관계를 알 수 있으면, DRC의 경우는 리스트 보기를 이용하면 이를 볼 수 있다.

객체의 작도 방법은 언어 및 문화적인 차이에 따라 서로 달라질 수 있다. 우리말에서는 "두 점 A, B를 지나는 직선"이란 표현을, 영어에서는 "line through two points A and B"란 표현을 선호한다. 작도 과정도 "점 A, B를 선택하고 직선을 그리는 아이콘을 클릭"하는 방

법을 사용하거나 거꾸로 ”직선을 그리는 아이콘을 클릭하고 두 점 A, B를 선택“하는 방법을 사용할 수 있다. 언어적인 습관으로 보면 우리는 전자를 선택하는 것이 옳지만 교육적인 관점에서는 다를 수도 있다. 게다가 이는 사용자에 따라 의견이 다를 수 있다. 마우스의 사용방법도 의견이 다를 수 있다. 예를 들어, 직선을 그릴 때 한 번의 드래그(Drag)로 그릴 수도 있고 클릭(Click)-이동(Move)-클릭(Click)으로 그릴 수도 있다. DRC는 이를 사용자가 기호에 따라 ‘작도 방법’ 메뉴를 이용하여 선택할 수 있도록 하였다.

동적기하 소프트웨어들은 웹 출판 기능을 활용하여 웹으로 표현하는 기능을 가지고 있는 경우는 많이 있지만, 대부분은 웹에서 직접 작도할 수는 없거나, 이미 작도된 결과를 웹에서 다시 볼 수 있을 뿐이다. 우리 나라와 같이 고속 인터넷망이 잘 정비된 곳에서는 학생들의 자기 주도적인 학습을 지원하기 위해서는 학교 단위 또는 교육청 단위로 교육용 소프트웨어를 웹에 설치하여 모든 학생들이 어느 곳에서든 학습을 할 수 있도록 제공하는 것이 필요하다. 따라서 웹에서 작도 가능한 소프트웨어를 개발한다면, 학습자가 프로그램을 설치하지 않고, 어디서든 웹에 접속하여 직접 실행하여 학습을 할 수 있다. 또한 웹 기반교육(WBI) 기능을 이용하여 원격교육을 할 수 있다. 이러한 웹에서 실행 가능한 소프트웨어를 제작하기 위하여 프로그래밍 언어로는 Java를 선택하는 것이 가장 좋다고 판단되었다. 따라서 DRC는 웹브라우저에 이식성이 좋은 자바 언어로 만든 프로그램이므로 학생과 교사간에 또는 학생과 학생간에 자기 주도적인 학습을 위한 좋은 환경을 제공할 수 있게 되었다.

위와 같은 연구를 바탕으로 2002년 2월부터 Java로 코딩을 시작하여 2002년 10월 DRC 알파버전을 제작하였고, 자체 테스트를 거쳐 2003년 2월 베타버전을 내놓게 되었다. DRC는 웹 사이트 <http://www.drc.or.kr>에 접속하면 경험할 수 있고, 학습에도 활용할 수 있다.

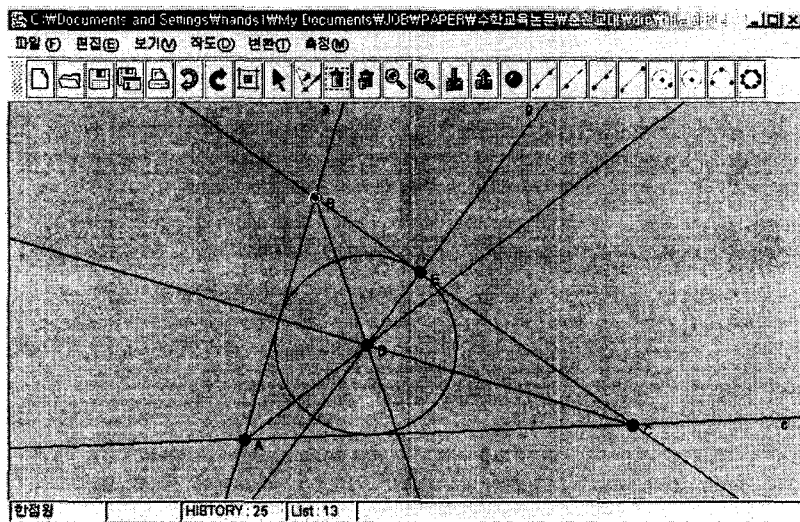


그림 1. DRC로 작도한 내심

DRC 작도판의 메뉴는 그림 1에서와 같이 파일, 편집, 보기, 작도, 변환 그리고 측정 등 6개로 구성되어 있고 아이콘은 25개로 되어 있다. DRC 사용법에 관한 상세한 내용은 DRC 홈페이지를 참조하기 바란다.

