KJHM Vol. 16, No. 4, 2003, 59-68

사영기하학과 르네상스 미술

고신대 컴퓨터과학부 **계영희**

Abstract

Mathematics and arts are reflection of the spirit of the ages, since they have human inner parallel vision. Therefore, in ancient Greek ages, the artists' cannon was actually geometric ratio, golden section. However, in middle ages, the Euclidean Geometry was disappeared according to the Monastic Mathematics, then the art was divided two categories, one was holy Christian arts and the other was secular arts. In this research, we take notice of Renaissance Painting and Perspective Geometry, since Perspective Geometry was influenced by Renaissance notorious painter, Massccio, Leonardo and Raphael, etc. They drew and painted works by mathematical principles, at last, reformed the paradigm of arts. If we can say Euclidean Geometry is tactile geometry, the Perspective Geometry can be called by visual geometry.

0. 들어가는 말

인간은 수렵생활에서 농경과 목축을 하면서 정착하기 시작하자 기원전 3,500~3,000년경에는 도시생활을 영위하게 되었고 추상개념의 발달로 문자를 발명하였다. 문자의 발명은 수학의 발달을 촉진시켰으며, 구석기 시대부터 이미지를 만들어내던 미술적인 본능은 인류의 지능이 발달함에 따라 창작능력이 끊임없이 발달되어 갔다.

고대 그리스 시대에는 플라톤 철학을 토대로 그들이 추구하던 가치 곧 비례·대칭·균제의 수학인 유클리드 기하학이 발달하였으며 미술에서는 일상 생활용품에서 신전에 이르기까지 엄격하고 철두철미하게 기하학적 원리에 따라 제작되었었다[3]. 그런데 서유럽이 중세로 접어들자 플라톤의 <아카데미아>와 아리스토텔레스의 <리케이움>, 헬레니즘 문화의 거점센터 <알렉산드리아 대학>을 중심으로 연구되었던 유클리드 수학은 사라지게 된다. 기독교 성직자의 양성을 위한 기관인 수도원이 학문의 중심으로 변했기 때문이다. 유클리드 기하학이 사라지면서 수학은 보잘 것 없으며 의미도 없는 <수도원 수학>으로 대치되어 갔고, 미

술에서는 기독교의 교리와 성서의 기적적 내용 등을 표현하기 위한 종교화와 남녀의 세속적 사랑을 묘사하는 세속적인 미술로 대치되어 갔다[4].

본 논문에서는 콜럼버스의 신대륙 발견 이후 유럽의 르네상스 정신에 주목하면서 르네상스 시대의 미술이 이끈 사영기하학과 원근법을 찬란하게 꽃 피운 르네상스 미술에 관하여 상호연관성을 살펴보고자 한다.

1. 르네상스의 시작

야만족이 대 로마제국을 붕괴시킨 후 중세 1,000년 동안 조형예술에서는 실물과의 유사성을 추구하지 않았다. 천상으로부터 하나님의 음성을 듣고자 갈망했던 중세인들은 청각 시스템을 강조하면서 시각적 욕구는 육신의 정욕으로 치부해버렸다[4]. 그러나 가죽부대에 오래 들어있던 포도주가 발효되고 팽창되어 용기를 터뜨리며 폭발하듯 이탈리아의 긴 장화 속에서 새로운 인간의 시대 르네상스의 씨앗이 발아하고 있었다.

중세 후기 유명한 수도사 성 프란체스코는 인간을 비롯한 모든 살아있는 것들에 대한 사랑과 창조의 아름다움을 강조하였고 이에 대한 영향으로 화가 지옷토(Giotto, 1266~1337)는 인간의 육체와 정서를 회화의 주제 속에 나타내기 시작했다. 또한 프란체스코 수도사 로저 베이컨(Roger Bacon, 1214~1292)은 과학과 교회를 대립시키지 않고 과학을 비기독교인을 개종하는데 도울 수 있는 수단이라고 여겼다. 그는 하나님이 세상을 창조할 때 유클리드 기하의 원리에 따라서 창조했으므로 사람들도 이 원리를 따라야 한다고 주장하면서 화가들이 기하를 배워 회화에 이용한다면 성서의 내용이 사실적으로 묘사되어 그림을 본 사람들이 성서의 사건을 진정으로 믿으며 확신에 거할 수 있으리라고 생각하였다[12]. 13세기가 되자 이와 같은 새로운 사고방식으로 유럽인들은 공간 그 자체를 기하학적으로 이해하기 시작한다.

