

수치 시뮬레이션을 통한 평판내 파이프라인 주위의 점성유동 연구

곽 승 현*

* 한라대학교 시스템응용공학부 교수

A Study on Viscous Flow around a Pipeline between Parallel Walls by the Numerical Simulation

Seung-Hyun Kwag*

* School of Applied System Engineering, Halla University

요 약 : 평행한 벽 사이에 원형배관(circular pipeline)을 놓고 그 주위의 유동특성에 대한 수치연구를 수행하였다. 비압축성 유체를 가지고, Navier-Stokes 방정식을 풀었고 3차 풍상(upwind) 차분의 수치해법을 이용하였다. 한쪽 벽과의 거리가 매우 작아질때, 볼텍스 떨어짐이 상당히 억압되는데 이것은 벽 경계와의 상호 박리 작용 때문으로 간주된다. 본 연구는 레이놀드 수의 변화와 물체가 벽에 접근함에 따른 볼텍스 떨어짐의 특성을 규명하는데 있다. 원형배관 후류와 평행벽내 유기된 박리의 상호작용을 집중적으로 다루며 서로 다른 조건에서 박리와 와역학(vorticity dynamics)의 특성을 해석하였다.

핵심용어 : 점성유동, 원형파이프라인, Navier-Stokes, 3차풍상차분, 수치시뮬레이션, 유한차분법

Abstract : Numerical study was made on the flow characteristics around a circular pipeline between parallel walls. The incompressible Navier-Stokes equations were solved by using a third-order upwind difference scheme. When the distance near a wall is small enough, the vortex shedding is almost completely suppressed because of the interaction with the wall boundary layer separation. This study aims to clarify the characteristics of the vortex shedding regime as the body approaches a wall as Reynolds number varies. The feature of separated vorticity dynamics is analyzed at different conditions with particular attention to the interaction between the pipeline wake and the induced separation on the plane walls.

Key words : Viscous Flow, Circular Pipeline, Navier-Stokes, Third Derivative Upwind Difference, Numerical Simulation, Finite Difference Method

1. 서 론

해양구조물 유동에 사용하는 원형 파이프라인을 평행채널 속에 배치하고 유체흐름 속에서의 상호작용(interaction)이 오랫동안 연구되어 왔다. 최근에 (Tatsuno, 1990 ; Justensen, 1991 ; Chen, 1995 ; Sumer, 1991 ; Zavatto, 2001) 등이 원형 파이프라인 주위의 wake structure를 연구하고 있다. 파이프라인과 벽과의 떨어진 거리에 따라 shedding regime이 영향을 받고 있기 때문이다. 벽과의 거리가 아주 작으면 벽의 경계 박리 때문에 영향을 받아 vortex shedding이 상당히 억제(suppressed) 되는 경향을 나타내고 있다. 이와 관련된 연구는 (Tatsuno, 1990 ; Justensen, 1991 ; Chen, 1995 ; Sumer 1991 ; Zovatto, 2001)이 규명한 바 있다. 본 연구에서는 Navier-Stokes 방정식을 유한차분법으로 풀었으며 Marker & Cell의 수치기법을 적용하여 연속방정식을 만족시켰다. 연구의 관심은 박리된 vorticity dynamics의 특성이며 파이프 wake와 벽면과의 induced separation의 상호작용(interaction)에 있다.

평면경계의 존재는 경계가 없는 경우와 비교하여 새로운 개념의 dynamics를 갖게 되는데 벽면의 불투과성(impermeability)은 파이프 wake에 비회전(irrotational)의 강제(constraint)를 부여하며, 이웃하는 벽에 의한 영향은 벽으로부터 떨어진 유한평균력(finite mean force)을 만들 수 있다. 이런 고체(rigid) 벽 주위의 유동은 파이프 앞쪽에서 uniform이 아닌 흐름을 주게 되는데 이런 전단력(shear force)은 물체 주위의 비대칭(non symmetric) 유동장을 보여 주게 된다. 유입되는 vorticity가 실린더로부터 박리된 vortex와 결합하게 된다. 벽면의 no-slip 조건은 wake-induced 경계층을 만들게 되는데, 이런 영향은 실린더가 벽으로부터 거리를 유지하게 되면 상대적으로 약하게 된다. 그러나 벽면으로부터 경계층의 박리를 만들 수 있을 만큼 상호(interactive) 영향이 강해지면 wake의 전반적인 형상을 변형시키게 된다. 결국 파이프라인과 벽면으로부터 복잡한 wake structure가 발생할 수도 있는데 이것은 vorticity의 결합(combination)에 의한다. 유체력은 wake의 변형(modification)에 따라 벽에 의해 영향을 받게 되는데, 물체