DRC의 특징을 기능별로 나눠서 살펴보자. 먼저 기본 기능을 보면 가장 두드러진 것으로 실행 취소와 재생이 항상 가능할 뿐만 아니라 히스토리가 움직임까지 저장된다는 점이다. 이 기능으로 학생들의 작도 과정 전체가 완전히 저장되므로 학습자의 사고과정을 볼 수 있다. 즉 어떠한 과정 또는 시행착오를 거치면서 학생들이 과제를 수행했는지 과제물을 통해

서 알 수 있다. 또한 웹에서 제공하는 사용자 커뮤니티 사이에서도 작도 과정에 대하여 토론하거나, 작도 결과를 공유하기에 편리한 기능이다. 또한 작도 방법을 사용자 편의에 따라 정의하여 사용할 수 있게 하였다. 매크로와 판정기능은 정식 버전에서 가능하도록 할 예정이다. 작도 기능 면에서 보면 DRC는 교육과정에 맞추어 점과 직선, 원을 다양하게 작도할 수 있게 하였고, 또 한편으로는 교육과정을 벗어난 개념으로 도형을 작도하지 않게 만들었다. 점은 자유점과 부동점이 다른 색으로 나타나도록 하였고, 직선은 두 점을 잇는 직선, 한 점과 방향으로 주어지는 직선 그리고 반직선을 그릴 수 있는데, 벡터 개념이 들어가지 않도록 유의하였다. 원은 다양한 용도에 맞춰 중심과 원둘레 위의 한 점으로 주어지는 원, 원과 반지름으로 주어지는 원, 원둘레 위의 세 점으로 주어지는 원 등의 세 가지 방식으로 그릴 수 있게 하였고, 다각형과 그 내부는 구분하였다. 수직선, 평행선, 중점 그리고 각의 이등분선 등의 작도는 메뉴와 마우스 오른쪽 버튼에 제공하였다. 변환 기능은 평행 이동, 회전이동, 닮음 변환, 점대칭, 선대칭이 모두 제공된다. 측정 기능으로 길이, 거리, 기울기, 반지름, 원주, 넓이, 둘레, 각, 호의 중심각, 호의 길이, 비율을 잴 수 있다. 편집 기능으로 작도판의 확대 축소 기능이 있다. 그 밖의 기능으로 작도판에 있는 아이콘을 모아놓은 도구 상자를 작도판의 위에만 둘 수 있는 것이 아니라 왼쪽이나 오른쪽 모서리에 세로로 둘 수 있어 사용자의 취향에 따라 쓸 수 있게 하였다.

DRC 프로그램의 구조는 다음과 같이 크게 네 부분으로 나누어져 있다. 객체의 위치, 색상, 크기, 다른 객체와의 관계 등으로 구성된 "Geometry" 부분, 객체가 화면에 보여지는 방법, 화면에서 좌표의 표현 방법 등으로 구성된 "Screen" 부분, 사용자의 작도 과정 및 동작을 입력받아 "Geometry"를 통제하는 "Control" 부분 그리고 작도 과정을 기록하는 "History" 부분이다.

