

선형과 이론에 의한 파랑변형 예측시 소멸과 성분의 중요성 검토 2. 수치 실험 Investigation of Importance of Evanescent Modes in Predicting the Transformation of Water Waves by the Linear Wave Theory: 2. Numerical Experiments

이창훈* · 조대희** · 조용식**

Changhoon Lee*, Dae-Hee Cho** and Yong-Sik Cho**

요 旨 : 본 연구에서 선형과 이론을 사용하여 파랑변형을 예측할 경우 소멸과 성분의 역학적인 크기를 정량화 하는 작업을 하였다. 두 계단 위로 파랑이 전파하는 경우 고유함수 전개법을 사용하여 반사파와 통과파의 진폭을 진행파와 소멸과 성분 별로 구한 다음 진행파 대비 소멸과 에너지의 중요성이 크게 나타나는 조건을 찾아보았다. 그 결과 앞 계단에서의 상대수심이 $k_1 h_1 = 0.11\pi$ 이고, 수심의 비 h_2/h_1 이 0에 가까울 때 소멸과 에너지가 가장 크게 나타남을 알 수 있었다.

핵심용어 : 선형과 이론, 파랑변형, 소멸과, 고유함수 전개법, 파랑에너지

Abstract □ The magnitude of evanescent modes in terms of dynamics is investigated in case that the transformation of water waves is predicted by the linear wave theory. For the waves propagating over two steps, the eigenfunction expansion method is used to predict the amplitudes of reflected and transmitted waves by the component of evanescent modes as well as propagating modes. Then, the relative importance of evanescent modes to the propagating modes is investigated. The numerical experiments find that the evanescent modes are pronounced at the relative water depth of $k_1 h_1 = 0.11\pi$ and the water depth ratio of h_2/h_1 close to zero.

Keywords : linear wave theory, transformation of water waves, evanescent mode, eigenfunction expansion method, wave energy

1. 서 론

수심의 변화가 있는 해역에서의 파랑 변형을 예측할 때 선형과 이론은 사용하는 경우가 많다. 이 이론은 Laplace 방정식을 지배방정식으로 하고 선형의 운동학적 경계조건과 동역학적 경계조건을 사용하고, 또한 바닥의 운동학적 경계조건을 사용한다. 수심의 변화가 없는 경우에 이 해는 진행과 성분으로서 수평방향으로 정현형(sinusoidal)으로 규칙적으로 변하고 수직의 아래 방향으로 기하급수적으로 감소하는 꼴이다. 그런데, 수심이 변하는 경우 진행과 성분의 해만으로 수심이 변하는 구간에서의 운동학적인 불연속성을 만족하지 못한다. 이때 필요한 해가 여러 개의 소멸과 성분으로서 수평방향으로 기하급수적으로 감

소하고 수직방향으로 정현형으로 규칙적으로 변한다. 소멸과 성분은 Fourier 급수 전개 기법에 의한 해에 해당되며 수심이 변하는 구간에서 불연속적인 해를 근사화 하는 역할을 한다.

지금까지 대부분의 연구에서는 이 소멸과 성분이 수평 방향으로 거리에 따라 기하급수적으로 줄어들기 때문에 진행과 성분만 고려하고 소멸과 성분을 무시하였다. 그러나, 과연 그 크기가 무시할 만큼 작은지 정량화 한 예가 없었다. 이창훈과 조용식(2002)은 소멸과 성분의 크기를 정량화 하는 방법으로 진행과 성분 뿐만 아니라 소멸과 성분의 운동에너지와 위치에너지를 해석적으로 구하였다. 본 연구에서는 수심이 다른 두 계단 사이에 진행파와 소멸과 성분의 위치에너지와 운동에너지를 비교하였다. 각 성

*세종대학교 공과대학 토목환경공학과(Department of Civil and Environmental Engineering, Sejong University, 98 Gunja-Dong, Gwang Jin-Gu, Seoul 143-747, Korea. clec@sejong.ac.kr)

**한양대학교 공과대학 토목공학과(Department of Civil Engineering, Hanyang University)

본의 에너지를 구할 때 고유함수 전개법(EFEM, Eigenfunction expansion method)을 사용하였다. 상대수심과 수심 비를 달리하면서 소멸파 성분의 크기가 크게 나타나는 부분이 있는지 살펴보았다. 제2장에서 이창훈과 조용식이 유도한 에너지 식의 유도과정을 간단히 설명하고, 제3장에서 고유함수 전개법을 설명하고, 제4장에서 두 계단 사이에서의 파랑변형을 수치실험 하고, 제5장에서 결론을 맺었다.

