

## 범람 모의를 위한 이동경계조건

### Moving boundary condition for simulation of inundation

인 태 훈\* / 이 봉 희\* / 조 대 희\* / 조 용 식\*\*

Lin, Tae-Hoon / Lee, Bong-Hee / Cho, Dae-Hee / Cho, Yong-Sik

---

#### Abstract

A shoreline, which has no the water depth, moves continuously as waves rise up and recede. Therefore, a special boundary treatment is required to track properly the movements of the shoreline in numerical modeling of the behavior of tsunamis or tides near a coastal zone. In this study, convective terms in nonlinear shallow-water equations are discretized explicitly by using a second-order upwind scheme to describe a moving shoreline more accurately. An oscillatory flow motion in a circular paraboloidal basin has been employed to validate the performance of the developed numerical model. Computed results of instantaneous free surface displacements are compared with those of analytical solutions and existing numerical solutions. The run-up heights in the vicinity of a circular island have also been calculated and obtained numerical results have been shown against available laboratory measurements. A good agreement has been observed.

**Keyword** : moving boundary condition, second-order upwind scheme, nonlinear shallow-water equations, run-up

---

#### 요 지

지진해일 또는 조석과 같은 파의 거동을 수치모의할 때 해안선의 위치는 파랑의 움직임에 따라 끊임없이 이동하게 된다. 따라서, 이를 수치모형에 효과적으로 반영하기 위해서는 수치모형의 경계선을 파랑의 움직임에 따라 이동시켜야 한다. 본 연구에서는 경사지형을 계단지형으로 단순화한 이동경계조건에 대해 해안선의 이동을 보다 정확히 모의하기 위하여 천수방정식의 비선형항을 2차 정확도의 풍상차분법으로 차분화하여 해석하였다. 개발된 수치모형을 검증하기 위하여 바닥마찰이 없는 것으로 가정된 타원형 수조에서의 유체의 주기적인 거동을 수치해석하였으며, 원형섬에서의 처오름높이를 계산하여 수리실험결과와 비교하였다. 수치해석의 결과는 수리실험 결과와 양호하게 일치하였다.

**핵심용어** : 이동경계조건, 2차 정확도 풍상차분법, 비선형 천수방정식, 처오름

---

\* 한양대학교 대학원 토목공학과

Graduate Student, Dept. of Civil Engineering, Hanyang University, 17 Haengdang-dong, Seongdong-gu, Seoul 133-791, Korea

\*\* 교신저자, 한양대학교 공과대학 토목공학과 교수

Corresponding Author, Associate Professor, Dept. of Civil Engineering, Hanyang University, 17 Haengdang-dong, Seongdong-gu, Seoul 133-791, Korea

## 1. 서 론

지진해일 또는 조석과 같은 주기를 갖는 장파가 해안선에 도달하면 파랑은 해안선을 따라 끊임없이 쳐오름과 쳐내림을 반복하므로 해안선의 위치는 고정되어 있지 않고 계속하여 이동하게 된다. 해안선 근처에서 입사파가 쳐오름 경우에 해안선은 실제로 육지방향으로 이동하게 되며, 파랑이 다시 쳐내릴 경우에는 외해방향으로 이동한다.

일반적으로 지진해일은 수심이 상대적으로 얇은 해안선 근처에 접근하면 파랑에너지 보존에 따른 천수효과(shoaling effect)에 의해 해안선에서 매우 큰 쳐오름과 쳐내림을 발생시킨다. 지진해일의 쳐오름은 범람을 유발시켜 엄청난 인명과 재산피해를 초래할 수 있으며, 쳐내림은 해수면을 강하시켜 원자력발전소나 화력발전소 취수구의 냉각수 취수 중단을 야기시켜 공기흡입에 의한 압력 surging 현상이 나타나고 이로 인하여 엄청난 재앙이 초래될 수 있다. 따라서, 유한요소법 또는 유한차분법과 같은 수치모형을 이용하여 실제 상황에 더욱 유사한 해석을 수행하고, 해안선에서의 최대 쳐오름 높이와 쳐내림 높이와 같은 공학적인 정보를 얻기 위해서는 해안선을 따라 이동경계조건을 적절하게 설정해야 한다. 더욱이, 지진해일 또는 조석에 의한 범람이 우려되는 지역에서 이동경계조건을 이용하여 최대범람구역을 설정하면 실제 지진해일 또는 조석에 의한 범람피해가 예상될 때 인명 및 재산피해를 경감할 수 있을 것이다.

실제 문제에 대한 수치계산의 정확도는 모형의 물리적 정확성뿐만 아니라, 모형에 대한 지배방정식을 해석하기 위해 사용된 수치기법의 정확도에 의해 크게 좌우된다. 정확성 향상을 위해 고차항의 차분식이나 작은 크기의 격자를 사용할 경우에는 문제 적용의 난이도, 수치해석에 사용될 장비, 해석 알고리즘의 안정성 등의 제한요소들을 만족시켜야 한다.

유체의 흐름에 따른 해안선의 이동을 수치적으로 모의하기 위한 많은 연구가 발표되었다(Lynch and Gary, 1978; Ramming 등, 1980; Casulli and Cheng, 1992). 기존의 연구에서 기본적인 개념은 해안지형을 여러 개의 계단으로 구성된 지형으로 근사화하여 수치해석하는 것이다. 또한, 차분식이 간단하고 안정 조건 수립이 비교적 용이한 1차 정확도의 풍상차분(upwind)기법으로 비선형 천수방정식의 이송항을 해석하였다(조용식과 윤태훈, 1996; 조용식과 서승원,

2001). 그러나, 1차 풍상차분기법은 계산과정에서 발생되는 질삭오차에 의해 인위적인 점성효과를 유발하여 수치해의 정확도를 감소시킨다. 더구나, 이송항이 중요시되는 해안선 부근에서의 흐름에 대한 문제를 해석할 때에는 수치오차에 의한 인위적 점성이 수치해의 신뢰성에 치명적인 영향을 미칠 수 있다.