* 대표저자 : 곽승현(정회원), shkwag@hit.halla.ac.kr, 033)760-1233

가 벽 주위의 경계층 내부로 들어가게 되면 항력(drag force) 계수의 감소를 가져오게 된다. 양력(lift force) 계수는 물체가 벽으로부터 거리를 갖게 되면 영(zero)으로 접근하게 된다. 한 쪽 벽면 경계가 존재할 때, 원형 파이프라인 주위의 유동에 대한 일부 실험 결과(Bearman, 1978 ; Grass, 1984 ; Taniguchi 1990 ; Lei Cheng, 1999)가 난류영역인 약간 높은 레이놀드 수에서 수행된 바 있다. 이 결과에 의하면 벽의 존재로 인한 영향은 파이프 라인이 벽에 접근함에 따라 물체에 작용하는 유체력이 변화하고 shedding frequency의 변화를 주며 vortex shedding을 억제하는 mechanism을 보여 주고 있다. Channel 유동의 선형이론에 의하면 2차원 교란(disturbance)은 3차원에서 보다 낮은 레이놀드 수에서 불안정(unstable)함을 보이며, 반면에 3차원에서는 perturbation에 불안정한 양상(Zovatto, 2001)을 보이고 있다.

2. 수치 시뮬레이션

2.1 기초 방정식

수치해석은 Navier-Stokes 방정식을 풀어서 수행하며 무차원 시간 $t = n+1$ 에서 속도 u, v, w 는 다음과 같이 얻는다. 시간 t 는 D/U_0 로 무차원화 하였고, 여기서 D 는 실린더 직경이고 U_0 는 균일 흐름의 속도이다.

$$\begin{aligned} u^{n+1} &= (F^n - \Phi_x^n) \Delta t \\ v^{n+1} &= (G^n - \Phi_y^n) \Delta t \\ w^{n+1} &= (H^n - \Phi_z^n) \Delta t \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,

$$\begin{aligned} F^n &= -\frac{u^n}{\Delta t} + \left(\frac{1}{Re} + v_t\right) \nabla^2 u \\ &\quad - \left(u^n \frac{\partial u}{\partial x} + v^n \frac{\partial u}{\partial y} + w^n \frac{\partial u}{\partial z}\right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ v_t \left(2 \frac{\partial u}{\partial x}\right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ v_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \right\} \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ v_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \right\} \\ G^n &= -\frac{v^n}{\Delta t} + \left(\frac{1}{Re} + v_t\right) \nabla^2 v \\ &\quad - \left(u^n \frac{\partial v}{\partial x} + v^n \frac{\partial v}{\partial y} + w^n \frac{\partial v}{\partial z}\right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ v_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ v_t \left(2 \frac{\partial v}{\partial y}\right) \right\} \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ v_t \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} H^n &= -\frac{w^n}{\Delta t} + \left(\frac{1}{Re} + v_t\right) \nabla^2 w \\ &\quad - \left(u^n \frac{\partial w}{\partial x} + v^n \frac{\partial w}{\partial y} + w^n \frac{\partial w}{\partial z}\right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ v_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ v_t \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) \right\} \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ v_t \left(2 \frac{\partial w}{\partial z}\right) \right\} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

그리고

$$\Phi^n = p + \frac{z}{Fn^2} \quad (3)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z^2} \quad (4)$$

동점성계수 v_t 는 Baldwin-Lomax 모형을 사용하였다. 식 (1)을 x, y, z 에 대하여 각각 미분하여 합하면 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \Phi &= F_x + G_y + H_z \\ &\quad - (u_x^{n+1} + v_y^{n+1} + w_z^{n+1}) / \Delta t \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)의 마지막 항은 연속방정식을 만족하여 영(zero)이 되고 완화법 (relaxation method)을 사용하여 풀 수 있다. 계산영역을 단순화하는 좌표변환을 도입하면 다음과 같다.