2. 에너지 식

파랑이 $+x$ 축 방향으로 전파할 때 선형파 이론에서 수면변위 η 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\eta = a \cos(kx - \omega t) + \sum_{i=1}^{\infty} a_i e^{-k_i x} \sin \omega t \quad (1)$$

여기서, 우변의 첫 번째 항은 진행파 성분을 의미하고, 두 번째 항은 소멸파 성분을 의미한다. 그리고, a 는 수면변위의 진폭이고, k 는 파수이고, ω 는 각주파수이고, 아래첨자 i 는 소멸파의 i 번째 성분을 의미한다. 이 수면변위에 대응하는 속도포텐셜을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi = & \frac{ag \cosh k(h+z)}{\omega \cosh kh} \sin(kx - \omega t) \\ & + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_i g \cosh k_i(h+z)}{\omega \cosh k_i h} e^{-k_i x} \cos \omega t \end{aligned} \quad (2)$$

위 식에서 진행파의 파수 k 와 소멸파의 파수 k_i 는 각 주파수 ω 와 수심 h 와 함께 각각 다음과 같은 선형의 분산관계에 있다.

$$\omega^2 = gk \tanh kh, \quad \omega_i^2 = -gk_i \tanh k_i h \quad (i = 1, \dots, \infty) \quad (3)$$

Dean and Dalrymple(1991)에서 진행파에 대한 운동에너지와 위치에너지 식이 유도되었다. 본 연구에서는 소멸파의 중요성을 검토하고자 소멸파 성분을 포함하여 유도된 에너지 식을 이용하였다. 전체 에너지 TE 는 운동에너지 KE 와 위치에너지 PE 의 합으로 다음과 같이 표현된다.

$$TE = KE + PE \quad (4)$$

파랑의 단위 폭 당 $x = [0, l]$ 구간의 운동에너지의 합을 시간에 따라 평균한 양 KE 는 식 (5)~식 (10)과 같다.

$$\begin{aligned} KE = & \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^l \int_{-h}^0 \frac{1}{2} \rho \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] dz dx dt \\ = & (KE)_p + (KE)_e \end{aligned} \quad (5)$$

$$(KE)_p = \frac{1}{4} \rho g a^2 l \quad (6)$$

$$(KE)_e = (KE)_{pe} + (KE)_{e_i e_i} + (KE)_{e_i e_j} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} (KE)_{pe} = & -\frac{1}{2} \rho g a \frac{1}{\sinh kh} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{k_i a_i}{(k^2 + k_i^2) \cosh k_i h} \\ & \{ [k \sinh kh \cosh k_i h + k_i \cosh kh \sinh k_i h] \\ & [k_i (1 - e^{-k_i l} \cos kl) + k e^{-k_i l} \sin kl] \\ & + [k \cosh kh \sinh k_i h - k_i \sinh kh \cosh k_i h] \\ & [k (1 - e^{-k_i l} \cos kl) - k_i e^{-k_i l} \sin kl] \} \end{aligned} \quad (8)$$

$$(KE)_{e_i e_i} = -\frac{1}{4} \rho g h \sum_{i=1}^{\infty} a_i^2 \frac{1 - e^{-2k_i l}}{\sin 2k_i h} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} (KE)_{e_i e_j} = & \frac{1}{4} \rho g^2 \sum_{i \neq j}^{\infty} \sum_{j \neq i}^{\infty} \frac{a_i a_j k_i k_j}{\omega^2 (k_i + k_j)(k_i - k_j) \cosh k_i h \cosh k_j h} \\ & [1 - e^{-(k_i + k_j)l}] \end{aligned} \quad (10)$$

여기서, $(KE)_p$ 와 $(KE)_e$ 는 각각 진행파 성분과 소멸파 성분을 나타낸다. 또한 $(KE)_e$ 는 진행파와 소멸파의 합성 성분인 $(KE)_{pe}$, 서로 같은 소멸파의 합성 성분인 $(KE)_{e_i e_i}$, 서로 다른 소멸파의 합성 성분인 $(KE)_{e_i e_j}$ 로 구성되어 있다. 마찬가지로 위치에너지 PE 는 식 (11)~식 (16)과 같다.

$$\begin{aligned} PE = & \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^l \frac{1}{2} \rho g (h + \eta)^2 dx dt - \frac{1}{2} \rho g h^2 l \\ = & (PE)_p + (PE)_e \end{aligned} \quad (11)$$

$$(PE)_p = \frac{1}{4} \rho g a^2 l \quad (12)$$

$$(PE)_e = (PE)_{pe} + (PE)_{e_i e_i} + (PE)_{e_i e_j} \quad (13)$$

$$(PE)_{pe} = \frac{1}{2} \rho g a \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_i}{k^2 + k_i^2} [k (1 - e^{-k_i l} \cos kl) - k_i e^{-k_i l} \sin kl] \quad (14)$$

$$(PE)_{e_i e_i} = \frac{1}{8} \rho g \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_i^2}{k_i} (1 - e^{-2k_i l}) \quad (15)$$

$$(PE)_{e_i e_j} = \frac{1}{4} \rho g \sum_{i \neq j}^{\infty} \sum_{j \neq i}^{\infty} \frac{a_i a_j}{k_i + k_j} [1 - e^{-(k_i + k_j)l}] \quad (16)$$

수평 길이가 $l = nL$ (n 은 양의 정수이고, L 은 진행파의 파장임)이면, 파랑의 단위 폭 당 $x=[0, l]$ 구간의 운동에너지의 합 KE 와 위치에너지의 합 PE 는 식 (17)~식 (18)과 같다.