한편 중세의 폐쇄적인 봉건 영주제의 몰락과 더불어 상업과 금융업의 발달, 신흥 시민계급의 성장, 콜럼버스의 지리상 발견 등은 르네상스를 촉진시키는 원인이 되어갔다. 신학과 철학 그리고 경제학과 정치학이 아닌 미술이 시대를 앞서서 이끌어간 기이한 현상이 이탈리아에서 일어났으니 이것이 곧 르네상스 운동이다.

2. 원근법(遠近法)의 등장

창의성과 자유로움이 억압되었던 중세문화에 염증 난 이탈리아인들은 고대 그리스와 로마

의 문화・예술을 재발견하기 시작했다. 사물의 대상을 사실적으로 완벽하게 재현하려고 하니 현실에 대한 정확한 지식이 필요했고 원근법이라는 트릭과 해부학을 탄생시키게 되었다. 때를 따라 금속활자, 현미경, 망원경의 발명으로 청각과 시각의 순위는 자연스레 바뀌어갔다[3]. 중세에는 육체를 죄라고 생각하는 금욕적인 윤리가 지배적이었으므로 누드화가 나올 수 없었으나 이제 르네상스 화가들은 女神의 이름을 빌려 누드화를 그릴 수 있게 되었고 화가들은 원근법을 위해 유클리드 기하를 연구하기 시작했고, 인체와 동・식물을 새롭게 관찰하기 시작했다. <그림 1>은 르네상스의 화가 보티첼리(Botticheli, 1444~1510)가 그린 작품 <봄>이다. 가운데 사랑의 신 비너스가 걸어 나오고 왼쪽에는 삼미신(三美神)이 화려하게 춤을 추고 있는데 벗은 것과 별 차이 없는 얇은 옷을 걸치고 있으며 오른쪽의 봄의 여신 플로라는 꽃무늬 드레스를 입고 있는 봄기운이 충만한 그림이다. 그런데 이 그림에서 놀라운 점은 오렌지나무를 비롯하여 그림 전체에 나오는 식물이 500종이나 되고 봉오리를 펼친 꽃송이만 190가지라는 점이다[8]. 도처에서 놀라운 변화가 시도되었다. 레오나르도 다 빈치는 인체의 스케치를 잘 하기 위해 당시에는 불법이었던 시체해부를 몰래 60구 이상 해부했다는 기록도 있다[6]. 중세인은 귀를 통해 얻은 지식과 정보가 눈으로 얻은 것보다 훨씬 더 신뢰할만한 것으로 여겼지만 르네상스인은 청각과 촉각보다 시각이 훨씬 더 이 세계를 합리적이고 객관적으로 파악한다고 생각하게 된 것이다.

중세에는 형이상학적 위계질서에 따라 천사들은 인간보다 조금 크게, 예수 그리스도는 천사보다 조금 더 크게 그려지곤 했으나 르네상스 화가들은 회화에 원근법을 도입하여 단일한 유클리드 공간 안에 예수 그리스도와 천사, 인간을 모두 같은 크기로 표현하게 되었고 유클리드 기하학을 연구한 결과 15~16세기 원근법 화가들은 당대의 으뜸가는 수학자였으며 실지로 갈릴레이는 미술학교에서 원근법을 가르쳤다고 한다. 회화의 幾何化는 단순히 예술적인 취향의 문제가 아니라 유럽인들의 공간관에 있어서 큰 변혁이었다[10].

