

개방형 반복구조물의 진동국부화

Vibration Localization of Open Loop Repeated Structures

하 동 진* · 유 흥 희†

Dong Jin Ha and Hong Hee Yoo

(2003년 7월 29일 접수 : 2003년 11월 24일 심사완료)

Key Words : Vibration localization(진동국부화), Open Loop Repeated Structures(개방형 반복구조물), Coupled Pendulum Model(연성된 진지모델), Magnification Factor(확대계수)

ABSTRACT

Vibration localization characteristics of open loop repeated mistuned structures are investigated. The mistuning often creates significant response discrepancies among subcomponents of the repeated structures. As a result of the discrepancies, critical fatigue problems often occur in repeated structures. Therefore, it is of great importance to predict the vibration response of the mistuned repeated structures accurately. In this paper, a simplified model for an open-loop repeated structure is introduced and dimensionless parameters that influence the localization characteristics are identified. The effects of the parameters on the localization characteristics are investigated through numerical study.

1. 서 론

터빈 및 헬리콥터 블레이드, MEMS구조물(Fig.1), 교량, 그리고 항공기 구조연결에 사용되는 리벳 시스템 등 주기적 반복 형상을 갖는 구조물들은 많은 공학적 예제들에서 흔히 발견된다. 이러한 반복 구조물들에서는 부 구조물간의 작은 물성치 차이가 그들의 동적 반응에 큰 차이를 초래하는 경우가 있는데 이를 진동 국부화 현상이라 한다. 이 같은 진동국부화 현상은 예기치 않은 구조물의 파괴를 일으킬 수 있으므로 구조물의 설계 시에 그 특성을 잘 고려하는 것이 매우 중요하다.

주기적 반복구조물에서 작은 물성치의 차이가 예기치 않은 큰 변형과 응력을 수반할 수 있다는 사실은

오래 전부터 연구의 주제가 되어왔다.^(1~5) Ewins는 블레이드 시스템의 간단한 모델에 대한 해석을 통해서 물성치의 불균일이 동적인 변형에 큰 차이를 발생 시킴을 보였으며 동시에 물성치의 차이가 어느 값 이상이 되면 이러한 진동 국부화 현상이 다시 줄어든다는 사실도⁽⁶⁾ 밝혀냈다. 어느 부 구조물에서 가장 큰 변형이 발생하는가 하는 문제에 대해서는 두 가지의 연구 결과가 존재하는데, 그 하나는 부 구조물들 중 물성치의 차이가 가장 큰 부 구조에서 가장 큰 변형이 발생한다는 견해이고,⁽⁷⁾ 또 다른 하나는 일정 수준의 물성치 차이에서 큰 동적변형이 발생한다는 견해이다.⁽⁸⁾ Pierre는⁽⁹⁾ 두 연구에 사용된 모델링과 변수들이 다르기 때문에 이러한 결과의 차이가 발생했다는 결론을 내렸으며 일련의 연구를⁽¹⁰⁾ 통해 인위적인 물성치의 조작으로 구조물의 동적응답을 최소화할 수 있음을 밝혀냈다.

한편 얼마나 큰 동적응답이 발생할 수 있는가에 대해서도 많은 연구가 이루어졌는데, 결과를 얻기 위해

† 책임저자 : 정희원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr

Fax : (02) 2293-5070, Tel : (02) 2290-0446

* 정희원, 한양대학교 대학원 기계설계학과

특이 섭동법 (singular perturbation method)⁽¹¹⁾ 과 축약차수모델링(reduced order modeling)^(12, 13) 방법이 사용되었다. 최근에는 또한 어떠한 조건에서 진동 국부화 현상이 가장 현저하게 나타날 수 있는가에 대한 연구가⁽¹⁴⁾ 진행되었으며 물성치의 차이와 부 구조물간의 연성. 그리고 감쇠 영향을 조사하였다. 이 연구에서는 그러나 순환형 반복 구조물에 대한 연구만이 수행되었다.

본 논문에서는 순환형 반복 구조물들과⁽¹⁴⁾ 비교하여 개방형 반복 구조물들은 어떠한 진동 국부화 특성을 갖고 있는가에 연구의 초점을 맞추었다. 그 목적을 달성하기 위해 간단한 형태의 연성된 진자 모델을 제시하고 수치 해석을 통해, 개방형 반복 구조물의 진동 국부화 현상에 대한 일반적인 특성을 조사하였다.