$$KE = \frac{1}{4} \rho g a^2 l \left\{ 1 - 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_i}{a} \frac{k_i}{l(k^2 + k_i^2)} \frac{\tanh k_i h}{\tanh kh} (1 - e^{-k_i l}) - \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{a_i}{a} \right)^2 \frac{h}{l} \frac{1 - e^{-2k_i l}}{\sin 2k_i h} + \frac{1}{\tanh kh} \sum_{i \neq j} \sum_{j \neq i} \frac{a_i a_j}{a^2} \frac{k_i k_j}{l(k_i^2 - k_j^2)} \frac{\sin[(k_i - k_j)h]}{\cos k_i h \cos k_j h} [1 - e^{-(k_i + k_j)l}] \right\} \quad (17)$$

$$PE = \frac{1}{4} \rho g a^2 l \left\{ 1 + 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_i}{a} \frac{k_i}{l(k^2 + k_i^2)} (1 - e^{-k_i l}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{a_i}{a} \right)^2 \frac{1}{l k_i} (1 - e^{-2k_i l}) + \sum_{i \neq j} \sum_{j \neq i} \frac{a_i a_j}{a^2} \frac{1}{l(k_i + k_j)} [1 - e^{-(k_i + k_j)l}] \right\} \quad (18)$$

수평 길이가 무한히 길면(즉, $l \rightarrow \infty$) 단위 폭 당 $x = [0, l]$ 구간의 운동에너지와 위치에너지의 총합 TE 는 식 (19)~식 (24)와 같다.

$$TE = (TE)_p + (TE)_e \quad (19)$$

$$(TE)_p = \frac{1}{2} \rho g a^2 l \quad (20)$$

$$(TE)_e = (TE)_{pe} + (TE)_{e_i e_i} + (TE)_{e_i e_j} \quad (21)$$

$$(TE)_{pe} = \frac{1}{2} \rho g a^2 \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_i}{a} \frac{1}{k^2 + k_i^2} \left(-k_i \frac{\tanh k_i h}{\tanh kh} + k \right) \right\} \quad (22)$$

$$(TE)_{e_i e_i} = \frac{1}{2} \rho g a^2 \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{a_i}{a} \right)^2 \left(-\frac{h}{2 \sin 2k_i h} + \frac{1}{4k_i} \right) \right\} \quad (23)$$

$$(TE)_{e_i e_j} = \frac{1}{2} \rho g a^2 \left\{ \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \sum_{j \neq i} \frac{a_i a_j}{a^2} \frac{1}{(k_i + k_j)} \left[\frac{k_i k_j}{k(k_i - k_j) \tanh kh \cos k_i h \cos k_j h} + 1 \right] \right\} \quad (24)$$

3. 고유함수 전개법

본 연구에서는 에너지의 크기를 정량화 하기 위하여 계 단형 지형에 고유함수 전개법을 적용하여 에너지의 크기를 계산하였다. 계산의 간편화를 위해 두 계단 사이를 통

과하는 파랑의 경우에 적용하였다.

수심 h_m 에서 오른쪽 방향(+ x)의 진행파와 소멸파를 모두 포함하는 속도포텐셜을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi_m^+ = \frac{a_m^+ g \cosh k_m (h_m + z)}{\omega \cosh k_m h_m} \sin(k_m x - \omega t) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_{m,i}^+ g \cos k_{m,i} (h_m + z)}{\omega \cos k_{m,i} h_m} e^{-k_{m,i} x} \cos \omega t \quad (25)$$

여기서, 아래 첨자 m 은 서로 다른 수심을 갖는 영역을 나타낸다. 왼쪽 방향(- x)의 진행파와 소멸파의 속도포텐셜을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi_m^- = \frac{a_m^- g \cosh k_m (h_m + z)}{\omega \cosh k_m h_m} \sin(-k_m x - \omega t) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_{m,i}^- g \cos k_{m,i} (h_m + z)}{\omega \cos k_{m,i} h_m} e^{k_{m,i} x} \cos \omega t \quad (26)$$

$t=0$ 인 경우에 식 (25), (26)은 각각 식 (27), (28)과 같이 된다.

$$\Phi_m^+ = A_m^+ e^{+ik_m x} \cosh k_m (h_m + z) + \sum_{i=1}^{\infty} B_{m,i}^+ e^{-k_{m,i} x} \cos k_{m,i} (h_m + z) \quad (27)$$

$$\Phi_m^- = A_m^- e^{-ik_m x} \cosh k_m (h_m + z) + \sum_{i=1}^{\infty} B_{m,i}^- e^{+k_{m,i} x} \cos k_{m,i} (h_m + z) \quad (28)$$

여기서,

$$A_m^\pm = -\frac{I a_m^\pm g}{2\omega \cosh k_m h_m}, \quad B_{m,i}^\pm = \frac{a_{m,i}^\pm g}{\omega \cos k_{m,i} h_m} \quad (29)$$

그리고, I 는 허수단위($=\sqrt{-1}$)를 의미하며 *는 공액복소수를 의미한다. 진폭 A_m^+ , A_m^- , $B_{m,i}^+$, $B_{m,i}^-$ 는 모두 복소수이다.