$$\xi = \xi(x, y, z), \eta = \eta(x, y, z), \zeta = \zeta(x, y, z) \quad (6)$$

식 (6)을 이용해 변환을 수행하면 식 (1)은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} q_t + U q_\xi + V q_\eta + W q_\zeta \\ = \left(\frac{1}{Re} + v_t\right) \nabla^2 q - K + REYSF(\xi, \eta, \zeta) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 U, V, W 는 contravariant velocity, K 는 pressure gradient, q 는 velocity vector, $REYSF$ 는 Reynolds stress terms, Re 는 벽사이의 간격을 함수로 하는 레이놀드수 이다. 압력은 다음의 relaxation formula를 이용하여 계산한다. 본 계산에서는 0.8을 사용하였다.

$$\Phi^{m+1} = \Phi^m + \omega \cdot (\Phi^{m+1} - \Phi^m) \quad (8)$$

여기서 $m+1$ 은 next time step이고 ω 는 relaxation factor 이다.

2.2 계산 수행 및 경계조건

좌표변환을 수행한 후 Navier-Stokes 및 Poisson 방정식을 푸는데, 계산과정은 충분히 작은 무차원 시간증분을 주고 전체유동 영역에서 반복경로(sequence of loops)를 구성해서 진행하게 된다. 매 시간에서의 출력값은 다음 계산을 위한 초기값으로 사용되고 처음 시작할 때의 압력과 속도는 영에서 시작하게 된다. 정지된 유체상태에서 주어진 시간까지 가속 (acceleration)을 시켜 원하는 속도에서 정상(steady) 상태까지

도달하면 계산이 끝나게 된다.

알고리즘은 비정상(unsteady) 문제를 정상해로 접근할 수 있는 유한차분법을 사용하였다. 시간 증가에 따른 속도, 압력의 계산은 Euler의 양해법(explicit method)을 사용하고 Poisson 방정식을 풀어서 압력을 얻는다.

연속되는 time step에서 계산된 압력차가 주어진 값 ϵ 보다 작게 되면 자동적으로 반복(iteration)은 멈추게 된다. 새로 얻어진 속도는 압력을 updated 하며 속도는 모우멘텀 방정식의 전진차분(time forward difference)을 사용한다. 대류항은 3차 풍상미분(3rd order upwind difference)과 4차 truncation error로서 구했다. 예를 들면,

$$\begin{aligned}
 & U \cdot (\delta f / \delta x)_{i,j,k} \\
 = & U_{i,j,k} \cdot (f_{i-2,j,k} - 8f_{i-1,j,k} + 8f_{i+1,j,k} \\
 & - f_{i+2,j,k}) / 12 + |U_{i,j,k}| \cdot (f_{i-2,j,k} - 4f_{i-1,j,k} \\
 & + 6f_{i,j,k} - 4f_{i+1,j,k} + f_{i+2,j,k}) / 4 \quad \text{이다.} \quad (9)
 \end{aligned}$$

본 수치실험에서 사용된 경계조건은 다음과 같다.

상류(upstream) :

$$\begin{aligned}
 u(z) &= 6 \times (0.25 - (z+h)^2) ; \text{Poiseuille Profile} \\
 v &= 0, w = 0 \text{ and } p = 0 \\
 \Delta u &= \Delta v = \Delta w = 0 \quad (10)
 \end{aligned}$$

하류(downstream) :

$$\begin{aligned}
 u_\xi &= v_\xi = w_\xi = 0 \\
 \Delta u_\xi &= \Delta v_\xi = \Delta w_\xi = \Delta p_\xi = 0 \quad (11)
 \end{aligned}$$

물체(body) 및 벽면(wall surface) :

$$\begin{aligned}
 u &= v = w = 0, p_\zeta = 0 \\
 \Delta u &= \Delta v = \Delta w = 0, \Delta p_\zeta = 0 \quad (12)
 \end{aligned}$$

여기서 Δ 는 수치적인 증분을 의미한다.