따라서, 본 연구에서는 조용식과 윤태훈(1996)이 개발한 이동경계조건 수치모형에 사용된 천수방정식의 비선형항에 대해 2차 정확도의 풍상차분기법을 적용한다. 개발된 수치모형은 바닥마찰저항이 없는 것으로 가정된 타원형 수조에서의 유체의 주기적인 거동을 수치해석하여 정확해에 더욱 근접한 결과를 도출하고자 한다. 또한, 개발된 모형을 이용하여 원형섬에서의 고립파에 의한 쳐오름높이를 계산하여 수리모형실험결과와 비교한다.

## 2. 지배방정식과 수치모형

지진해일 또는 조석과 같이 장주기를 갖는 파랑이 해안선 근처로 접근해 오면 분산항의 상대적인 중요성은 급격히 작아지는 반면에 비선형 이송효과와 바닥마찰저항의 영향은 매우 커진다. 본 연구에서는 이동경계조건을 검증하기 위해 수치모형을 바닥마찰저항이 없는 이상적인 수조에 적용하므로 바닥마찰저항을 고려하지 않는다. 따라서, 해안선 근처에서의 장파의 거동은 다음과 같은 보존형태의 비선형 천수방정식(nonlinear shallow-water equations)에 의해 지배된다(조용식과 윤태훈, 1996).

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{P^2}{H} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{PQ}{H} \right) + gH \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{PQ}{H} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{Q^2}{H} \right) + gH \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

방정식 (1)-(3)에서  $\zeta$ 는 자유수면변위(free surface displacement), P와 Q는 각각 x축과 y축 방향의 단위폭당유량, 즉  $P = u(h + \zeta)$ 와  $Q = v(h + \zeta)$ 이며, h는 초기 정지수면(still water level)상의 수심, H는 전체수심, 즉  $H = h + \zeta$ 이고 u와 v는 각각 x와 y방향의 수심에 대한 평균유속이다.

기존 연구에서는 비선형 천수방정식의 이송항을 다음과 같은 1차 정확도 풍상차분기법으로 계산하였다.

$$\begin{aligned} & \left| \frac{\partial(u\phi)}{\partial x} \right|_{i,j} \\ &= \frac{u_{i,j}\phi_{i,j} - u_{i-1,j}\phi_{i-1,j}}{\Delta x} + T_c, \quad (u \geq 0) \\ &= \frac{u_{i+1,j}\phi_{i+1,j} - u_{i,j}\phi_{i,j}}{\Delta x} + T_c, \quad (u < 0) \end{aligned} \quad (4)$$

$T_c$ 는 차분식에 의한 절삭오차를 나타내며,  $O(\Delta x)$ 의 크기를 갖는다.

본 연구에서는 식 (2)와 (3)의 운동량방정식 중 비선형 이송항을 2차 정확도의 풍상차분기법(upwind difference scheme; Shyy, 1985; Warming and Beam, 1976)으로 계산하며, 식 (1)-(3)의 나머지 항은 leap-frog기법을 이용하여 해석한다(Liu 등, 1995). 아울러 유한차분기법에서 공간과 시간에 대하여 모두 엇갈림격자(staggered grid system)를 사용한다.

Shyy(1985)에 의한 2차 정확도의 풍상차분기법은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \left| \frac{\partial(u\phi)}{\partial x} \right|_{i,j} \\ &= \frac{1}{2\Delta x} [3u_{i,j}\phi_{i,j} - 4u_{i-1,j}\phi_{i-1,j} + u_{i-2,j}\phi_{i-2,j}] \\ & \quad + T_c, \quad (u \geq 0) \\ &= \frac{1}{2\Delta x} [-3u_{i,j}\phi_{i,j} + 4u_{i+1,j}\phi_{i+1,j} - u_{i+2,j}\phi_{i+2,j}] \\ & \quad + T_c, \quad (u < 0) \end{aligned}$$

여기서  $T_c$ 는 차분식에 의한 절삭오차를 나타내며,  $O((\Delta x)^2)$ 의 크기를 갖는다. 식 (2)와 (3)의 비선형항을 위의 방법에 의해 차분화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{P^2}{H} \right) = \\ & \frac{1}{2\Delta x} \left[ 3 \frac{(P_{i+1/2,j}^n)^2}{H_{i+1/2,j}} - 4 \frac{(P_{i-1/2,j}^n)^2}{H_{i-1/2,j}} + \frac{(P_{i-3/2,j}^n)^2}{H_{i-3/2,j}} \right], \quad P_{i+1/2,j}^n \geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{1}{2\Delta x} \left[ (-3) \frac{(P_{i+1/2,j}^n)^2}{H_{i+1/2,j}} + 4 \frac{(P_{i+3/2,j}^n)^2}{H_{i+3/2,j}} - \frac{(P_{i+5/2,j}^n)^2}{H_{i+5/2,j}} \right], \quad P_{i+1/2,j}^n < 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{QP}{H} \right) = \\ & \frac{1}{2\Delta y} \left[ 3 \frac{(QP)_{i+1/2,j}^n}{H_{i+1/2,j}} - 4 \frac{(QP)_{i+1/2,j-1}^n}{H_{i+1/2,j-1}} + \frac{(QP)_{i+1/2,j-2}^n}{H_{i+1/2,j-2}} \right], \quad Q_{i+1/2,j}^n \geq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{1}{2\Delta y} \left[ (-3) \frac{(QP)_{i+1/2,j}^n}{H_{i+1/2,j}} + 4 \frac{(QP)_{i+1/2,j+1}^n}{H_{i+1/2,j+1}} - \frac{(QP)_{i+1/2,j+2}^n}{H_{i+1/2,j+2}} \right], \quad Q_{i+1/2,j}^n < 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{PQ}{H} \right) = \\ & \frac{1}{2\Delta x} \left[ 3 \frac{(PQ)_{i,j+1/2}^n}{H_{i,j+1/2}} - 4 \frac{(PQ)_{i-1,j+1/2}^n}{H_{i-1,j+1/2}} + \frac{(PQ)_{i-2,j+1/2}^n}{H_{i-2,j+1/2}} \right], \quad P_{i,j+1/2}^n \geq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{1}{2\Delta x} \left[ (-3) \frac{(PQ)_{i,j+1/2}^n}{H_{i,j+1/2}} + 4 \frac{(PQ)_{i+1,j+1/2}^n}{H_{i+1,j+1/2}} - \frac{(PQ)_{i+2,j+1/2}^n}{H_{i+2,j+1/2}} \right], \quad P_{i,j+1/2}^n < 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{Q^2}{H} \right) = \\ & \frac{1}{2\Delta y} \left[ 3 \frac{(Q_{i,j+1/2}^n)^2}{H_{i,j+1/2}} - 4 \frac{(Q_{i,j-1/2}^n)^2}{H_{i,j-1/2}} + \frac{(Q_{i,j-3/2}^n)^2}{H_{i,j-3/2}} \right], \quad Q_{i,j+1/2}^n \geq 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{1}{2\Delta y} \left[ (-3) \frac{(Q_{i,j+1/2}^n)^2}{H_{i,j+1/2}} + 4 \frac{(Q_{i,j+3/2}^n)^2}{H_{i,j+3/2}} - \frac{(Q_{i,j+5/2}^n)^2}{H_{i,j+5/2}} \right], \quad Q_{i,j+1/2}^n < 0$$