식 (27), (28)의 해를 구하기 위하여 두 가지 접합조건이 필요하다. 첫째 조건은 질량이 연속이라는 조건으로 두 계단 사이의 지점 $x = x_m$ 에서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\int_{-h_{m'}}^0 \frac{\partial \Phi_m}{\partial x} f_{m',i} dz = \int_{-h_{m'}}^0 \frac{\partial \Phi_{m+1}}{\partial x} f_{m',i} dz, \quad x = x_m \quad (30)$$

여기서, $h_{m'} = \min(h_m, h_{m+1})$ 이고,

$$f_{m',i} = \begin{cases} \cosh k_{m'} (h_{m'} + z), & i=0 \\ \cos k_{m',i} (h_{m'} + z), & i>0 \end{cases} \quad (31)$$

두 번째 접합 조건은 압력이 연속임을 나타내며 다음과 같다.

$$\int_{-h_m}^0 \Phi_m f_{m',i} dz = \int_{-h_{m'}}^0 \Phi_{m+1} f_{m',i} dz, \quad x = x_m \quad (32)$$

소멸파 성분을 i 개까지 포함하고, 식 (27), (28)을 식 (30), (32)에 대입하면 미지수가 $2(m-1) \times (i+1)$ 개 되는 선형행렬식이 유도된다. 이 선형행렬식을 풀면 미지수인 진폭의 값을 알 수 있다(Kirby and Dalrymple, 1983; 조용식과 이창훈, 1998).

고유함수 전개법에 의해 구해진 진폭을 앞 절에서 유도된 에너지 식에 대입하면 본 연구에서 원하는 에너지의 크기를 구할 수가 있다. 이 과정에서 입사파에 대한 상대적인 크기를 구하기 위해 각각의 진폭의 값을 입사파의 진폭으로 나눈 값을 대입하였다. 즉, 에너지 식에서 a 와 a_i 값은 다음과 같이 된다.

$$a \rightarrow \frac{a_m^\pm}{a_1}, \quad a_i \rightarrow \frac{a_{m,i}^\pm}{a_1} \quad (33)$$

4. 수치 실험

수심이 변하는 가장 단순한 경우로서 수심이 다른 두 계단위로 파랑이 전파한 경우에 소멸파 성분의 에너지가 얼마나 크게 나타나는 지 알아보았다. 첫째, 고유함수 전개법에 의한 수치 해의 정확성을 검증하기 위해 천해파의 경우에 해석적인 해와 비교하였다. 둘째, 상대수심과 수심의 비를 달리하면서 어느 경우에 소멸파 성분이 크게 나타나는지 찾아보았다. 셋째, 상대수심과 수심의 비가 주어졌을 때 수평 거리에 따른 소멸파 성분의 에너지가 어떻게 달라지는지 살펴보았다.

4.1 두 계단 사이를 통과하는 천해파

고유함수 전개법의 정확성을 검증하기 위해 두 계단 사이를 통과하는 천해파의 반사율과 통과율의 수치 해와 해석적인 해와 비교하였다. 반사율 k_r 과 통과율 k_t 의 해석

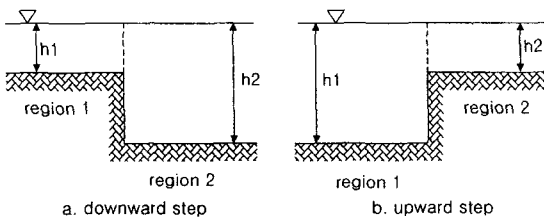


Fig. 1. Schematic sketch of two steps.

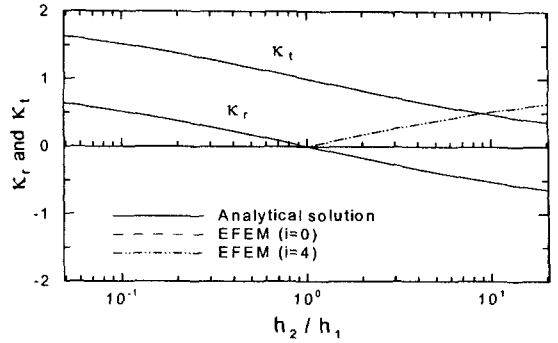


Fig. 2. Variation of reflection coefficient (k_r) and transmission coefficient (k_t) of shallow water waves ($k_1 h_1 = 0.001\pi$) with h_2/h_1 .

적인 해는 다음과 같다(Dean and Dalrymple, 1991).