3. 계산결과 및 토론

원형 파이프라인 주위의 흐름을 수치적으로 실험하였다. h/H 는 0.5, 0.65, 0.75 로 하였고 여기서 h 는 파이프 라인 중심면으로 부터 위벽면 사이의 거리이고 H 는 수직방향의 계산영역의 거리이다. Fig. 1은 격자모양을 나타내었는데 격자크기는 $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z = 122 \times 3 \times 58$ 이다. y 방향은 3차원 3개의 격자를 배치하였다. 3차원 효과는 항후과제로 보다 많은 격자를 필요로 한다. 시간 증분 Δt 는 0.0005로 Courant 조건을 고려하였다. 최소격자간격은 $(\Delta x)_{\min} = 0.002$, $(\Delta y)_{\min} = 0.002$, $(\Delta z)_{\min} = 0.001$ 로 하였다. 실린더 직경 D 는 0.2 이다.

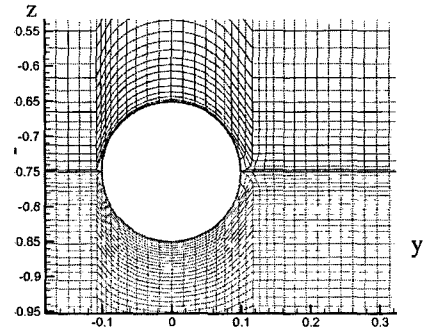
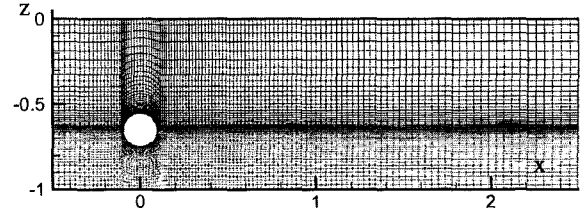


Fig. 1 Grid view around a cylinder body

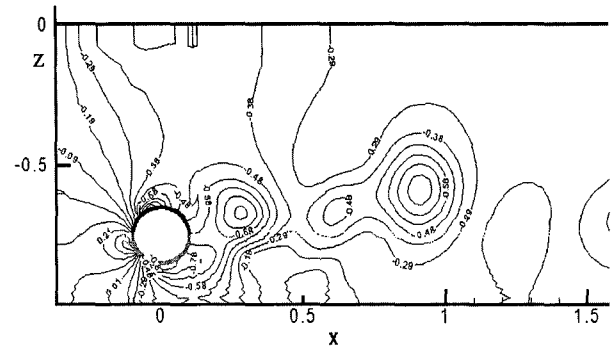


Fig. 2 (a) Pressure contours at $h/H = 0.75$

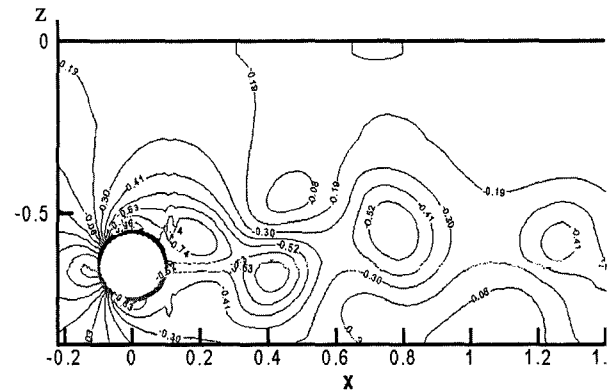


Fig. 2 (b) Pressure contours at $h/H = 0.65$

계산영역은 파이프라인 직경의 약 10배의 거리를 하류방향으로 취하였고 수직방향으로는 5배로 하였다. 격자는 H-H 형태로 구성하고 파이프라인표면 주위의 조밀도(clustering), 직각성(orthogonality)을 최대한 고려하였다. Fig.2는 2개의 다른 위치에서의 압력 분포를 보여주고 있다. 물체가 벽면에 접근함에 따라 압력 생성이 억제됨을 볼 수 있다.

