

## Explicit Algebraic Stress/Heat-Flux 모형을 이용한 벽면가열이 높은 수직관 내의 열전달 감소에 대한 수치적 해석

백 성 구<sup>†</sup> · 박 승 오\*

(2003년 5월 12일 접수, 2003년 9월 25일 심사완료)

### Assessment of Explicit Algebraic Stress/Heat-Flux Models for Reduction of Heat Transfer in a Vertical Pipe with Intense Heating

Seong Gu Baek and Seung O Park

**Key Words :** Mixed Convection(혼합대류), Reduction(감소), Heat Transfer(열전달), High Heating(고 가열), Property Variation(물성치 변화), Explicit Algebraic Stress Model, Explicit Algebraic Heat-Flux Model, Vertical Tube(수직관)

#### Abstract

This paper assesses the prediction performance of explicit algebraic stress and heat-flux models for reduction of heat transfer coefficient in a strongly-heated vertical tube. Two explicit algebraic stress models and four explicit algebraic heat-flux models are selected for assessment. Eight combinations of explicit algebraic stress and heat-flux models are used in predicting the turbulent gas flows with intense heating, which yields the significant property-variation. The results showed that the two combinations of GS-AKN and WJ-mAKN predicted the Nusselt number and the axial wall temperature variations well and that the predictions of Nusselt number with WJ-combinations spread in a wider range than those with GS-combinations. WJ is the explicit algebraic stress model of Wallin and Johansson and GS is the model of Gatski and Speziale and that AKN is the explicit heat-flux model of Abe, Kondoh and Nagano and mAKN is the modified AKN.

---

————— 기호설명 —————

$c_p$	: 정압비열
$g$	: 중력가속도
$h, h'$	: 평균엔탈피와 그 섭동량
$k$	: 난류운동에너지, $\overline{u_i u_i}/2$
$k_\theta$	: 온도의 섭동에너지, $\overline{\theta^2}/2$
$q_w$	: 벽면가열량
$S_{ij}$	: 평균전단응력, $(\partial_j U_i + \partial_i U_j)/2$
$T$	: 평균온도

$U_j, u_j$	: 평균속도와 그 섭동량
$u_\tau$	: 마찰속도, $\sqrt{\tau_w/\bar{\rho}_w}$
$W_{ij}$	: 평균회전응력, $(\partial_j U_i - \partial_i U_j)/2$
$x, y$	: 주유동방향과 법선방향
무차원 변수	
$Gr_q$	: Grashof 수, $gD^4 q_w / (\nu_b^2 \lambda_b T_b)$
$Nu_b$	: Nusselt 수, $(q_w D / \lambda_b) / (T_w - T_b)$
$P^+$	: 무차원 압력강하, $(P_m - P) / \bar{\rho}_m U_m^2$
$Pr$	: Prandtl 수, $\mu c_p / \lambda$
$q^+$	: 열속 파라미터, $q_w / (\rho_b U_b c_p T_b)$
$Re_t$	: 난류 레이놀즈수, $k^2 / (\nu \varepsilon)$
$y^+$	: 벽좌표, $\bar{\rho}_w y u_w / \mu_w$

\* 책임저자, 회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

E-mail : sg-baek@webmail.kaist.ac.kr

TEL : (042)869-5753 FAX : (042)869-3710

† 회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

그리스문자	
$\alpha$	: 열확산계수, $\lambda/c_p$
$\varepsilon$	: 난류에너지 소산율
$\varepsilon_\theta$	: 온도 섭동에너지의 소산율
$\lambda$	: 열전도도
$\theta$	: 온도 섭동량
$\Theta$	: 평균온도, $T$
$\mu$	: 평균점성
$\tau_w$	: 벽면전단응력
하첨자	
b	: 혼합평균온도, 그 온도에서 전개한 량
in	: 입구에서 전개한 량
w	: 벽면, 벽면온도에서 전개한 량

## 1. 서 론

수직관내에서의 열전달 현상은 열교환기나 발전소의 냉각시스템 등 공학설계에서 흔히 나타나는 현상 중 하나이다. 특히 수직 상방향의 난류 혼합대류의 경우 열전달계수가 입구조건에 해당하는 유동조건에서의 열전달계수보다 작게 나타난다. 이러한 현상은 벽면에 가해지는 열량이 증가할수록 뚜렷하게 나타난다. 가열되는 열량이 매우 클 경우에는 벽면의 온도가 국부적으로 급격히 증가하는 현상이 나타나기도 한다. 그 이유로는 온도 변화에 따른 물성치 변화의 영향과 부력의 영향으로 평가되고 있다. 더 자세한 현상은 Jackson 등<sup>(1)</sup>의 논문에 설명되어 있다.

최근에 물성치 변화를 고려한 혼합대류에 대한 계산이 수행되었다. Satake 등<sup>(2)</sup>은 Shehata 와 McEligot<sup>(3)</sup>의 실험에 대하여 DNS (Direct Numerical Simulation)를 수행하여 물성치의 변화로 인하여 열전달이 감소함을 보였다. 같은 실험에 대하여 Nishumra 등<sup>(4)</sup>은 RST (Reynolds Stress Transport) 방정식을 이용하여 계산을 수행하여 실험값과 근사한 해를 얻었다. Cotton 등<sup>(5)</sup>은 비선형 와점성 모형인 'strain parameter' 난류모형을 이용하여 물성치 변화에 따른 열전달 감소현상을 계산하였다. Mikiewicz 등<sup>(6)</sup>은 11 개의 저레이놀즈수  $k-\varepsilon$  난류모형을 Shehata 와 McEligot 실험에 대한 계산결과를 비교 분석하였다. 그 결과 Launder 와 Sharma<sup>(7)</sup> 모형이 열전달 감소현상을 가장 잘 예측하였다.