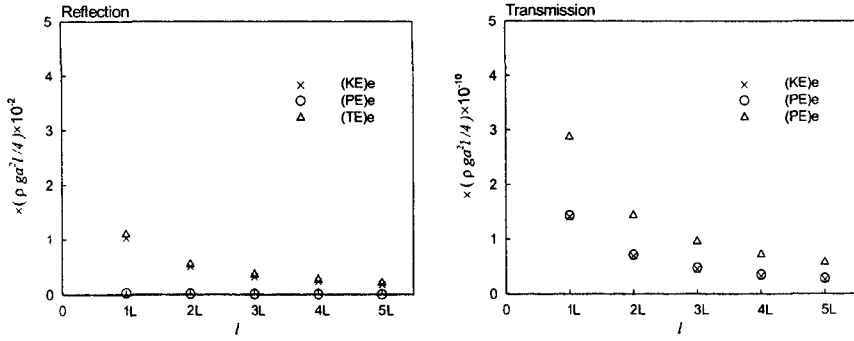
$$k_r = \frac{1 - \sqrt{h_2/h_1}}{1 + \sqrt{h_2/h_1}}, \quad k_t = \frac{2}{1 + \sqrt{h_2/h_1}} \quad (34)$$

Fig. 2에 $k_1 h_1 = 0.001\pi$ 인 천해파의 조건에서 소멸파가 없는 경우(즉, $i = 0$)와 소멸파를 4개까지 고려한 경우(즉, $i = 4$)에 고유함수 전개법에 의한 수치 해와 해석적인 해를 비교하였다. 소멸파를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우가 거의 같게 나왔다. 이는 소멸파의 효과가 거의 없다는 것을 의미한다. 즉, 수심이 변하는 불연속 구간에서 진행파 성분만으로도 충분히 운동학적 불일치를 극복할 수 있다는 것을 의미한다. 그림에서 $h_2/h_1 > 1$ 일 때, Dean and Dalrymple의 반사율은 음의 값을 갖는다. 이것은 파가 반사되면서 위상이 180° 로 바뀌기 때문이다. 고유함수 전개법에 의한 해에서는 복소수의 절대값으로 구해지는 진폭만 알고 위상은 알 수 없다. 반사율 및 통과율의 절대값을 비교해 보면 고유함수 전개법에 의한 수치 해와 해석적인 해가 일치함을 알 수 있다.

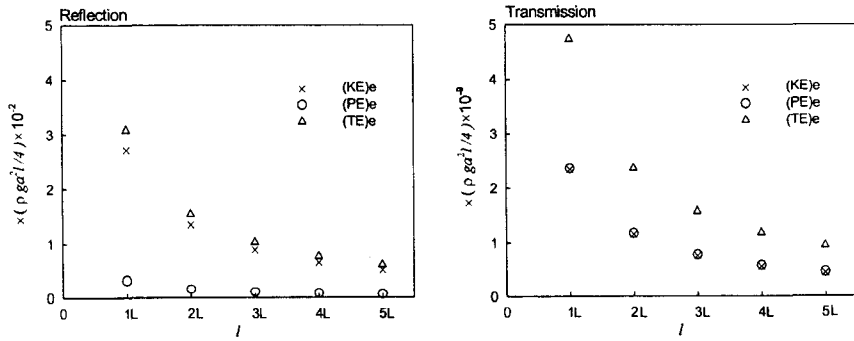
4.2 두 계단 사이를 통과하는 파랑의 경우 수평 거리의 변화에 따른 에너지의 변화

수심이 변하는 지점에서 떨어진 수평 거리 l 이 진행파 파장 L 의 정수 배인 경우 반사파와 통과파의 에너지를 살펴보았다. 수심의 비가 $h_2/h_1 = 2, 0.5$ 와 상대수심이 $k_1 h_1 = 0.1\pi, 0.2\pi, \pi$ 인 총 6가지 경우에 수치실험을 수행하였다. 그리고, 소멸파 성분을 4개까지 포함하였다.

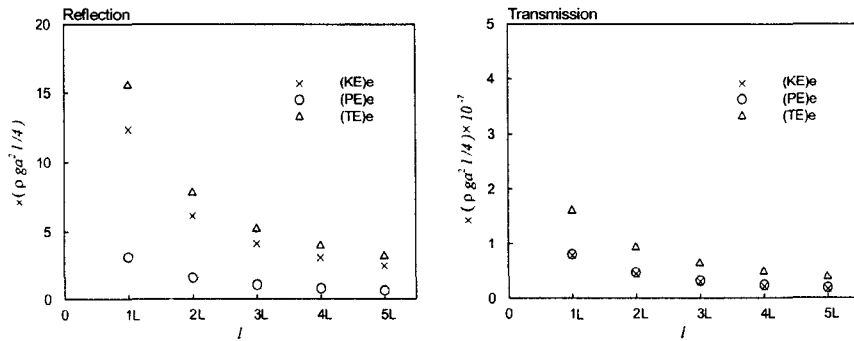
Fig. 3은 식 (17), (18)을 각각 진행파 성분인 $\rho g a^2 l / 4$ 로 나눈 값에서 소멸파 성분만을 나타낸 것으로 진행파 성분에 대한 소멸파 성분의 상대적인 운동에너지, 위치에