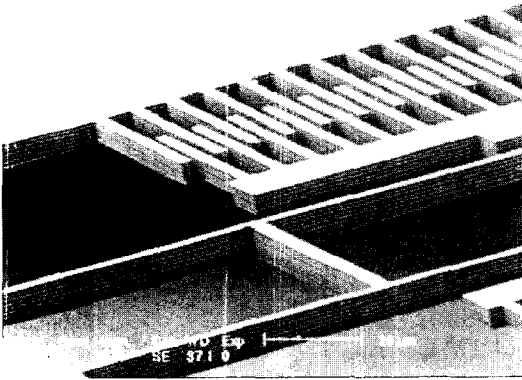


Fig. 1 Repeated open-loop MEMS structure

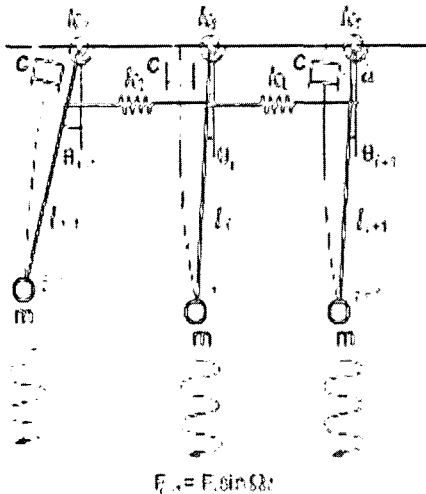


Fig. 2 Open loop repeated multi pendulum

2. 운동방정식

개방형 반복 구조물의 불균일성이 동적응답에 어떠한 영향을 줄 수 있는지 분석하기 위해서 Fig. 2와 같은 다중 진자계를 분석하고자 한다.

각 부 구조물들의 강성은 각각 굽힘방향 강성 성분인 k_r 과 각 구조물간의 연성에 의한 상호 운동의 영향을 나타내는 연성 스프링, k_i 를 통해 그 특성을 대표하였으며, 가공오차나 마모, 결함 등에 의한 각 부 구조물간 물성치의 차이는 각 진자의 길이 차이로 모델링 하였다. 또한 부 구조물들은 같은 외부가진력을 받으며 감쇠의 영향을 받는다.

본 진자계의 운동방정식은 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} ml_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & ml_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & ml_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \ddot{\theta}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cl_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & cl_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & cl_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_r + k_i a^2 & -k_i a^2 & \dots & 0 \\ -k_i a^2 & k_r + 2k_i a^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_r + k_i a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \cdot F \sin \Omega t \\ l_2 \cdot F \sin \Omega t \\ \vdots \\ l_n \cdot F \sin \Omega t \end{bmatrix} \quad (1)$$

감쇠기는 해석상의 편의를 위해 비례감쇠를 가정하였고, 그에 맞도록 감쇠기의 위치를 선택하였다.

운동방정식을 무차원화 하기 위해서 다음과 같은 무차원 매개변수들과 변수를 도입한다.

$$\alpha_i = \frac{l_i}{l} \quad \beta = \frac{k_i a^2}{k_r} \quad \gamma = \frac{Tc}{m} \quad (2)$$

$$\tau = \frac{t}{T} \quad \omega = \Omega T \quad f = \frac{lF}{k_r} \quad (3)$$

여기서 l 은 기준이 되는 길이로서 임의의 값을 사용할 수 있으나 본 연구를 위한 수치해석 시는 첫번째 진자 길이를 그 값으로 사용하였다. 또한, 식 (2)에서

$$T = \sqrt{\frac{ml^2}{k_r}} \quad (4)$$

식 (2)에서 α_i 는 부 구조물의 물성치 차이, β 는

부 구조물간 연성정도를, 그리고 g 는 감쇠 정도를 나타내는 매개변수들이다. 이 매개변수 및 변수를 사용하여 식 (1)의 운동방정식을 다시 기술하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \alpha_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \alpha_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \ddot{\theta}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma\alpha_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma\alpha_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \gamma\alpha_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1+\beta & -\beta & \dots & 0 \\ -\beta & 1+2\beta & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1+\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 f \sin \omega \tau \\ \alpha_2 f \sin \omega \tau \\ \vdots \\ \alpha_n f \sin \omega \tau \end{bmatrix} \quad (5)$$