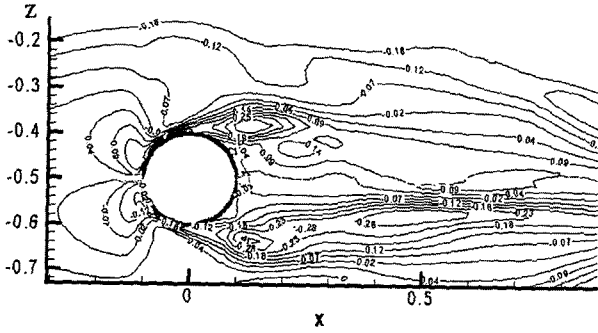


Fig. 3 (a) Vorticity distribution at $h/H=0.50$

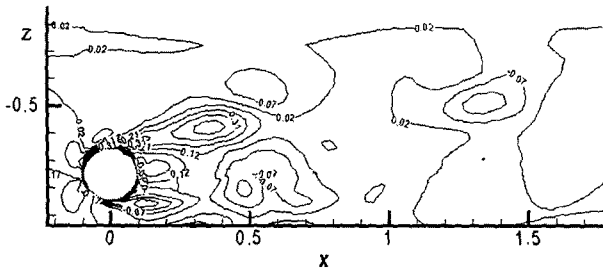


Fig. 3 (b) Vorticity distribution at $h/H=0.65$

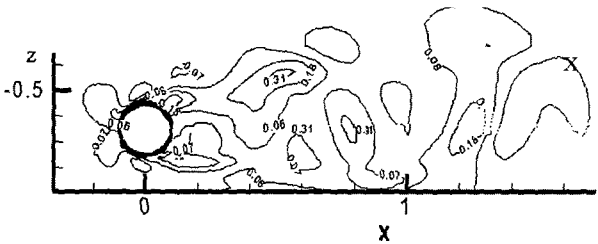


Fig. 3 (c) Vorticity distribution at $h/H=0.75$

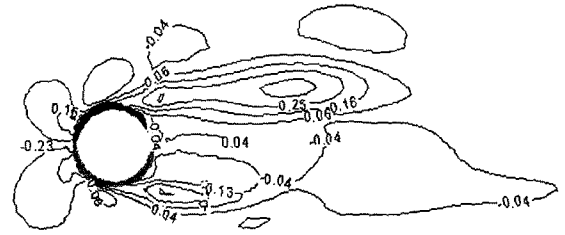


Fig. 4 (a) Vorticity contours at $h/H=0.65$ ($t=2.0$)

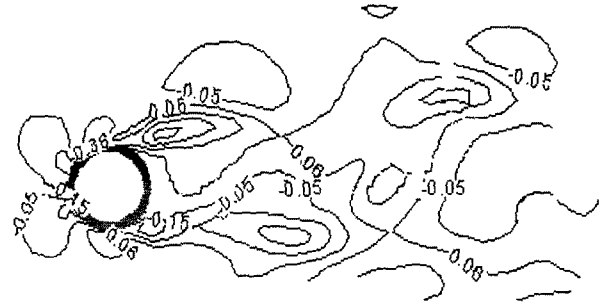


Fig. 4 (b) Vorticity contours at $h/H=0.65$ ($t=2.5$)



Fig. 4 (c) Vorticity contours at $h/H=0.65$ ($t=3.0$)

여기서 모든 축의 단위는 $D=0.2$, $H=1.0$, 즉 $D/H=0.2$ 를 기준으로 무차원화 하였다. 예를 들어 $x=1.0$ 이면 실린더 직경의 5 배의 거리이고, $z=-0.5$ 이면 벽에서 떨어진 거리가 실린더 직경의 2.5배를 의미한다. 따라서 각 그림에서 단위는 생략하였다.

Fig.3은 h/H 가 0.50, 0.65, 0.75에서 파이프라인 주위의 vorticity를 보여주고 있다. 파이프가 채널의 중심에 놓여지면 wake가 위아래로 대칭(symmetric)이 되며 무한(unbounded) 유체의 경우로 볼 수 있다. 벽으로부터 거리가 멀어지면 파이프라인 바로 뒤에 vortex가 생성됨을 보인다.