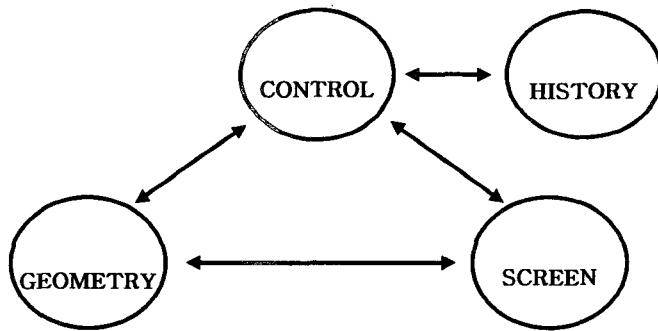


그림 2. DRC의 구성

"Geometry"를 구성하는 가장 중요한 요소들은 점, 직선, 원이다. 점은 좌표 평면 위를 자유롭게 이동할 수 있는 자유점(free point), 한 도형의 위에서 자유롭게 이동할 수 있는 도형 위의 점(point on the object), 두 도형의 교점으로 정의되어 이동이 불가능한 교점(intersection point)이 있다. 직선은 두 점을 지나는 직선, 한 점과 방향이 주어지는 직선, 반직선, 선분으로 구분된다. 원은 중심과 원주 위의 한 점으로 정의되는 원, 중심과 반지름이 주어지는 원, 원주 위의 세 점으로 정의되는 세점원이 있다. "Geometry"는 고유의 좌표를 가지고 있으며 자유점은 이 좌표로 표현된다. 자유점 이외의 객체들은 좌표로 표현되지 않고 다른 객체와의 관계로 표현된다. 즉, 두 점 A, B가 자유점이고 직선 l이 두 점 A, B를 지나는 직선이면 l은 예를 들어, "line(A,B)"와 같이 표현된다.

"Screen"은 "Geometry"가 갖는 고유의 좌표를 화면 위의 좌표로 변환하여 객체를 그리는 방법을 포함하는 부분이다. 즉 사용자에게 객체를 보여주는 역할을 하는 부분이다. 또 사

용자가 마우스로 입력하는 점의 좌표를 "Geometry"의 좌표로 변환하는 역할도 한다.

"Control"은 DRC 전체를 통제하는 부분이다. 나머지 세 부분에 역할을 부여하고 이들이 생성하는 결과를 다른 부분에 전달한다. 사용자가 생성하는 이벤트를 받아들여 객체를 생성하거나 이동하고, 화면에 출력하도록 하며 메모리에 저장하도록 한다. 사용자가 선택하는 명령에 따라 선택 가능한 객체를 판단한다.

"History"는 사용자가 작도하는 모든 과정을 기록한다. 객체를 생성하고 이동하는 과정뿐만 아니라 생성방법과 순서를 모두 기록하여 작도과정을 다시 재현할 수 있도록 한다. 작도과정을 파일로 저장하면 "History"가 저장된다. 따라서 사용자는 자신 또는 학생이 작도한 내용을 파일로부터 읽어들이어 처음부터 작도한 순서대로 확인할 수 있다.

## 5. 맺음말 - DRC의 개발 방향

기하교육은 물론 모든 과학교육에서 탐구과정을 통한 규칙의 발견, 가설설정, 연역적 증명 또는 반증 등의 활동은 매우 중요한 교육적 의미를 갖는다. 동적기하가 교육적으로 커다란 의미를 갖는 이유 역시 동적기하를 활용할 경우 이러한 활동을 보다 원활히 수행할 수 있기 때문이다. 한편 이러한 활동은 교사에 의한 예시적인 방법으로도 제시될 수 있으나, 학생들이 활동의 중심적 역할을 수행할 수 있는 형태로 진행될 때 더 높은 교육효과를 기대할 수 있을 것이다. 따라서 바람직한 교육환경에서 동적기하를 구현하는 소프트웨어들의 주된 사용자는 학생이어야 하며 소프트웨어의 주된 사용자가 학생들이라는 미래의 교육환경을 가정하고 그 발전방향을 제시하고자 한다.

