信賴性應用硏究
제3권, 제2호, pp. 137-143, 2003

와이블 분포에서의 종결형 축차시험방안

정 해 성*, 차 명 수**, 오 근 태***

*서원대학교 응용통계학과
**경성대학교 산업공학과
***수원대학교 산업정보공학과

Truncated Sequential Test Plan under Weibull Distribution

Hai Sung Jeong*, Myung Soo Cha**, Geun Tae Oh***

*Dept. of Applied Statistics, Seowon University
**Dept. of Industrial Engineering, Kyungsung University
***Dept. of Industrial Information Engineering, University of Suwon

Abstract

Sequential test plans are characterized by decision rules for accepting or rejecting compliance, or continuing the test at any test time. They are determined by selected values of risks and discrimination ratio. The sequential test plans in the international standard such as MIL-HDBK-781A are based on the assumption that the underlying distribution of times between failures is exponential. In this paper, sequential test plans are extended to the Weibull distribution case. Simulation studies are performed to examine the reasonability in this extension.

1. 서 론

신뢰성인증시험(reliability qualification test: RQT)은 계약 또는 설계 초기단계에서 설정된 신뢰성목표를 달성하였는지 여부를 검증하기 위해 수행되는 시험이다. 신뢰성인증시험은 샘플링방법에 따라 고정기간시험과 축차시험으로 나눌 수 있으며, 관측치 특성에 따라 연속형과 이산형으로 구분 할 수 있다. 참고로 국제표준인 IEC 60300-3-5에서 구분한 신뢰성 인증시험의 종류가 <표 1>에 있다. 일반적으로 이산형 신뢰성인증시험은 일회용 아이템(one-shot item)과 같이 고장시간보다는 임무달성 여부만 고려하는 아이템의 경우에 적용하며, 실질적으로는 품질관리의 샘플링검사와 동일하다.

<표 1> 신뢰성 시험 계획의 형태(IEC 60300-3-5, 지수분포가정)

Types of statistical test plans	Applications	Reliability requirements	Design Parameters	Tools
Truncated sequential test (종결형 축차시험)	Non-repaired, repaired, replaced, non-replaced items (연속형)	Acceptable and unacceptable constant failure rate /intensity	d, risks	IEC 61124 MIL-HDBK-781A
	Reused, non-reused items (이산형)	Failure ratio /success ratio	d, risks	IEC 61123
Fixed time/failure terminated test (고정기간시험)	Non-repaired, repaired, replaced, non-replaced items (연속형)	Acceptable and unacceptable constant failure rate /intensity	d, risks	IEC 61124 MIL-HDBK-781A MIL-STD-690C
	Reused, non-reused items (이산형)	Failure ratio /success ratio	d, risks	IEC 61123

고정기간시험(fixed time/failure terminated test 또는 fixed-duration test)은 정해진 시험시간과 고장수를 이용하여 합격/불합격 판정을 내리는 시험을 말한다. 축차시험(sequential test)은 합격/불합격 판정을 내리기 위해 정해진 개수의 고장이 발생할 때까지, 또는 정해진 시험기간까지 다 시험할 필요가 없다. 시험 중에 연속적으로 총시험시간 대비 고장발생 개수를 평가하여 정해진 개수의 고장수나 정해진 시험기간에 이르지 않았더라도 만족스러운 신뢰성 수준일 가능성이 높으면(합격영역에 들어가면) 합격, 불만족스러운 신뢰성 수준일 가능성이 높으면(불합격영역에 들어가면) 불합격, 합격-불합격 판정을 내리기 어려우면(시험계속영역에 있으면) 시험계속의 결정을 내린다. 즉, 축차시험은 시험종료 시점이 미리 정해져

있지 않은 시험이다. 이론적으로 축차시험계획에 맞추어 시험을 할 때, 시험은 합격 또는 불합격판단이 결정될 때까지 계속 실시해야 한다. 그러나 실제로 시험을 계속한다는 것이 비현실적이라고 판단된 시점에서 시험에 대한 상한을 설정하는 것이 바람직하거나 필요할 때가 있다. 합격 또는 불합격판단이 지나치게 지연되는 것을 막기 위해 상한이 설정되는 것을 종결(truncation)이라 한다. 이와 같이 종결시점을 설정한 시험을 종결형 축차시험(truncated sequential test)이라고 한다.