파이프 라인이 한쪽 벽으로 접근하면 한쪽 벽면 주위의 wake vorticity는 길이가 감소하게 된다. 반면에 반대 쪽의 벽면주위에서는 wake가 연장(elongate)되고, 뒤로 밀림(smoothed out)이 생기며 결국 Poiseulli 형상의 유입속도와 결합하게 된다. 파이프 중심과 벽과의 거리를 더 좁히면 벽면 wake가 벽경계층의 vorticity와 coupled 되고, 반면에 반대쪽 벽에서 생기는 vorticity에 의해 wake가 영향을 받게 된다. Fig. 4는 $h/H=0.65$ 에서 무차원 시간 2.0, 2.5, 3.0 때의 각각의 vorticity 형상을 보이고 있다.

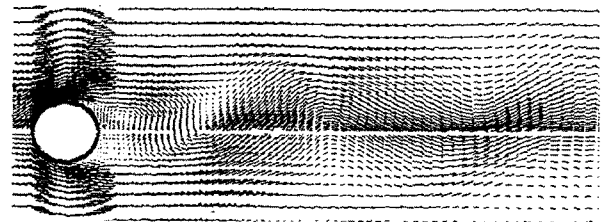


Fig. 5 (a) View of velocity vectors at $h/H=0.65$

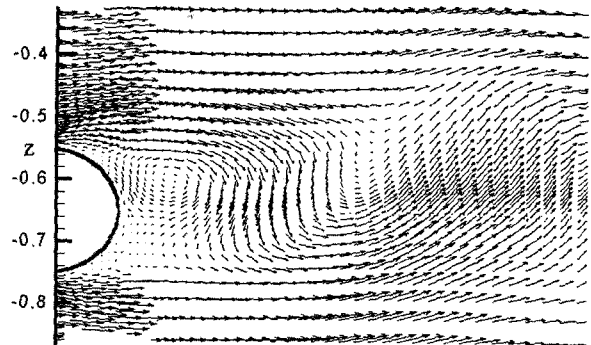


Fig. 5 (b) Close-up view of velocity at $h/H=0.65$

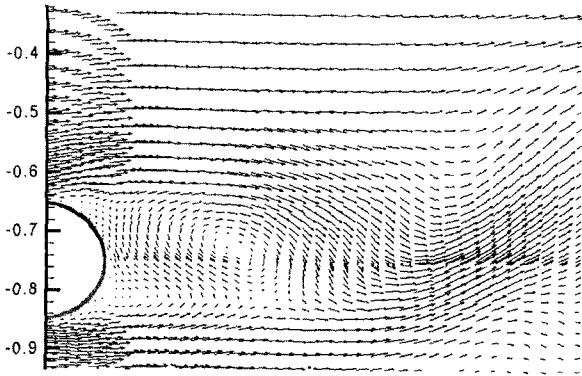


Fig. 5 (c) Close-up view of velocity at $h/H=0.75$

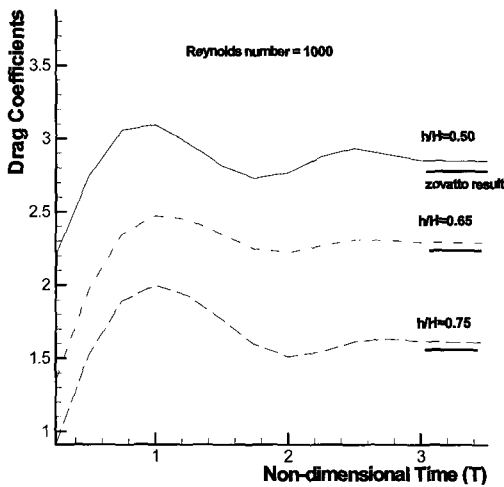


Fig. 6 Drag coefficients along the marching time

Fig.5(a), (b)는 전체 영역에서의 속도벡터 및 확대부분을 보여주고 있다. 파이프라인이 한쪽 벽에 접근하면 부분적인 가속과 감속이 벽 주위에서 발생하고 이것은 벽 경계층 내에서 높은 vorticity 값을 형성하고 하류방향으로 경계층을 신속히 형성하므로 파이프 주위의 wake에 영향을 미치게 된다.

