

CDMA 이동통신시스템을 위한 QoS 기반 최적 전송출력/전송률 할당 체계*

장근녕**

Optimal Power and Rate Allocation based on QoS for CDMA Mobile Systems*

Kun-Nyeong Chang**

■ Abstract ■

This paper studies power and rate control for data users on the forward link of CDMA system with two cells. The QoS for data users is specified by delay and error rate constraints as well as a family of utility functions representing system throughput and fairness among data users. Optimal power and rate allocation problem is mathematically formulated as a nonlinear programming problem, which is to maximize total utility under delay and error rate constraints, and optimal power and rate allocation scheme (OPRAS) is proposed to obtain a good solution in a fast time. Computational experiments show that the proposed scheme OPRAS works very well and increases total utility compared to the separate power and rate allocation scheme (SPARS) which considers each cell individually.

Keyword : CDMA, QoS, Power and Rate Allocation

1. 서론

차세대 이동통신시스템에서는 인터넷 접속 등과

같은 멀티미디어 데이터 전송에 대한 수요가 증가할 것으로 예상되고 있다. 이에 따라 순방향 링크(forward link)가 이동통신시스템 전체의 용량을

논문접수일 : 2003년 2월 24일 논문게재확정일 : 2003년 10월 15일

* 이 논문은 2001년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2001-041-C00311).

** 연세대학교 경법대학 경영학과

결정하는데 있어서 중요한 역할을 할 것으로 보인다. 따라서 순방향 링크에 대해서 지연(delay), 데이터 처리량(data throughput) 등과 같은 시스템 성능 척도를 최적화할 수 있도록 전송출력(transmission power), 비트당 에너지 대 잡음비(E_b/N_0 ; bit energy-to-noise density ratio), 데이터 전송률(data rate) 등과 같은 시스템 자원을 제어할 필요성이 증대되고 있다.

이에 따라 통합 음성/데이터 CDMA 시스템에서 전송출력, E_b/N_0 , 데이터 전송률 등에 대한 제어 체계 연구가 많이 이루어져오고 있다[4, 6, 10, 12, 15, 16, 18]. 그런데 이들 연구는 데이터 사용자에게 대한 QoS(Quality of Service)를 최소 E_b/N_0 (또는 SIR; signal-to-interference ratio) 요구사항만으로 특정화하거나 에러가 발생한 프레임에 무한정 재전송한다고 가정하고 있어 음성과 차이가 있는 데이터의 특성을 제대로 반영하지 못하고 있다.

이러한 점을 보완하기 위해 최근에 데이터 사용자에게 대한 QoS를 음성과 차별화하여 여러 가지 요소로 특정화하고, 에러 프레임의 재전송 횟수를 지연 허용정도와 결부시켜 제한하는 보다 실제적인 CDMA 시스템에 대한 연구가 이루어졌다[13]. 이 연구에서는 음성과 달리 어느 정도의 지연이 허용되는 데이터의 특성을 반영하기 위해 물리 계층(physical layer)과 TCP 사이에 지연 허용정도를 반영할 수 있는 기능을 담당하는 RLP(Radio Link Protocol)를 활용하고 있다. RLP는 에러 프레임을 일정한 제한된 횟수만큼만 재전송하도록 제어한다. 이 때의 재전송 횟수는 지연 허용정도에 의해 결정된다. RLP가 재전송후의 에러율 PRER(Post RLP error rate; POST RLP 에러율)이 일정 수준 이하가 되도록 제어하면, TCP는 자체 데이터 복구 체계를 활용하여 믿을만한 종단간(end-to-end) 데이터 전송을 수행할 수 있게 된다.

Song and Mandayam[13]은 CDMA 시스템의 순방향 링크를 대상으로 지연 및 PRER 제약과 전송출력 제약 하에서 데이터 전송률과 사용자간 형평성(fairness)을 반영한 총효용(total utility)을 최

대화하기 위한 각 사용자의 E_b/N_0 , 목표값 및 데이터 전송률 할당 체계를 제시하고 있다. 이 연구에서는 각각의 셀별로 개별적으로 최적 E_b/N_0 목표값 및 데이터 전송률을 결정하고 있다. 그런데, 최적화 관점에서 볼 때 두 개 이상의 셀을 동시에 고려하여 각 기지국의 총평균전송출력(total average power)과 각 사용자에게 대한 E_b/N_0 목표값 및 데이터 전송률을 결정하게 되면 시스템 전체의 용량을 개선할 수 있다.

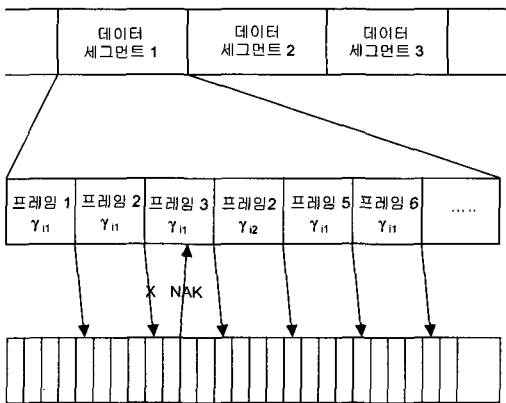
본 논문에서는 두 개의 셀로 구성된 CDMA 시스템의 순방향 링크를 대상으로 지연 및 PRER 제약과 전송출력 제약 하에서 데이터 전송률과 사용자간 형평성을 반영한 총효용을 최대화하기 위한 각 기지국의 총평균전송출력과 각 사용자의 E_b/N_0 , 목표값 및 데이터 전송률 할당 체계를 제시하고자 한다. 여기에서는 데이터 사용자의 QoS가 데이터 전송률과 사용자간 형평성을 반영하는 효용함수(utility function)와 지연 및 에러율 제약에 의해 특정화되어진다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2장에서는 분석 대상이 되는 CDMA 시스템의 모형을 설명한다. 3장에서는 최적 전송출력 및 전송률 할당 모형을 수리적으로 정형화하고, 문제의 특성을 활용하여 단순화한다. 4장에서는 3장에서 제시한 할당 모형을 빠른 시간 내에 해결하기 위한 최적 전송출력 및 전송률 할당 체계를 제시한다. 5장에서는 실험을 통해 제시한 할당 체계의 성능을 분석하고, 6장에서는 결론을 제시한다.

2. 시스템 모형

본 논문은 [13]에서와 같이 순방향 링크에서의 데이터 전송이 [그림 1]과 같이 데이터 세그먼트(data segment, 다수의 프레임(frame)으로 구성)와 프레임 단위로 이루어지고, 모든 데이터 사용자의 데이터 전송이 세그먼트와 프레임 단위로 동기화되는 CDMA 시스템을 대상으로 한다. 기지국으로

부터 받은 프레임에 에러가 발생했을 경우 이동국은 역방향 링크(reverse link)의 제어채널을 이용하여 프레임 재전송을 요청하는 NAK 메시지를 기지국으로 보낸다. 이 경우 기지국은 다음으로 이용 가능한 프레임 슬롯을 이용하여 에러가 발생한 프레임을 재전송하게 되고, 이러한 재전송은 지연 제약이 만족되는 범위 내에서 M번까지 반복된다. IS-2000에서는 트래픽 프레임의 길이가 20ms이고 제어 프레임의 길이가 5ms이므로, 트래픽 프레임 단위의 지연만으로 재전송이 이루어진다[13,15]. 에러가 발생한 프레임을 현재의 세그먼트에서 재전송할 수 없는 경우에는, 다음 세그먼트의 초기에 새로운 프레임으로 전송한다. 사용자 i 에 대한 데이터 전송률 R_i 와 사용자 i 에 대한 특정 프레임의 j 번째 전송(2 이상은 재전송임)에 대한 E_b/N_0 목표값 $\gamma_{ij}(j=1, \dots, M)$ 는 세그먼트 단위로 결정된다.



[그림 1] 데이터 전송 모형

데이터 사용자의 QoS는 지연 허용정도, 에러 성능(error performance), 데이터 처리량(데이터 전송률), 사용자간 형평성 등의 요소로 특정화된다. 지연 허용정도는 허용 가능한 재전송 횟수에 대한 제약으로 정의되고, 에러 성능은 충족되어야 하는 PRER에 의해 정의된다. 지연과 PRER 제약 하에서 각 데이터 사용자는 더 높은 처리량을 선호하지만, 네트워크 관점에서는 사용자들간의 형평성이

어느 정도 요구된다. 따라서 지연 및 PRER 제약이 만족되는 범위 내에서, 처리량과 형평성을 동시에 반영해야 한다.

처리량과 형평성을 동시에 반영하기 위한 효용 함수에 대한 연구가 유선 통신 및 무선 통신 분야에서 다양하게 이루어져 왔다[1, 3, 8, 11, 13]. 본 연구에서는 [13]에서와 같이 사용자 i 에 대한 효용 함수 $U_i(R_i)$ 를 데이터 전송률 R_i 의 함수로 정의한다. 효용 함수 $U_i(R_i)$ 는 단조 증가하는 오목 함수라고 가정한다. $U_i(R_i)$ 가 오목 함수이므로 낮은 데이터 전송률에 더 높은 페널티(penalty)를 부여하게 되고, 따라서 사용자간의 형평성을 반영하게 된다. $U_i(R_i)$ 의 형태를 조정함으로써 시스템 전체의 데이터 전송률과 사용자간 형평성간의 트레이드오프(tradeoff) 관계에 변화를 줄 수 있다.

E_b/N_0 목표값 γ_{ij} 는 이동국에서 결정되고, 이동국은 이 목표값을 충족시킬 수 있을 정도로 전송출력을 조정하도록 하는 출력제어정보를 기지국으로 보낸다. 본 논문에서는 시스템에서 사용되는 전송출력 제어 알고리즘을 이용하여 E_b/N_0 목표값 γ_{ij} 를 달성하도록 전송출력을 제어할 수 있다고 가정한다[5, 13, 14]. 이동국은 순방향 링크 채널정보에 기초하여 미리 정한 프레임 에러 성능을 달성할 수 있도록 γ_{ij} 를 결정한다. 채널정보는 주어진 γ_{ij} 에 대해 순방향 링크 프레임 에러율(FER; frame error rate)이 얼마인가의 형태로 주어진다고 가정한다. 즉 γ_{ij} 에 대해서 FER $f_i(\gamma_{ij})$ 가 알려져 있다고 가정하고, $f_i(\cdot)$ 는 단조 감소하는 볼록 함수라고 가정한다[7, 13].

3. 최적 전송출력 및 전송률 할당 모형

3.1 최적 전송출력 및 전송률 할당 모형의 정형화

본 논문은 N^A 명의 데이터 사용자가 있는 A 셀

과 N^B 명의 데이터 사용자가 있는 B 셀로 구성된 CDMA 시스템을 대상으로 한다. 데이터 전송률과 사용자간 형평성을 고려한 총효율을 최대화하는 각 기지국의 총평균전송출력과 각 사용자의 E_b/N_o 목표값 및 데이터 전송률을 구하기 위한 모형을 정형화한다. 제약식으로는 순방향 링크에서의 총평균 전송출력이 한계값 C 이내라야 한다는 것과 각 데이터 사용자의 PRER이 한계값 ϵ_0 이내라야 한다는 것이 고려된다. 모형 정형화에 사용되는 패러미터는 아래와 같고, 열잡음(thermal noise)은 평균경로이득(link gain)에 비해 매우 작다고 가정한다.