교육용 소프트웨어에서 가장 우선적으로 언급하는 부분은 사용자 인터페이스(User's interface)이다. 현재 개발되어 있는 동적기하 소프트웨어들의 사용자 인터페이스를 보면 대체로 워드프로세서나 탐색기 등과 같은 일반적인 윈도우 소프트웨어의 사용자 인터페이스와 크게 다르지 않으며 이는 사용자의 혼란을 방지하기 위한 배려의 결과라 할 수 있다. 그러나 교육용 소프트웨어라는 측면에서 볼 때, 이러한 사용자 인터페이스는 약간의 문제점을 가지고 있다. 이들은 기본적인 작도기능 이외에 매우 많은 기능을 미리 제시하고 있으며, 이들의 대부분은 이 소프트웨어를 이용하여 기하학을 처음 학습하고자 하는 학생들을 위한 것이 아니라 교사와 같이 이미 대부분의 학습을 마친 전문가를 위한 것으로 구성되어 있다. 이러한 기능들이 미리 제시되는 것은 마치 초등학교에게 중학교의 교재를 미리 보여주는 것과 같이 매우 부적절한 것이다. 따라서 학생들의 상황에 따라 교재가 바뀌듯이 보다 다양한 형태의 사용자 인터페이스(variable user's interface)를 지원할 수 있어야 한다.

최근 발표된 GSP 4를 보면 해석학의 일부분을 도입하여 미분을 지원하는 등 보다 많은 수학적 기능을 갖추고 있다. 그러나 미분은 평면기하학을 학습하는 데 별 도움이 되지 않으며, 중학교 과정의 학생들에게 미분은 학습을 방해하는 요인이 될 위험이 있다. 교육용 소프트웨어는 그 본래의 목적에 충실하여야 하며 교육의 목적에 맞도록 제작되어야 한다. 중등학생을 대상으로 하는 동적기하 소프트웨어가 전문가가 요구하는 모든 기능을 갖추고 있을 필요는 없으며, 때에 따라서는 이러한 기능들은 부정적인 효과를 줄 수 있다. 즉 교육용 소프트웨어는 사용자 인터페이스 뿐 아니라 그 기능 역시 프로그램의 본래의 목적에 적절하도록 제작되어야 한다. 동적기하 소프트웨어는 수학의 모든 기능을 포함하는 통합적인 방향으로 기능이 발전될 것이 아니라 평면기하학에 적합하도록 절제된 상황 속에서 교육의 효율을 높이는 방향으로 기능 발전이 이루어져야 한다.

교육용 소프트웨어에 대한 두 번째 요구는 의사 소통(communication)에서 찾을 수 있다. 현재 협동학습, 인터넷을 활용한 학습 등이 강조되고 있으며 미래의 교육환경의 많은 부분이 이러한 형태로 진행될 것이다. 특히 기하교육 중에서 연역적 추론과정은 토론이 매우 중요한 의미를 가지며, 컴퓨터 환경에서는 통신을 통하여 토론이 이루어지므로, 동적기하 소프

트웨어는 기본적으로 네트워크 상에서 원활히 동작할 수 있어야 한다. 현재의 동적기하 소프트웨어는 웹 환경에서 활용하기에 많은 제한이 있으며, 의사소통기능을 지원하지 않기 때문에 이들을 활용하여 인터넷에서의 협동학습에 진행할 수 없는 기능적 제한을 가지고 있다. 미래의 교육에서는 웹을 통한 원격교육의 중요성이 더욱 강조될 것이며, 인터넷에서의 협동작업이 보다 많이 진행될 것으로 예측된다. 따라서 교육용 소프트웨어들도 이러한 목적에 맞추어 웹 환경에서 활용할 수 있도록 개선되어야 할 것이며, 일대일 통신 또는 다자간 통신을 지원할 수 있는 형태로 발전하여야 할 것이다. 따라서 DRC는 자체 홈페이지를 통하여 다양한 형태의 의사소통형식을 개발·제공하려 한다.

세 번째, 교육용 소프트웨어는 교육현장에서 활용될 수 있도록 충분한 호환성을 갖추어야 한다. 수학교육에서는 다양한 형태의 소프트웨어가 활용될 수 있으며, 하나의 교안을 작성할 때도 여러 소프트웨어들이 종합적으로 활용될 수 있다. 실제 소프트웨어들은 그 기능이 전문화되어 있기 때문에 사용자는 각각의 부분에 적합한 소프트웨어를 사용하여 작업한 후 이들을 종합하여 하나의 업무를 완성하는 경우가 많다. 이 때 소프트웨어 상호간의 호환성은 매우 중요하며, 호환성이 떨어지는 소프트웨어는 거의 사용하기 어렵다. 불행히도 현재의 동적기하 소프트웨어들은 거의 다른 프로그램들과 호환되지 않으며 호환이 되는 경우에도 많은 기능적 제한이 있다. 현재 많은 교육용 자료들이 전자화 되고 있고, 또 전자 자료의 형태로 활용되고 있다. 그러나 동적기하 소프트웨어들의 호환성이 결여됨으로 인하여 독립적인 형태(별도의 파일)로 제시될 수밖에 없으며 실제 자료의 중심적 역할을 하는 문서자료(한글 문서 또는 웹 문서)에 직접 삽입될 수 없어 사실상 이들의 활용을 저해하는 직접적인 요인으로 작용하고 있다. 동적기하 소프트웨어의 호환성 문제가 해결되지 않을 경우 자칫 방대한 교육 자료를 재 제작하여야 하는 낭비를 초래할 수 있으므로 호환성은 시급히 확보되어야 할 것이다.