Fig.6은 잠김 깊이에 따른 파이프에 미치는 항력계수를 보인다. 해는 무차원 시간 3.0 부근에서 steady 상태로 가는 것을 볼 수 있다. 수치실험 결과는 Zovatta et al.(2001)의 결과와 비교되었다.

4. 결론

평행 벽 사이에 놓인 원형 파이프라인 주위의 유동을 수치적으로 검토하였다. 벽으로부터 파이프 중심까지의 거리를 변경하면서 실험을 하였고 벽에 접근하면서 vortex shedding이 재연됨을 볼 수 있다. 벽으로부터 거리가 멀어지면 파이프라인 바로 뒤에 vortex가 생성됨을 보인다.

파이프가 한쪽 벽에 접근하면 파이프로부터 박리된 서로 다른 부호의 vorticity의 층이 한쌍의 vortex sheet를 형성하여 상호유기된 induced stretching을 보이면서 소멸(dissipated)하

게 된다. 항력계수가 각 잠김 깊이에서 얻어지고 수치실험을 통해 정상상태(steady state)를 얻을 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] Bearman, P. W. & Wadcock, A. J. (1973), "The Interaction between a Pair of Circular Cylinders normal to a Stream", *J. Fluid Mech.*, Vol. 61, pp. 495-511.
- [2] Bearman, P. W. & Adravkovich, M. M (1978), "Flow around a circular cylinder near a plane boundary", *J. Fluid Mech.* 89, pp. 33-47.
- [3] Chen, J. H., Pritchard, W.G., Tavener, S.J. (1995), "Bifurcation for a flow past a cylinder between parallel planes", *J.Fluid Mech.*, Vol. 284, pp. 23-41.
- [4] Grass, A. J., Raven, P.W., Atuart, R. J. & Bray, J. A. (1984), "The influence of boundary layer velocity gradient and bed proximity on vortex shedding from free spanning pipelines", *ASME J. Energy Resour. Tech.* 106, pp. 70-78.
- [5] Justensen, P. (1991), "A Numerical Study of Oscillating Flow around a Circular Cylinder", *J. Fluid Mech.*, Vol. 222, pp. 157-196.
- [6] Lei, C., Cheng, L., Kavanagh, K. (1999), "Re-examination of the Effects of a Plane Boundary on Force and Vortex Shedding of a Circular Cylinder", *J. Wind Eng. Ind. Aer.* 80, pp. 263-286.
- [7] Saiaç, J. H., Santi, F., Mai, V. P. (1995), "Numerical Solution of the Navier-Stokes Equations by a lagrangean-Galerkin Method Coupling $u, p,$ and Ψ, ω formulations", *Int. Conf. on Finite Elements in Fluids, New Trend and Applications, IACM Special Interest Conference*, pp. 285-295.
- [8] Sumer, B. M., Jensen, B. L., Fredsoe, J. (1991), "Effect of a plane boundary on oscillatory flow around a circular cylinder", *J.Fluid Mech.*, Vol. 225, pp. 271-300.
- [9] Taniguchi, S. & Miyakoshi, K. (1990), "Fluctuating fluid forces acting on a circular cylinder and interference with a plane wall", *Exps Fluids* 9, pp. 197-204.
- [10] Tatsuno, M., Bearman, P. W. (1990), "A Visual Study of the Flow around an Oscillating Circular Cylinder at Low Keulegan-Carpenter Numbers and Low Stokes Numbers", *J. Fluid Mech.*, Vol. 211, pp. 157-182.
- [11] William, C. H. K. (1996a), "Vortex Dynamics in the Cylinder Wake", *Ann. Rev. Fluid Mech.* Vol.28, pp. 477-539.
- [12] William, C. H. K. (1996b), "Three Dimensional Wake Transition Wake", *J. Fluid Mech.* Vol.328, pp. 345-407.

- [13] Zovatto, L., Pedrizzetti, G. (2001), "Flow about a circular cylinder between parallel walls", J. Fluid Mech., Vol. 440, pp. 1-25.

원고접수일 : 2003년 4월 28일

원고채택일 : 2003년 9월 2일