<표 1>에서 언급된 MIL-HDBK-781A 등의 국제표준은 수명이 지수분포를 따르는 경우에 한정하여 적용 되게끔 되어 있다. 본 연구에서는 MIL-HDBK-781A의 축차시험방식이 수명분포가 2모수 와이블분포인 경우에도 적용될 수 있음을 보이고자 한다. 이 경우는 와이블분포의 모수가 둘인 관계로 그 중 하나의 모수를 알 경우에만 가능하다. 여기에서는 와이블분포의 형상모수 m 을 알고 있는 경우에 척도모수 η 에 대한 축차시험에 대해 다룬다.

2. 와이블 분포에서의 축차시험방식

이 절에서의 기본적인 기호 정의는 다음과 같다.

α = 생산자 위험
β = 소비자 위험
m = 와이블분포의 형상모수
η = 와이블분포의 척도모수
η_0 = 와이블분포에서의 바람직스러운 척도모수의 값
(Acceptable Reliability Level, ARL)
η_1 = 와이블분포에서의 바람직스럽지 못한 척도모수의 값
(Unacceptable Reliability Level, URL)
$\theta_1 = \eta_1^m$
$\theta_0 = \eta_0^m$
d = 합격신뢰성수준과 불합격신뢰성수준의 비(판별비), 여기서는 $d = \theta_0 / \theta_1$.

형상모수가 m 이고 척도모수가 η 인 와이블분포의 확률밀도함수는 다음과 같이 표현된다.

$$f(t) = \frac{m}{\eta}\left(\frac{t}{\eta}\right)^{m-1} e^{-(t/\eta)^m} \quad , t > 0$$

와이블분포 가정하에서 보증하고자하는 모든 신뢰성 척도들을 형상모수 m 를 안다는 가정

하에 보증하고자하는 척도모수 η 로 변환하여 나타낼 수 있다.
즉,

a) $R(t) = R_1$ 을 보증하는 경우

$R_1 = \exp\{-(\frac{t}{\eta})^m\}$ 로부터 $\eta = \frac{t}{\{\ln(1/R_1)\}^{1/m}}$

b) $MTTF = MTTF_1$ 을 보증하는 경우

$MTTF_1 = \eta\Gamma(1+\frac{1}{m})$ 로부터 $\eta = MTTF_1 / \Gamma(1+\frac{1}{m})$

c) $B_p = t_1$ 을 보증하는 경우

$p = 1 - \exp\{-(\frac{t_1}{\eta})^m\}$ 로부터 $\eta = \frac{t_1}{[\ln\{1/(1-p)\}]^{1/m}}$

d) 고장률 $\lambda(t) = \lambda_1$ 을 보증하고자 하는 경우

$\lambda_1 = \frac{m\,t^{m-1}}{\eta^m}$ 로부터 $\eta = (\frac{m\,t^{m-1}}{\lambda_1})^{\frac{1}{m}}$

e) 평균고장률 $\bar{\lambda}(t) = \bar{\lambda}_1$ 을 보증하고자 하는 경우

$\bar{\lambda}_1 = \frac{t^{m-1}}{\eta^m}$ 로부터 $\eta = (\frac{t^{m-1}}{\bar{\lambda}_1})^{\frac{1}{m}}$.

또한 고장시간 T 가 형상모수가 m이고, 척도모수가 η 인 와이블분포를 따를 때, $X = T^m$ 은 MTTF가 η^m 인 지수분포를 따른다. 따라서 $\theta_1 = \eta_1^m$ 그리고 $\theta_0 = \eta_0^m$ 로 표현하면 MIL-HDBK-781A의 절차를 그대로 이용할 수 있게 된다. 즉, 시험계속 역은

$$\frac{\ln B}{\ln(\theta_0/\theta_1)} + \frac{(1/\theta_1 - 1/\theta_0)}{\ln(\theta_0/\theta_1)}t < r < \frac{\ln A}{\ln(\theta_0/\theta_1)} + \frac{(1/\theta_1 - 1/\theta_0)}{\ln(\theta_0/\theta_1)}t \qquad (1)$$

와 같이 표현되며, t 는 총시험시간이다. 이 경우 의사결정규칙은

i) 식 (1)의 좌변의 값 < r < 식 (1)의 우변의 값이면 시험 계속
ii) $r \le$ 식 (1)의 좌변의 값이면 합격시키고 시험 종료
iii) $r \ge$ 식 (1)의 우변의 값이면 불합격시키고 시험 종료

한다.

여기서 상수 A 와 B 는

$$A = \frac{(1-\beta)(d+1)}{2\alpha d}, \quad B = \frac{\beta}{(1-\alpha)}$$

이며 Epstein과 Sobel [1]을 참조 바란다.