식 (6)-(9)에 의한 차분화 과정에서 발생하는 오차는 모두  $O((\Delta x)^2)$  또는  $O((\Delta y)^2)$ 으로 나타나 수치모형 전체적으로 2차 정확도를 갖는다(Shyy, 1985).

### 3. 이동경계조건

유한차분법을 이용하여 수치계산을 수행하기 위해서는 전체영역을 일정한 수의 격자로 차분화해야 하며, 초기에는 모든 영역에서 자유수면변위와 단위폭당유량이 0이 된다. 또한 초기의 해안선은 전체수심, 즉 수심과 자유수면변위의 합이 0이 되는 곳을 연결한 선으로 정의된다.

본 연구의 수치모형에서는 먼저 연속방정식을 해석하여 전 영역에서의 자유수면변위를 계산한다. 이 때 초기 건조격자의 자유수면변위는 계속 0을 유지하게 되는데, 이는 주변격자의 단위폭당유량이 0이기 때문이다. 다음으로, 연속방정식에서 새로이 계산한 자유수면변위를 이용하여 해안선의 격자를 수정한다. 즉, 그림 1을 이용하여 해안선의 전체수심이 유지방향의 다음 격자로 해안선의 이동이 가능한가를 검사하며, 이 때 운동량방정식을 이용하여 단위폭당유량  $P$ 와  $Q$ 를 계산한다.

격자의 침윤(wet)과 건조(dry)를 판단하기 위해서는

격자 상호의 관계를 파악하여야 한다. 그림 1은  $i$ 와  $i+1$  격자의 바닥과 수면위치에 따라 예상할 수 있는 경우의 수 12가지를 나타내고 있다. 이러한 각각의 12가지 경우 중에서 양쪽 모두 노출되거나 침수된 경우는 침수영역의 경계가 될 수 없다. 격자  $i$ 와  $i+1$  중에서 하나가 침수되고 나머지 하나의 격자는 노출된 경우 침윤과 건조의 경계는  $i+1/2$ 점에 위치하게 된다.

격자  $i+1/2$ 에서의 단위폭당유량  $P_{i+1/2}^{n+1}$ 를 구하는 방법에 대해 설명하면 다음과 같다. 그림에서 (a1), (c1)은 양쪽 모두 노출되었고, (a2), (c2)는 침수된 쪽의 수면위치가 노출된 쪽의 지면보다 낮으므로 이러한 경우에는  $P_{i+1/2}^{n+1}$ 를 0으로 놓는다. 또한, (a3), (b1), (b2), (c3), (d1), (d2)는  $i+1/2$ 점에서의 총수심  $H_{i+1/2}^{n+1}$ 를 그림에 표시한 바와 같이 구하여 운동량방정식에 대입하면  $P_{i+1/2}^{n+1}$ 를 구할 수 있다. 나머지 (b3)와 (d3)는 침수영역의 경계가 아닌 내부의 경우로 간주하여 총수심  $H_{i+1/2}^{n+1}$ 는  $H_i^{n+1/2}$ 와  $H_{i+1}^{n+1/2}$ 의 평균값으로 하고 운동량방정식에 의해  $P_{i+1/2}^{n+1}$ 를 구한다.

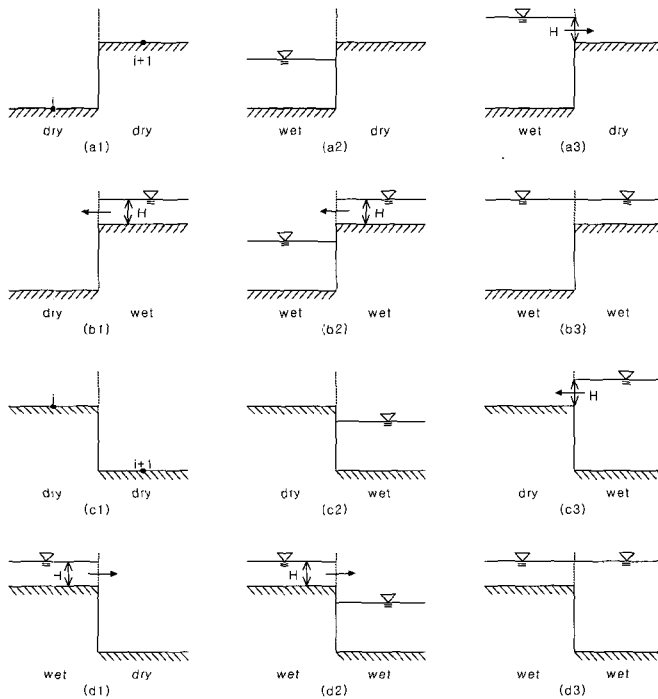


그림 1. 수치모형의 이동경계조건 개략도(Yoon과 Cho, 2001)

수치계산을 하는 동안 모든 격자에 대하여 위의 과정을 반복하게 되면 계산 시간이 증가하게 되므로 매우 비효율적이다. 따라서, 범람 우려가 전혀 없는 산악지형 등과 같은 고도가 높은 지역에 대해서는 적절한 한계고도를 미리 설정하여 이동경계조건의 적용에서 제외시키는 것이 효율적이다.