네 번째, 교육용 소프트웨어는 보다 지능적(intelligent)인 형태로 발전하여야 한다. 현재 개발된 동적기하 소프트웨어의 중요한 지능 중 하나로 자동정리증명 기술을 들 수 있다. 이는 사용자가 임의로 작도한 도형에서 평행관계, 공점선, 공선점 등의 관계를 컴퓨터가 스스로 판단하여 제시하도록 하는 기술로 이는 실제 프로그램을 제작하는 데 매우 중요하게 활용되며, 학생들의 자율적인 학습을 지원하는 데도 매우 효과적이다. 미래의 교육프로그램은 자동정리증명 기술과 같이 프로그램 자체가 지능을 갖추고 있어서 어느 정도 교육보조자로서의 역할을 수행할 수 있도록 발전하여야 할 것이다(Kortemkamp, 2002).

DRC는 기존의 동적기하 소프트웨어들이 가지고 있는 장점과 단점들을 분석해서 그 장점은 통합하고 단점은 극복하고, 인터넷에서 쌍방향으로 의사소통이 가능하고, 동적기하에 관한 국내 기반기술의 확보하려는 목적으로 연구되어 베타버전을 발표하게 되었다. 하지만 작도 과정 중 다양한 오류가 발견될 수 있으며 실제로 본 연구자들이 발견하고 고쳐 나가고 있는 것도 많이 있다. 세련된 한글 표현 사용, 텍스트 기능의 보완, 속도 문제 개선 등이 우선 해결해야 할 과제이다. 또 고급 사용자를 위한 스크립트와 매크로 기능의 추가도 이루어져야 할 것이다. 본 연구에서 가장 어려운 부분으로 판단되어 현재 구현되지 않은 것은 자동 정리증명(automatic theorem proving)이다. 자동 정리 증명의 여러 가지 알고리즘이 연구되어 있으나 부분적으로만 적용가능하고 그 수행속도가 빠르지 않으므로 더욱 연구하여 새로운 알고리즘을 개발해야 할 것으로 판단된다.

또한 동적기하에 대한 정립, 동적기하 소프트웨어의 공학적인 연구, 동적기하 소프트웨어의 인터페이스와 여러 기능에 대한 교육적 연구, 동적기하 소프트웨어를 활용한 교육자료의 개발 등 앞으로 많은 연구해야 할 문제들이 산적해 있다. 이 문제들은 본 연구자들은 물론 수학교육학자, 현장 교사들의 토론과 협동 연구를 통하여 해결되어 나갈 것으로 생각한다. 전영국과 주미(1998)의 연구에서처럼 수학교사는 기존의 교과과정에 따라 컴퓨터 소프트웨어를 사용할 경우 매우 제한적인 활동을 하게 된다고 하였다. 따라서 수학교육과정 전반에 대한 논의를 거쳐 탐구형 소프트웨어를 활용한 기하교재의 단원 개발과 더불어 학교 수업에

서 컴퓨터를 활용할 수 있는 기하교재의 단위 개발 역시 필요하다(김부윤 외 2001).

본 연구자들도 지속적으로 DRC의 홈페이지(www.drc.or.kr)를 통하여 DRC와 홈페이지의 기능들에 대한 사용자들의 개선요구와 불편사항을 적극적으로 수용하여 정기적으로 개선시키고, DRC를 국내의 교육환경에 적합한 최상의 동적기하 소프트웨어로 만들기 위해 노력할 것이다. 이는 교육현장에서 수학교육적 요구를 효과적으로 실현하기 위해 노력하는 많은 교사들의 도움이 없이는 불가능할 것이다.