$X_i^A (X_i^B)$: 데이터 세그먼트에서 셀 A(셀 B) 내 사용자 i 의 평균 E_b/N_o

$P_i^A (P_i^B)$: 데이터 세그먼트에서 셀 A(셀 B) 내 사용자 i 에 대한 평균전송출력

$h_i^A (h_i^B)$: 데이터 세그먼트에서 셀 A(셀 B) 내 사용자 i 의 셀 내 평균경로이득

$h_i^{AB} (h_i^{BA})$: 데이터 세그먼트에서 셀 A(셀 B) 내 사용자 i 의 셀 B(셀 A)로부터의 평균경로이득

$I_i^A (I_i^B)$: 데이터 세그먼트에서 셀 A(셀 B) 내 사용자 i 에 대한 열잡음

W : 확산대역(spreading bandwidth)

먼저, 최적 전송출력 및 전송률 할당 모형의 목적식은 총효율 $\sum_{i=1}^{N^A} U_i(R_i^A) + \sum_{i=1}^{N^B} U_i(R_i^B)$ 을 최대화하는 것으로 정의한다. 다음으로 셀 A 내 사용자 i 의 평균 E_b/N_o , X_i^A 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} X_i^A &= \frac{W}{R_i^A} \frac{h_i^A P_i^A}{h_i^A \sum_{j=1, j \neq i}^{N^A} P_j^A + h_i^{AB} \sum_{j=1}^{N^B} P_j^B + I_i^A} \\ &\cong \frac{W}{R_i^A} \frac{h_i^A P_i^A}{h_i^A \sum_{j=1}^{N^A} P_j^A + h_i^{AB} \sum_{j=1}^{N^B} P_j^B + I_i^A} \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)에서의 근사화는 시스템 전체를 좌우하는 사용자 없이 시스템에 많은 사용자가 있을 경우에 유의하다[17]. 식 (1)로 부터 다음의 식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_i^A &= \frac{R_i^A X_i^A}{W} \sum_{j=1}^{N^A} P_j^A + \frac{h_i^{AB}}{h_i^A} \frac{R_i^A X_i^A}{W} \sum_{j=1}^{N^B} P_j^B + \frac{1}{h_i^A} \frac{R_i^A X_i^A}{W} I_i^A. \end{aligned} \quad (2)$$

셀 A의 모든 데이터 사용자 i 에 대해 식 (2)를 더한 후, $\sum_{i=1}^{N^A} P_i^A$ 에 대해서 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{N^A} R_i^A X_i^A}{W} - r \sum_{i=1}^{N^A} \frac{h_i^{AB}}{h_i^A} \frac{R_i^A X_i^A}{W} \right) \times \sum_{i=1}^{N^A} P_i^A &= \sum_{i=1}^{N^A} \frac{1}{h_i^A} \frac{R_i^A X_i^A}{W} I_i^A. \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $r = \frac{\sum_{i=1}^{N^B} P_i^B}{\sum_{i=1}^{N^A} P_i^A}$ 은 셀 A 기지국의 총평균전송출력에 대한 셀 B 기지국의 총평균전송출력의 비율을 나타낸다. 마찬가지로 셀 B에 대해서는 다음의 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{N^B} R_i^B X_i^B}{W} - \frac{1}{r} \sum_{i=1}^{N^B} \frac{h_i^{BA}}{h_i^B} \frac{R_i^B X_i^B}{W} \right) \times \sum_{i=1}^{N^B} P_i^B &= \sum_{i=1}^{N^B} \frac{1}{h_i^B} \frac{R_i^B X_i^B}{W} I_i^B. \end{aligned} \quad (4)$$

이제 $\sum_{i=1}^{N^A} P_i^A = sC$, $\sum_{i=1}^{N^B} P_i^B = rsC$ (단, $0 \leq s \leq \min\{1, \frac{1}{r}\}$)라 두면, 식 (3)과 식 (4)는 다음의 식 (5)와 식 (6)으로 변형된다.

$$\sum_{i=1}^{N^A} Z_i^A(r, s) X_i^A R_i^A = C. \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{N^B} Z_i^B(r, s) X_i^B R_i^B = C. \quad (6)$$

여기서 $Z_i^A(r, s) = \frac{\frac{1}{s} I_i^A + Ch_i^A + rCh_i^{AB}}{Wh_i^A}$,

$Z_i^B(r, s) = \frac{\frac{1}{sr} I_i^B + Ch_i^B + \frac{1}{r} Ch_i^{BA}}{Wh_i^B}$ 이다.

한편, X_i^A 는 E_b/N_o 목표값 γ_{im}^A 와 다음과 같은 관계가 있다[13].

$$X_i^A = \sum_{m=1}^M \gamma_{im}^A q_{im}^A.$$

여기서 q_{im}^A 은 사용자 i 에게 전송되는 프레임이 $m-1$ 번 전송된 프레임일 확률을 나타낸다. q_{ii}^A 은 사용자 i 에게 전송되는 프레임이 이전에 전송되지 않은 프레임일 확률이다. q_{im}^A 은 마코프 체인 분석을 통해 다음과 같이 결정된다[13].

$$q_{im}^A = \frac{\prod_{j=1}^{m-1} f_i(\gamma_{ij}^A)}{1 + \sum_{k=1}^{M-1} \prod_{j=1}^k f_i(\gamma_{ik}^A)}.$$

셀 B에 대해서도 동일한 결과를 얻을 수 있다.

마지막으로, [13]에서와 같이 각 데이터 사용자의 PRER이 한계값 ϵ_0 이내라야 한다는 제약은 다음과 같은 식으로 정의된다.

$$PRER_i^A = \prod_{m=1}^M f_i(\gamma_{im}^A) \leq \epsilon_0.$$

$$PRER_i^B = \prod_{m=1}^M f_i(\gamma_{im}^B) \leq \epsilon_0.$$

γ_{\min} 과 γ_{\max} 를 E_b/N_o 목표값의 하한값과 상한값을 나타낸다고 할 때, 이들 제약식을 만족하는 해가 하나 이상은 존재하도록 하고, γ_{\min} 이 제약식을 만족하거나 γ_{\max} 만이 제약식을 만족하여 명백한 문제(trivial problem)가 되는 경우를 제외하기 위해 [13]에서와 같이 다음의 식을 만족한다고 가정

한다.

$$\prod_{m=1}^M f_i(\gamma_{\max}) < \epsilon_0 < \prod_{m=1}^M f_i(\gamma_{\min}), \forall i.$$

이제 최적 전송출력 및 전송률 할당 모형 PRA는 다음과 같이 정형화된다.

(PRA)

$$\text{Max} \sum_{i=1}^{N^A} U_i(R_i^A) + \sum_{i=1}^{N^B} U_i(R_i^B)$$

$$\sum_{i=1}^{N^A} Z_i^A(r, s) X_i^A R_i^A = C$$

$$\sum_{i=1}^{N^B} Z_i^B(r, s) X_i^B R_i^B = C$$

$$\prod_{m=1}^M f_i(\gamma_{im}^A) \leq \epsilon_0, \forall i$$

$$\prod_{m=1}^M f_i(\gamma_{im}^B) \leq \epsilon_0, \forall i$$

$$\gamma_{\min} \leq \gamma_{im}^A, \gamma_{im}^B \leq \gamma_{\max}, \forall i, \forall m$$

$$R_{\min} \leq R_i^A, R_i^B \leq R_{\max}, \forall i$$

$$r_L \leq r \leq r_U$$

$$0 \leq s \leq \min\{1, \frac{1}{r}\}.$$

여기서 R_{\min} 과 R_{\max} 는 각 사용자의 데이터 전송률의 하한값과 상한값을 나타내고, r_L 과 r_U 는 r 값의 하한값과 상한값을 나타낸다.

3.2 최적 전송출력 및 전송률 할당 모형의 변형

최적 전송출력 및 전송률 할당 모형 PRA는 비선형계획문제(nonlinear programming problem)로, 빠른 시간 내에 좋은 해를 구하는 것이 어렵다. 따라서 우선 PRA를 좀 더 풀기 쉬운 형태로 바꾸는 과정이 필요하다.

먼저, \tilde{X}_i^A 와 \tilde{X}_i^B 를 각각 $\prod_{m=1}^M f_i(\gamma_{im}^A) \leq \epsilon_0$ 와 $\prod_{m=1}^M f_i(\gamma_{im}^B) \leq \epsilon_0$ (단, $\gamma_{\min} \leq \gamma_{im}^A, \gamma_{im}^B \leq \gamma_{\max}$)를 만족하는 X_i^A 와 X_i^B 의 최소값이라 하자. $\gamma_{im}^A = \gamma_i^A, \gamma_{im}^B = \gamma_i^B$ 라는 가정 하에서는 $\tilde{X}_i^A = \gamma_i^A = f_i^{-1}(\epsilon_0^{1/M}), \tilde{X}_i^B = \gamma_i^B = f_i^{-1}(\epsilon_0^{1/M})$ 로 쉽게 해결된다[13]. 다음으로 $\prod_{m=1}^M f_i(\gamma_{im}^A) \leq \epsilon_0$ (단, $\gamma_{\min} \leq$

$\gamma_{im}^A \leq \gamma_{\max}$)를 만족하는 X_i^A 의 최대값은 Lemma 1에 의해 모든 사용자 i 에 대해서 $X_{\max} = \gamma_{\max}$ 이다. 마찬가지로 X_i^B 의 최대값도 모든 사용자 i 에 대해서 $X_{\max} = \gamma_{\max}$ 이다.

Lemma 1. 셀 A의 사용자 i 에 대해서 $\prod_{m=1}^M f_i$ ($\gamma_{im}^A \leq \varepsilon_0$ (단, $\gamma_{\min} \leq \gamma_{im}^A \leq \gamma_{\max}$))를 만족하는 X_i^A 의 최대값은 γ_{\max} 이다 (셀 B의 사용자 i 에 대해서 $\prod_{m=1}^M f_i(\gamma_{im}^B) \leq \varepsilon_0$ (단, $\gamma_{\min} \leq \gamma_{im}^B \leq \gamma_{\max}$)를 만족하는 X_i^B 의 최대값은 γ_{\max} 이다).

증명. 셀 A의 모든 사용자에 대해서 다음의 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} X_i^A &= \sum_{m=1}^M \gamma_{im} q_{im}^A \leq \sum_{m=1}^M \gamma_{\max} q_{im}^A \\ &= \gamma_{\max} \sum_{m=1}^M q_{im}^A = \gamma_{\max}. \end{aligned}$$

한편, 모든 m 에 대해서 $\gamma_{im}^A = \gamma_{\max}$ 라 두면 $X_i^A = \gamma_{\max}$ 가 된다. 따라서 X_i^A 의 최대값은 γ_{\max} 이다. ■

이제 $X_i^A = \tilde{X}_i^A + Y_i^A$, $X_i^B = \tilde{X}_i^B + Y_i^B$ 라 두면, PRA는 다음의 PRA'으로 바뀐다.

(PRA')

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_{i=1}^{N^A} U_i(R_i^A) + \sum_{i=1}^{N^B} U_i(R_i^B) \\ & \sum_{i=1}^{N^A} Z_i^A(r, s) (\tilde{X}_i^A R_i^A + Y_i^A R_i^A) = C \\ & \sum_{i=1}^{N^B} Z_i^B(r, s) (\tilde{X}_i^B R_i^B + Y_i^B R_i^B) = C \\ & 0 \leq Y_i^A \leq X_{\max} - \tilde{X}_i^A, \forall i \\ & 0 \leq Y_i^B \leq X_{\max} - \tilde{X}_i^B, \forall i \\ & R_{\min} \leq R_i^A, R_i^B \leq R_{\max}, \forall i \\ & r_L \leq r \leq r_U \\ & 0 \leq s \leq \min \left\{ 1, \frac{1}{r} \right\}. \end{aligned}$$

PRA'은 아래의 Lemma 2~Lemma 4를 이용하여 다시 변형된다. 먼저 \bar{R}_i^A , \bar{R}_i^B , \bar{Y}_i^A , \bar{Y}_i^B , \bar{r} , \bar{s} 를 PRA'의 최적해(결국, PRA의 최적해)라고 하자. 아래의 Lemma 2에 의해 $Y_i^A R_i^A$ 와 $Y_i^B R_i^B$ 를 각각 $Y_i^A R_{\max}$ 와 $Y_i^B R_{\max}$ 로 바꿀 수 있다.