#### 4. 수치해석

본 장에서는 제 2장에서 유도된 2차 정확도의 풍상차분법에 의한 비선형 천수방정식을 그림 2에 도시된 것과 같은 포물형 수조에서 적용하여 유체의 주기적 거동을 모의한다. 계산된 결과를 정확해와 기존의 이동경계조건에 의한 결과와 비교하여 정확도를 검증한다. Thacker(1981)는 포물형 수조에서의 유체의 반복적인 거동에 대해 비선형 천수방정식을 직접 해석하여 정확해를 구하였다. 정확해는 바다마찰이 없는 매우 이상적인 수조에서 계산된 것으로 실제문제에서의 적용에는 다소 어려움이 있으나, 이동경계를 갖는 수치모형의 수치해를 검증하는 자료로 매우 중요하게 사용될 수 있다.

지배방정식을 풍상차분법으로 차분화할 때 발생하는 수치분산을 감소시키고 안정성을 유지하기 위해서는 많은 주의와 노력이 필요하다. 따라서, 수치계산 과정에서 발생하는 인위적인 수치분산이 물리적인 분산을 초과하지 않도록 공간격자와 시간격자의 크기를 적절히 조절해야 한다. Thacker의 포물형 수조(8×8km)에

적용된 수치모형의 공간격자 크기는  $\Delta x = 12.5m$ ,  $\Delta y = 12.5m$ 이다. 기존의 모형인 1차 풍상차분법에서는 수치해석에 사용된 시간격자를  $\Delta t = 1.250sec$ 로 설정하여 계산하였으나, 본 연구의 2차 풍상차분법에서는 공간격자에 대한 시간격자의 크기가  $\Delta t = 0.625sec$ 일 때 가장 안정된 수치해를 보여주었다.

비록, 본 연구에 의한 2차 정확도보다 높은 정확도의 해석이 가능하나, 고정도의 수치해석은 모형의 안정성이 훨씬 제한적일 수밖에 없으며 차분식 자체가 복잡해지므로 정확도 향상 정도에 비해 비경제적이라 할 수 있다. 또한, 본 모형에 의한 결과가 충분히 만족스러운 정확도를 보여주고 있기 때문에 고정도 해석에 대한 고려는 수행하지 않았다.

그림 2는 Thacker가 사용한 포물형 수조와 유체의 초기상태를 도시한 것으로 수조면에서의 마찰은 무시한다. 수조 중앙에서 전체수심이 최고가 될 때 유체와 수조면의 접촉점, 즉 해안선의 위치는 최저가 되며, 수조 중앙에서 전체수심이 최저가 될 때 해안선의 위치는 최고에 도달하게 된다. 그림 2에서  $h_0(=1.0m)$ 는 수조 중앙에서 정수면까지의 수심,  $a(=2,500m)$ 는 정수면 상에서 수조 중앙으로부터 해안선까지의 반지름,  $r_0(=2000m)$ 는 유체가 초기상태일 때 수조 중앙으로부터 해안선까지의 반지름,  $\zeta$ 는 평균해수면으로부터 자유수면까지의 거리를 나타낸다. Thacker의 포물형

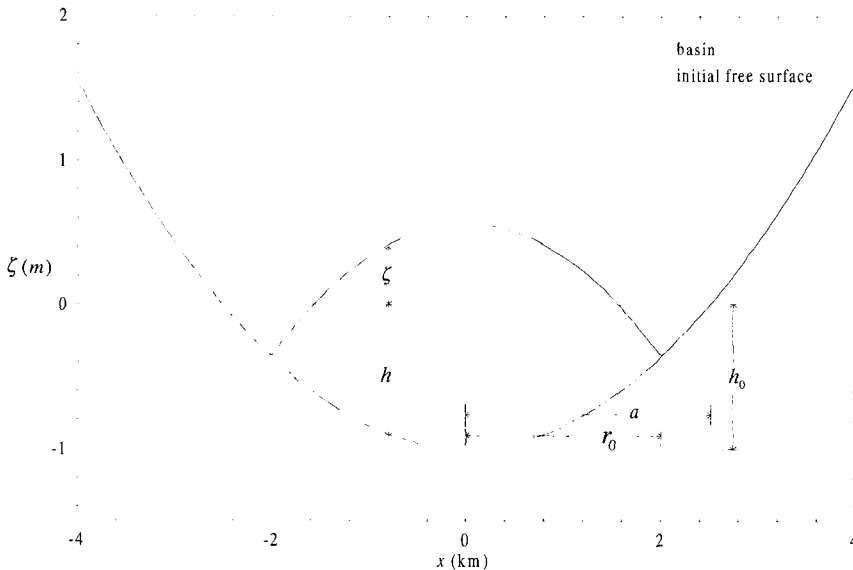


그림 2. 포물형 수조(Thacker, 1981)

수조에서 비선형 천수방정식에 의한 정확해는 다음과 같으며 유도 과정은 조용식과 윤태훈(1996)을 참고할 수 있다.

$$\zeta = h_0 \left[ \frac{(1-A^2)^{1/2}}{1-A \cos \omega t} - 1 - \frac{r^2}{a^2} \left\{ \frac{1-A^2}{(1-A \cos \omega t)^2} - 1 \right\} \right] \quad (8)$$

여기서,  $t$ 는 계산시간이며  $\omega = \frac{1}{a}(8gh_0)^{1/2}$ ,

$$A = \frac{a^4 - r_0^4}{a^4 + r_0^4} \text{ 로 정의된다.}$$

그림 3은 본 연구에서 사용된 수치모형을 이용하여 원형수조와 수조내의 유체의 거동을 순간적인 자유수면 변위로 도시한 것으로,  $T$ 는 유체 운동의 주기를 나타낸다. 그림 (a)는  $t=0$  sec일 때, 즉 수조내의 유체가 초기상태일 때를 나타낸 것으로서 해안선의 위치는 최저, 수조 중앙에서의 수위는 최고인 상태이며, (b)는  $t=0.5 T$  sec일 때 해안선의 높이는 최고가 되며 수조 중앙의 수위는 최저상태를 보여주고 있다.