## 참 고 문 헌

- 권오남, 김인숙 (2003). 웹기반 온라인 토론을 통한 수학적 의사소통 지도에 관한 사례연구, 학교수학 제 5권 제 1호.
- 김용구 (2003). 역동적인 기하 프로그램 Cinderella의 소개. 제5회 수학사랑 페스티벌 자료집 (pp 88-92), 수학사랑.
- 김부윤, 조용욱, 지혜경 (2001). Cinderella를 활용한 기하 지도의 실제. 대한수학교육학회 수학교육학연구발표대회논문집(pp 615-636), 대한수학교육학회.
- 유재택 외 (1998). 교육용 멀티미디어 소프트웨어의 인터페이스 표준화에 관한 연구, 멀티미디어 교육지원센터, 연구보고서 RR 98-4.
- 류희찬 (1998). 컴퓨터를 활용한 수학교육의 이론과 실제, 대한수학교육학회 수학교육학연구 발표대회논문집(pp 29-43).
- 송영준 (2003). GSP4의 고급 응용예제, 제5회 수학사랑 페스티벌 자료집, 수학사랑.
- 신동선, 류희찬 (1998). 수학교육과 컴퓨터, 경문사.
- 양기열, 주미 (1998). 소프트웨어를 활용한 기하 교수 학습 방안, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 37권, 2호, 215-225.
- 유공주 (2000). 탐구형 소프트웨어를 활용한 기하학습내용의 구성방안 탐색, 한국교원대학교 석사학위 논문.
- 전명진, 홍경희 (2002). Cinderella를 이용한 웹 기반 탐구형 교수-학습자료 연구, 한국학교수학회논문집 제 5권, 제 2호 99-108.
- 전영국, 주미 (1998). 기하 문제 해결에서의 GSP를 활용한 탐구학습 신장, 대한 수학교육학회 논문집, 제 8권 제 2호, 605-620.
- Laborde, J., & Bellemain, F. (1998). Cabri-Geometry II, Texas Instruments.
- Richter-Gerbert, J. & Kortenkamp, U. (1998). Geometry and Education in the Internet Age.
- Richter-Gerbert, J. & Kortenkamp, U. (1999). The interactive Geometry Software Cinderella. Springer-Verlag, Heidelberg.
- Jackiw, N. (2002). The Geometer's Sketchpad, Key Curriculum Press.
- Kortenkamp, U. (1999). Foundation of Dynamic Geometry, Ph.D Thesis ETH Zurich.
- Kortenkamp, U. (2002). The Future of Mathematical software. Proceedings of MTCM 2000. Multimedia Tools for communicating Mathematics, Lisboa, Springer-Verlag.
- Winroth, H. (1999). Dynamic Projective Geometry, Ph.D Thesis, Computational Vision and Active Perception Laboratory, Stockholm.

## On the software of geometry education in the internet age

Kim, Taesoon<sup>1)</sup>, Park, Kyeongsu<sup>2)</sup>, Jeon Myungjin<sup>3)</sup>, Choi, Gundon<sup>4)</sup>, Han, Dongsoong<sup>5)</sup>

### Abstract

We study the dynamic geometry software suitable for the Internet Environment. First, we look into the necessity of dynamic geometry software and compare the functions and the features of commercial softwares, GSP, Cabri and Cinderella. Secondly, we introduce the process of development and the structure of the new software DRC(Digital Ruler and Compass) designed by authors and discuss the learning program with DRC and Internet, and view the upgrade of the software in the future.

Key words : Geometry education, Dynamic geometry, internet, Dynamic geometry software, DRC

---

1) Dept. math. education, Mokwon Univ (tskim@home.mokwon.ac.kr)

2) Dept. math. Jeonju Univ(pine@jeonju.ac.kr)

3) School of computer aided and mathematical information, Semyung Univ (mjjeon@semyung.ac.kr)

4) Cai system (cgdxyz@yahoo.co.kr)

5) Dept. math, Jeonju Univ (hands@jeonju.ac.kr)