Lemma 2. $\bar{R}_i^A < R_{\max}$ 이면 $\bar{Y}_i^A = 0$ 이고, $\bar{R}_i^B < R_{\max}$ 이면 $\bar{Y}_i^B = 0$ 이다.

증명. $\bar{R}_i^A < R_{\max}$ 인데 $\bar{Y}_i^A \neq 0$ 이면 제약식을 만족하면서 \bar{Y}_i^A 를 줄이고 \bar{R}_i^A 를 늘려서 목적식 값을 개선할 수 있으므로 최적해라는 것과 모순이 된다. 따라서 $\bar{R}_i^A < R_{\max}$ 이면 $\bar{Y}_i^A = 0$ 이다. 마찬가지로 $\bar{R}_i^B < R_{\max}$ 이면 $\bar{Y}_i^B = 0$ 이다. ■

다음으로, 아래의 Lemma 3과 Lemma 4에 의해 $R_{\max} X_{\max} \geq W$ 이면 $0 \leq s \leq \min \left\{ 1, \frac{1}{r} \right\}$ 를 $s = \min \left\{ 1, \frac{1}{r} \right\}$ 로 바꿀 수 있다.

Lemma 3. 적어도 하나의 사용자 i 에 대해 $\bar{R}_i^A < R_{\max}$ 이고, 적어도 하나의 사용자 i 에 대해 $\bar{R}_i^B < R_{\max}$ 이면, $\bar{s} = \min \left\{ 1, \frac{1}{r} \right\}$ 이다.

증명. 만약 $\bar{s} < \min \left\{ 1, \frac{1}{r} \right\}$ 이면, \bar{s} 의 값과 R_{\max} 보다 작은 \bar{R}_i^A 와 \bar{R}_i^B 의 값을 증가시켜 목적식 값을 개선할 수 있으므로 최적해라는 것과 모순이 된다. 따라서 $\bar{s} = \min \left\{ 1, \frac{1}{r} \right\}$ 이다. ■

Lemma 4. $\bar{R}_i^A = R_{\max}$, $\forall i$ 또는 $\bar{R}_i^B = R_{\max}$, $\forall i$ 일 경우, $R_{\max} X_{\max} \geq W$ 이면 $s = \min \left\{ 1, \frac{1}{r} \right\}$ 은 하나의 최적해이다.

증명. 부록 참고 ■

결국 Lemma 2~Lemma 4를 이용하여 $R_{\max} X_{\max} \geq W$ 라는 가정 하에 PRA'을 아래의 RPRA로 바꿀 수 있다.

(RPRA)

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_{i=1}^{N^A} U_i(R_i^A) + \sum_{i=1}^{N^B} U_i(R_i^B) \\ & \sum_{i=1}^{N^A} Z_i^A(r, s) (\tilde{X}_i^A R_i^A + R_{\max} Y_i^A) = C \\ & \sum_{i=1}^{N^B} Z_i^B(r, s) (\tilde{X}_i^B R_i^B + R_{\max} Y_i^B) = C \\ & R_{\min} \leq R_i^A, R_i^B \leq R_{\max}, \forall i \\ & 0 \leq Y_i^A \leq X_{\max} - \tilde{X}_i^A, \forall i \\ & 0 \leq Y_i^B \leq X_{\max} - \tilde{X}_i^B, \forall i \\ & r_L \leq r \leq r_U \\ & s = \min \left\{ 1, \frac{1}{r} \right\}. \end{aligned}$$

4. 최적 전송출력 및 전송률 할당 체계

RPRA는 단순화되었기는 하지만 여전히 비선형 계획문제이다. 그런데 이 문제는 r 이 주어졌을 경우에는 제약식이 모두 선형인 두 개의 보다 단순화된 문제로 나누어진다. r 이 r_0 로 주어졌다고 하면, 이 때 RPRA는 RPRA_A와 RPRA_B로 나누어진다.

(RPRA_A)

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_{i=1}^{N^A} U_i(R_i^A) \\ & \sum_{i=1}^{N^A} Z_i^A(r_0, s_0) (\tilde{X}_i^A R_i^A + R_{\max} Y_i^A) = C \\ & R_{\min} \leq R_i^A \leq R_{\max}, \forall i \\ & 0 \leq Y_i^A \leq X_{\max} - \tilde{X}_i^A, \forall i. \end{aligned}$$

(RPRA_B)

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_{i=1}^{N^B} U_i(R_i^B) \\ & \sum_{i=1}^{N^B} Z_i^B(r_0, s_0) (\tilde{X}_i^B R_i^B + R_{\max} Y_i^B) = C \\ & R_{\min} \leq R_i^B \leq R_{\max}, \forall i \\ & 0 \leq Y_i^B \leq X_{\max} - \tilde{X}_i^B, \forall i. \end{aligned}$$

여기서 $s_0 = \min \left\{ 1, \frac{1}{r_0} \right\}$ 이다.

RPRA_A와 RPRA_B는 다양한 방법으로 해결할 수 있지만, 본 논문에서는 제약식이 선형이고 목적식이 단조 증가하는 오목함수라는 특성을 활용하여 조각별 선형화 기법(piecewise linearization technique)을 적용한다. 이 기법을 이용하면 제한된 시간 내에 좋은 해를 구하는 것이 용이하고, 해의 질과 해를 구하는 시간간의 트레이드오프(trade-off) 관계를 활용하여 이들을 조절하는 것이 용이하다.

$Q_i^A = R_i^A - R_{\min}$ 라 두고 N 을 $[R_{\min}, R_{\max}]$ 구간을 구분한 개수라고 할 때 RPRA_A는 조각별 선형화 기법에 의해 아래의 PRPRA_A로 변형된다.

(PRPRA_A)

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_{i=1}^{N^A} \sum_{j=1}^N (U_{ij} Q_{ij}^A + U_{i0} R_{\min}) \\ & \sum_{i=1}^{N^A} Z_i^A(r_0, s_0) (\tilde{X}_i^A \sum_{j=1}^N Q_{ij}^A + R_{\max} Y_i^A) = C \\ & 0 \leq Q_{ij}^A \leq \frac{R_{\max} - R_{\min}}{N}, \forall i, j \\ & 0 \leq Y_i^A \leq X_{\max} - \tilde{X}_i^A, \forall i. \end{aligned}$$

여기서 $C' = C - \sum_{i=1}^{N^A} Z_i^A(r_0, s_0) \tilde{X}_i^A R_{\min}$ 이고,

U_{ij} 는 다음과 같다.

$$U_{ij} = \begin{cases} U_i(R_{\min}) - U_i(0), & j = 0 \\ U_i(R_{\min} + j \times \frac{R_{\max} - R_{\min}}{N}) - \\ U_i(R_{\min} + (j-1) \times \frac{R_{\max} - R_{\min}}{N}), & j \geq 1. \end{cases}$$

PRPRA_A는 $\frac{U_{ij}}{Z_i^A(r_0, s_0) \tilde{X}_i^A}$ 값이 큰 순서대로

Q_{ij}^A 를 정하는 방법으로 쉽게 풀 수 있다. N 이 클수록 RPRA_A의 최적해에 가까운 해를 구할 수 있는 반면 시간은 많이 걸리게 된다. RPRA_B도 동일한 방법으로 PRPRA_B로 변형하여 풀 수 있다.

다음으로 RPRA의 목적식을 최대화하는 r 의 값 \bar{r} 은 아래의 Lemma 5~Lemma 7을 이용하여 구한다. 우선 r_{\min}^A 와 r_{\min}^B 를 각각 RPRA_A와 RPRA_B가 실행가능해를 갖도록 하는(모든 사용자 i 에 대해서 R_{\min} 이 최적해가 되도록 하는) r 의 최대값과 최소값이라 하고, r_{\max}^A 와 r_{\max}^B 를 각각 RPRA_A와 RPRA_B에서 모든 사용자 i 에 대해서 R_{\max} 가 최적해가 되도록 하는 r 의 최대값과 최소값이라 하자. 또한, $r = r_0$ 일 때 RPRA의 최적해를 $\bar{R}_i^{A|r_0}$, $\bar{R}_i^{B|r_0}$, $\bar{Y}_i^{A|r_0}$, $\bar{Y}_i^{B|r_0}$ 라 하자.

Lemma 5. $r_{\max}^A \leq r \leq r_{\min}^A$ 에서 r 값이 증가함에 따라 RPRA_A의 최적 목적식 값은 단조 감소하고, $r_{\min}^B \leq r \leq r_{\max}^B$ 에서 r 값이 증가함에 따라 RPRA_B의 최적 목적식 값은 단조 증가한다.

증명. 부록 참고 ■

r_{\max}^A 가 r_{\min}^B 보다 큰 경우 $r_{\min}^B \leq r \leq r_{\max}^A$ 에서 r 값이 증가함에 따라 RPRA의 최적 목적식 값은 단조 증가한다. 왜냐하면 $r_{\min}^B \leq r \leq r_{\max}^A$ 에서 RPRA_A의 최적 목적식 값은 동일하고, RPRA_B의 최적 목적식 값은 Lemma 5에 의해 단조 증가하기 때문이다. 마찬가지로 r_{\max}^B 가 r_{\min}^A 보다 큰 경우 $r_{\min}^A \leq r \leq r_{\max}^B$ 에서 r 값이 증가함에 따라 RPRA의 최적 목적식 값은 단조 감소한다.

Lemma 6. $\max\{r_{\max}^A, r_{\min}^B\} \leq r \leq \bar{r}$ 에서 r 값이 증가함에 따라 RPRA의 최적 목적식 값은 단조 증가하고, $\bar{r} \leq r \leq \min\{r_{\min}^A, r_{\max}^B\}$ 에서 r 값이 증

가함에 따라 RPRA의 최적 목적식 값은 단조 감소한다.

증명. 부록 참고 ■

Lemma 5와 Lemma 6에 의해 $r_{\min}^B \leq r \leq \bar{r}$ 에서 r 값이 증가함에 따라 RPRA의 최적 목적식 값은 단조 증가하고, $\bar{r} \leq r \leq r_{\min}^A$ 에서 r 값이 증가함에 따라 RPRA의 최적 목적식 값은 단조 감소한다.

Lemma 7. $\Delta UA_r^{r+\theta} = \sum_{i=1}^{N^A} U_i(\bar{R}_i^{A|r+\theta}) - \sum_{i=1}^{N^A} U_i(\bar{R}_i^{A|r})$, $\Delta UB_r^{r+\theta} = \sum_{i=1}^{N^B} U_i(\bar{R}_i^{B|r+\theta}) - \sum_{i=1}^{N^B} U_i(\bar{R}_i^{B|r})$ 라고 할 때, 임의의 작은 값 $\theta > 0$ 에 대해서

- (1) $\Delta UA_{r_L}^{r_L+\theta} + \Delta UB_{r_L}^{r_L+\theta} \leq 0$ 이면, $\bar{r} = r_L$ 이다
(단, $r_L = r_{\min}^B$).
- (2) $\Delta UA_{r_U-\theta}^{r_U-\theta} + \Delta UB_{r_U-\theta}^{r_U-\theta} \geq 0$ 이면, $\bar{r} = r_U$ 이다
(단, $r_U = r_{\min}^A$).
- (3) $\Delta UA_{\tilde{r}}^{\tilde{r}+\theta} + \Delta UB_{\tilde{r}}^{\tilde{r}+\theta} = 0$ 이면, $\bar{r} = \tilde{r}$ 이다
(단, $r_L < \tilde{r} < r_U$).