예를 들어, 어떤 아이템의 수명이 형상모수 m = 2 인 와이블분포를 따른다고 할 때, η_0 = $\sqrt{300}$, η_1 = 10 임을 α = 0.2, β = 0.2 에서 검정하고자하면 이는 <표 2> 와 같은 MIL-HDBK-781A의 시험방식 VI-D를 이용하면 된다.

<표 2> MIL-HDBK-781A의 시험방식 VI-D

고장수	총시험시간(θ_1의 배수)	
	불합격	합격
0	적용하지 않음	2.67
1	적용하지 않음	4.32
2	0.36	4.50
3	4.50	적용하지 않음

MIL-HDBK-781A의 시험방식 VI-D는 α = 0.2, β = 0.2 이고 판별비 d = 3.0 인 경우에 적용되는 시험방식이다. 이 경우 $\theta_1 = \eta_1^m$ =100 그리고 $\theta_0 = \eta_0^m$ = 300 이 되어 판별비 d = 3이 됨을 확인 할 수 있다. $\theta_1 = \eta_1^m$ =100 이므로 실제 적용시에는 다음과 같이 변환된 시험 방식을 이용하는 것이다.

<표 3> 변환된 MIL-HDBK-781A의 시험방식 VI-D

고장수	총시험시간	
	불합격	합격
0	적용하지 않음	267
1	적용하지 않음	432
2	36	450
3	450	적용하지 않음

3개의 시료를 이용하여 비교체시험한 결과 8, 12, 18(시간)에서 고장이 발생하였다면 이를 지수분포화하면 8^2 = 64, 12^2 = 144, 18^2 = 324(시간) 이 되고 지수분포화된 자료를 이용하여 다음과 같은 축차시험방식을 적용할 수 있다.

① 고장수가 1 일 때, 총시험시간 = 3 × 64 = 192 이므로 판정 보류
② 고장수가 2 일 때, 총시험시간 = 64 + 2 × 144 = 352 이므로 판정 보류
③ 고장수가 2 일 때, 총시험시간 = 64 + 144 + (232) = 450 이므로 2개가 고장 난 상태에서 추가 고장없이 시험시간이 $\sqrt{232}$ ≒ 15.23시간이 넘는 순간에 합격 판정이 된다.

3. 시뮬레이션 결과 및 결론

MIL-HDBK-781A의 시험방식을 와이블분포까지 확장하여 사용하는 것이 타당한지를 검토하기 위하여 시뮬레이션을 실시하였다. MIL-HDBK-781A의 시험방식 VI-D를 이용하였다. 이를 위해 형상모수 m = 2 이고, 척도모수가 $\eta_0 = \sqrt{300}$ 인 와이블분포와 형상모수 m = 2 이고, 척도모수가 η_1 = 10 인 와이블 분포를 따르는 난수를 각 각 3개씩 추출하여 100,000번 반복시행 후 생산자 위험률 α 와 소비자 위험률 β 를 구하여 명목값인 α = 20%, β = 20% 와 비교하였다. 또한 시료 1개로 교체시험을 한 경우와 시료 3개, 4개, 5개로 비교체시험을 한 경우 각각을 시뮬레이션하여 의사결정 위험률을 비교하였다.

<표 4> 실제 의사결정 위험률의 비교

위험 / 시험방식	생산자 위험률 α (%)	소비자 위험률 β(%)
MIL-HDBK-781A	18.2	19.2
시료 1개로 교체시험	18.20	19.35
시료 3개로 비교체시험	18.04	19.43
시료 4개로 비교체시험	18.12	19.41
시료 5개로 비교체시험	18.00	19.17

시뮬레이션 결과, 본 연구에서 제안한 MIL-HDBK-781A의 와이블분포에로의 확장이 타당성이 있음이 밝혀졌다.

참고문헌

[1] Epstein, B. and Sobel, M. (1955), Sequential Life Tests in the Exponential Case, *Annals of Mathematical Statistics* Vol 26, 82-93
[2] MIL-STD-690C (1993), Failure Rate Sampling Plans and Procedures.
[3] MIL-HDBK-781A (1996), Reliability Test Methods, Plans, and Environments for Engineering Development, Qualification, and Production.
[4] IEC 603003-5 (2001), Application guide-Reliability test conditions and statistical test principles
[5] IEC 61123 (1991), Reliability testing - Compliance test plans for success ratio.
[6] IEC 61124 (1997), Reliability testing - Compliance tests for constant failure rate and constant failure intensity.