원근법이란 가까운 물체는 크게, 멀리 있는 물체는 작게 그리는 표현방법으로서 르네상스 이전에 이미 있었지만 수학적인 비례에 맞지 않는 각양각색의 비율로 그려지곤 했다. 수학적인 비례에 의한 완벽한 선원근법은 투시화법(透視畵法)이라고도 불리는데 최초의 발견자는 교회 건물을 스케치하던 중 소실점(消失點, vanishing points)을 발견한 피렌체의 조각가 브루넬리스키(Filippo Brunelleschi, 1377~1446)이다. 그는 평면도, 입면도, 시각 피라미드의 횡단면을 사용해서 선원근법을 개척하였다[5].

최초의 원근법 그림으로는 마사치오(Masaccio, 1401~1428)의 작품 <聖 삼위일체>를 든다. 산타 마리아 노벨라 성당의 제단화로 그려지어 처음 공개되었을 때 벽에 큰 구멍이 뚫려있는 것처럼 보여서 사람들이 무척 놀랐다고 전해진다. 하나님과 십자가의 예수, 그 앞의 마리아와 요한, 그 아래 그림을 기증한 부부의 위치는 4중으로 공간적 깊이를 느끼게 한다. 미술사학자들이 계산해 본 결과 그림 속 채플의 천장은 가로가 2.13m, 깊이가 2.75m나 된다고 한다. 제단 위의 사각형들은 예수 그리스도의 머리 위 한 점에서 모두 모였다가 사라지게 되는데 투시도의 선이 모이는 이 점을 소실점(消失點)이라고 부른다[19]. 원근법은 '나'라

는 주체가 '사물'이라는 객체를 파악하는 새로운 사유형식이자 개인을 존중하는 휴머니즘 사상이다. 자아에 대한 이러한 개념은 곧 근대철학의 주제가 되었던 것이다.

<그림 4>는 '고대 그리스・로마 문화의 재발견'이라는 르네상스에 대한 명제를 라파엘의 이 그림하나로 충분한 설득력을 갖는 완벽한 선원근법의 작품 <아테네 학당>이다. 플라톤이 기원전. 4세기경 아카데미아 숲에 세웠다는 <아카데미아>를 라파엘은 2,000년이 지난 16세기에 다음과 같이 표현해 놓았다. 정면에 걸어 나오는 두 사람 중 왼쪽은 이데아 사상을 설파했던 플라톤, 오른쪽은 푸른 겉옷을 걸치고 윤리학 책을 든 아리스토텔레스이다. 계단에 반라(半裸)의 모습으로 기대고 있는 노인은 철학자 디오게네스, 오른편 앞쪽에 허리를 구부리고 땅에 컴퍼스로 바닥에 도형을 그리고 있는 인물은 수학자 유클리드, 왼쪽 앞에서 책에다 열심히 쓰고 있는 학자는 피타고라스이다. 이 외에도 등장한 인물은 철학자, 지리학자, 인문학자와 같은 고대 그리스의 학자들인 것이다. 완벽한 원근법의 천정 처리와 기둥, 벽은 신전을 연상케 하는 무대 같으며 인물들의 동작과 포즈, 분위기는 부드러우면서 드라마틱하다. 또한 재미있는 사실은 동시대 화가들을 모델로 그리스의 철학자들을 형상화한 점이다. 플라톤은 레오나르도 다 빈치의 얼굴로, 헤라클레이토스는 미켈란젤로로, 유클리드는 브라만테의 얼굴로 대입되었다[21].

3. 왜 레오나르도인가?