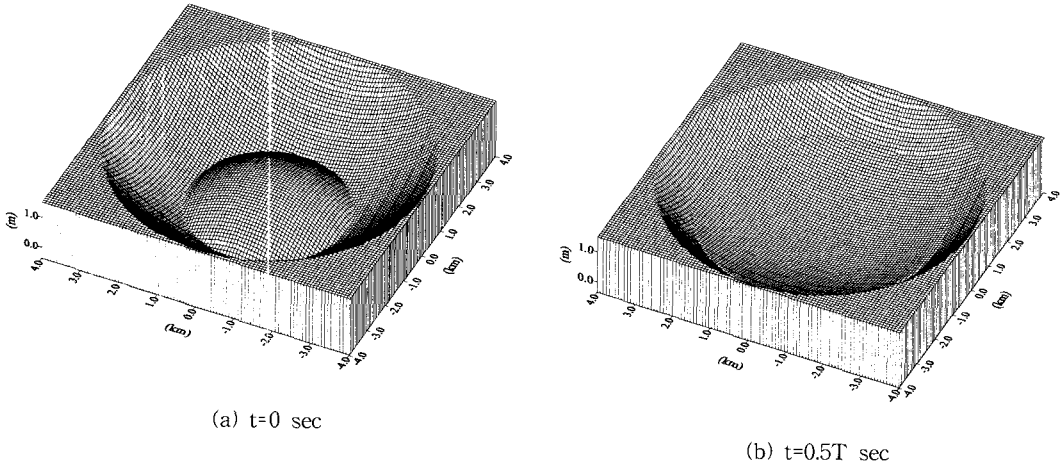
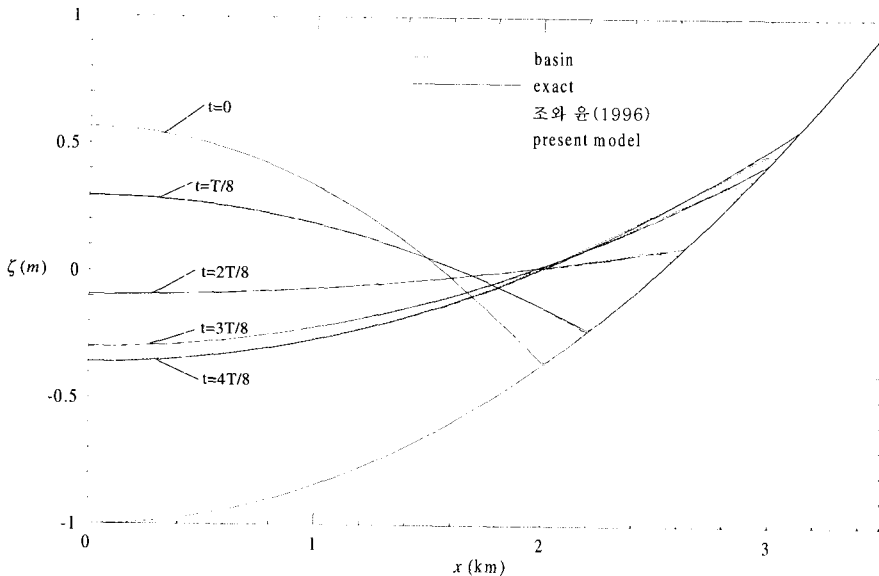
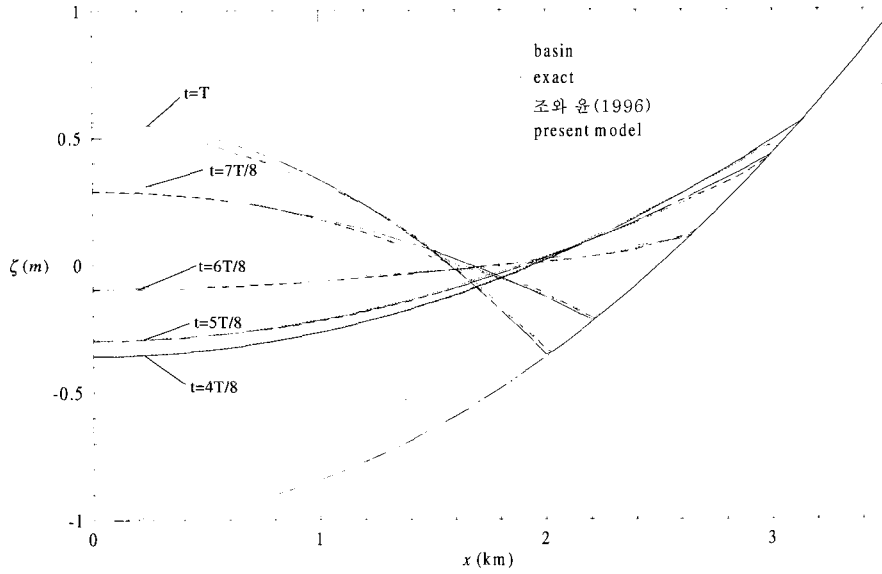