증명. Lemma 5와 Lemma 6에 의해 쉽게 증명된다. ■

이제 최적 전송출력 및 전송률 할당 체계 OPRAS (Optimal Power and Rate Allocation Scheme)는 다음과 같이 정리된다.

OPRAS

Step 0. $\epsilon_1, \epsilon_2, \theta, r_L, r_U$ 를 초기화한다.

Step 1. Lemma 7의 최적 조건 (1) 또는 조건 (2)가 만족되면 이 때의 최적해를 가지고 종료한다.

Step 2. $r = (r_L + r_U)/2$ 라 둔다. 주어진 r 과 $r + \theta$

에 대해서 최적해 $\bar{R}_i^{A/r}$, $\bar{R}_i^{B/r}$ 와 $\bar{R}_i^{A/r+\theta}$, $\bar{R}_i^{B/r+\theta}$ 를 구한다. $r_U - r_L \leq \epsilon_1$ 이면 현재의 r 값과 이 때의 최적해를 가지고 종료한다.

Step 2.1 $\frac{-\Delta U A_r^{r+\theta}}{\Delta U B_r^{r+\theta}} \leq 1 + \epsilon_2$ 이고

$$\frac{\Delta U B_r^{r+\theta}}{-\Delta U A_r^{r+\theta}} \leq 1 + \epsilon_2 \text{이면, 현재의}$$

r 값과 이 때의 최적해를 가지고 종료한다.

Step 2.2 $\frac{\Delta U B_r^{r+\theta}}{-\Delta U A_r^{r+\theta}} > 1 + \epsilon_2$ 이면,

$r_L = r$ 로 두고 Step 2로 돌아간다.

Step 2.3 $\frac{-\Delta U A_r^{r+\theta}}{\Delta U B_r^{r+\theta}} > 1 + \epsilon_2$ 이면

$r_U = r$ 로 두고 Step 2로 돌아간다.

5. 실험 결과

여기에서는 앞에서 제시한 최적 전송출력 및 전송률 할당 체계의 성능을 실험을 통해 분석한다. 먼저 실험에서 효용함수는 다음과 같이 가정하였다[13].

$$U_i(R_i) = \frac{R_i}{R_{\max}} - \left(\frac{R_i}{R_{\max}}\right)^\rho$$

패러미터 $\rho \leq 0$ 이면 $U_i(R_i)$ 는 오목함수가 된다. 패러미터 ρ 는 사용자간의 형평성을 반영하기 위해 사용된다. ρ 가 0이면 형평성을 전혀 반영하지 않고 데이터 전송률만을 고려하는 것이고, ρ 가 작을수록 사용자간의 형평성을 많이 반영하는 것이 된다.

FER 함수 $f_i(\cdot)$ 는 다음과 같이 가정하였다[13].

$$f_i(\gamma_i) = 1 - e^{-\frac{1}{F_i}}$$

여기서 F_i 는 페이드 마진(fade margin)을 나타내는 패러미터이다[19]. 채널간의 차이를 반영하기 위해 페이드 마진은 다음과 같이 정의하였다[13].

$$F_i = \beta_i F_0 \gamma_i$$

여기서 F_0 는 상수이고, β_i 는 전송출력제어의 효율성을 반영하는 패러미터이다[2]. 전송출력제어가 완전한 경우에는 $\beta_i = 1$ 이다.

셀 A와 셀 B에 각각 6명의 사용자가 있는 시스템을 대상으로 실험을 실시하였다. 경로이득은 <표 1>과 같이 가정하였는데, 이는 셀 A와 셀 B에서 사용자 1이 기지국에 가장 가까이 있고 사용자 6이 기지국에서 가장 멀리 떨어져 있다는 가정과, 셀 A의 사용자는 사용자 6, 4, 2, 1, 3, 5의 순으로 셀 B 쪽에 가깝게 위치해 있고 셀 B의 사용자는 사용자 5, 3, 1, 2, 4, 6의 순으로 셀 A쪽에 가깝게 위치해 있다는 가정 하에 단순히 거리만을 감안하여 정한 것이다.

<표 1> 경로이득

사용자	1	2	3	4	5	6
h_i^A (dB)	-20	-23	-26	-29	-32	-35
h_i^B (dB)	-20	-23	-26	-29	-32	-35
h_i^{AB} (dB)	-44	-41	-47	-38	-50	-35
h_i^{BA} (dB)	-44	-47	-41	-50	-38	-53

FER 함수의 F_0 는 7.5로 가정하였고, β_i 는 사용자 1, 2, 3, 4, 5, 6에 대해서 각각 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2로 가정하였다. 확산대역(spreading bandwidth)은 1MHz로 가정하였고, 총평균전송출력의 한계 C 는 8와트로 가정하였다. 데이터 사용자에 대한 최소 데이터 전송률 R_{\min} 과 최대 데이터 전송률 R_{\max} 는 20000bps와 200000bps로 가정하였고, E_b/N_0 목표값의 하한값 γ_{\min} 과 상한값 γ_{\max} 는 3dB과 19dB로 가정하였다. RLP는 에러프레임을 3번까지 전송한다고 가정하였고(즉, $M = 3$), PRER

〈표 2〉 \tilde{X}_i^A 와 \tilde{X}_i^B

사 용 자	사용자 1	사용자 2	사용자 3	사용자 4	사용자 5	사용자 6
$\tilde{X}_i^A, \tilde{X}_i^B(\text{dB})$	10.57	11.10	11.89	12.86	14.09	15.87

은 5×10^{-6} 이내라야 한다고 가정하였다(즉, $\epsilon_0 = 5 \times 10^{-6}$). 또한, $\gamma_{im}^A = \gamma_i^A, \forall m$ 와 $\gamma_{im}^B = \gamma_i^B, \forall m$ 로 가정하였다. 이렇게 가정할 경우 최대 전송출력이 더 중요하게 여겨지는 실제 시스템의 특성을 더 잘 반영할 수 있다. 이 때, \tilde{X}_i^A 와 \tilde{X}_i^B 는 〈표 2〉와 같이 계산되어 진다.

패러미터 N 의 변화에 따라 조각별 근사화 기법을 통해 구한 해의 질과 계산시간이 어떻게 변하는지 살펴보기 위해서, $\rho = -1$ 이고 $r = 1$ 로 가정하고 실험을 실시하였다. 실험 결과는 〈표 3〉에 정리되어 있는데, N 이 증가함에 따라 총효율과 계산시간이 증가하고 총효율의 증가분은 감소하는 추세를 보이고 있다.

〈표 3〉 N 의 변화에 따른 총효율과 계산 시간의 변화

N	총 효율	시간(ms)*
100	-32.667024	1
500	-32.662257	3
1000	-32.662226	6
2000	-32.662199	11

주) * : Pentium IV 2.0GHz.

〈표 4〉에서는 SPRAS(Separate Power and Rate Allocation Scheme)와 OPRAS를 이용하여 구한 해를 비교하고 있다. SPARS는 셀 A와 셀 B의 총평균전송출력이 동일하다고 가정한 경우로(즉, $r = 1$), 두 개의 셀을 동시에 고려하지 않고 개별적으로 고려한다. OPRAS에서 $\epsilon_1, \epsilon_2, \theta$ 는 각각 $10^{-5}, 10^{-3}, 10^{-5}$ 으로 두었다. 표에서 보듯이 OPRAS가 총효율이 더 큰 것으로 나타났고, 시간도 더 많이 소요되는 것으로 나타났다. 그런데 OPRAS를 수행하는데 소요된 시간은 $N = 1000$ 인

경우에도 시스템 운영에서 충분히 허용 가능한 시간이다. 혹, 실제 시스템을 구현하기에 계산 시간이 너무 길 경우에는 N 값을 조정하여 어느 정도의 해의 질을 유지하면서 허용가능한 시간 범위 내로 조정할 수 있다.

표에서 알 수 있듯이 셀 A의 총효율은 OPARS가 SPARS보다 더 크고, 셀 B의 총효율은 SPARS가 OPARS보다 더 큰 것으로 나타났다. 이는 셀 A 기지국의 총평균전송출력에 대한 셀 B 기지국의 총평균전송출력의 비율의 최적값 \bar{r} 가 1보다 작게 결정되었기 때문이다. 결국 OPARS의 경우 SPARS에 비해 셀 B의 총효율을 감소시켜서 셀 A의 총효율을 더 많이 증가시킬 수 있었다는 것을 의미한다. 물론 셀 A와 셀 B 내의 사용자 위치가 바뀌면 반대의 현상이 나타날 수도 있다.

OPARS를 SPARS와 비교해 볼 때, 총효율의 증가 비율이 총데이터전송률의 증가 비율보다 상대적으로 큰 것을 알 수 있다. 이는 제시한 모형의 목적식이 총효율을 최대화하는 것이기 때문에 발생하는 현상이라 할 수 있다. 참고로, 총효율의 증가량이 총데이터전송률의 증가량에 비례하지 않기 때문에 총효율의 증가 비율과 총데이터전송률의 증가 비율은 달라지게 된다. 한편, SPARS에 대한 OPARS의 총효율 개선 정도는 셀 내의 사용자 분포에 따라 달라질 수 있다. 그렇지만 셀 내의 사용자 분포가 어떻게 형성되더라도 OPARS의 최악의 해가 SPARS의 해와 동일하므로, OPARS의 총효율은 SPARS의 총효율보다 항상 크다.

마지막으로, 〈표 5〉에는 $N = 1000$ 일 때 OPRAS로 구한 사용자별 데이터 전송률이 정리되어 있다. 패러미터 ρ 가 작을수록 시스템 전체의 데이터 전송률은 작아지고, 사용자간 형평성이 보다 많이 반영된 결과를 보여주고 있다.

〈표 4〉 SPRAS와 OPRAS의 비교

ρ	항 목	SPRAS		OPRAS	
		$N = 1000$	$N = 100$	$N = 1000$	$N = 100$
0	\bar{r}	-		0.889648	
	셀 A 효율 $\sum_i R_i$ (bps)	-3.156848 568630		-3.097604 580479	
	셀 B 효율 $\sum_i R_i$ (bps)	-3.058360 588328		-3.112514 577497	
	총효용 $\sum_i R_i$ (bps)	-6.215208 1156958		-6.210118 1157976	
	시간(ms)*	1		1	
-1	\bar{r}	-	-	0.851379	0.851563
	셀 A 효율 $\sum_i R_i$ (bps)	-17.011918 419824	-17.016082 417271	-16.223268 434014	-16.224400 433737
	셀 B 효율 $\sum_i R_i$ (bps)	-15.650308 440674	-15.650942 440606	-16.333035 427723	-16.332148 427798
	총효용 $\sum_i R_i$ (bps)	-32.662226 860498	-32.667024 857877	-32.556303 861737	-32.556548 861535
	시간(ms)	6	1	91	20
-5	\bar{r}	-	-	0.836456	0.837006
	셀 A 효율 $\sum_i R_i$ (bps)	-2816.6863 362482	-2817.5835 362017	-2211.0721 379643	-2213.4116 378937
	셀 B 효율 $\sum_i R_i$ (bps)	-1795.5471 393189	-1797.7165 393410	-2218.9858 377775	-2217.2230 377826
	총효용 $\sum_i R_i$ (bps)	-4612.2334 755671	-4615.3000 755427	-4630.0579 757418	-4430.6346 756763
	시간(ms)	11	1	156	16
-10	\bar{r}	-	-	0.832199	0.829407
	셀 A 효율 $\sum_i R_i$ (bps)	-1570552.3 351003	-1573174.7 351679	-941850.3 369015	-934337.5 369545
	셀 B 효율 $\sum_i R_i$ (bps)	-604481.8 384537	-605823.0 384963	-944175.5 368096	-953132.4 367960
	총효용 $\sum_i R_i$ (bps)	-2175034.1 735540	-2178997.7 736642	-1886025.8 737111	-1887479.9 737505
	시간(ms)	11	1	158	18

주) * : Pentium IV 2.0GHz.