공학적인 입장에서 RST 를 이용한 계산은 수렴된 결과를 얻는데 많은 시간이 소요되므로 아직까지 널리 사용되지 못하고 있다. 반면에 2-방정식

을 이용한 계산은 수렴속도와 적용의 광범위성으로 인하여 주로 사용되고 있다. 하지만 2-방정식 난류모형으로는 비등방성을 표현할 수 없기 때문에 복잡한 유동장에서의 예측결과를 신뢰하기가 어렵다. 이러한 단점을 보완하기 위한 방법으로, 최근에 RST 방정식의 주요한 물리적인 특성을 유지하면서 풀어야 할 미분 방정식의 개수는 2-방정식과 같은 Explicit algebraic stress model (EASM)이 Gaski 와 Spezial<sup>(8)</sup>에 의해 개발되었다. Abid 등<sup>(9,10)</sup>과 Jongen 등<sup>(11)</sup>은 이 모형을 비균질 유동과 비평형 유동에 적용할 수 있도록 수정하였고, Wallin 과 Johanson<sup>(12)</sup>은 벽면거동을 포함하고 압축성 유동에서도 적용할 수 있도록 하는 EASM을 제안하였다. EASM 과 같은 방법을 이용하여 Explicit algebraic heat-flux model (EAHFM) 또한 개발되었다. Abe 등<sup>(13)</sup>은 벽면거동을 고려한 모형을 제시하였고, Suga 와 Abe<sup>(14)</sup>는 열적 난류 시간적도와 온도적도를 필요로 하지 않는 모형을 소개하였다. Kenjeres 와 Hanjalic<sup>(15,16)</sup>은 'implicit' AHFM 을 개발하였다. 그리고 So 와 Sommer<sup>(17)</sup>와 Hanjalic<sup>(18)</sup>은 난류 Prandtl 수를 일정한 수로 설정하는 것보다 EAHFM 을 이용한 예측성능이 월등히 나음을 보여주었다. EAHFM 을 이용한 수치계산에서는 레이놀즈 응력이 필요한데, 현재까지 EAHFM 의 개발자는 이 응력을 얻기 위해 자신의 난류모형을 사용하거나 DNS 결과를 이용하여 EAHFM 의 예측성능을 평가하였다. 즉 EASM 과 EAHFM 이 서로 독립적으로 개발되어 오고 있기 때문에, 이러한 모형을 실제 문제에 적용하고자 할 때 그 문제에 적절한 모형을 찾아서 계산하는 테에는 제한이 따르고 있다.

따라서 본 연구에서는 수직관내에서 과도한 벽면가열로 인하여 발생되는 열전달 감소현상에 대하여 EASM 과 EAHFM 각각의 난류모형 조합에 대한 예측성능평가를 수행한다. 사용할 모형으로는 두 개의 EASM 과 그와 독립적으로 개발된 네 개의 EAHFM 을 선정하여 Shehata 와 McEligot<sup>(3)</sup>의 실험에 적용하도록 한다.

## 2. 수치해석 기법

### 2.1 지배 방정식

본 연구에서 다루는 유동장은 수직관내에서 중력과 반대방향으로 유동이 흐르는 정상상태의 유동장으로 대략적인 형상은 Fig. 1 에 나타내었다. 관내유동의 마하수가 매우 작으므로 에너지 방정식에서 점성과 압력에 의해 발생하는 열에너지

생략하였다. 부력의 영향은 운동량 방정식에서만 고려하였다. 물성치의 섭동량은 그 물성치의 평균 값에 비해 매우 작다고 가정하고, 물성치의 섭동에 관련된 모든 물리량은 방정식에서 생략하였다. 이러한 가정을 이용하여 유도된 지배 방정식은 아래와 같다.

연속 방정식:

$$\partial_j(\bar{\rho}U_j) = 0 \quad (1)$$

운동량 방정식:

$$\begin{aligned} \partial_j(\bar{\rho}U_j U_i) &= \partial_j(\mu \partial_j U_i - \bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j) \\ &\quad - \partial_i P + \bar{\rho} g_i \end{aligned} \quad (2)$$

에너지 방정식:

$$\partial_j(\bar{\rho}U_j h) = \partial_j(\lambda/c_p \partial_j h - \bar{\rho} \bar{u}_j \bar{h}') \quad (3)$$

식 (2)의 우변항의 확산항에 포함된 레이놀즈 응력,  $\bar{u}_i \bar{u}_j$ 는 EASM을 이용하여 구한다. 마찬가지로 식 (3)의 확산항에 포함된 난류 열유속량인  $\bar{u}_j \bar{h}'$ 는 EAHFM을 이용하여 구하도록 한다.

## 2.2 난류모형

레이놀즈 응력과 turbulent heat-flux를 위한 난류 모형으로는 EASM과 EAHFM을 각각 사용하였다. EASM을 계산하기 위해서는  $k$ 와  $\varepsilon$ 이 필요하고 EAHFM을 계산하기 위해서는  $k_\theta$ 와  $\varepsilon_\theta$ 이 필요하다. 그러므로 EASM이나 EAHFM의 예측성능은  $k$ 와  $\varepsilon$  또는  $k_\theta$ 와  $\varepsilon_\theta$ 의 예측성능에 좌우된다. 따라서 본 연구에서는 EASM과 EAHFM의 개발자가 자신의 모형에 맞는  $k$ 와  $\varepsilon$ 혹은  $k_\theta$ 와  $\varepsilon_\theta$ 에 대한 방정식을 제시한 경우에 한하여 각각의 모형을 선정하였다. 먼저 EASM으로는 벽면거동을 포함하지 않는 Gaski와 Speziale<sup>(8)</sup>의 모형(GS)과 벽면효과를 표현할 수 있는 Wallin과 Johansson<sup>(12)</sup>의 모형(WJ)을 선정하였고, EAHFM으로는 벽면효과를 고려한 Abe 등<sup>(13)</sup>의 모형(AKN)과  $k_\theta$ 와  $\varepsilon_\theta$ 를 필요로 하지 않는 Suga와 Abe<sup>(14)</sup> 모형(SA), 그리고 'Implicit' 형태의 모형인 Kenjeres와 Hanjalic<sup>(15)</sup>의 모형(KH)을 선정하였다. 선정된 각각의 모형에 대한 자세한 사항은 부록에 나타내었다.

선정된 EAHFM 중에서 AKN의 모형을 벽면거동에 맞도록 수정하였다. AKN 모형을 채널에서의 완전 발달된 유동에 적용하면  $\bar{v}\theta$ 은 다음과 같은 식으로 표현된다.