그림 3. 순간적인 자유수면변위



(a) 수면 하강



(b) 수면 상승

그림 4. 시간대별 자유수면변위 비교

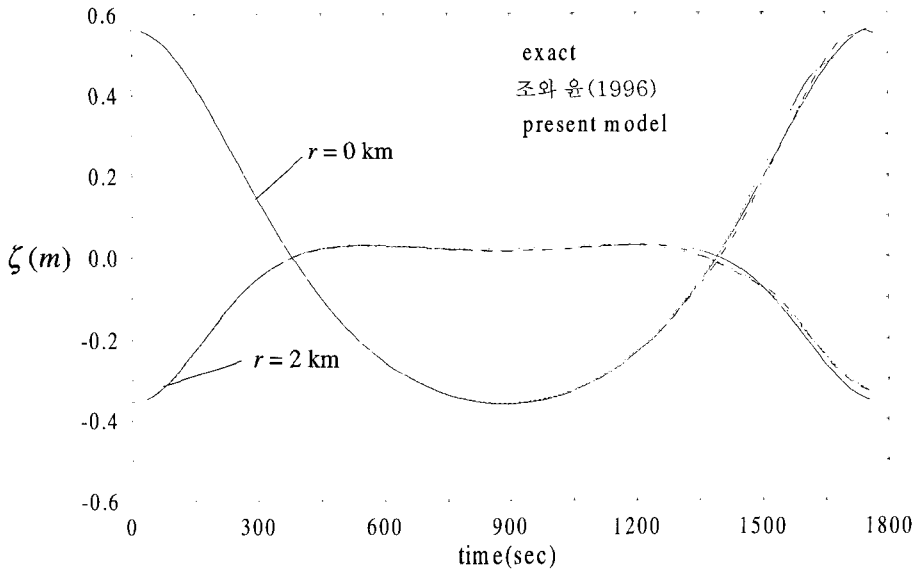


그림 5. 시간에 따른 자유수면변위의 변화

표 1. 시간에 따른 수조중앙(r=0 km)에서의 수위와 정확해와의 오차

Time	exact	조용식과 윤태훈(1996)		현 모델의 계산결과	
	수위(m)	수위(m)	오차(%)	수위(m)	오차(%)
0	0.5625	0.5625	0.00	0.5625	0.00
T/8	0.2910	0.2915	0.17	0.2914	0.14
2T/8	-0.0916	-0.0909	0.76	-0.0914	0.22
3T/8	-0.2991	-0.2982	0.30	-0.2988	0.10
4T/8	-0.3600	-0.3582	0.50	-0.3597	0.08
5T/8	-0.2996	-0.2960	1.20	-0.2994	0.07
6T/8	-0.0928	-0.0882	4.96	-0.0970	4.53
7T/8	0.2892	0.3224	11.48	0.2887	0.17
T	0.5625	0.4959	11.84	0.5448	3.15

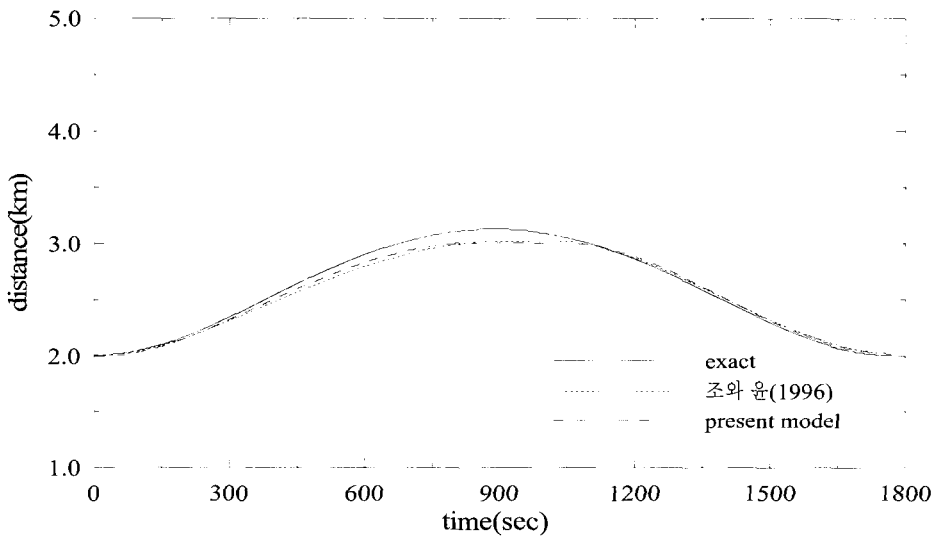


그림 6. 시간에 따른 수조 중앙으로부터 해안선까지의 거리

표 2. 시간에 따른 해안선까지의 거리와 정확해와의 오차

Time	exact	조용식과 윤태훈(1996)		현 모델의 계산결과	
	거리(km)	거리(km)	오차(%)	거리(km)	오차(%)
0	2.0063	2.0063	0.00	2.0063	0.00
T/8	2.2063	2.1938	0.57	2.1938	0.57
2T/8	2.6313	2.5563	2.85	2.5813	1.90
3T/8	2.9938	2.8688	4.18	2.9063	2.92
4T/8	3.1313	3.0188	3.59	3.0063	3.99
5T/8	2.9938	2.9813	0.42	2.9813	0.42
6T/8	2.6313	2.6563	0.95	2.6563	0.95
7T/8	2.2063	2.2313	1.13	2.2188	0.57
T	2.0063	2.0188	0.62	2.0188	0.62



그림 4는 초기상태로부터 한 주기 동안 시간에 따른 자유수면변위의 변화를 Thacker의 정확해와 기존의 수치해석 결과에 본 모형의 계산값을 비교한 것이다. 그림 4의 (a)에 도시된 바와 같이 수면이 하강하는 반주기 동안에는 정확해와 수치계산 결과가 거의 일치한다. 그러나, (b)인 경우 수면이 상승하고 해안선의 위치가 하강하는 나머지 반주기 동안에는 조용식과 윤택훈(1996)의 수치해가 정확해에 비해 작은 값을 제공하고 있는데, 이는 비선형항의 차분식에 사용된 1차 정확도의 풍상차분법에 의한 인위적인 점성(artificial viscosity)에 기인한 것이다. 본 연구에 사용된 비선형항의 2차 풍상차분법에 의한 계산결과는 정확해에 매우 근접한 자유수면변위를 나타내고 있는 것을 알 수 있다. 이는 1차에서 2차로 풍상차분법의 정확도를 향상시킴으로써 계산과정에서 발생하는 인위적 점성에 의한 수치오차를 현저히 감소시켰기 때문이다(Warming and Beam, 1976).

