

굽힘하중을 받는 알루미늄 사각관 보의 국부적 좌굴붕괴 거동에 관한 연구

이 성 혁[†] · 최 낙 삼^{**}

(2002년 12월 9일 접수, 2003년 9월 5일 심사완료)

A Study on the Local Buckling Collapse Behavior of an Aluminum Square Tube Beam under a Bending Load

Sung-Hyuk Lee and Nak-Sam Choi

Key Words: Bending Collapse(굽힘붕괴), Al Square Tube(알루미늄 사각관), Local Buckling(국부적 좌굴), Plastic Hinge(소성힌지), Numeical Analysis(수치해석)

Abstract

To analyze the bending collapse behavior of an aluminum square tube beam under a bending load, a finite element simulation for the four-point bending test has been performed. Using an aluminum tube beam specimen partly inserted with two steel bars, the local buckling deformation near the center of the tube beam was induced. The maximum bending load and the bending collapse behavior obtained from the numerical simulation were in good agreement with experimental results. Using a combination of the four-point bending test and its finite element simulation, analysis of the local buckling and the accompanied bending collapse behavior of aluminum tube beam could be quantitative accomplished.

1. 서 론

항공·우주, 운송·에너지 등의 산업분야에서는 기기나 장치가 고성능화됨에 따라, 보다 경량이면서 강도와 내식성이 우수한 재료가 요구되고 있다. 자동차산업의 경우, 차량성능향상과 연비개선이라는 과제를 동시에 만족시키기 위해서 경량화는 필수적인 요소이며 이에 대한 요구가 더욱 커지게 되었다. 경량화를 위한 재료로서는 알루미늄과 복합재료 등이 있으며 각각의 장점을 살려서 자동차 구조물의 부재로서 광범위하게 사용

되고 있다.

주로 자동차나 항공기 등에 사용되고 있는 구조 부재는 각각의 기능에 따라 독자적인 경량화 단면 형상을 하고 있다. 이러한 구조물은 사각단면을 갖는 관 형상으로 단순화시킬 수 있으며, 실제 자동차의 프레임에는 박벽 사각단면관(이하 '사각관'으로 기술함)이 적용되고 있다. 사각관은 원형관에 비해 에너지 흡수능력이 우수하고 여러 가지 형상비와 후폭비로서 제작할 수 있으며 자동차뿐만 아니라 산업전반에 걸쳐 널리 쓰이므로 많은 기초연구들이 진행되어 왔다. 특히, 이러한 사각관이 자동차의 구조부재로 사용될 경우 사각관의 압축, 굽힘하중에 따른 좌굴변형거동은 자동차의 안전성 측면에서 매우 중요하기 때문에 연구의 가치가 크다.

다양한 하중조건 중에서도 축방향 압축하중 하에서의 사각관의 거동에 대한 연구는 이들 연구 중에서 가장 기초적인 연구가 되며, 주로 사각관의 좌굴 및 압괴 메카니즘 그리고 기계적 에너지

[†] 책임저자, 회원, 한양대학교 대학원 기계설계학과
E-mail : blue1023@ihanyang.ac.kr
TEL : (031)406-7063 FAX : (031)400-5550
^{**} 회원, 한양대학교 기계공학과
E-mail : nschoi@hanyang.ac.kr
TEL : (031)400-5283 FAX : (031)400-5550

흡수측면에 대해 많은 연구가 진행되어 왔다.⁽¹⁻⁵⁾ 또한 급격한 붕괴를 막고 안정적인 점진적인 압축붕괴를 유도하여 전체 좌굴보다는 국부좌굴을 여러 겹 발생시켜 안정적인 붕괴와 더불어 에너지 흡수량이 크도록 유도하는 사각관 설계기법도 제안되었다.^(6,7)