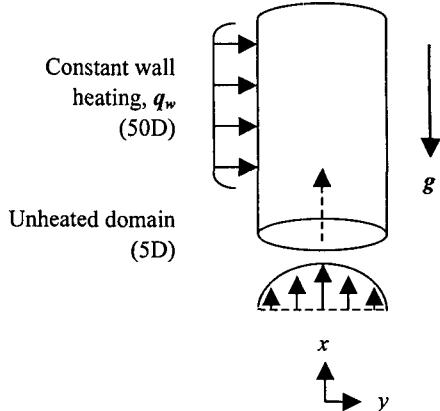


Fig. 1 Computational configurations and boundary conditions

$$\bar{v}\theta = \frac{C_{T_1}\tau_m}{1+C_{T_2}C_{T_3}(\tau_m U_{1,2})^2} \left\{ -\bar{v}^2 + C_{T_3}\tau_m P_k \right\} \partial_2 \Theta \quad (4)$$

여기서 운동량과 관련된 모든 값의 벽면거동이 실제 거동과 일치한다고 가정하면,  $P_k$ 의 벽면 거동은  $O(y^3)$ 가 되고  $k$ 의 벽면거동은  $O(y^2)$ 가 된다. 식 (4)에서  $\tau_m = (k/\varepsilon) f_R f_A f_\lambda f_w$ 로 정의되므로, 각각의 벽면거동을 살펴보면  $f_R \sim y^0$ ,  $f_A \sim y^0$ ,  $f_\lambda \sim y^{-3}$ ,  $f_w \sim y^2$ 이므로  $\tau_m \sim y^1$ 가 된다. 그러면 식 (4)는

$$\bar{v}\theta \propto \tau_m / (1+y^2) \cdot y^4 \propto y^5$$

가 된다. 이 결과는 이론적 거동인  $O(y^3)$ 과 다르다. 만약 식 (4)의 분자항에 있는  $\tau_m$ 만을  $f_w$ 를 뺀 형태로 다음과 같이 정의하면,

$$\tau'_m = \frac{k}{\varepsilon} f_R f_A f_\lambda \quad (5)$$

가 되므로 벽면에서  $\tau'_m \sim y^{-1}$ 이 되고,  $\bar{v}\theta$ 의 벽면 거동은

$$\bar{v}\theta \propto \tau'_m / (1+y^2) \cdot y^4 \propto y^3$$

가 되어  $O(y^3)$ 를 만족하게 된다. 따라서 AKN를 수정한 최종식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{u}_j \bar{\theta} &= \frac{C_{T_1}\tau'_m}{1+\frac{1}{2}\tau_m^2(c_S^2 S_{kl} S_{kl} + c_\Omega^2 W_{kl} W_{kl})} \\ &\quad \times \left\{ -\delta_{jl} + \tau_m (c_S S_{jl} + c_\Omega W_{jl}) \right\} \bar{u}_l \bar{u}_k \partial_k \Theta \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $\tau_m = \tau'_m f_w$ 이고 그 외의 모든 값들과 조건

들은 기존의 AKN 의 모형과 일치한다. 위 식 (6) 을 *mAKN* (modified AKN) 으로 표기하도록 한다.

### 2.3 물성치 변화

본 연구에 사용되는 유체는 공기로써 비교대상 실험의 환경에서 이상기체 상태 방정식을 만족한다고 가정하였다. 밀도를 제외한 공기의 물성치를 온도의 함수로 표현하였다.

밀도:

$$\bar{\rho} = \bar{\rho}_{ref} \left( P/P_{ref} \right) \left( T_{ref}/T \right) \quad (7)$$

점성도:

$$\mu = \mu_{ref} \left( T/T_{ref} \right)^{0.67} \quad (8)$$

정압비열:

$$c_p = c_{p,ref} \left( T/T_{ref} \right)^{0.095} \quad (9)$$

열전도도:

$$\lambda = \lambda_{ref} \left( T/T_{ref} \right)^{0.805} \quad (10)$$

여기서 '*ref*'는 일반적으로 압력이 0.09MPa 이고 온도가 298K 일 때의 조건을 의미한다.

### 2.4 수치적 조건

지배방정식을 차분화하기 위해서 Finite Volume Method 를 이용하였고, 대류항을 선형화하기 위하여 QUICK scheme 을 사용였다. 압력을 구하기 위해서는 SIMPLER 알고리즘을 이용하였다. 수렴조건은 입구에서 각 변수의 flux 총량에 대한 Residual 을  $10^{-6}$  이하로 설정하였다. 사용한 격자는  $100 \times 80$ ,  $150 \times 100$  으로 하였으며 두 격자에 대한 결과는 약 1%이내에서 일치하였다. 계산 도메인으로 유동방향으로 50D 와 100D 인 두 가지 경우에 대하여 계산을 수행하였으며, 계산결과에는 거의 차이가 없었다. 따라서 본 연구에서는  $100 \times 80$  의 격자와  $55D \times 0.5D$  의 도메인으로 설정하여 모든 계산을 수행하였다. Y 방향의 초기 격자는 입구에서 와 출구에서  $y^+$  값이 1.0 이하가 되도록 하였다. 입구에서 입구에서는 온도가 일정한 완전발달한 유동조건을 사용하였다. 벽면조건으로 유동방향으로 0D 에서 5D 까지는 adiabatic 조건을, 5D 에서 55D 까지는 일정한 열량이 가해지도록 설정하였다. 출구에서는 각 변수의 주유동방향으로의 변화가 일정하다는 조건을 사용하였다.

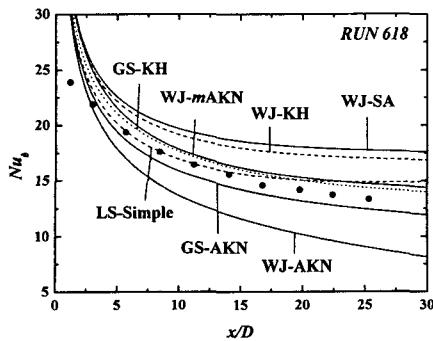
### 3. 결 과

비교대상으로서 선정한 실험은 Shehata 와 McEligot<sup>(3)</sup>의 실험으로, 수직관내에서 유동이 중력과 반대방향으로 흐를 때 과도한 벽면가열로 인하여 물성치가 변하게 되고, 이로 인하여 발생하는 재증류화에 관한 실험이다. 이 실험에 대한 대략적인 정보는 Table 1 에 나타내었다. RUN 618 은 벽면과 관내의 온도차가 가장 낮기 때문에 물성치의 변화에 의한 영향이 가장 낮은 경우이다. 반면에 RUN 445 는 온도차가 크고 입구에서의 레이놀즈 수도 적으로 재증류화가 발생하는 경우이다. RUN635 는 RUN 618 과 RUN 445 의 중간단계로 볼 수 있다. 적용할 난류모형으로는 두 개의 EASM 과 네 개의 EAHFM 을 조합한 것으로 총 8 개 조합에 대하여 계산을 수행하였다. 그리고 각 조합에 대한 성능평가를 비교하기 위하여, 2-방정식 난류모형으로 Shehata 와 McEligot 의 실험결과와 가장 근사한 예측성능을 보인 Launder 와 Sharma<sup>(7)</sup> 모형에 대한 계산을 추가하였다.<sup>(6)</sup>