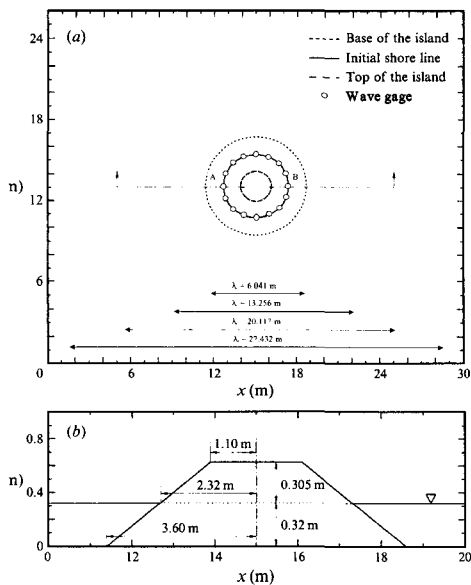


그림 7. 수리모형실험 장치:  
(a) 평면도 (b) 원형섬의 단면도

그림 5는  $r=0$  km와  $r=2$  km의 두 지점에서 시간변화에 따른 자유수면변위에 대하여 현 모델의 계산결과를 정확해, 그리고 기존의 산정결과와 비교한 것이며, 표 1은 수조중앙에서의 수위변화를  $T/8$ 의 시간간격으로 정확해와 수치해를 제시한 것이다. 그림 6은 1주기

동안 시간 변화에 따른 수조 중앙으로부터 해안선까지의 거리를 나타낸 것이며, 표 2는  $T/8$ 의 시간간격으로 정확해와 수치해를 제시하였다. 위의 결과에서 알 수 있듯이, 본 연구의 수치모형은 기존 연구에서의 1차 정확도 모형에 비해 정확해에 보다 근접한 수치해를 나타내고 있다. 또한, 표 1과 2에서 정확해에 대한 수치해의 오차를 비교하면 2차 정확도 수치모형에 의한 오차의 크기가 기존 연구의 모형에 의한 결과보다 작게 나타나고 있다. 결국, 본 연구에서 사용된 2차 정확도의 풍상차분법에 의한 수치모형이 조용식과 윤택훈(1996)에 의한 결과보다 전체적으로 정확도가 향상된 수치해를 보여주고 있다.

표 3. 조파기에 의한 파봉선의 길이

m	조파판 개수	파봉선 길이
1	14	6.041m
2	29	13.256m
3	44	20.117m
4	60	27.432m

### 5. 원형섬에서의 처오름높이

본 연구에서 개발된 수치모형을 검증하기 위하여 원형섬에서의 처오름높이를 계산하여 수리실험결과와 비교하였다. 수리모형실험은 미국 육군 공병단 산하의 해안공학연구소(CERC, Coastal Engineering Research Center)에서 수행되었으며(Liu 등, 1995), 수조의 중앙에 높이 0.625m, 헤지지름 7.2m, 비탈면 경사각  $14.04^\circ$ 의 원형섬이 위치한다. 입사파는 주기( $T$ ) 4.905sec, 파장( $L$ ) 5.1m, 파고( $A$ ) 0.032m의 단일파인 고립파이며, 비선형성의 크기를 나타내는 수심( $h$ )에 대한 입사파의 파고의 비, 즉  $\epsilon(=A/h)$ 은 0.1이다. 그림 7은 해안공학연구소에서 사용되었던 수리실험장치를 간략히 도시한 것이다.

조파기(directional spectral wave generator, DSWG)는 각각 독립적으로 작동이 가능한 60개의 소형 조파기로 구성되어 있으며, 그림의 x축을 따라 설치되었다. 실험에 사용된 입사파의 파봉선 길이( $\lambda$ )는 6.041m, 13.256m, 20.117m, 27.432m이며 각각을  $m=1, 2, 3, 4$ 로 표시하였다(표 3 참조). 원형섬 주위에서의 최대 처오름높이를 측정하기 위하여 그림과 같이 섬 주위를 따라  $\pi/8$  각격으로 파고계를 설치하였다.