이 무차원 방정식의 정상상태 동적응답은 다음과 같은 형태로 얻을 수 있다.

$$\theta_i = a_i \cos \omega \tau + b_i \sin \omega \tau \quad (6)$$

이 식을 식 (5)에 대입하면 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} (-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \mathbf{a} + \omega \mathbf{C} \mathbf{b} &= \mathbf{0} \\ (-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \mathbf{b} - \omega \mathbf{C} \mathbf{a} &= \mathbf{f} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} \alpha_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \alpha_n^2 \end{bmatrix} & \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} \gamma\alpha_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma\alpha_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \gamma\alpha_n^2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{K} &= \begin{bmatrix} 1+\beta & -\beta & \dots & 0 \\ -\beta & 1+2\beta & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1+\beta \end{bmatrix} & & & \\ \mathbf{a} &= \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} & \mathbf{b} &= \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} & \mathbf{f} &= \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 무차원화된 정상상태 동적응답의 크기를 의미하는 확대계수를 (magnification factor) 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$|K_i| = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} / f \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (9)$$

개방형 반복구조물과 순환형 반복구조물은 서로 유사한데 그 차이는 순환형 반복 구조물의 경우는 그 양단이 서로 다시 연결된다는 점이다. 이러한 차이로 인한 운동방정식에서 강성행렬의 차이만을 유발하게 되는데 순환형 반복구조물의 강성행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1+2\beta & -\beta & \dots & -\beta \\ -\beta & 1+2\beta & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\beta & 0 & \dots & 1+2\beta \end{bmatrix} \quad (10)$$

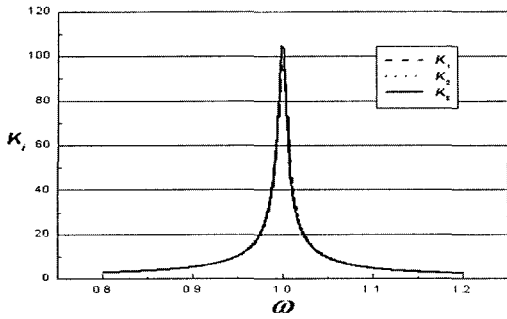
3. 수치해석 결과 및 고찰

2장에 유도된 무차원 식들을 이용하여 개방형 반복 구조물의 진동국부화 특성을 알아보기 위해 연성된 진자 모델을 이용하여 물성치 차이, 연성 정도, 그리고 감쇠력의 영향을 조사하였다.

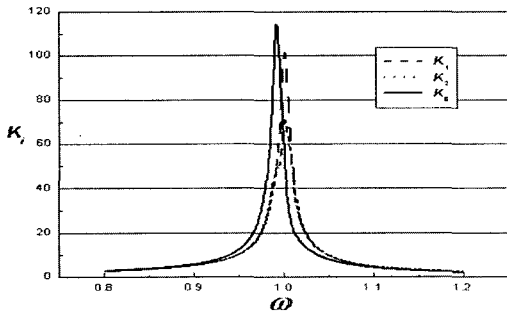
Fig. 3은 구조물에서 물성치 차이가 진동 국부화 특성에 미치는 영향을 3개의 연성된 진자계에 대해 보여준다. 이는 $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ 로 고정하고 α_3 만 변화시키며 해석을 수행하여 얻은 결과이다. 진자 간 물성치 차이가 거의 없는 Fig. 3(a)의 경우 동적응답 역시 특별한 차이가 없으나 그 차이가 1%에 이르는 Fig. 3(b)의 경우는 각 진자들의 동적 응답 차이가 현격히 발생하는 것이 확인된다. 그러나 물성치 차가 5%가 되면 Fig. 3(c)에서 보는 바와 같이 진동 국부화가 다시 감소하는 것을 확인할 수 있는데, 이로 부터 진동 국부화는 물성치 차이가 특정 범위 내에서 현격히 발생하고 또한 특정 값에서 최대값에 이르는 것을 잘 보여준다.