〈표 5〉 사용자별 데이터 전송률

ρ	데이터 전송률	사용자 1	사용자 2	사용자 3	사용자 4	사용자 5	사용자 6
0	\bar{R}_i^A (bps)	200000	200000	120479	20000	20000	20000
	\bar{R}_i^B (bps)	200000	200000	117497	20000	20000	20000
-1	\bar{R}_i^A (bps)	99200	90294	81020	65180	60860	37460
	\bar{R}_i^B (bps)	96680	88040	79220	73383	42500	47900
-5	\bar{R}_i^A (bps)	70040	68240	66260	62120	60763	52220
	\bar{R}_i^B (bps)	69500	67700	65720	64280	54215	56360
-10	\bar{R}_i^A (bps)	65000	64100	63200	60935	60320	55460
	\bar{R}_i^B (bps)	64820	63920	62840	62120	56596	57800

6. 결 론

본 논문에서는 두 개의 셀로 구성된 CDMA 시스템의 순방향 링크를 대상으로 지연 및 PRER 제약과 전송출력 제약 하에서 데이터 전송률과 사용자간 형평성을 반영한 총효율을 최대화하기 위한 각 기지국의 총평균전송출력과 각 사용자의 E_b/N_0 목표값 및 데이터 전송률 할당 체계를 제시하였다. 먼저 최적 전송출력 및 전송률 할당 모형을 비선형 계획문제로 정형화하고, 문제의 특성을 활용하여 단순화하였다. 또한, 빠른 시간 내에 제시한 할당 모형을 해결하기 위한 최적 전송출력 및 전송률 할당 체계 OPARS를 제시하였다. 실험 결과 OPARS는 빠른 시간 내에 좋은 해를 구할 수 있고, 각 셀을 개별적으로 다루는 SPRAS보다 더 좋은 해를 구할 수 있다는 것을 알 수 있었다.

본 논문에서는 두 개의 셀로 구성된 CDMA 시스템을 대상으로 최적 전송출력 및 전송률 할당 체계를 제시하였다. 그렇지만 다수의 셀로 구성된 일반적인 CDMA 시스템에 대해서도 유사한 접근방법을 통해 최적 전송출력 및 전송률 할당 체계를 수립할 수 있을 것으로 보이고, 이는 앞으로 연구해 볼 만한 가치가 있는 주제라고 생각된다.

부 록

Lemma 4의 증명. $\bar{R}_i^A = R_{\max}, \forall i$ 이라 하자. 이 때 다음의 식이 성립한다.

$$\sum_{i=1}^{N^A} Z_i^A(\bar{r}, \bar{s}) (\tilde{X}_i^A R_{\max} + \bar{Y}_i^A R_{\max}) = C.$$

따라서 $s = \min\{1, \frac{1}{r}\}$ 에 대해서 $Z_i^A(\bar{r}, s) \leq Z_i^A(\bar{r}, \bar{s})$ 이고 $\bar{Y}_i^A R_{\max} \geq 0$ 이므로 다음의 식이 성립한다.

$$\sum_{i=1}^{N^A} Z_i^A(\bar{r}, s) \tilde{X}_i^A R_{\max} \leq C.$$

또한, $Y_i^A = X_{\max} - \tilde{X}_i^A$ 라 할 때, $s = \min\{1, \frac{1}{r}\}$ 에 대해서 $R_{\max} X_{\max} \geq W$ 이면 다음의 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{N^A} Z_i^A(\bar{r}, s) (\tilde{X}_i^A R_{\max} + R_{\max} (X_{\max} - \tilde{X}_i^A)) \\ &= \frac{R_{\max} X_{\max} C}{W} \sum_{i=1}^{N^A} \frac{\frac{1}{sC} I_i^A + h_i^A + r h_i^{AB}}{h_i^A} \geq C. \end{aligned}$$

따라서 $\bar{R}_i^A = R_{\max}, \forall i$ 일 때, $s = \min\{1, \frac{1}{r}\}$

가 PRA'의 첫 번째 제약식(단, Lemma 2에 의해 $Y_i^A R_i^A = Y_i^A R_{\max}$ 임)을 만족하도록 하는 Y_i^A 가 존재한다. 마찬가지로 $\bar{R}_i^B = R_{\max}$, $\forall i$ 일 때, $s = \min\{1, \frac{1}{r}\}$ 가 PRA'의 두 번째 제약식(단, Lemma 2에 의해 $Y_i^B R_i^B = Y_i^B R_{\max}$ 임)을 만족하도록 하는 Y_i^B 가 존재한다. 따라서 $\bar{R}_i^A = R_{\max}$, $\forall i$ 이고 $\bar{R}_i^B = R_{\max}$, $\forall i$ 이면 $s = \min\{1, \frac{1}{r}\}$ 은 하나의 최적해이다.

다음으로 $\bar{R}_i^A = R_{\max}$, $\forall i$ 이고 적어도 하나의 사용자 i 에 대해 $\bar{R}_i^B < R_{\max}$ 인 경우에 대해 살펴보자. 이 때 만약 s 의 최적해가 $\min\{1, \frac{1}{r}\}$ 보다 작다면, s 값과 R_{\max} 보다 작은 \bar{R}_i^B 의 값을 증가시켜 목적식 값을 개선할 수 있으므로 최적해라는 것과 모순이 된다. 따라서 s 의 최적해는 $\min\{1, \frac{1}{r}\}$ 이다. 반대의 경우에도 동일한 방법으로 성립함을 보여줄 수 있다. ■

Lemma 5의 증명. $r = r_0$ (단, $r_{\max}^A < r_0 \leq r_{\min}^A$)일 때 $\bar{Y}_i^{Alr_0} = 0$, $\forall i$, 이므로 다음의 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{N_A} (a_i^A + r_0 b_i^A) \bar{X}_i^A \bar{R}_i^{Alr_0} \\ &= \sum_{i=1}^{N_A} (a_i^A + (r_0 - \theta) b_i^A) \bar{X}_i^A \bar{R}_i^{Alr_0} \quad (A1) \\ &+ \theta \sum_{i=1}^{N_A} b_i^A \bar{X}_i^A \bar{R}_i^{Alr_0} = C. \end{aligned}$$

$$\text{여기서 } r_0 \leq 1 \text{ 이면 } a_i^A = \frac{I_i^A + Ch_i^A}{Wh_i^A}, b_i^A = \frac{Ch_i^{AB}}{Wh_i^A}$$

$$\text{이고, } r_0 > 1 \text{ 이면 } a_i^A = \frac{Ch_i^A}{Wh_i^A}, b_i^A = \frac{I_i^A + Ch_i^{AB}}{Wh_i^A}$$

$$\text{이다. } 0 < \theta \leq \sum_{i=1}^{N_A} (a_i^A + (r_0 - \theta) b_i^A) R_{\max} (X_{\max}$$

$$- \bar{X}_i^A) / \sum_{i=1}^{N_A} b_i^A \bar{X}_i^A \bar{R}_i^{Alr_0} \text{인 } \theta \text{에 대해 } 0 < \theta$$

$$\sum_{i=1}^{N_A} b_i^A \bar{X}_i^A \bar{R}_i^{Alr_0} \leq \sum_{i=1}^{N_A} (a_i^A + (r_0 - \theta) b_i^A) R_{\max}$$

$$(X_{\max} - \bar{X}_i^A) \text{이므로 } \bar{R}_i^{Alr_0} \text{는 } r = r_0 - \theta \text{일 때}$$

$$\text{실행가능해이고, 따라서 } \sum_{i=1}^{N_A} U_i(\bar{R}_i^{Alr_0}) \leq \sum_{i=1}^{N_A} U_i$$

$$(\bar{R}_i^{Alr_0 - \theta}) \text{이다. 한편, } \theta \sum_{i=1}^{N_A} b_i^A \bar{X}_i^A \bar{R}_i^{Alr_0} > 0 \text{이}$$

$$\text{므로 } r = r_0 - \theta \text{일 때 } \bar{R}_i^{Alr_0} \text{보다 목적식 값이 더}$$

$$\text{큰 실행가능해가 존재하고, 따라서 } \sum_{i=1}^{N_A} U_i(\bar{R}_i^{Alr_0})$$

$$< \sum_{i=1}^{N_A} U_i(\bar{R}_i^{Alr_0 - \theta}) \text{이다. 즉, } r_{\max}^A \leq r \leq r_{\min}^A \text{에서}$$

r 이 증가함에 따라 RPRA_A의 최적 목적식 값은 단조 감소한다. RPRA_B의 최적 목적식 값의 단조 증가에 대한 증명도 유사한 방법으로 할 수 있다. ■

Lemma 6의 증명. 먼저 $r = \bar{r}$ 일 때 임의의 작은 값 $\theta > 0$ 에 대해서 다음의 식이 성립함을 보이고자 한다.

$$\Delta U A_{\bar{r}}^{\bar{r} + \theta} + \Delta U B_{\bar{r}}^{\bar{r} + \theta} < 0 \quad (A2)$$

$$\Delta U A_{\bar{r} - \theta}^{\bar{r}} + \Delta U B_{\bar{r} - \theta}^{\bar{r}} > 0 \quad (A3)$$

$$\text{여기서 } \Delta U A_{\bar{r}}^{\bar{r} + \theta} = \sum_{i=1}^{N_A} U_i(\bar{R}_i^{Al\bar{r} + \theta}) - \sum_{i=1}^{N_A} U_i$$

$$(\bar{R}_i^{Al\bar{r}}), \Delta U B_{\bar{r}}^{\bar{r} + \theta} = \sum_{i=1}^{N_B} U_i(\bar{R}_i^{Bl\bar{r} + \theta}) - \sum_{i=1}^{N_B} U_i$$

$$(\bar{R}_i^{Bl\bar{r}}) \text{이다. } r = \bar{r} \text{일 때 RPRA의 목적식 값이 최}$$

$$\text{대화되므로 } \Delta U A_{\bar{r}}^{\bar{r} + \theta} + \Delta U B_{\bar{r}}^{\bar{r} + \theta} \leq 0 \text{이고 } \Delta U A_{\bar{r} - \theta}^{\bar{r}}$$

$$+ \Delta U B_{\bar{r} - \theta}^{\bar{r}} \geq 0 \text{이다. 그런데, } \Delta U A_{\bar{r} - \theta}^{\bar{r}} + \Delta U B_{\bar{r} - \theta}^{\bar{r}}$$

$$= 0 \text{이면 Lemma A1과 Lemma A3에 의해}$$

$$\Delta U A_{\bar{r} - \theta/2}^{\bar{r}} + \Delta U B_{\bar{r} - \theta/2}^{\bar{r}} < \Delta U A_{\bar{r} - \theta}^{\bar{r} - \theta/2} + \Delta U B_{\bar{r} - \theta}^{\bar{r} - \theta/2}$$

$$\text{이다. 따라서 } \Delta U A_{\bar{r} - \theta/2}^{\bar{r}} + \Delta U B_{\bar{r} - \theta/2}^{\bar{r}} < 0 \text{이고,}$$

$$\Delta U A_{\bar{r} - \theta}^{\bar{r} - \theta/2} + \Delta U B_{\bar{r} - \theta}^{\bar{r} - \theta/2} > 0 \text{이다. 이는 } r = \bar{r} \text{일}$$

때 RPRA의 목적식 값이 최대화된다는 전제와 모순되고, 따라서 $\Delta UA_{r-\theta}^{\bar{r}} + \Delta UB_{r-\theta}^{\bar{r}} > 0$ 이다. 마찬가지로 $\Delta UA_{r+\theta}^{\bar{r}} + \Delta UB_{r+\theta}^{\bar{r}} = 0$ 일 수 없고, 따라서 $\Delta UA_{r+\theta}^{\bar{r}} + \Delta UB_{r+\theta}^{\bar{r}} < 0$ 이다.