<최후의 만찬>하면 누구나 레오나르도 다 빈치(Leonardo, da Vinci, 1452~1519)의 작품을 떠올리지만 그토록 레오나르도의 것이 유명한 이유는 다른 작품과 비교할 때에 비로소 그 탁월성이 이해가 된다. <그림 5>는 14세기 초 지옷토의 <최후의 만찬>이다. 예수 그리스도는 물론이고 열 두 제자의 머리에는 성스러움을 표현하기 위해 어김없이 후광이 그려지었고 한 명을 제외하고 제자들은 모두 엄숙한 표정으로 꼿꼿한 자세로서 동작과 얼굴에는 개성이 없다. <그림 6>은 1480년경 기를란다요 의 작품으로 산마르코 교회의 수도원 식당 벽면에 그려지었는데 인물의 표현은 앞과 동일하며 웅장한 건물과 화려한 식탁보가 주는 느낌은 최후의 만찬이 열렸던 다락방의 느낌이 와 닿지 않는다.

<그림 7>은 1498년경 레오나르도 다 빈치의 작품으로서 많은 부분이 훼손되었음에도 불구하고 작품의 위대성을 증명하고 있다. 앞의 작품들과 비교할 때 레오나르도는 12명의 제자를 3명씩 4그룹으로 분할을 했으며 예수의 이마 위에 소실점을 두고 디자인하여 그림 전체가 3차원적인 입체감을 느끼게 한다. 자신의 죽음을 알고 있는 쓸쓸하고 황폐한 영혼의 예수는 아무렇지도 않은 표정으로 손을 벌려 빵을 떼고 포도주 잔으로 자신의 몸과 계약의 피에 대한 마지막 설교를 하면서 제자 중 하나가 배반할 것이라는 폭풍 같은 선언을 한다. 혼돈스러워 하는 제자들의 모습을 레오나르도는 이처럼 역동적으로 표현한 것이다. 이 작품

은 공개되자마자 예술의 기적으로 일컬어졌으나 역사의 소용돌이 속에서 10차례나 복원작업이 시도되는 수난을 겪고야 말았다. <그림 8>은 브람빌라가 1980년에 시작하여 20년 동안 진행한 복원작업 광경이다. 산타마리아 델레 그라치에 교회 수도원 식당 전체 벽면에 그려진 그림은 그림 속 천장 모서리 선과 실제 식당 벽면의 천장 모서리 선이 완전히 일치한다. 원근법적 공간계산이 뛰어나기 때문에 수도원 식당에서 식사를 하는 수사들은 예수와 그의 제자들과 함께 만찬을 나누는 착각에 빠진다는 것이다[9].

4. 유클리드기하의 난문제를 해결한 화가: 레오나르도 다 빈치

씨저(케이사르)의 용병 대장이었던 비트루비우스가 쓴 <건축 10서>의 제 3권에는 인체 비례가 설명되어 있다. 이 책은 다방면에 호기심 많고 그칠 줄 모르는 열정의 소유자였던 레오나르도를 사로잡았다. 그 결과 고대 그리스의 3대 난문제 중 하나인 '원과 같은 넓이를 갖는 정사각형의 작도법'을 멋지게 보였다.

비트루비우스에 의하면 사람의 몸은 누워서 키의 1/14만큼 짧아질 때까지 다리를 벌리고 팔과 손가락을 반듯이 펴서 머리의 정수리 높이만큼 들어올린다면 완전히 펼쳐진 인체의 중심은 배꼽이 되어야 하고 벌린 두 다리 사이에는 정3각형을 그려 넣을 수 있어야 한다는 것이다. 이것을 가지고 레오나르도는 다음과 같이 수학의 문제를 해결했다.

① 정사각형과 같은 넓이를 갖는 원의 작도(<그림 10> 참고)

신장의 1/6 길이 만큼을 머리에서 내려온 어깨선을 수평으로 연장하면 가로로 펼친 팔의 가운데 손가락은 관통하는데 배꼽아래 즉, 단전에 컴퍼스의 중심을 두고 손가락 끝을 스치도록 작은 원을 그리면 정사각형과 새로 작도한 원의 넓이의 비는 1 : 1.003이 된다.