Fig. 4는 순환형 반복구조물의 결과로서 개방형 구조계의 결과와 (Fig. 3(b) 참조) 비교하기 위해서 제시한 것이다. 이로부터 순환형 구조가 개방형 구조에 비해 동일한 매개변수 조건에서 진동국부화가 약간 더 강하게 나타남을 알 수 있다.

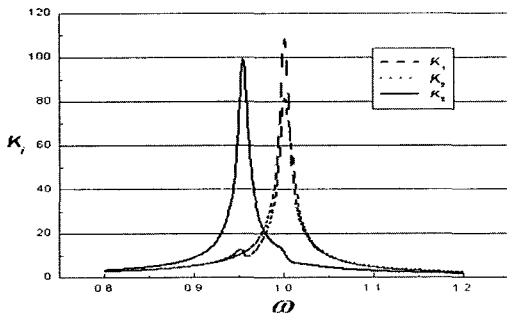
Fig. 5는 $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ 로 고정하고 α_3 만을 변화시켰을 때에 최대 동적응답의 변화를 전체적으로 보여주며, 이 경우 물성치의 차이가 1% 부근에서 동적응답의 차이가 최대로 발생하는 것을 알 수 있다.



(a) $\alpha_3 = 1.001, \beta = 0.005, \gamma = 0.01$



(b) $\alpha_3 = 1.01, \beta = 0.005, \gamma = 0.01$



(c) $\alpha_3 = 1.05, \beta = 0.005, \gamma = 0.01$

Fig. 3 Magnification factor variations(open loop system)

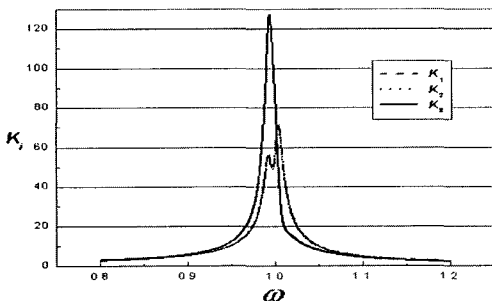


Fig. 4 Magnification factor variations(cyclic loop system) ($\alpha_3 = 1.01, \beta = 0.005, \gamma = 0.01$)

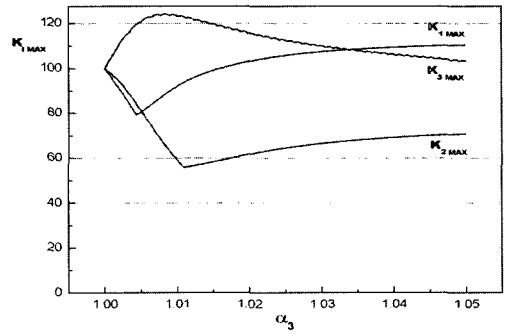
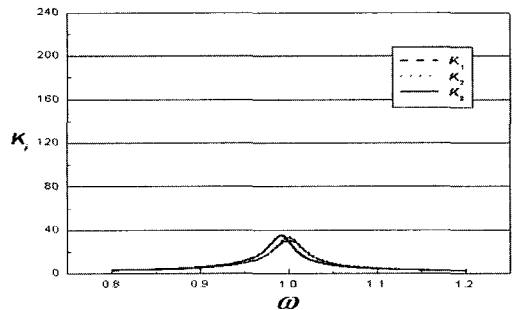
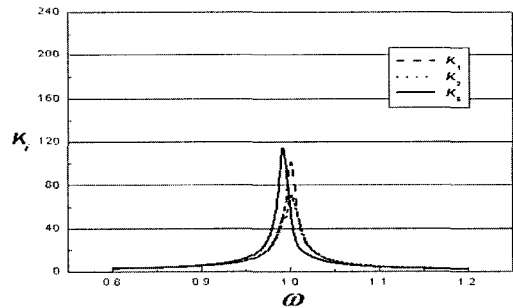


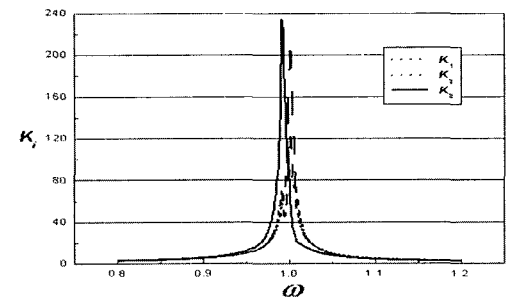
Fig. 5 Comparison of maximum magnification factors