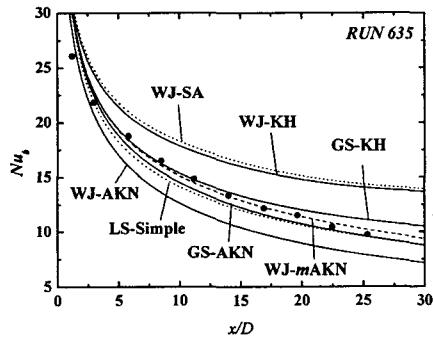
Fig. 2 에서는 주유동방향에 따른 Nusselt 수의 변화를 나타내었다. 물성치 변화가 없을 때보다 물성치 변화가 있을 때 열전달계수의 감소는 RUN 618 의 경우는 약 30%, RUN 635 의 경우는 약 47%, 그리고 RUN 445 의 경우에는 48%의 감소율을 보였다. 각 조합에 대한 물성치 변화에 따른 예측성능은 물성치 변화가 없을 때의 예측성능과 전반적으로 유사하다 (비교결과에 대하여서는 생략). Fig. 2(a)의 RUN 618 의 경우,  $x/D \approx 23$ 에서 실험값과 비교해 보면 GS-AKN 의 경우 약 6.6%, GS-KH 의 경우 약 7.3% 그리고 WJ-mAKN 은 약 8.8% 정도의 오차가 발생한다. WJ-AKN 의 경우는 가장 높은 오차를 보였으며 그 값은 대략 28% 이

Table 1 Experimental conditions

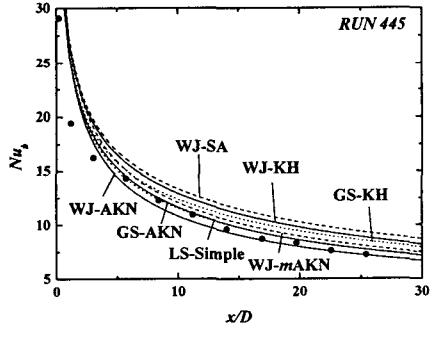
RUN	635	618	445
$Re_D$	6060	6070	4280
$Gr_q$	$10.6 \times 10^6$	$5.48 \times 10^6$	$9.71 \times 10^6$
$q^+$	0.00351	0.00179	0.00458
$Nu_{cp}$	19.6	19.6	14.7



(a)



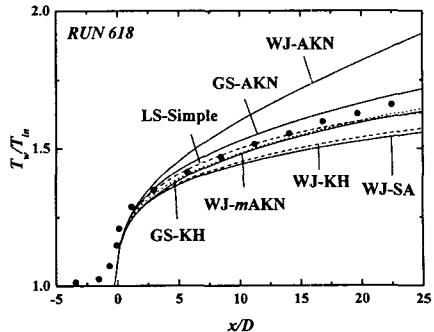
(b)



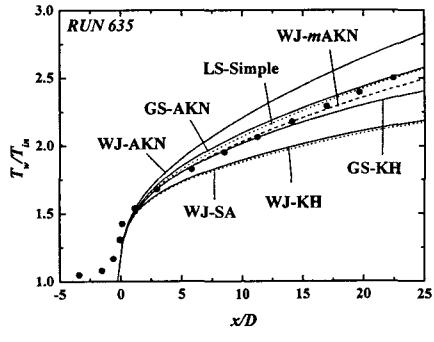
(c)

Fig. 2 Local Nusselt Number distributions predicted by various combinations of EASM/EAHFM and the measured

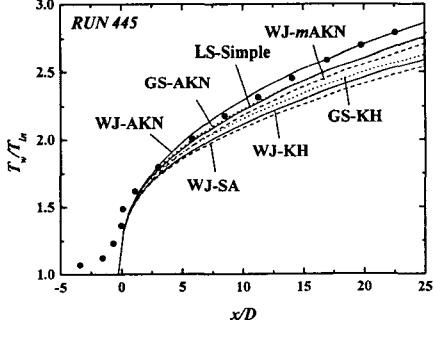
다. Fig. 2(b)의 RUN 635의 경우, 같은 위치에서 실험값과 비교해 보면 WJ-mAKN의 경우 약 3.4%, GS-AKN의 경우 약 3.8% 그리고 GS-KH의 경우 약 10%의 오차를 보였다. 가장 높은 오차가 발생한 경우는 WJ-SA의 경우로 약 34% 정도이다. Fig. 2(c)의 RUN 445의 경우 WJ-AKN의 경우 약 0.3%, GS-AKN의 경우 약 7.7% 그리고 WJ-mAKN의 경우 약 9.1% 오차가 발생하였다. 최대 오차를 보인 경우는 WJ-SA의 경우로 약 22%정도의 오차를 보였다. 세 실험에 대하여 대략 10%이내의



(a)



(b)



(c)

Fig. 3 Computed local wall temperature variations by various combinations of EASM/EAHFM compared with the measurements.

예측성을 나타내는 난류모형의 조합은 GS-AKN과 WJ-mAKN의 조합이다. 8 개의 조합 중에서는 GS-SA 와 GS-mAKN 조합으로는 수렴된 해를 얻지 못하였다. 그 원인으로는 다음과 같은 이유로 추측된다. SA 와 mAKN 열전달 난류모형은 난류운동에너지와 레이놀즈 응력의 벽면거동을 기본으로 하여 개발된 것인데 비해, GS 모형은 벽면거동을 전혀 고려하지 않고 개발되었다. 그러므로 GS를 통해 계산된 벽근처의 레이놀즈 응력이 SA 와 mAKN의 방정식을 불안정하게 만드는 것이다.