이제 r 이 증가함에 따라 목적식 값이 감소하다가 증가하는 경우가 없다는 것만 보이면 된다. 즉, 다음의 식 (A4) 또는 식 (A5)를 만족하는 r_0 가 없다는 것만 보이면 된다.

$$\Delta UA_{r_0+\theta}^{r_0+\theta} + \Delta UB_{r_0+\theta}^{r_0+\theta} \geq 0, \quad (\text{A4})$$

$$\Delta UA_{r_0-\theta}^{r_0-\theta} + \Delta UB_{r_0-\theta}^{r_0-\theta} < 0.$$

$$\Delta UA_{r_0+\theta}^{r_0+\theta} + \Delta UB_{r_0+\theta}^{r_0+\theta} > 0, \quad (\text{A5})$$

$$\Delta UA_{r_0-\theta}^{r_0-\theta} + \Delta UB_{r_0-\theta}^{r_0-\theta} \leq 0.$$

$r = r_0$ 일 때 식 (A4) 또는 식 (A5)를 만족하면 Lemma A4에 의해 $\Delta UB_{r_0+\theta}^{r_0+\theta} > \Delta UB_{r_0}^{r_0+\theta}$ 이므로 $\Delta UB_{r_0-\theta}^{r_0-\theta} + \Delta UB_{r_0}^{r_0+\theta} > 2\Delta UB_{r_0}^{r_0+\theta} \geq -2\Delta UA_{r_0}^{r_0+\theta}$ 이다. 따라서
$$\frac{-(\Delta UA_{r_0-\theta}^{r_0-\theta} + \Delta UA_{r_0}^{r_0+\theta})}{\Delta UB_{r_0-\theta}^{r_0-\theta} + \Delta UB_{r_0}^{r_0+\theta}} < \frac{1}{2}$$

이고, Lemma A1과 Lemma

A3에 의해 $\Delta UA_{r_0+\theta}^{r_0+\theta} + \Delta UB_{r_0}^{r_0+\theta} < \Delta UA_{r_0-\theta}^{r_0-\theta} + \Delta UB_{r_0}^{r_0+\theta}$ 이다. 이는 식 (A4) 또는 식 (A5)를 만족한다는 전제와 모순된다. ■

Lemma A1.
$$\frac{-(\Delta UA_{r_0-\theta}^{r_0-\theta} + \Delta UA_{r_0}^{r_0+\theta})}{\Delta UB_{r_0-\theta}^{r_0-\theta} + \Delta UB_{r_0}^{r_0+\theta}} < \bar{\alpha}$$
이면,

$r = r_0$ (단, $\max\{r_{\max}^A, r_{\min}^B\} < r_0 < \min\{r_{\min}^A, r_{\max}^B\}$)일 때 임의의 작은 $\theta > 0$ 에 대해 다음의 식이 성립한다.

$$\Delta UA_{r_0+\theta}^{r_0+\theta} + \Delta UB_{r_0}^{r_0+\theta} < \Delta UA_{r_0-\theta}^{r_0-\theta} + \Delta UB_{r_0}^{r_0+\theta}. \quad (\text{A6})$$

여기서

$$\bar{\alpha} = \left[r_0 + \frac{\sum_{i=1}^{N_A} a_i^A \bar{X}_i^A (\bar{R}_i^{Al_{r_0-\theta}} - \bar{R}_i^{Al_{r_0+\theta}})}{\sum_{i=1}^{N_A} b_i^A \bar{X}_i^A (\bar{R}_i^{Al_{r_0-\theta}} - \bar{R}_i^{Al_{r_0+\theta}})} \right] \left[r_0 + \frac{\sum_{i=1}^{N_B} b_i^B \bar{X}_i^B (\bar{R}_i^{Bl_{r_0+\theta}} - \bar{R}_i^{Bl_{r_0-\theta}})}{\sum_{i=1}^{N_B} a_i^B \bar{X}_i^B (\bar{R}_i^{Bl_{r_0+\theta}} - \bar{R}_i^{Bl_{r_0-\theta}})} \right]^{-1}$$

이다.

증명. 식 (A6)은 아래의 식 (A7)이 만족하면 성립한다.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^{N_A} U_i (\bar{R}_i^{Al_{r_0-\theta}}) + \sum_{i=1}^{N_A} U_i (\bar{R}_i^{Al_{r_0+\theta}}) \right. \\ & \left. + \sum_{i=1}^{N_B} U_i (\bar{R}_i^{Bl_{r_0-\theta}}) + \sum_{i=1}^{N_B} U_i (\bar{R}_i^{Bl_{r_0+\theta}}) \right) \\ & \leq \sum_{i=1}^{N_A} U_i \left(\frac{\bar{R}_i^{Al_{r_0-\theta}} + \bar{R}_i^{Al_{r_0+\theta}}}{2} \right) \\ & \quad + \sum_{i=1}^{N_B} U_i \left(\frac{\bar{R}_i^{Bl_{r_0-\theta}} + \bar{R}_i^{Bl_{r_0+\theta}}}{2} \right) \\ & < \sum_{i=1}^{N_A} U_i (\bar{R}_i^{Al_{r_0}}) + \sum_{i=1}^{N_B} U_i (\bar{R}_i^{Bl_{r_0}}). \quad (\text{A7}) \end{aligned}$$

식 (A7)의 첫 번째 부등호는 $U_i(\cdot)$ 가 오목함수이므로 성립한다. 식 (A7)의 두 번째 부등호는 아래의 식 (A8)을 만족하는 α^A 와 α^B 가 존재하면 성립한다.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{N_A} U_i \left(\frac{\bar{R}_i^{Al_{r_0-\theta}} + \bar{R}_i^{Al_{r_0+\theta}}}{2} \right) \\ & \quad + \sum_{i=1}^{N_B} U_i \left(\frac{\bar{R}_i^{Bl_{r_0-\theta}} + \bar{R}_i^{Bl_{r_0+\theta}}}{2} \right) \\ & < \sum_{i=1}^{N_A} U_i \left(\frac{\bar{R}_i^{Al_{r_0-\theta}} + \bar{R}_i^{Al_{r_0+\theta}}}{2} \right. \\ & \quad \left. - \alpha^A (\bar{R}_i^{Al_{r_0-\theta}} - \bar{R}_i^{Al_{r_0+\theta}}) \right) \\ & \quad + \sum_{i=1}^{N_B} U_i \left(\frac{\bar{R}_i^{Bl_{r_0-\theta}} + \bar{R}_i^{Bl_{r_0+\theta}}}{2} \right. \\ & \quad \left. + \alpha^B (\bar{R}_i^{Bl_{r_0+\theta}} - \bar{R}_i^{Bl_{r_0-\theta}}) \right) \\ & \leq \sum_{i=1}^{N_A} U_i (\bar{R}_i^{Al_{r_0}}) + \sum_{i=1}^{N_B} U_i (\bar{R}_i^{Bl_{r_0}}). \quad (\text{A8}) \end{aligned}$$

$r_0 < 1$ 라 하자. $r_0 = 1$ 이거나 $r_0 > 1$ 인 경우도 동일한 방법으로 증명할 수 있다. $\max\{r_{\min}^A, r_{\min}^B\} < r_0 < \min\{r_{\max}^A, r_{\max}^B\}$ 이므로 $\bar{Y}_i^{Alr_0} = \bar{Y}_i^{Blr_0} = 0, \forall i$ 이고, 따라서 다음의 식이 성립한다.

$$\sum_{i=1}^{N^A} (a_i^A + (r_0 - \theta)b_i^A) \tilde{X}_i^A \bar{R}_i^{Alr_0 - \theta} = C. \quad (A9)$$

$$\sum_{i=1}^{N^A} (a_i^A + (r_0 + \theta)b_i^A) \tilde{X}_i^A \bar{R}_i^{Alr_0 + \theta} = C. \quad (A10)$$

$$\sum_{i=1}^{N^B} (a_i^B + \frac{1}{r_0 - \theta} b_i^B) \tilde{X}_i^B \bar{R}_i^{Blr_0 - \theta} = C. \quad (A11)$$

$$\sum_{i=1}^{N^B} (a_i^B + \frac{1}{r_0 + \theta} b_i^B) \tilde{X}_i^B \bar{R}_i^{Blr_0 + \theta} = C. \quad (A12)$$

여기서 $a_i^A = \frac{I_i^A + Ch_i^A}{Wh_i^A}, b_i^A = \frac{Ch_i^{AB}}{Wh_i^A}, a_i^B = \frac{Ch_i^B}{Wh_i^B}, b_i^B = \frac{I_i^B + Ch_i^{BA}}{Wh_i^B}$ 이다. 식 (A9)와 식

(A10)을 이용하여 식 (A13)을, 식 (A11)과 식 (A12)를 이용하여 식 (A14)를 구할 수 있다.

$$\sum_{i=1}^{N^A} (a_i^A + r_0 b_i^A) \tilde{X}_i^A \left(\frac{\bar{R}_i^{Alr_0 - \theta} + \bar{R}_i^{Alr_0 + \theta}}{2} - \alpha^A (\bar{R}_i^{Alr_0 - \theta} - \bar{R}_i^{Alr_0 + \theta}) \right) - \theta \delta_1^A + \alpha^A \delta_2^A = C. \quad (A13)$$

$$\sum_{i=1}^{N^B} (a_i^B + \frac{1}{r_0} b_i^B) \tilde{X}_i^B \left(\frac{\bar{R}_i^{Blr_0 - \theta} + \bar{R}_i^{Blr_0 + \theta}}{2} + \alpha^B (\bar{R}_i^{Blr_0 + \theta} - \bar{R}_i^{Blr_0 - \theta}) \right) + \frac{\theta}{2r} \delta_1^B - \alpha^B \delta_2^B = C. \quad (A14)$$

여기서

$$\delta_1^A = \sum_{i=1}^{N^A} \frac{b_i^A \tilde{X}_i^A (\bar{R}_i^{Alr_0 - \theta} - \bar{R}_i^{Alr_0 + \theta})}{2},$$

$$\delta_2^A = \sum_{i=1}^{N^A} (a_i^A + r_0 b_i^A) \tilde{X}_i^A (\bar{R}_i^{Alr_0 - \theta} - \bar{R}_i^{Alr_0 + \theta}),$$

$$\delta_1^B = \sum_{i=1}^{N^B} b_i^B \tilde{X}_i^B \left(\frac{\bar{R}_i^{Blr_0 - \theta}}{r_0 - \theta} - \frac{\bar{R}_i^{Blr_0 + \theta}}{r_0 + \theta} \right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N^B} a_i^B \tilde{X}_i^B (\bar{R}_i^{Blr_0 + \theta} - \bar{R}_i^{Blr_0 - \theta}),$$

$$\delta_2^B = \sum_{i=1}^{N^B} (a_i^B + \frac{1}{r_0} b_i^B) \tilde{X}_i^B (\bar{R}_i^{Blr_0 + \theta} - \bar{R}_i^{Blr_0 - \theta})$$

이다. $\alpha^A = \theta \frac{\delta_1^A}{\delta_2^A}, \alpha^B = \frac{\theta}{2r_0} \frac{\delta_1^B}{\delta_2^B}$ 라 두면,

$$\frac{\bar{R}_i^{Alr_0 - \theta} + \bar{R}_i^{Alr_0 + \theta}}{2} - \alpha^A (\bar{R}_i^{Alr_0 - \theta} - \bar{R}_i^{Alr_0 + \theta})$$

$$\text{와 } \frac{\bar{R}_i^{Blr_0 - \theta} + \bar{R}_i^{Blr_0 + \theta}}{2} + \alpha^B (\bar{R}_i^{Blr_0 + \theta} - \bar{R}_i^{Blr_0 - \theta})$$

는 $r = r_0$ 일 때 RPRA의 실행가능해이고, 따라서 식 (A8)의 두 번째 부등호가 성립한다.