(a) $\alpha_3 = 1.01, \beta = 0.005, \gamma = 0.03$



(b) $\alpha_3 = 1.01, \beta = 0.005, \gamma = 0.01$



(c) $\alpha_3 = 1.01, \beta = 0.005, \gamma = 0.05$

Fig. 6 Magnification factor variation due to damping

Fig. 6은 감쇠 변화에 따른 개방형 반복구조물의 동적 응답특성의 변화를 관찰하기 위해서 제시된 결과이다. Fig. 6(a~c) 결과의 비교를 통해 감쇠는 최대 동적 응답의 크기에 결정적 영향을 미치게 되는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 7은 $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ 으로 고정하고 α_3 값과 β 값이 동시에 변화하는 경우에 대해서 다음의 척도값을 나타낸 것이다.

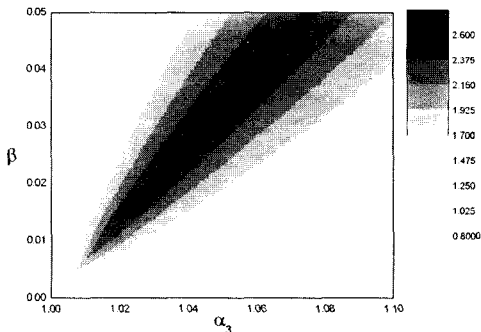
$$K_{max} = \text{Maximum}(K_{i \max}) \quad (11)$$

Fig. 7의 결과는 3 진자계에서 세 번째 진자의 물성변화에 의해서 최대 동적응답이 발생하는 위치가 개방계의 경우 더 작은 물성치에서 발생하며 더 높은 연성 값에서 발생한다는 사실을 보여준다.

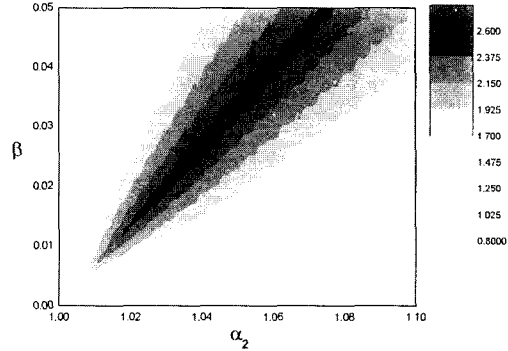
이러한 차이는 무차원 강성 행렬을 비교해 보면 개방계의 연성강성 항이 순환계의 연성강성 항에 비해서 양단 위치에서 2분의 1 값이었던 사실을 고려해

보면 쉽게 유추할 수 있다. Fig. 8에서 보는 것처럼 두 번째 진자의 물성치의 변화는 개방계와 순환계가 서로 거의 동일한 특성들을 보여준다. 이상의 결과는 임의로 하나의 물성치 관련 매개변수만을 변화시키며 그것이 진동국부화에 미치는 영향을 조사한 것이다. 모든 진자의 물성치들이 동시에 변화는 경우 어떤 매개변수 값의 조합에서 진동국부화 현상이 가장 현격하게 발생할까 하는 문제와, 부 구조물들의 개수를 늘려가면서, 동적 응답 국부화 현상이 부구조물의 증가와 어떤 상관관계를 갖는가를 다음에 살펴보려 한다.

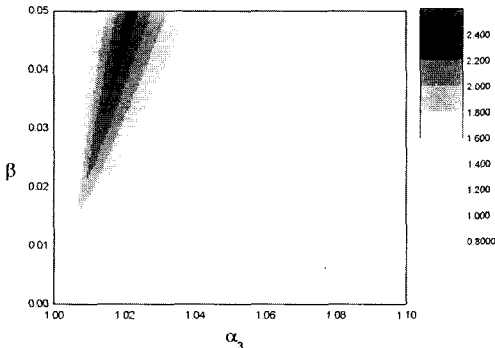
Table 1 과 2는 각각 연성강성의 변화를 고려한 경우와 그렇지 않은 경우의 결과를 나타낸 것이다. 표에는 개방계의 결과와 함께 팔호 안에 나타낸 순환계의 결과를 함께 나타내었다. 두 경우 모두 감쇠 매개변수 $\gamma = 0.01$ 을 사용하였는데 이는 물성치 변화가 없는 tuned system의 동적 응답을 100이 되게 한다. 그러므로 Table에 나온 값들이 어느 정도의 국부