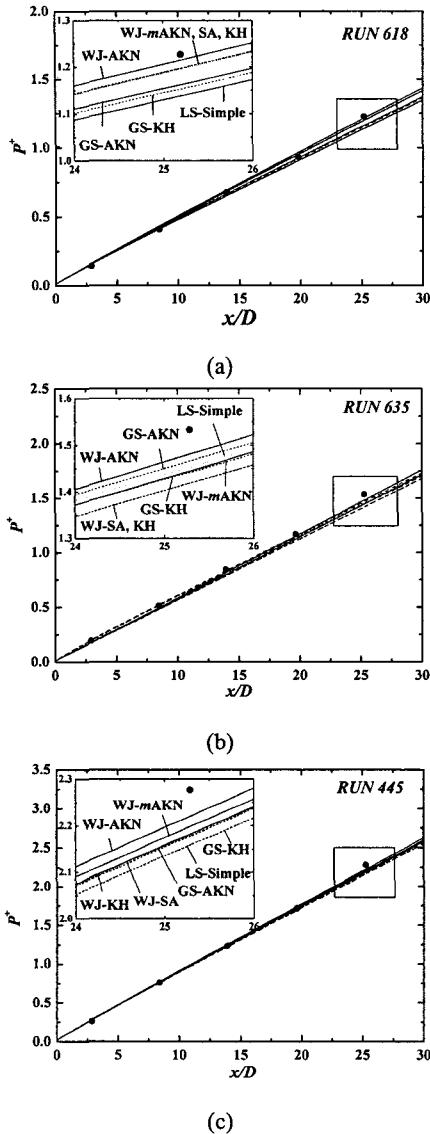


Fig. 4 Estimated pressure drop variations by various combinations of EASM/EAHFM compared with the measurements.

반면에 KH 와 AKN 의 열전달 난류모형을 사용하였을 경우에는 레이놀즈 응력의 벽면거동에 상관 없이 수렴된 해를 얻을 수 있었다.

Fig. 3 에서는 주유동방향에 따른 벽면온도의 분포를 나타내었다. 각 조합에 대한 예측성능은 Fig. 2 의 예측결과와 유사하다. 대신 오차가 Fig. 1 에서보다 약 2 배 정도 작게 나타났다.  $x/D \approx 23$  에서 RUN 618 의 경우 GS-AKN 은 실험값과 비교했을 때 약 1.9% 오차를 나타내었고, WJ-mAKN 은 약 3.1%의 오차를, RUN 635 의 경우 GS-AKN 은

0.4%, WJ-mAKN 은 약 2.8%의 오차를 그리고 RUN 445 의 경우 GS-AKN 은 약 4.0%, WJ-mAKN 은 약 5.3%의 오차를 나타내었다. Nusselt 수뿐만 아니라 벽면온도를 예측에 있어서도 GS-AKN 과 WJ-mAKN 의 조합으로 실험값과 비교적 근사한 해를 얻을 수 있었다.

Fig. 4 에서는 물성치 변화에 따른 압력강하를 나타낸 것이다. Ezato 등<sup>(19)</sup>에 의하면 이 압력강하는 열에너지, 표면마찰력과 수직위치변화의 효과를 나타내는 지표가 된다. 표면마찰력에 의한 압력강하는 주유동방향으로 갈수록 밀도가 감소함에 따라 발생되는 유동가속의 영향을 나타낸다. RUN 618 의 경우 전체 압력강하에 대한 표면마찰력의 영향은 약 50%이고, RUN 445 의 경우에는 표면마찰력의 영향이 약 30%로 줄어들게 된다. 즉 벽면에 가열되는 열량이 높을수록 표면마찰력에 의한 압력강하의 비중이 줄어든다.  $x/D \approx 25$  근처를 제외하고는 모든 계산결과가 실험값과 대체로 일치함을 보이고 있다.

수직관에서 열전달을 감소시키는 가장 큰 원인은 밀도의 감소로 인한 유동의 가속화와 부력의 영향을 들 수 있다. 이에 대한 수식은 운동량 방정식인 식 (2)를 적분하여 구할 수 있으며 다음과 같다.

$$\tau/\tau_w \approx y^* - (1-y^*)(f_u/f + C Gr_q/f Re^2) \quad (11)$$

여기서  $f$  는 마찰계수로  $8\tau_w/\rho_b u_b^2$  로 정의되고,  $f_u$  는 가속도 파라미터로  $(dI_b/dx)/(\rho_b u_b^2/2)$  로 정의된다.  $I_b$  는 관성계수로  $2 \int_0^R \rho u^2 r dr$  로 구한다.

식 (11)의 의하면 유동의 가속화와 부력의 증가는 유동의 전단응력을 감소시키게 된다. 감소된 응력은 다시 난류생성량을 감소시키고 결국 난류운동에너지를 감소시키는 역할을 한다. Fig. 2에서 Fig. 4 까지의 결과를 볼 때 RUN 618에서 RUN 445로 갈수록, 즉 물성치 변화가 클수록, 혹은 부력의 크기가 클수록, 혹은 유동의 가속화가 작을수록, 오차가 전반적으로 줄어드는 현상을 보였다. 즉 각 모형의 성능차이가 부력보다는 유동의 가속화에 의해서 더 크게 발생함을 알 수 있다. 이러한 현상은 2-방정식에서도 확인할 수 있다.<sup>(6)</sup> 그리고 같은 EASM 모형에 따른 EAHFM 의 성능결과는 대체로 mAKN>AKN>KH>SA 로 나타났다. mAKN 이 다른 EAHFM 과 구별되는 특징은 벽면거동을 비교적 정확하게 예측하는 것이다. SA 의 특징은  $k_\theta - \varepsilon_\theta$  모형을 사용하지 않는 것이다.

#### 4. 결론

서로 독립적으로 개발된 explicit algebraic stress model과 explicit algebraic heat-flux model의 조합에 대하여 물성치 변화에 따른 수치적 예측성능에 대하여 살펴보았다. 적용대상의 유동장은 Shehata와 McEligot<sup>(3)</sup>가 수행한 실험으로 수직관내에서 수직상방향으로 흐르는 난류유동에 높을 열을 가하게 되면 열전달이 감소하게 되는 현상에 관한 것이다. 총 8개의 조합에 대하여 물성치 변화를 고려한 예측성능의 결과는 물성치가 일정할 때의 예측성능과 비교적 비슷한 경향을 보였다. 그 중 GS-AKN 조합과 WJ-mAKN 조합이 Nusselt 수와 벽면온도의 변화를 10%와 5%이내의 오차로 비교적 정확히 예측하였다. 그리고 WJ 와의 조합으로 계산된 결과가 GS 와의 조합으로 계산된 결과보다 실험값에서 더 벗어나는 현상을 보였다. 반면에 GS 와의 조합을 이용할 경우에는 EAHFM에 따라 수치적 불안정성을 초래하게 되어 수렴된 결과를 얻는 데에는 EAHFM의 선정에 영향을 받음을 알 수 있었다.