② 원과 같은 넓이를 갖는 정사각형의 작도(<그림 11> 참고)

정사각형의 밑변 모서리에서 배꼽을 지나는 사선을 2개 긋고 사선과 원과의 교점을 잡는다. 두 교점을 수평으로 지나는 직선을 윗변으로 하는 새로 만들어진 큰 정사각형은 원의 넓이와 같다. 이때 정사각형과 원의 넓이의 비는 1 : 1.000373이 된다.

아르키메데스는 원에 내접·외접하는 정96각형을 2개 그려서 π의 값을 3.14084 < π <

3.142858로 소수점 3자리까지 오차를 줄였었는데 화가 레오나르도는 소수점 4자리까지 오차를 줄인 멋진 작도법을 창안했던 것이다[8]. 이와 같은 인체비례론에 대한 탐구와 사고방식은 누구나가 자기 자신의 비례기준을 가지고 있다는 것으로서 근대의 주관적 자아의식이 선행되지 않고서는 불가능한 발상이었다.

5. 사영기하학의 탄생

고대 그리스이래 명제 "평행인 두 직선은 절대로 만나지 않는다."는 불변의 진리였다. 왜냐하면 평면에 놓여있는 직선을 손으로 집어서 다른 직선 위에 올려놓으면 포개지기 때문이었다. 그러나 르네상스 인들은 평행인 두 직선을 멀리서 바라볼 때 만날 수 있으리라는 시각정보를 믿기 시작했다. 이러한 생각을 한없이 계속해나가면 "모든 평행선은 만난다."로 가정하게 되고 무한히 먼 곳에서 만나는 이 점을 무한원점(無限遠點, ideal points)이라고 불렀다. 물론 이 점은 가상의 점이며, '{무한원점}=무한원직선'으로 이해하면 된다[1]. 무한원점을 첨가한 공간의 기하학이 사영기하학(射影幾何學, Projective Geometry)이므로 유클리드 직선에 무한원점을 첨가하면 사영직선이 되고, 유클리드 평면에 무한원직선을 첨가하면 사영평면이 되는 것이다. 사영기하학에서는 원래의 도형을 연구하는 대신에 도형이 스크린에 비친 '사영의 단면'을 연구한다.

<그림 12>는 시점 O와 평면 π위에 있는 도형 F 상의 모든 점을 잇는 직선의 다발을 '사영(射影)', 사영과 화면 π' 의 교점, 즉 사영이 π'에 비치는 부분을 '절단(切斷)'이라고 한다. 말하자면 사영과 절단에 의해 변하지 않는 도형의 성질을 연구하는 기하학을 사영기하학이라고 말할 수 있다. 평면 π위에서 평행인 두 직선은 π' 위의 직선 h 위에서 만나게 되는데 이 직선이 바로 무한원직선인 것이다. 스크린에 비친 사영의 단면들의 도형에서는 정사각형이 사다리꼴이나 임의 사각형으로 절단될 수 있으므로 결국 사영기하학에서는 사다리꼴과 정사각형이, 임의사각형과 정사각형이 합동인 도형이 되는 것이다[6].

앞에서 언급한 바와 같이 화가들이 2차원 화폭(캔버스)에 첨가한 소실점을 수학자들은 무한원점이라고 이름지었고 마침내는 사영기하학을 탄생시킨 것이다. 유클리드 기하가 만지는 기하(Tactile Geometry)였다면 사영기하는 보는 기하(Visual Geometry)라고 말할 수 있다[1]. 사영기하학은 르네상스 때 발아하여 19세기가 되어서 수학의 한 분야로 자리매김을 하게 된다. 최근에는 애니메이션을 만들 때 이용되는데 2차원 평면인 컴퓨터 모니터나 스크린에 3차원적 동적 이미지를 만드는 데 역시 빠져서는 안 되는 수학이론인 것이다.