한편, Lemma A2에 의해 $\bar{R}_i^{Alr_0 - \theta} - \bar{R}_i^{Alr_0 + \theta} \geq 0, \bar{R}_i^{Blr_0 - \theta} - \bar{R}_i^{Blr_0 + \theta} \geq 0$ 이고 $\alpha^A > 0, \alpha^B > 0$ 이므로, 아주 작은 $\theta > 0$ 에 대해 다음의 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{N^A} U_i \left(\frac{\bar{R}_i^{Alr_0 - \theta} + \bar{R}_i^{Alr_0 + \theta}}{2} - \alpha^A (\bar{R}_i^{Alr_0 - \theta} - \bar{R}_i^{Alr_0 + \theta}) \right) \\ & - \sum_{i=1}^{N^A} U_i \left(\frac{\bar{R}_i^{Alr_0 - \theta} + \bar{R}_i^{Alr_0 + \theta}}{2} - \bar{R}_i^{Alr_0 + \theta} \right) - \sum_{i=1}^{N^B} U_i \left(\frac{\bar{R}_i^{Blr_0 - \theta} + \bar{R}_i^{Blr_0 + \theta}}{2} + \alpha^B (\bar{R}_i^{Blr_0 + \theta} - \bar{R}_i^{Blr_0 - \theta}) \right) \\ & - \sum_{i=1}^{N^B} U_i \left(\frac{\bar{R}_i^{Blr_0 - \theta} + \bar{R}_i^{Blr_0 + \theta}}{2} - \bar{R}_i^{Blr_0 - \theta} \right) \\ & \approx -\alpha^A \sum_{i=1}^{N^A} (U_i (\bar{R}_i^{Alr_0 - \theta}) - U_i (\bar{R}_i^{Alr_0 + \theta})) \\ & + \alpha^B \sum_{i=1}^{N^B} (U_i (\bar{R}_i^{Blr_0 + \theta}) - U_i (\bar{R}_i^{Blr_0 - \theta})). \end{aligned} \quad (A15)$$

따라서 $\frac{\sum_{i=1}^{N^A} (U_i (\bar{R}_i^{Alr_0 - \theta}) - U_i (\bar{R}_i^{Alr_0 + \theta}))}{\sum_{i=1}^{N^B} (U_i (\bar{R}_i^{Blr_0 + \theta}) - U_i (\bar{R}_i^{Blr_0 - \theta}))} = \frac{-(\Delta U A_{r_0 - \theta}^{r_0} + \Delta U A_{r_0 + \theta}^{r_0})}{\Delta U B_{r_0 - \theta}^{r_0} + \Delta U B_{r_0 + \theta}^{r_0}} < \bar{\alpha} (= \frac{\alpha^B}{\alpha^A})$ 이 면

식 (A8)의 첫 번째 부등호가 성립한다. ■

Lemma A2. $r_{\max}^A < r \leq r_{\min}^A$ 에서 $\bar{R}_i^{Alr-\theta} \geq \bar{R}_i^{Alr}$, $\forall i$, 이고 $\sum_i^{N_A} \bar{R}_i^{Alr-\theta} > \sum_i^{N_A} \bar{R}_i^{Alr}$ 이다. 또한, $r_{\min}^B < r \leq r_{\max}^B$ 에서 $\bar{R}_i^{Blr-\theta} \leq \bar{R}_i^{Blr}$, $\forall i$, 이고 $\sum_i^{N_B} \bar{R}_i^{Blr-\theta} < \sum_i^{N_B} \bar{R}_i^{Blr}$ 이다.

증명. $S_{\min}^A, S_{\max}^A, S_o^A$ 를 각각 $r = r_0$ 일 때 $\bar{R}_i^{Alr_0} = R_{\min}$ 인 셀 A 사용자들의 집합, $\bar{R}_i^{Alr_0} = R_{\max}$ 인 셀 A 사용자들의 집합, $\bar{R}_i^{Alr_0} \neq R_{\min}$ 이고 $\bar{R}_i^{Alr_0} \neq R_{\max}$ 인 셀 A 사용자들의 집합이라고 하자. 이 때 다음의 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \frac{U'_k(\bar{R}_k^{Alr_0})}{(a_k^A + r_0 b_k^A) \tilde{X}_k^A} &\leq \frac{U'_i(\bar{R}_i^{Alr_0})}{(a_i^A + r_0 b_i^A) \tilde{X}_i^A} \\ &= \frac{U'_j(\bar{R}_j^{Alr_0})}{(a_j^A + r_0 b_j^A) \tilde{X}_j^A} \leq \frac{U'_l(\bar{R}_l^{Alr_0})}{(a_l^A + r_0 b_l^A) \tilde{X}_l^A}, \\ i, j &\in S_o^A, k \in S_{\min}^A, l \in S_{\max}^A. \end{aligned}$$

여기서 $U'_i(R_i)$ 는 R_i 에서 미분이 가능할 경우에는 미분값(derivative)을 나타내고, 미분이 불가능할 경우에는 양(+)의 방향의 방향 미분값(directional derivative)을 나타낸다. 또한, $r_0 \leq 1$ 이면

$$a_i^A = \frac{I_i^A + Ch_i^A}{Wh_i^A}, b_i^A = \frac{Ch_i^{AB}}{Wh_i^A} \text{ 이고, } r_0 > 1 \text{ 이면}$$

$$a_i^A = \frac{Ch_i^A}{Wh_i^A}, b_i^A = \frac{I_i^A + Ch_i^{AB}}{Wh_i^A} \text{ 이다. 만약}$$

$$\frac{U'_i(\bar{R}_i^{Alr_0})}{(a_i^A + r_0 b_i^A) \tilde{X}_i^A} < \frac{U'_j(\bar{R}_j^{Alr_0})}{(a_j^A + r_0 b_j^A) \tilde{X}_j^A} \text{ 라면}$$

제약식을 만족하면서 $\bar{R}_i^{Alr_0}$ 를 감소시키고 그 대신 $\bar{R}_j^{Alr_0}$ 를 증가시켜 총효율을 증가시킬 수 있다. 따라서

$$\frac{U'_i(\bar{R}_i^{Alr_0})}{(a_i^A + r_0 b_i^A) \tilde{X}_i^A} = \frac{U'_j(\bar{R}_j^{Alr_0})}{(a_j^A + r_0 b_j^A) \tilde{X}_j^A} \text{ 이다. 다른 경우도 동일한 방법으로 증명할 수 있다.}$$

이제 $\bar{R}_i^{Alr_0-\theta} < \bar{R}_i^{Alr_0}$ 이라고 하자. 이 때 $U_i(\bar{R}_i^{Alr_0}) \leq U'_i(\bar{R}_i^{Alr_0-\theta})$ 이고, $\bar{R}_j^{Alr_0-\theta} > \bar{R}_j^{Alr_0}$ 인 사용자 j 가 존재한다 (존재하지 않으면 Lemma 5와 모순임). $\bar{R}_i^{Alr_0-\theta} < \bar{R}_i^{Alr_0}$, $\bar{R}_j^{Alr_0-\theta} > \bar{R}_j^{Alr_0}$ 이려면 $\bar{R}_i^{Alr_0} \neq R_{\min}$, $\bar{R}_j^{Alr_0} \neq R_{\max}$ 이어야 하므로

$$\frac{U'_i(\bar{R}_i^{Alr_0})}{(a_i^A + r_0 b_i^A) \tilde{X}_i^A} \geq \frac{U'_j(\bar{R}_j^{Alr_0})}{(a_j^A + r_0 b_j^A) \tilde{X}_j^A} \text{ 이고,}$$

$\bar{R}_i^{Alr_0-\theta} \neq R_{\max}$, $\bar{R}_j^{Alr_0-\theta} \neq R_{\min}$ 이어야 하므로

$$\frac{U'_i(\bar{R}_i^{Alr_0-\theta})}{(a_i^A + (r_0 - \theta) b_i^A) \tilde{X}_i^A} \leq \frac{U'_j(\bar{R}_j^{Alr_0-\theta})}{(a_j^A + (r_0 - \theta) b_j^A) \tilde{X}_j^A} \text{ 이다.}$$

먼저, $U'_j(\bar{R}_j^{Alr_0}) > U'_j(\bar{R}_j^{Alr_0-\theta})$ 이 면

$$\frac{U'_i(\bar{R}_i^{Alr_0-\theta})}{(a_i^A + r_0 b_i^A) \tilde{X}_i^A} \geq \frac{U'_i(\bar{R}_i^{Alr_0})}{(a_i^A + r_0 b_i^A) \tilde{X}_i^A} \geq \frac{U'_j(\bar{R}_j^{Alr_0})}{(a_j^A + r_0 b_j^A) \tilde{X}_j^A} > \frac{U'_j(\bar{R}_j^{Alr_0-\theta})}{(a_j^A + r_0 b_j^A) \tilde{X}_j^A} \text{ 이고,}$$

$$\text{따라서 } \frac{U'_i(\bar{R}_i^{Alr_0-\theta})}{(a_i^A + (r_0 - \theta) b_i^A) \tilde{X}_i^A} >$$

$$\frac{U'_j(\bar{R}_j^{Alr_0-\theta})}{(a_j^A + (r_0 - \theta) b_j^A) \tilde{X}_j^A} \text{ 를 만족하는 } \theta > 0 \text{ 가 존}$$

재한다. 이는 위의 $\frac{U'_i(\bar{R}_i^{Alr_0-\theta})}{(a_i^A + (r_0 - \theta) b_i^A) \tilde{X}_i^A} \leq$

$$\frac{U'_j(\bar{R}_j^{Alr_0-\theta})}{(a_j^A + (r_0 - \theta) b_j^A) \tilde{X}_j^A} \text{ 라는 것과 모순이다.}$$

다음으로 $U'_j(\bar{R}_j^{Alr_0}) = U'_j(\bar{R}_j^{Alr_0-\theta})$ 인 경우를 살펴보자. 이 때 $U'_i(\bar{R}_i^{Alr_0}) < U'_i(\bar{R}_i^{Alr_0-\theta})$ 이 면

$$\frac{U'_i(\bar{R}_i^{Alr_0-\theta})}{(a_i^A + r_0 b_i^A) \tilde{X}_i^A} > \frac{U'_j(\bar{R}_j^{Alr_0-\theta})}{(a_j^A + r_0 b_j^A) \tilde{X}_j^A} \text{ 이고,}$$

$$\text{따라서 } \frac{U'_i(\bar{R}_i^{Alr_0-\theta})}{(a_i^A + (r_0 - \theta) b_i^A) \tilde{X}_i^A} >$$

$\frac{U_j'(\bar{R}_j^{Alr_0-\theta})}{(a_j^A + (r_0 - \theta)b_j^A)\tilde{X}_j^A}$ 를 만족하는 $\theta > 0$ 가 존

재한다. 이는 위의 $\frac{U_i'(\bar{R}_i^{Alr_0-\theta})}{(a_i^A + (r_0 - \theta)b_i^A)\tilde{X}_i^A} \leq$

$\frac{U_j'(\bar{R}_j^{Alr_0-\theta})}{(a_j^A + (r_0 - \theta)b_j^A)\tilde{X}_j^A}$ 라는 것과 모순이다.