이러한 결과를 바탕으로 벽면온도나 Nusselt 수에 대한 예측성능이 레이놀즈 응력의 벽면거동에는 크게 영향을 받지 않음을 확인할 수 있었다. 그리고 레이놀즈 응력의 벽면거동을 정확히 표현하는 것이 열전달 예측성능을 향상시키는데 있어서 충분조건이 될 수는 있지만 필요조건이 될 필요가 없음을 알 수 있었다.

#### 후기

본 연구는 과학기술부 및 한국과학기술기획평가원의 지원을 받아 2003년도 원자력연구개발사업을 통해 수행되었으며 이에 감사 드립니다.

#### 참고문헌

- (1) Jackson, J. D., Cotton, M. A. and Axcell, B. P., 1989, "Studies of Mixed Convection in Vertical Tubes," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 10, pp. 2~15.
- (2) Satake, S.-i., Kunugi, T., Shehata, A. M. and McEligot, D. M., 2000, "Direct Numerical Simulation for Laminarization of Turbulent Forced Gas Flows in Circular Tubes with Strong Heating," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 21, pp. 526~534.
- (3) Shehata, A. M. and McEligot, D. M., 1998, "Mean Structure in the Viscous Layer of Strongly-Heated Internal Gas Flows. Measurements," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 41, pp. 4297~4313.
- (4) Nishimura, M., Fujii, S., Shehata, A. M., Kunugi, T. and McEligot, D. M., 2000, "Prediction of Forced Gas Flows in Circular Tubes at High Heat Fluxes Accompanied by Laminarization," *Journal of Nuclear and Technology*, Vol. 37, pp. 581~594.
- (5) Cotton, M. A., Ismael, J. O. and Kirwin, P. J., 2001, "Computations of Post-Strip Reactor Core Thermal Hydraulics Using a Strain Parameter Turbulence Model," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 208, pp. 51~66.
- (6) Mikielewicz, D. P., Shehata, A. M., Jackson, J. D. and McEligot, D. M., 2002, "Temperature, Velocity and Mean Turbulent Structure in Strongly Heated Internal Gas Flows, Comparison of Numerical Predictions with Data," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, pp. 4333~4352.
- (7) Launder, B. E. and Sharma, B. I., 1974, "Application of the Energy Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow near a Spinning Disc," *Letters in Heat Transfer*, Vol. 1, pp. 131~138.
- (8) Gatski, T. B. and Speziale, C. G., 1993, "On Explicit Algebraic Stress Models for Complex Turbulent Flows," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 254, pp. 59~78.
- (9) Abid, R., Rumsey, C. L. and Gatski, T. B., 1995, "Prediction of Nonequilibrium Turbulent Flows with Explicit Algebraic Models," *AIAA Journal*, Vol. 33, pp. 2026~2031.
- (10) Abid, R., Morrison, J. H., Gatski, T. B. and Speziale, C. G., 1996, "Prediction of Aerodynamic Flows with a New Explicit Algebraic Stress Model," *AIAA Journal*, Vol. 34, pp. 2632~2635.
- (11) Jogen, T., Mompean, G. and Gatski, T. B., 1998, "Accounting for Reynolds Stress and Dissipation Rate Anisotropies in Inertial and Noninertial Frames," *Physics of Fluids*, Vol. 10, pp. 674~684.
- (12) Wallin, S. and Johansson, A. V., 2000, "An Explicit Algebraic Reynolds Stress Model for Incompressible and Compressible Turbulent Flows," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 403, pp. 89~132.
- (13) Abe, K., Kondoh, T. and Nagano, Y., 1996, "A Two-Equation Heat Transfer Model Reflecting Second-Moment Closures for Wall and Free Turbulent Flows," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 17, pp. 228~237.
- (14) Suga, K. and Abe, K., 2000, "Nonlinear Eddy Viscosity Modelling for Turbulence and Heat Transfer near Wall and Shear-Free Boundaries," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 21, pp. 37~48.
- (15) Kenjeres, S. and Hanjalic, K., 2002, "Convective Rolls and Heat Transfer in Finite-Length Rayleigh-Benard Convection: A Two-Dimensional Numerical Study," *Physics of Fluids*, Vol. 62, pp. 7987~7998.
- (16) Kenjeres, S. and Hanjalic, K., 1995, "Prediction of Turbulent Thermal Convection in Concentric and Eccentric Horizontal Annuli," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 16, pp. 429~439.
- (17) So, R. M. C. and Sommer, T. P., 1996, "An Explicit

- Algebraic Heat-Flux Model for the Temperature Field," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, pp. 455~465.
- (18) Hanjalic, K., 2002, "One-Point Closure Models for Buoyancy-Driven Turbulent Flows," *Annual Reviews of Fluid Mechanics*, Vol. 34, pp. 321~347.
- (19) Ezato, K., Shehata, A. M., Kunugi, T. and McEligot, D. M., 1999, "Numerical Prediction of Transitional Features of Turbulent Forced Gas Flows in Circular Tubes with Strong Heating," *Journal of Heat Transfer-Transactions of the ASME*, Vol. 121, pp. 546~555.

## 부 록

### A.1 Explicit Algebraic Stress Model

Explicit algebraic stress model (EASM)은 난류 길이 척도와 시간척도를 필요로 하므로, 이를 얻기 위한 방법으로 일반적으로  $k-\varepsilon$  난류모형을 사용한다. 방정식의 기본형태는 다음과 같다.

난류운동에너지 방정식:

$$\partial_j(\bar{\rho}U_jk) = \partial_j[(\mu + \mu_t/\sigma_k)\partial_j k] + \bar{\rho}P_k - \bar{\rho}\varepsilon$$

난류운동에너지 소산율 방정식:

$$\partial_j(\bar{\rho}U_j\varepsilon) = \partial_j[(\mu + \mu_t/\sigma_\varepsilon)\partial_j \varepsilon]$$

$$+ \bar{\rho}C_{\varepsilon 1}f_1 \frac{\tilde{\varepsilon}}{k} P_k - \bar{\rho}C_{\varepsilon 2}f_2 \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} + \bar{\rho}E$$

여기서  $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - D$  이고  $P_k = -\overline{u_i u_j} \partial_j U_i$  이다. 각 EASM에서 사용한  $D$ ,  $E$ ,  $f_1$ ,  $f_2$  등의 함수를 포함한 난류모형 상수들은 Table A1-A3에 나타내었다.