6. 맺는 말

고대 그리스와 르네상스의 미술을 볼 때 탁월한 예술성이 있는 작품에는 반드시 철저하게 수학을 추구하는 정신이 깔려있었으며, 수학의 정신이 결여된 중세의 미술에서는 역시 예술적 탁월성이 보이지 않는다. 고대 그리스 사회는 비례·대칭·균제를, 중세 유럽사회는 기독교 정신을 추구했다면, 르네상스 시대는 고대 그리스·로마문화를 재발견하면서 실험·관찰을 추구하는 사회였다. 르네상스의 뛰어난 거장 레오나르도 다 빈치는 고대 그리스의 3대 수학의 open problem을 인체를 실험·관찰하면서 해결해 보았고, 성서의 내용을 신앙의 바탕 위에 원근법이라는 수학적 원리를 탐색하면서 예술성을 극대화 시켰다.

2차원 평면에 수평선을 긋고 소실점을 정하는 르네상스 화가들의 사유형식은 수학에서 x축, y축을 설정하는 것과 동일한 개념인 것이다. 결국 르네상스 정신은 근대수학과 과학의 발전을 준비하는 씨앗이 되었다. 500년 전에 화가들에 의해 열심히 연구되었던 원근법은 사영기하학을 태동시켰고 최근에는 컴퓨터 모니터나 스크린에 3차원적 동적 이미지의 애니메이션을 만들 때 이용된다고 한다. 이러한 점이 곧 수학의 위대성이라고 말할 수 있을 것 같다.

참고 문헌

1. 계영희, **수학과 미술**, 전파과학사, 1984.
2. ———, "수학과 미술의 추상성," **한국수학사학회지** 제 12 권 제 2 호(1999), 119-133.
3. ———, "유클리드 기하학과 그리스 미술," **한국수학사학회지** 제 16 권 제 2 호(2003), 23-34.
4. ———, "수도원 수학과 중세 미술," **한국수학사학회지** 제 16 권 제 3 호(2003), 77-88.
5. 긴 시로/ 박이엽 역, **두 시간 만에 읽는 명화의 수수께끼**, 현암사, 1996.
6. 김용운 · 김용국, **수학사 대전**, 우성문화사, 1986.
7. ——————, **수학사의 이해**, 우성문화사, 1997.
8. 노성두, **유혹하는 모나리자**, 한길 아트, 2001.
9. ———, **고전미술과 천 번의 입맞춤**, 동아일보사, 2002.
10. 레오나드 쉴레인/ 김진엽 역, **미술과 물리의 만남**, 도서출판 국제, 1995.
11. 리처드 만키에비츠/ 이상원 역, **문명과 수학**, 경문사, 2002.
12. 마거릿 버트하임/ 최애리 역, **피타고라스의 바지**, 사이언스 북스, 1997.

13. 박우찬, 서양미술사 속에는 서양미술이 있다, 도서출판 재원, 1998.
14. 버트란트 럿셀/ 최민홍 역, 서양철학사 상, 하, 집문당, 1982.
15. 슈나이더/ 이충호 역, 자연, 예술, 과학의 수학적 원형, 경문사, 2002.
16. 이주헌, 신화 그림으로 읽기, 학고재, 2000.
17. ———, 50일간의 유럽 미술관 체험 1, 2, 학고재, 2002.
18. 조르주 뒤비·미셸 페로/ 조형준 역, 여성의 역사 3/ 르네상스와 계몽주의의 역설, 새 물결, 1999.
19. 최승규, 서양미술사 100장면, 가람기획, 1996.
20. 칼 B 보이어·유타 C 메르츠바흐/ 양영오·조윤동 역, 수학의 역사·상, 경문사, 2000.
21. 캐롤 스트릭랜드/ 김호경 역, 클릭 서양미술사, 예경, 2002.
22. 파라몽 편집부/ 김광우 역, 미술 양식의 역사, 미술문화, 1999.
23. H. W. 잰슨/ 김윤수 역, 미술의 역사, 삼성출판사, 1978.
24. H. Weyl, *Symmetry*, Princeton Univ. Press, Princeton, New Jersey, 1952.
26. Jean Pierre Maury, I. Mark Paris translated, *Newton: the Father of Modern Astronomy*, Abrams Discoveries, A Times Mirror Company, 1992.
27. Matila Ghyka, *The Geometry of Art and Life*, Dover Pub., New York, 1977.
28. Steven Shapin, *The Scientific Revolution*, University of Chicago Press, Chicago, 1996.
29. W. M. Ivins, Jr., *Art and Geometry : A Study in Space Intuitions*, Dover Pub., New York, 1964.
31. 地 淸, 數學文化의 遍歷, 林北出版株式會社, 東京, 1995.