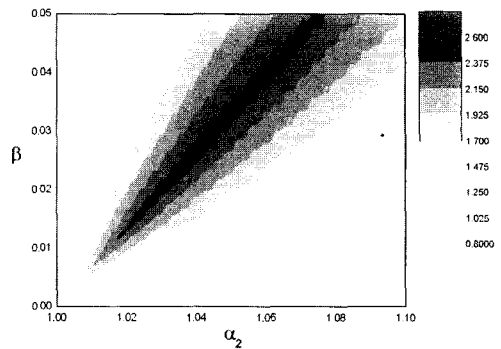
(a) Results of cyclic loop syst



(a) Results of cyclic loop syste



(b) Results of open loop system



(b) Results of open loop system

Fig. 7 Maximum magnification factor of the open and the cyclic loop systems versus α_3 and β

Fig. 8 Maximum magnification factor of the open and the cyclic loop systems versus α_2 and β

Table 1 Maximum magnification factors versus the corresponding α values and the number of pendulums(fixed $\beta=0.005$, $\gamma=0.01$)

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
	$K_{1, \max}$	$K_{2, \max}$	$K_{3, \max}$	$K_{4, \max}$	$K_{5, \max}$
N=2	1.000 (1.000)	1.012 (1.012)			
	61.62 (61.62)	118.3 (118.3)			
N=3	1.000 (1.000)	1.009 (1.009)	1.000 (1.000)		
	68.99 (68.99)	128.6 (128.6)	68.99 (68.99)		
N=4	1.000 (1.000)	1.004 (1.001)	1.011 (1.009)	1.002 (1.000)	
	82.62 (92.91)	77.96 (70.93)	131.3 (132.5)	71.41 (65.68)	
N=5	1.000 (1.000)	1.004 (1.004)	1.011 (1.011)	1.004 (1.004)	1.000 (1.000)
	85.15 (85.15)	78.40 (78.40)	134.1 (134.1)	78.40 (78.40)	85.15 (85.15)

Table 2 Maximum magnification factors versus the corresponding α values and the number of pendulums

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
	$K_{1, \max}$	$K_{2, \max}$	$K_{3, \max}$	$K_{4, \max}$	$K_{5, \max}$
N=2	1.000 (1.000)	1.024 (1.024)			
	52.04 (52.04)	119.5 (119.5)			
N=3	1.000 (1.000)	1.026 (1.026)	1.000 (1.000)		
	53.69 (53.69)	134.3 (134.3)	53.69 (53.69)		
N=4	1.000 (1.020)	1.009 (1.000)	1.036 (1.043)	1.001 (1.000)	
	60.28 (75.37)	62.04 (54.89)	142.5 (146.0)	60.54 (54.89)	
N=5	1.019 (1.019)	1.000 (1.000)	1.045 (1.045)	1.000 (1.000)	1.019 (1.019)
	70.49 (70.49)	59.07 (59.07)	155.3 (155.3)	59.07 (59.07)	70.49 (70.49)

화 현상에 해당하는 지를 파악할 수 있다. 이 결과로부터 파악할 수 있는 사실은 부 구조물의 수가 늘어

Table 3 Coupling stiffness β which causes maximum magnification factors versus the number of pendulums

β	N=2	N=3	N=4	N=5
Open loop	0.012	0.018	0.027	0.032
Cyclic loop	0.012	0.018	0.029	0.032