#### Gaski-Speziale (GS)

$$\begin{aligned} \bar{\rho}\overline{u_i u_j} &= \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} - 2\mu_t \left[ \left( S_{ij} - \frac{1}{3}S_{kk}\delta_{ij} \right) \right. \\ &\quad + (\alpha_4/\omega)(S_{ik}W_{kj} + S_{jk}W_{ki}) \\ &\quad \left. - (\alpha_5/\omega)(S_{ik}S_{kj} - \frac{1}{3}S_{kl}S_{kl}\delta_{ij}) \right] \\ \mu_t &= \bar{\rho}C_\mu^\star(k/\omega), \quad C_\mu^\star = \frac{3(1+\eta^2)\alpha_1}{3+\eta^2+6\eta^2\xi^2+6\xi^2} \\ \eta^2 &= (\alpha_2/\omega^2)(S_{ij}S_{ij}), \quad \xi^2 = (\alpha_3/\omega^2)(W_{ij}W_{ij}) \\ \alpha_2 &= (2-C_3)^2(g^2/4), \quad \alpha_3 = (2-C_4)^2(g^2/4) \\ \alpha_4 &= \left( \frac{2-C_4}{2} \right)g, \quad \alpha_5 = (2-C_3)g \end{aligned}$$

$$g = 1/(C_1/2 + C_5 - 1)$$

$$C_1 = 3, \quad C_2 = 0.8, \quad C_3 = 1.75, \quad C_4 = 1.31, \quad C_5 = 2$$

#### Wallin-Johansson (WJ)

$$\overline{\rho u_i u_j} = \bar{\rho}k \left\{ \frac{2}{3}\delta_{ij} + f_1\beta_1\tau \left( S_{ij} - \frac{1}{3}S_{kk}\delta_{ij} \right) + \tau^2 a_{ij} \right\}$$

$$a_{ij} = \left( 1 - f_1^2 \right) \frac{3B_2 - 4}{\max(H_S, H_S^{eq})} \left( S_{ik}S_{kj} - \frac{1}{3}H_S\delta_{ij} \right) \\ + \left( f_1^2\beta_4 - \frac{(1-f_1^2)B_2}{2\max(H_S, H_S^{eq})} \right) \left( S_{ik}W_{kj} + S_{jk}W_{ki} \right)$$

$$\tau = \max(k/\varepsilon, C_\tau \sqrt{\nu/\varepsilon})$$

$$\beta_1 = -\frac{6}{5} \frac{N}{N^2 - 2H_\Omega}, \quad \beta_4 = -\frac{6}{5} \frac{1}{N^2 - 2H_\Omega}$$

$$H_S = \tau^2 S_{ij} S_{ji}, \quad H_\Omega = \tau^2 W_{ij} W_{ji},$$

$$H_S^{eq} = 405c_1^2 / (216c_1 - 160)$$

$$N =$$

$$\begin{cases} c_1'/3 + \left( P_1 + \sqrt{P_2} \right)^{1/3} + \text{sign}(P_1 - \sqrt{P_2}) \left| P_1 - \sqrt{P_2} \right|^{1/3}, & P_2 \geq 0 \\ c_1'/3 + 2(P_1^2 - P_2)^{1/6} \cos\left(\frac{1}{3}\arccos\left(P_1/\sqrt{P_1^2 - P_2}\right)\right), & P_2 < 0 \end{cases}$$

$$P_1 = \left( c_1'^2 / 27 + \frac{9}{20}H_S - \frac{2}{3}H_\Omega \right) c_1'$$

$$P_2 = P_1^2 - \left( c_1'^2 / 9 + \frac{9}{19}H_S + \frac{2}{3}H_\Omega \right)^3$$

$$c_1' = \frac{9}{4} \left[ c_1 - 1 + C_D \max(1 + \beta_1^{eq} H_S, 0) \right]$$

$$\beta_1^{eq} = -\frac{6}{5} N^{eq} / ((N^{eq})^2 - 2H_\Omega), \quad N^{eq} = \frac{9}{4} c_1$$

$$f_1 = 1 - \exp(-C'_{y1} \sqrt{Re_y} - C'_{y2} Re_y^2)$$

$$C_\tau = 6.0, \quad c_1 = 1.8, \quad B_2 = 1.8$$

$$C'_{y1} = 2.4/26.0, \quad C'_{y2} = 0.003/26.0$$

### A.2 Explicit Algebraic Heat-Flux Model

Explicit algebraic heat-flux model (EAHFM)도 EASM과 마찬가지로 열적 시간척도와 길이척도가 필요하다. 이를 구하기 위해서  $k_\theta - \varepsilon_\theta$  난류모형을 사용한다.

온도섭동에너지 방정식:

$$\partial_j(\bar{\rho}U_jk_\theta) = \partial_j[(\lambda + \lambda_i/\sigma_h)\partial_jk_\theta] + \bar{\rho}P_\theta - \bar{\rho}\varepsilon_\theta$$

온도섭동에너지 소산을 방정식:

$$\begin{aligned} \partial_j(\bar{\rho}U_j\tilde{\varepsilon}_\theta) &= \partial_j[(\lambda + \lambda_i/\sigma_\phi)\partial_j\tilde{\varepsilon}_\theta] \\ &+ \bar{\rho}C_{P1}f_{P1}\frac{\tilde{\varepsilon}_\theta}{2k_\theta}P_\theta - \bar{\rho}C_{P2}f_{P2}\frac{\tilde{\varepsilon}_\theta}{k}P_k \\ &+ \bar{\rho}C_{D1}f_{D1}\frac{\tilde{\varepsilon}_\theta^2}{2k_\theta} - \bar{\rho}C_{D2}f_{D2}\frac{\varepsilon\tilde{\varepsilon}_\theta}{k} + \bar{\rho}E_\theta \end{aligned}$$

여기서  $\tilde{\varepsilon}_\theta = \varepsilon_\theta - D_\theta$  이고  $P_\theta = -\overline{u_j\theta}\partial_j\Theta$  이다.  
EAHFM 을 계산하기 위해 사용된  $k_\theta - \varepsilon_\theta$  방정식에  
사용된 함수와 모형상수들을 EAHFM 의 모형에  
따라 Table A4-A6 에 나타내었다.