그림 1. 보티첼리 <봄> 1482년 피렌체

그림 2. <봄>의 일부

그림 3. 마사초
<성 삼위일체>

그림 4. 라파엘 <아테네 학당> 1510-11 로마 바티칸

그림 5. 지옷토 <최후의 만찬>

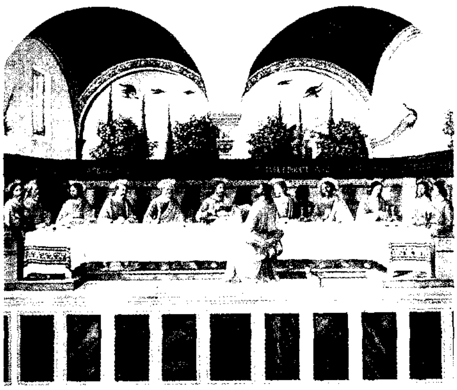

그림 6. 기를란다요 <최후의 만찬> 1480.

그림 7 레오나르도 다 빈치 <최후의 만찬>

그림 8 브람빌라의 복원 장면

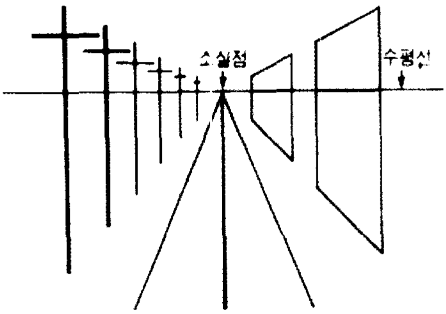

그림 9 소실점의 원리

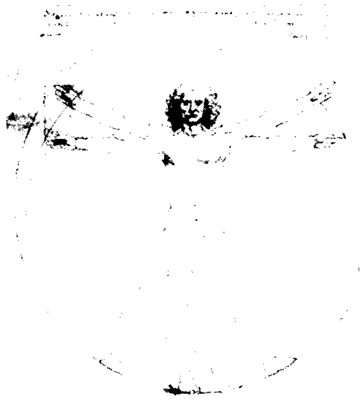

그림 10 레오나르도 다 빈치 정사각형과 같은 넓이를 갖는 원의 작도 이 때 원의 중심은 단전이다

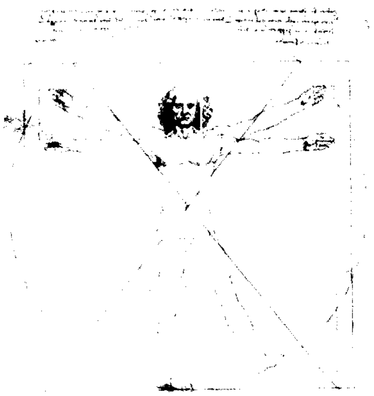

그림 11 레오나르도 다 빈치 원과 같은 넓이를 갖는 정사각형의 작도 이 때 원의 중심은 배꼽이다

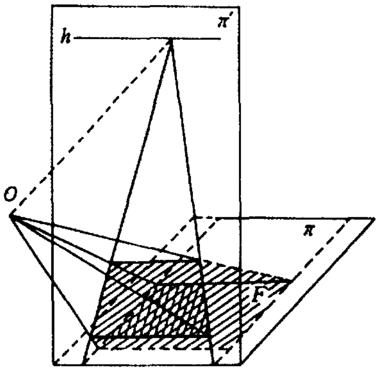

그림 12 사영과 단면의 원리