$U_i'(\bar{R}_i^{Alr_0}) = U_i'(\bar{R}_i^{Alr_0-\theta})$ 이고,

$\frac{U_i'(\bar{R}_i^{Alr_0})}{(a_i^A + r_0 b_i^A)\tilde{X}_i^A} > \frac{U_j'(\bar{R}_j^{Alr_0})}{(a_j^A + r_0 b_j^A)\tilde{X}_j^A}$ 인 경

우도 마찬가지이다. 마지막으로 $U_i'(\bar{R}_i^{Alr_0}) = U_i'(\bar{R}_i^{Alr_0-\theta})$ 이고,

$\frac{U_i'(\bar{R}_i^{Alr_0})}{(a_i^A + r_0 b_i^A)\tilde{X}_i^A} = \frac{U_j'(\bar{R}_j^{Alr_0})}{(a_j^A + r_0 b_j^A)\tilde{X}_j^A}$ 인 경

우, r 이 r_0 에서 $r_0 - \theta$ 로 감소하였을 때 사용자 i 의 데이터전송률이 감소하고 사용자 j 의 데이터전송률

이 증가하였다는 것은 $\frac{U_i'(\bar{R}_i^{Alr_0})}{(a_i^A + (r_0 - \theta)b_i^A)\tilde{X}_i^A}$

$\leq \frac{U_j'(\bar{R}_j^{Alr_0})}{(a_j^A + (r_0 - \theta)b_j^A)\tilde{X}_j^A}$ 라는 것이다. 따라서

$\frac{U_i'(\bar{R}_i^{Alr_0})}{(a_i^A + r_0 b_i^A)\tilde{X}_i^A} = \frac{U_j'(\bar{R}_j^{Alr_0})}{(a_j^A + r_0 b_j^A)\tilde{X}_j^A}$ 이므

로 $\frac{b_i^A \tilde{X}_i^A}{U_i'(\bar{R}_i^{Alr_0})} \leq \frac{b_j^A \tilde{X}_j^A}{U_j'(\bar{R}_j^{Alr_0})}$ 이어야 한다. 그

런데, $r = r_0$ 일 때,

$\frac{U_i'(\bar{R}_i^{Alr_0})}{(a_i^A + r_0 b_i^A)\tilde{X}_i^A} = \frac{U_j'(\bar{R}_j^{Alr_0})}{(a_j^A + r_0 b_j^A)\tilde{X}_j^A}$ 인

경우 $\frac{b_i^A \tilde{X}_i^A}{U_i'(\bar{R}_i^{Alr_0})} \leq \frac{b_j^A \tilde{X}_j^A}{U_j'(\bar{R}_j^{Alr_0})}$ 인 사용자 j 에

게 우선적으로 할당한다고 하면, $U_i'(\bar{R}_i^{Alr_0}) =$

$U_i'(\bar{R}_i^{Alr_0-\theta})$ 와 $U_j'(\bar{R}_j^{Alr_0}) = U_j'(\bar{R}_j^{Alr_0-\theta})$ 를

만족하면서 사용자 i 의 데이터전송률을 감소시키고 사용자 j 의 데이터전송률을 증가시킬 수 없다.

결국, $\bar{R}_i^{Alr_0-\theta} < \bar{R}_i^{Alr_0}$ 일 수 없다. 또한, $\sum_i^{N_A}$

$\bar{R}_i^{Alr_0-\theta} = \sum_i^{N_A} \bar{R}_i^{Alr}$ 라면 $\bar{R}_i^{Alr_0-\theta} = \bar{R}_i^{Alr}$, $\forall i$,

이어야 하고, 이는 Lemma 5와 모순이다. 셀 B에 대해서도 동일한 방법으로 증명할 수 있다. ■

Lemma A3. $r = r_0$ (단, $r_{\max}^A < r_0 < r_{\min}^A$)일 때, 임

의 작은 값 $\theta > 0$ 에 대해 $\frac{\Delta UA_{r_0-\theta}}{\Delta UA_{r_0}} < \bar{\alpha}$ 이다.

증명. 먼저, 다음의 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{N_A} (a_i^A + r_0 b_i^A) \tilde{X}_i^A \bar{R}_i^{Alr_0} \\ &= \sum_{i=1}^{N_A} (a_i^A + (r_0 - \theta) b_i^A) \tilde{X}_i^A \bar{R}_i^{Alr_0} \\ & \quad + \theta \sum_{i=1}^{N_A} b_i^A \tilde{X}_i^A \bar{R}_i^{Alr_0}. \end{aligned}$$

즉, r 값이 r_0 에서 $r_0 - \theta$ 로 θ 만큼 감소하게 되면

각 사용자 i 에 $\bar{R}_i^{Alr_0}$ 씩 할당하고 $\theta \sum_{i=1}^{N_A} b_i^A \tilde{X}_i^A$

$\bar{R}_i^{Alr_0}$ 만큼의 여유가 있게 된다. 따라서 임의의

작은 값 $\theta > 0$ 에 대해 다음의 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} & -\Delta UA_{r_0-\theta} \approx \\ & \theta \sum_{i=1}^{N_A} b_i^A \tilde{X}_i^A \bar{R}_i^{Alr_0} \frac{U_k'(\bar{R}_k^{Alr_0})}{(a_k^A + r_0 b_k^A) \tilde{X}_k^A}, \end{aligned}$$

$$k \in \begin{cases} S_o^A, & \text{if } S_o \neq \emptyset \\ S_{\min}^A, & \text{o.w.} \end{cases}$$

마찬가지로 다음의 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} & \Delta UA_{r_0+\theta} \approx \\ & -\theta \sum_{i=1}^{N_A} b_i^A \tilde{X}_i^A \bar{R}_i^{Alr_0} \frac{U_l'(\bar{R}_l^{Alr_0})}{(a_l^A + r_0 b_l^A) \tilde{X}_l^A}, \end{aligned}$$

$$l \in \begin{cases} S_o^A, & \text{if } S_o \neq \emptyset \\ S_{\max}^A, & \text{o.w.} \end{cases}$$

따라서 다음의 식이 성립한다.

$$\frac{\Delta UA_{r_0-\theta}}{\Delta UA_{r_0+\theta}} \approx \frac{U_k'(\bar{R}_k^{Al_{r_0}})}{(a_k^A + r_0 b_k^A) \tilde{X}_k^A} / \frac{U_i'(\bar{R}_i^{Al_{r_0}})}{(a_i^A + r_0 b_i^A) \tilde{X}_i^A} \leq 1.$$

결국, $\frac{\Delta UA_{r_0-\theta}}{\Delta UA_{r_0+\theta}}$ 는 θ 가 0에 가까워짐에 따라

1 또는 1보다 작은 값으로 수렴한다. 그런데, 열잡음이 경로이득에 비해 매우 작다는 가정 하에서 \bar{a} 는 θ 에 관계없이 1보다 크고, 따라서 임의의 작은

값 $\theta > 0$ 에 대해 $\frac{\Delta UA_{r_0-\theta}}{\Delta UA_{r_0+\theta}} < \bar{a}$ 이다. ■

Lemma A4. $r = r_0$ (단, $r_{\min}^B < r_0 < r_{\max}^B$) 일 때, 임의의 작은 값 $\theta > 0$ 에 대해 다음의 식이 성립한다.

$$\Delta UB_{r_0+\theta} < \Delta UB_{r_0-\theta}. \quad (A16)$$

증명. 식 (A16)은 아래의 식 (A17)이 만족하면 성립한다.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{N^B} U_i(\bar{R}_i^{Bl_{r_0-\theta}}) + \sum_{i=1}^{N^B} U_i(\bar{R}_i^{Bl_{r_0+\theta}}) \\ & \leq 2 \sum_{i=1}^{N^B} U_i \left(\frac{\bar{R}_i^{Bl_{r_0-\theta}} + \bar{R}_i^{Bl_{r_0+\theta}}}{2} \right) \quad (A17) \\ & < 2 \sum_{i=1}^{N^B} U_i(\bar{R}_i^{Bl_{r_0}}). \end{aligned}$$

식 (A17)의 첫 번째 부등호는 $U_i(\cdot)$ 가 오목함수이므로 성립한다. 두 번째 부등호는 식 (A13)에

서 $\delta_1^B > 0$ 이므로 $0 < \theta \leq \frac{2r_0}{\delta_1^B} \sum_{i=1}^{N_A} (a_i^A + r_0 b_i^A)$

$R_{\max}(X_{\max} - \tilde{X}_i^A)$ 에 대해 성립한다. ■

참고 문헌

- [1] Abdelzaher, T. and K. Shin, "End-host Architecture for QoS-adaptative Communication," *Real-Time Technology and Applications - Proc. IEEE Computer Society*, (1998), pp.121-130.
- [2] Garg, V. and E. Sneed, "Digital Wireless Local Loop System," *IEEE Communications Magazine*, (1996), pp.112-115.
- [3] Goodman, D. and N. Mandayam, "Power Control for Wireless Data," *IEEE Personal Communications Magazine*, Vol.7(2000), pp.48-54.
- [4] Guo, N. and S. Morgera, "The Grade of Service for Integrated Voice/Data Wireless DS-CDMA Networks," *Proc. IEEE ICC*, (1994), pp.1104-1110.
- [5] Herdtner, J. and E. Chong, "Analysis of a Class of Asynchronous Power Control Algorithms for Cellular Wireless Systems," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol.18(2000), pp.436-446.
- [6] Jeong, D.G. and W.S. Jeon, "Rate Controlled Data Transmission for IS-95 CDMA networks," *Proc. IEEE VTC*, (1997), pp. 1567-1571.
- [7] Kumar, S., S. Nanda and A. Falconi, *Reverse Link Power Control Performance for High Speed Data over CDMA*, TIA, 1997.
- [8] Lee K.-D., Y.-H. Cho, H.-J. Lee and D.-G. Oh, "Improving Efficiency of Timeslot Assignment for Non-realtime Data in a DVB-RCS Return Link: Modeling and Algorithm," *ETRI Journal*, Vol.25(2003), pp. 211-218.
- [9] Lee, K.-D., Y.-H. Cho, S.-J. Lee and H.-J. Lee, "Optimal Design of Superframe Pattern for DV13-RCS Return Link," *ETRI Journal*, Vol.24(2002), pp.251-254.
- [10] Razavilar, J., R. Liu and S. Marcus, "Opti-

- mal Rate Control in Wireless Networks with Fading Channels," *Proc. IEEE VTC*, (1999), pp.807-813.
- [11] Saraydar, C., N. Mandayam and D. Goodman, "Efficient Power Control Via Pricing in Wireless Data Networks," *IEEE Transactions on Communications*, Vol.50(2002), pp.291-303.
- [12] Shen Q. and W. Krzymien, "Optimal Power Assignment for Maximum Throughput in CDMA Personal Communications Systems with Integrated Voice/Data Traffic," *Wireless Personal Communications*, Vol.8(1998), pp.277-289.
- [13] Song L. and N.B. Mandayam, "Hierarchical SIR and Rate Control on the Forward Link for CDMA Data Users under Delay and error Constraints," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol.19 (2001), pp.1871-1882.
- [14] Song, L., N. Mandayam and Z. Gajic, "Analysis of and Up/Down Power Control Algorithm for CDMA Reverse Link : A Nonlinear Control System Approach," *Proc. CISS*, (1999), pp.119-124.
- [15] TIA/EIA/IS-2000.2A, *Physical Layer Standard for CDMA2000 Spread Spectrum Systems*, Telecommunication Industry Association, 2002.
- [16] TIA/EIA/IS-95, *Mobile Station-Base-Station Compatibility Standard for Dual-Mode Wideband Spread Spectrum Cellular System*, 1993.
- [17] Viterbi, *CDMA : Principles of Spread Spectrum Communications*, Addison-Wesley Publishing Company, 1995.
- [18] Yun, L. and D. Messerschmitt, "Variable Quality of Service in CDMA Systems by Statistical Power Control," *Proc. IEEE ICC*, (1995), pp.713-719.
- [19] Zorzi, M., R. Rao and L. Milstein, "Error Statistics in Data Transmission over Fading Channels," *IEEE Transactions on Communications*, Vol.46(1998), pp.1468-1477.