#### Abe-Kondoh-Nagano (AKN)

$$\begin{aligned} \overline{u_j\theta} &= \frac{C_{T1}\tau_m}{1 + \frac{1}{2}\tau_m^2(c_S^2S_{ij}S_{ij} + c_\Omega^2W_{ij}W_{ij})} \\ &\times \left\{ -\delta_{jl} + \tau_m(c_S S_{jl} + c_\Omega W_{jl}) \right\} \overline{u_l u_k} \partial_k \Theta \\ \tau_m &= (k/\varepsilon) f_R f_A f_\lambda f_w \\ f_R &= \frac{2R}{0.5 + R}, \quad f_A = \frac{2}{1 + 3.5\sqrt{b_{ij}b_{ij}}} \\ f_\lambda &= 1 + \frac{24}{Re_t^{3/4}f_R f_A} \left( \frac{2R}{Pr} \right)^{1/2} \exp \left[ - \left( \frac{Re_t}{30} \right)^{3/4} \right] \end{aligned}$$

$$f_w = 1 - f_w(26)$$

$$b_{ij} = \overline{u_i u_j}/2k - \delta_{ij}/3, \quad R = (k_\theta/\varepsilon_\theta)/(k/\varepsilon)$$

모형상수:

$$c_S = C_{T2} - C_{T3}, \quad c_\Omega = C_{T2} + C_{T3}$$

$$C_{T1} = 0.1, \quad C_{T2} = 0.18, \quad C_{T3} = 0.02$$

#### Suga-Abe (SA)

$$\begin{aligned} \overline{u_j\theta} &= -c_\theta k\tau(\sigma_{jk} + \alpha_{jk})\partial_k\Theta \\ \sigma_{ij} &= c_{\sigma 0}\delta_{ij} + c_{\sigma 1}\overline{u_i u_j}/k + c_{\sigma 2}\overline{u_i u_k u_k u_j}/k^2 \\ \alpha_{ij} &= c_{\alpha 0}\tau W_{ij} + c_{\alpha 1}\tau(W_{ik}\overline{u_k u_j}/k + W_{kj}\overline{u_i u_k}/k) \\ c_\theta &= 0.38 / \{1 - \exp(-Re_t/100)\}^{1/4} \\ c_{\sigma 0} &= 0, \quad c_{\sigma 1} = 0.2f_b + 0.1f_{Pr}, \quad c_{\sigma 2} = 1 - f_b - f_{Pr} \\ c_{\alpha 0} &= 0, \\ c_{\alpha 1} &= (1 - f_{Pr}) \left\{ \frac{-0.5g_A\xi}{1 + 5\xi^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{0.02}{g_A + (\xi + 0.2)^2} \exp[-(\xi/2.2)^2] \right\} \\ f_{Pr} &= [1 + (Pr/0.085)^{1.5}]^{-1} \\ f_b &= (1 - f_{Pr})^2 \exp[-(\xi/2.2)^2 - (g_A/0.3)^2] \\ g_A &= 0.3 \left[ 1 - \exp\{-(Re_t/70)^2\} \right] \\ \xi &= \tau \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad \tau = f_t k/\varepsilon \\ f_t &= [1 - \exp\{-(Re_t/70)^{1/2}\}]^{-1} \end{aligned}$$

#### Kenjeres-Hanjalic (KH)

$$\begin{aligned} \overline{u_j\theta} &= -c^\theta\tau(\overline{u_i u_k}\partial_k\Theta + \xi\overline{u_k\theta}\cdot\partial_j U_j + 2\eta g_j\beta k_\theta) \\ \tau &= k/\varepsilon, \quad c^\theta = 0.2, \quad \xi = 0.6, \quad \eta = 0.6 \end{aligned}$$

Table A1 Model constants for  $k - \varepsilon$  model

Model	$C_\mu$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$
GS	0.088	$C_{\varepsilon 2} - \kappa^2/\sigma_\varepsilon \sqrt{C_\mu}$	1.83	1.0	1.3
WJ	0.09	1.35	1.80	1.0	1.3

**Table A2** Damping functions for  $k - \varepsilon$  model

Model	$f_\mu$	$f_1$	$f_2$
GS	1	1	$[1 - \exp(-y^+/6.4)]^2$
WJ	$1 - \exp(-0.0115y^+)$	1	$1 - 0.22 \exp(-Re_t^2/36)$

**Table A3** Extra terms and model features for  $k - \varepsilon$  model

Model	$D$	$E$	Dissipation equation	BC for $\varepsilon$ at wall
GS	0	0	$\varepsilon$	$2\nu(\partial\sqrt{k}/\partial y)^2$
WJ	$(2\nu k/y^2)\exp(-0.04y^+)$	$-(2\nu\varepsilon/y^2)\exp(-0.5y^+)$	$\tilde{\varepsilon}$	0

**Table A4** Model constants for  $k_\theta - \varepsilon_\theta$  model

Model	$C_\lambda$	$C_{P1}$	$C_{P2}$	$C_{D1}$	$C_{D2}$	$\sigma_h$	$\sigma_\phi$
AKN	0.1	1.9	0.55	2.0	0.9	$1.8/[1 + 5.0f_w(5)]$	$1.4/[1 + 4.0f_w(5)]$
KH	0.09	1.35	1.80	1	1	1.0	1.3

**Table A5** Damping functions for  $k_\theta - \varepsilon_\theta$  model

Model	$f_t$	$f_{P1}$	$f_{P2}$	$f_{D1}$	$f_{D2}$
AKN	1	$1 - f_w(3)$	1	$1 - f_w(3)$	$(1.9f_2 - 1)[1 - f_w(7)]/C_{D2}$
KH	$\exp[-3.4/\{1 + (Re_t/50)^2\}]$	1	1	1	1

where  $f_2 = 1 - 0.3 \exp[-(Re_t/6.5)^2]$ ,  $f_w(A) = \exp[-(n^*/A)^2]$  and  $n^* = (\nu\varepsilon)^{1/4} y/\nu$

**Table A6** Extra terms and model features for  $k_\theta - \varepsilon_\theta$  model

Model	$D_\theta$	$E_\theta$	$\varepsilon_\theta$ equation	BC for $\varepsilon$ at wall
AKN	0	0	$\varepsilon_\theta$	$2\alpha(\partial\sqrt{2k_\theta}/\partial y)^2$
KH	$\alpha(\partial\sqrt{2k_\theta}/\partial y)^2$	$2\alpha\alpha_t(\partial^2 T/\partial y^2)^2$	$\tilde{\varepsilon}_\theta$	0