나면 최대 응답의 크기도 커진다는 점이다. 그러나 그 증가율은 감소하는 것을 관찰할 수 있다. 또한 β 를 고정시킨 경우보다 β 가 변화하는 경우 더 큰 동적응답을 얻을 수 있음을 확인할 수 있었다. 이와 더불어 최대 동적 응답을 발생시키는 물성치들을 관찰한 결과 홀수개의 부 구조물을 갖는 시스템의 경우 중앙에 위치한 부 구조물에서 최대 동적 응답이 나타나는 것을 확인할 수 있었다. Table 3에는 부 구조물의 개수 증가에 따른 최대 동적 응답을 발생시키는 연성강성 변화를 보여주는데 개방형 반복구조물의 결과가 순환형 반복구조물 결과와 거의 동일함을 확인할 수 있었으며 부 구조물의 개수가 증가하면 개방계나 순환계 모두 더 큰 연성강성의 값에서 최대 동적 응답이 발생함을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 개방형 반복구조물의 진동국부화 현상을 규명하기 위해 간단한 진자계를 대상으로 운동방정식을 유도하고 주요 매개변수들을 추출한 후 이들의 진동 국부화에의 영향을 수치 해석을 통해서 조사하였다. 그 결과 개방형 반복구조물의 일반적 진동국부화 특성은 이미 연구가 이루어진 순환형 반복구조물의 경우와 유사한 것을 확인할 수 있었다. 다만, 개방형 반복 구조물의 최대 진동 국부화 크기는 순환형보다 약간 작은 것으로 나타났으며 최대 진동국부화는 대형 구조를 이룰 수 있는 진자계 중앙 부 구조물에서 발생하는 것을 확인할 수 있었다. 본 연구에서는 모든 진자들에 작용하는 외력의 주파수 분포와 위상차가 동일한 것을 가정했으나 앞으로 이들이 국부화에 미치는 영향도 연구가 이루어져야 할 것으로 판단된다. 아울러서 본 논문에서 조사된 국부화의 조건들은 민감한 동적 응답을 억제하거나 혹은 촉진시켜야 하는 MEMS구조물과 같은 개방형 반복구조물의 설계시 유용하게 사용될 수 있으리라 사료된다.

후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 한양대학교 최적설계 신기술센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- (1) Ewins, E. J., 1970. "A Study of Resonance Coincidence in Bladed Disks," *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 12, pp. 305~312.
- (2) Whitehead, D. S. 1966. "Effect of Mistuning on the Vibration of Turbomachine Blades Induced by Wakes," *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 81, pp. 15~21.
- (3) Pierre C. and Dowell, E. H., 1987. "Localization of Vibrations by Structural Irregularity," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 114, pp. 549~564.
- (4) Ewins, D. J., 1973. "Vibration Characteristics of Bladed Disk Assemblies," *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 15, pp. 165~186.
- (5) El-Bayuomy, L. E. and Srinivasan, A. V., 1975. "Influence of Mistuning on Rotor Blade Vibrations," *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, Vol. 13, pp. 460~464.
- (6) Ewins, D. J., 1969. "The Effect of Detuning Upon the Forced Vibrations of Bladed Disks," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 9, pp. 65~79.
- (7) Afolabi, 1985. "The Frequency Response of Mistuned Bladed Disk Assemblies," *Vibration of Blades and Bladed Disk Assemblies*, ASME.
- (8) Griffin, J. H. and Hoosac, T. M., 1984. "Model Development and Statistical Investigation of Turbine Blade Mistuning," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, Vol. 106, pp. 204~210.
- (9) Wei, S. T. and Pierre, C., 1988. "Localization Phenomena in Mistuned Assemblies with Cyclic Symmetry [Part I] Free Vibrations, [Part II] Forced Vibrations," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 110, pp. 429~449.
- (10) Castanier, P. and Pierre, C., 1997. "Consideration on the Benefits of Intentional Blade Mistuning for the Forced Response of Turbomachinery Rotors," *Analysis and Design Issues for Modern Aerospace Vehicles*, Vol. 55, pp. 419~425.
- (11) Happawana, G. S., Nwokah, O. D. I., Bajaj, A. K. and Azene, M., 1998. "Free and Forced Response of Mistuned Linear Cyclic Systems: a Singular Perturbation Approach," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 211, pp. 761~789.
- (12) Castanier, P. and Pierre, C., 1997. "A Reduced Order Modeling Technique for Mistuned Bladed Disks," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 119, pp. 439~447.
- (13) R. Bladh, P. Castanier, and C. Pierre, 1998. "Reduced Order Modeling and Vibration Analysis of Mistuned Bladed Disk Assemblies with Shrouds," in *Proceedings of the 43rd ASME Gas Turbine and Aeroengine Technical Congress*, Stockholm, Sweden.
- (14) 김재영, 유홍희, 2001. "조화외력을 받은 간단한 주기적 구조물의 동적응답 국부화," *한국소음진동학회논문집*, 제 11 권, 제 6 호, pp. 175~180.