다음은 본 연구에 사용된 수치모형의 정확도를 검증

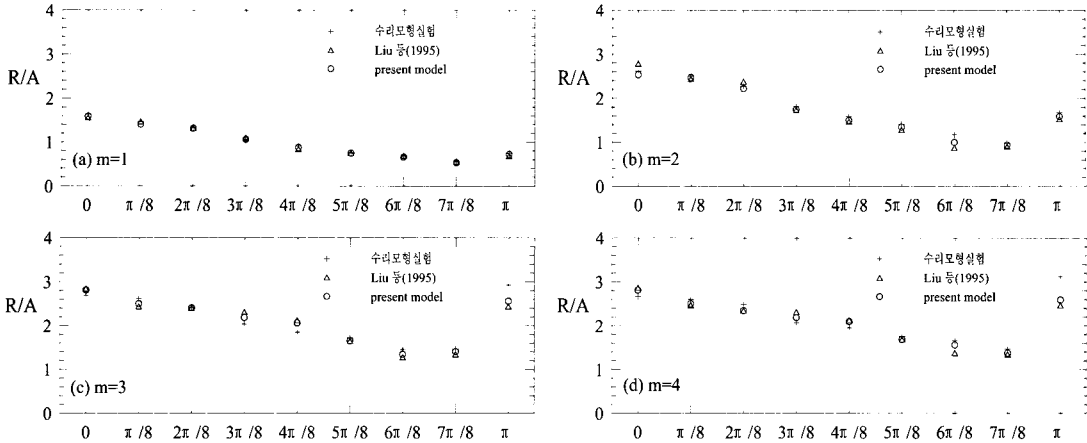


그림 8. 원형섬 주변에서의 최대 처오름높이 비교

하기 위해  $\varepsilon=0.1$ 일 때, 원형섬 주위에서의 고립파의 최대 처오름높이를 계산한 후, 이를 수리모형실험에서 계측한 자료 및 Liu 등(1995)이 1차 정확도 풍상차분법을 이용해 계산한 처오름높이 결과와 비교하여 그림 8에 도시하였다. 그림에서  $x$ 축은 섬의 앞면 중앙으로부터 반시계방향  $\pi/8$  간격으로 측정된 각도로써,  $x=0$ 과  $x=\pi$ 는 각각 섬의 앞면과 섬의 뒷면, 즉 입사파가 진입하는 방향의 중앙과 배후 지역의 중앙을 각각 의미한다. 또한,  $R$ 은 섬에서의 실제 처오름높이이며  $A(=0.032m)$ 는 입사파의 파고이다.

일반적으로 최대 처오름높이는 섬의 정면인  $x=0$  지점에서 발생하고, 섬의 후면으로 갈수록 처오름높이는 선형적으로 감소한다. 그러나, 입사파 파봉선의 길이가 증가할수록 섬의 뒷면( $x=\pi$ )에서의 처오름높이가 급격히 증가하고 있다. 이는 원형섬 주위에 간혀 서로 마주 보고 진행하던 파랑이  $x=\pi$ 에서 충돌하여 높은 처오름을 형성하기 때문이다(조용식, 1998).

그림 8. (c)와 (d)에서의 수리모형실험 관측치는 섬 전면보다 후면에서의 처오름높이가 더 크게 나타났으나, 수치계산에 의한 결과는 그보다 작은 값을 보이고 있다. 이러한 현상은 비선형항의 차분식에 사용된 풍상차분기법에 의한 인위적인 점성(artificial viscosity)에 기인한 것이며, 본 모형에 의해 계산된 결과는 인위적 점성 효과를 감소시켜 수리모형실험의 결과에 보다 근접하고 있다. 섬 후면에서의 오차를 제외하고는 전체적으로 수리모형실험에 의한 처오름높이와 수치계산에 의한 처오름높이는 매우 잘 일치하고 있다.

## 6. 결 론

본 연구에서는 비선형 천수방정식의 비선형항에 2차 정확도의 풍상차분기법을 적용하여 실제지형을 계단지형으로 단순화한 이동경계에서의 유체의 거동을 수치모의하였다. 개발된 수치모형을 이용하여 포물형 수조에서의 유체의 주기적인 거동을 모의하였다. 비선형 천수방정식에 의한 정확해, 그리고 조용식과 윤태훈(1996)의 결과와 비교하였으며, 모형의 정확도를 검증하기 위하여 원형섬에서의 처오름높이를 계산하여 수리실험결과와 비교하였다. 본 수치모형에 의한 수치해는 1차 풍상차분법에 의한 인위적 점성을 감소시켜 기존의 수치해보다 정밀도가 향상되었다.

아울러 본 연구결과에 의한 정확도가 향상된 이동경계조건을 사용하면 조석 또는 지진해일과 같은 주기파에 의한 해안지역에서의 처오름내림을 보다 정확하게 수치모의할 수 있을 것이다. 또한 해안선 근처에서의 지진해일의 거동과 같이 비선형 이송항이 중요시되는 흐름의 해석에서 2차 풍상차분기법을 이용하면 보다 정밀한 산정결과를 얻을 수 있다.

## 감사의 글

본 연구는 기상청 기상연구소의 특정사업 지진예지 및 지진해일 예측기술 개발의 지원으로 수행되었습니다.

## 참 고 문 헌

조용식 (1998). "해안선에서의 지진해일 처오름높이의 증폭." 대한토목학회논문집, 대한토목학회, 제18권, 제II-1호, pp. 41-46.

- 조용식, 서승원 (2001). "이동경계를 이용한 지진해일의 최대범람구역 추산." **한국해안·해양공학회지**, 한국해안·해양공학회, 제13권, 제2호, pp. 100-108.
- 조용식, 윤태훈 (1996). "경사지형에서의 이동경계조건" **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제16권, 제II-1호, pp. 73-81.
- Casulli, V. and Cheng, R.T. (1992). "Semi-implicit finite difference methods for three dimensional shallow water flow." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 95, pp. 629-648.
- Liu, P.L.-F., Cho, Y.-S., Briggs, M.J., Kanoglu, U. and Synolakis, C.E. (1995). "Run-up of solitary wave on a circular island." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 302, pp. 259-285.
- Lynch, D.R. and Gary, W.G. (1978). "Finite element simulation of shallow water problems with moving boundaries." in *Proc. of the 2nd Int. Conf. on Finite Elements in Water Resources*, C.A. Brebbia, W.G. Gray and G.F. Pinder, eds., pp. 2.23-2.42.
- Ramming, H.G. and Kowalik, Z. (1980). *Numerical Modelling of Marine Hydrodynamics*, Elsevier Scientific Publishers.
- Shyy, W. (1985). "A study of finite difference approximations to steady-state, convection-dominated flow problems." *Journal of Computational Physics*, Vol. 57, pp. 415-438.
- Thacker, W.C. (1981). "Some exact solutions to the nonlinear shallow water wave equations." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 107, pp. 499-508.
- Warming, R.F., and Beam, R.M. (1976). "Upwind second-order difference schemes and applications in aerodynamic flows." *AIAA Journal*, Vol. 14, No. 9, pp. 1241-1249.
- Yoon, S.B., and Cho, J.H. (2001). "Numerical simulation of coastal inundation over discontinuous topography." *Water Engineering Research*, KWRA, Vol. 2, No. 2, pp. 75-87.

(논문번호:03-59/접수:2003.07.14/심사완료:2003.10.21)