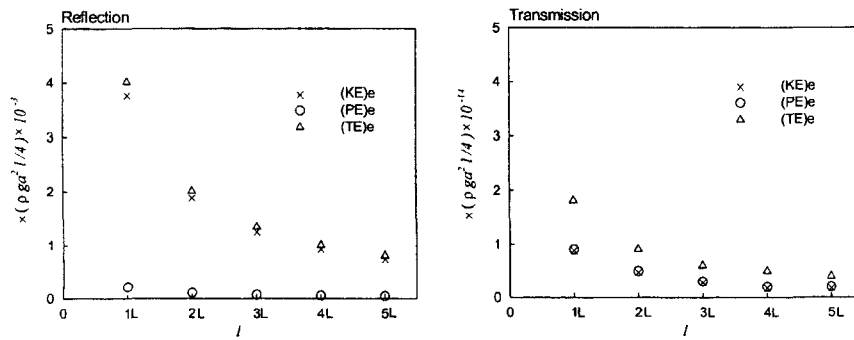
(a) downward step ($k_1 h_1 = 0.1\pi$, $h_2/h_1 = 2$)



(b) downward step ($k_1 h_1 = 0.2\pi$, $h_2/h_1 = 2$)



(c) downward step ($k_1 h_1 = \pi$, $h_2/h_1 = 2$)



(d) upward step ($k_1 h_1 = 0.1\pi$, $h_2/h_1 = 0.5$)

Fig. 3. Variation of wave energies of evanescent modes with horizontal distance l ($i = 4$).

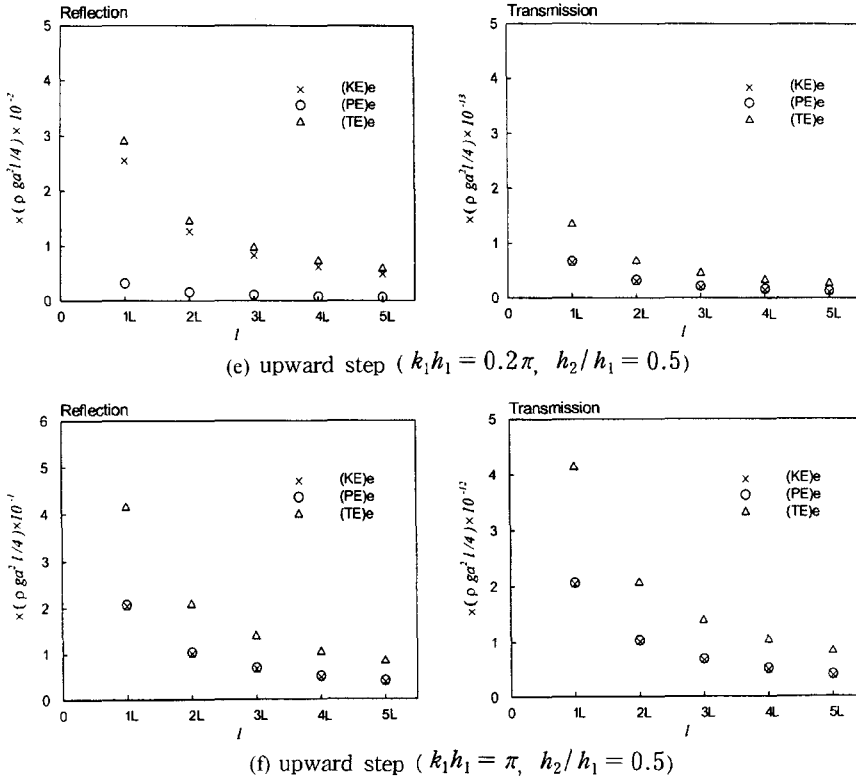


Fig. 3. Continued.

너지, 전체에너지의 크기를 보여준다. 수평 거리가 증가할수록 소멸파의 에너지는 기하급수적으로 감소하는 것을 볼 수 있다. 진행파 성분의 영향을 받는 에너지는 수평 거리에 비례하여 증가하지만 소멸파 성분의 영향을 받는 에너지는 수평 거리에 비례해서 증가하지 않고 증가되는 정도가 기하급수적으로 감소한다.

수심이 깊어지는 $h_2/h_1=2$ 인 경우 진행파 성분에 대비되는 소멸파 성분의 상대적인 크기는 통과파보다 반사파에서 더 컸다. 또한, 이 경우 반사파에서 운동에너지가 위치에너지보다 월등하게 큰 부분을 차지하였다. 반면, 통과파에서는 총 에너지 가운데 위치에너지가 약간 더 큰 부분을 차지하였다. 반사파와 통과파 공히 진행파에 대비되는 소멸파의 상대적인 크기는 수심이 깊을수록 더 크게 나타났다.

수심이 얇아지는 $h_2/h_1=0.5$ 인 경우 진행파 성분에 대비되는 소멸파 성분의 상대적인 크기는 통과파보다 반사파에서 더 컸다. 또한, 이 경우 반사파에서 운동에너지가 위치에너지보다 월등하게 크게 나타난 것은 $k_1 h_1=0.1\pi$, 0.2π 일 때였고, $k_1 h_1=\pi$ 일 때는 위치에너지가 약간 더 크

게 나타났다. 반면, 통과파에서는 총 에너지 가운데 위치에너지가 약간 더 큰 부분을 차지하였다. 반사파와 통과파 공히 진행파에 대비되는 소멸파의 상대적인 크기는 수심이 깊을수록 더 크게 나타났다.

4.3 두 계단 사이를 통과하는 파랑의 경우 반사파 에너지

4.2절에서 두 계단 사이를 통과하는 파랑의 경우 진행파 성분에 대비되는 소멸파 성분의 상대적인 크기가 통과파보다 반사파에서 더 크다는 사실을 알았으므로 본 절에서는 반사파의 경우에 더 심층적으로 분석을 하였다. 즉, 반사파의 소멸파 성분의 에너지를 분석하여 그 크기가 매우 커지는 조건을 찾아보았다. 이를 위해 $k_1 h_1/\pi$ 와 h_2/h_1 를 동시에 변화시키면서 식 (19)-식 (24)에 의한 소멸파 성분을 포함한 에너지의 크기가 가장 커지는 영역을 찾아보았다. 이때 소멸파 성분을 4개까지 포함하여 해석하였다.

Fig. 4는 $k_1 h_1/\pi$ 와 h_2/h_1 의 변화에 따른 소멸파 성분을 포함한 에너지 크기의 변화를 나타낸 것으로 $k_1 h_1=0.11\pi$ 인 영역에서 h_2/h_1 가 0에 가까워질수록 에너지의 크기가 다른 영역에 비해 커지고 있음을 볼 수 있다. 이 영역

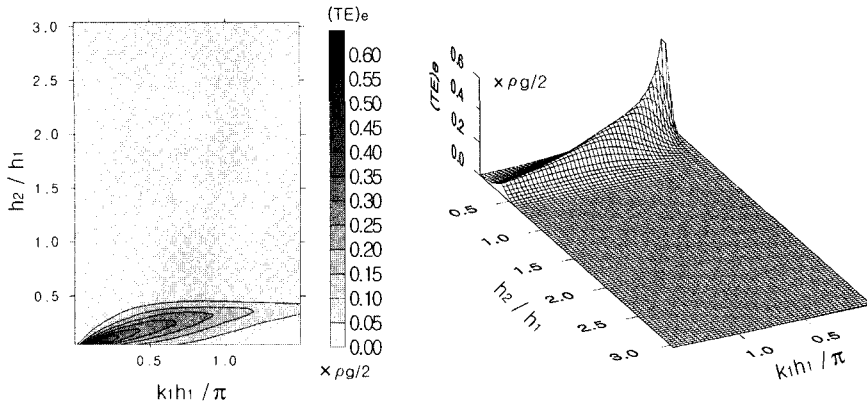


Fig. 4. Variation of total reflected wave energy of evanescent modes with $k_1 h_1 / \pi$ and h_2 / h_1 ($i = 4$).

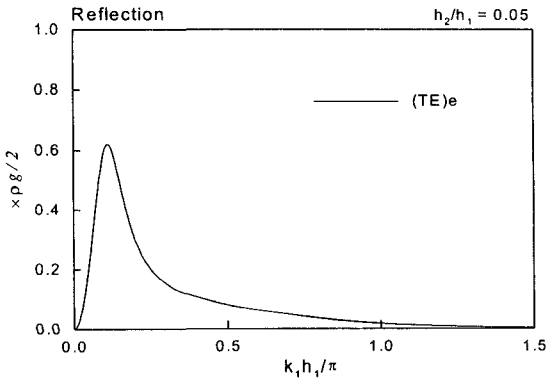


Fig. 5. Variation of total reflected wave energy of evanescent modes with $k_1 h_1 / \pi$ ($h_2 / h_1 = 0.05$, $i = 4$).

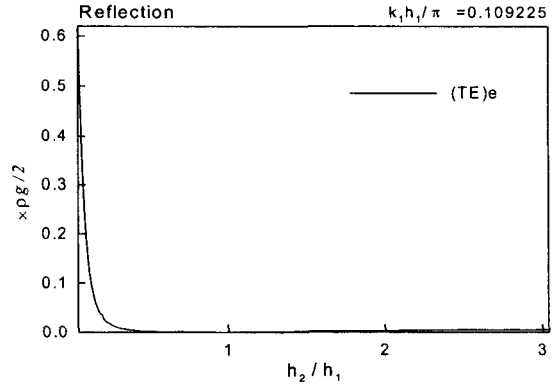


Fig. 6. Variation of total reflected wave energy of evanescent modes with h_2 / h_1 ($k_1 h_1 = 0.109225 \pi$, $i = 4$).

을 $k_1 h_1 / \pi$ 에 대한 에너지의 변화와 h_2 / h_1 에 대한 에너지의 변화로 나누어서 살펴보면 Fig. 5~Fig. 7과 같다.

Fig. 5는 수심 비가 $h_2 / h_1 = 0.05$ 인 경우에 $k_1 h_1 / \pi$ 의 변화에 따른 소멸파 성분을 포함한 에너지의 크기를 나타낸 것이다. 심해 영역에서는 소멸파 성분의 에너지가 무시할 수 있을 정도로 작지만 $k_1 h_1 = 0.11 \pi$ 의 중간수심 영역에서는 그 크기가 가장 크다는 것을 알 수 있다. 그리고 이 보다 더 얕은 천해에서는 소멸파 성분의 에너지가 다시 작게 나타났다.

Fig. 6은 앞 계단의 상대수심이 $k_1 h_1 = 0.11 \pi$ 일 때, h_2 / h_1 의 변화에 따른 소멸파 성분을 포함한 에너지의 변화를 나타낸 것이다. 수심이 커지는 지형에서는 소멸파 성분의 에너지가 작으나 수심이 작아질수록 즉, h_2 / h_1 이 0에 가까워질수록 그 크기가 크게 나타났다.

Fig. 7은 앞의 식 (20)~식 (24)에서와 같이 각 성분별 크기를 h_2 / h_1 에 대해 나타낸 것이다. 소멸파 성분이 포함된

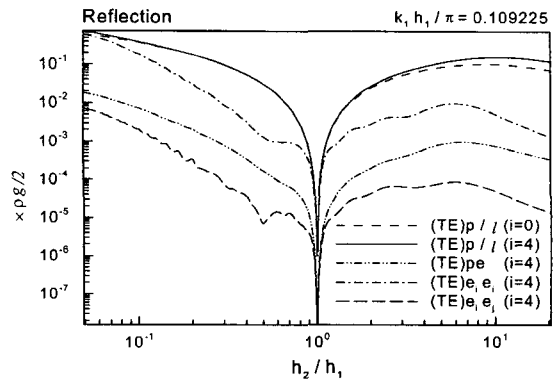


Fig. 7. Variation of components of total reflected wave energy with h_2 / h_1 ($k_1 h_1 = 0.109225 \pi$, $i = 4$).

$(TE)_{pe}$, $(TE)_{e,ei}$, $(TE)_{e,ei}$ 의 크기는 진행파 성분인 $(TE)_p/l$ 의 크기에 비해 작지만 h_2 / h_1 이 0에 가까워질수록 서로 같은 소멸파 성분을 포함한 에너지의 크기, 즉 $(TE)_{e,ei}$ 의 크

기가 진행파 성분의 크기와 비슷한 크기까지 커지는 것을 볼 수 있다. 또한, h_2/h_1 가 아주 크거나 아주 작을 때 $(TE)_p$ 의 크기가 $i=0$ 인 경우와 $i=4$ 인 경우에 서로 차이가 나는 것을 볼 수 있다. 즉, 이때 반사파의 에너지에 소멸파의 영향이 크다는 것을 의미한다.

5. 결 론

선형과 이론을 사용하여 파랑변형을 예측할 때 파랑 성분에는 운동학적(kinematic)으로나 동역학적(dynamic)으로 진행파 뿐만 아니라 소멸파 성분이 있다. 통상적으로 파랑 성분에서 소멸파 성분을 무시하여 해석을 하는데 실제로 무시할 수 있을 정도로 작은가를 역학적으로 규명하는 작업이 선행되어야 할 것이다. 본 연구에서 소멸파 성분의 역학적인 크기를 정량화 하는 작업을 하였다. 다시 말해서, 기존의 연구(Dean and Dalrymple, 1991)에서 진행파 성분만의 운동에너지와 위치에너지를 유도하였는데 본 연구에서는 소멸파의 영향을 받는 성분까지 포함하여 유도된 에너지 식을 이용하여 두 계단 위로 전파하는 파랑의 소멸파 성분의 에너지 크기를 비교하였다. 수심이 변하는 지점에서부터 떨어진 수평 거리 당 소멸파의 에너지 성분은 수평 거리가 커짐에 따라 기하급수적으로 감소하였다. 진행파에 대비되는 소멸파의 상대적인 크기는 작았다. 그리고, 상대적인 크기는 통과파보다 반사파의 경우에 더 크게 나타났다. $k_1 h_1 = 0.11\pi$ 인 중간수심 영역에서 수심 비 h_2/h_1 이 0에 가까울 때 반사파 소멸파의 에너지가 가장 크게 나타났다. 즉, 이 영역에서는 파랑변형을 예측 시 소멸파의 영향이 무시할 수 없을 정도

로 중요하다는 것을 의미한다. 향후 소멸파의 중요성이 수치적으로 확인된 조건에서 수리모형실험을 통한 검증의 작업을 할 필요가 있겠다.

감사의 글

본 논문의 첫 번째 저자는 한국과학재단 특정기초연구 과제(과제번호: R01-2000-00365)의 지원을 받아 연구를 수행하였고, 두 번째, 세 번째 저자는 과학기술부 국가지정연구실사업(한양대학교 해안공학연구실)의 지원을 받아 수행하였기에 이에 감사 드린다.

참고문헌

- 이창훈, 조용식, 2002. 선형과 이론을 사용하여 파랑변형 예측시 소멸파 성분의 중요성 검토: 1. 에너지 식 유도, 한국해양 해양공학회지, **14**(4): 282-285.
- 조용식, 이창훈, 1998. 수심이 변하는 지형을 통과하는 파랑의 반사율과 통과율 산정, 대한토목학회논문집, **18**(2-4): 351-358.
- Dean, R.G. and Dalrymple, R.A., 1991. *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*, World Scientific.
- Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A., 1983. Propagation of obliquely incident water waves over a trench, *Journal of Fluid Mechanics*, 133, pp. 47-63.

Received December 23, 2002

Accepted February 7, 2003