한편 자동차 충돌이나 전복사고에 있어서 부재들의 변형은 축방향 압축붕괴와 함께 굽힘붕괴가 혼합된 변형양상을 보여주고 있으며, 자동차에 사용되는 대부분의 박벽관 부재는 굽힘붕괴가 주된 붕괴형태로 나타나고 있다. 박벽 사각관의 굽힘붕괴에 대한 연구는 Kecman⁽⁸⁾에 의하여 처음으로 이루어 졌다. Kecman은 박관 사각관의 붕괴과정에 관한 기하학적 기구를 제시하고 굽힘변형이 항복선에 집중된다는 가정하에서 부재의 굽힘변형에너지를 모멘트-회전각의 관계식을 이론적으로 구하였다. Kyriakides와 Shaw⁽⁹⁾는 4점 굽힘 방법을 이용하여 대변형 시험기를 개발하였으며, Corona와 Vaze⁽¹⁰⁾는 Kyriakides와 Shaw의 시험기를 이용하여 굽힘시험을 수행하고 이론결과와 비교하였다. Wierzbicki 등⁽¹¹⁾은 수치적으로 소성현저를 모델링하고 모멘트-회전각 선도를 계산하기 위하여 굽힘 모멘트가 작용하는 박벽 사각부재의 압축면에 초점힘(super-folding)의 개념을 적용시켰다. 또한, 강신유 등⁽¹²⁾은 순수굽힘 시험기를 개발하고 이를 수치해석 결과 및 기존의 이론해석 결과와 비교하였다. 이밖에도 위의 연구들의 수정 보완된 방법들⁽¹³⁻¹⁵⁾이 보고되었으나, 대부분의 연구에서는 국부적인 좌굴변형을 유도하기 위한 시험기 개발과 이론해석 방법에 치중되어있다. 또한 유한요소 수치해석 방법에 관한 연구는 많은 가정을 통해 단순화되어 상당부분 미흡하게 검토되고 있는 실정이다.

본 연구에서는 4점굽힘붕괴 시험법을 이용하여 사각관보의 굽힘붕괴시 발생하는 국부적 좌굴거동을 검토하고 하중-변위 곡선과 굽힘붕괴에 의한 에너지 흡수 특성을 구하여 유한요소 수치해석 결과와 비교한다. 즉, 자동차 구조부재의 경량화를 위해 많이 사용되는 알루미늄 사각관보의 양쪽에 강철 삽입보를 넣은 시험편을 이용한 4점 굽힘시험 방법으로 알루미늄 사각관보의 중앙부에서의 굽힘모멘트형 국부좌굴을 유도하고, 이 결과를 유한요소 수치해석 모델과 비교해석하여 평가한다.

2. 실험

2.1 시험편

본 연구에서 사용한 알루미늄 사각관보 시험편은 6063T5 압출재로 단면은 20mm×20mm이며 벽두께는 1mm, 시험편 길이는 500mm이었다. 시험 재료인 알루미늄의 물성치는 사각관보에서 인장시험을 절취하여 구했으며 Table 1에 나타내었다. 또한 수치해석을 위한 기초입력데이터로서 Fig. 1(a)와 같은 알루미늄의 응력-변형을 곡선을 구하였다.

2.2 굽힘붕괴 시험

굽힘 시험방법은 보통 3점 하중형 단순보를 이

Table 1 Mechanical properties of aluminum 6063T5

Density (kg/m ³)	Young's modulus E(GPa)	Yield stress σ_y (MPa)	Ultimate stress σ_u (MPa)
2700	69	196.5	214.8

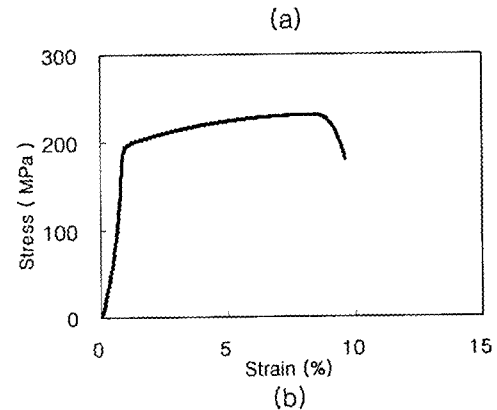
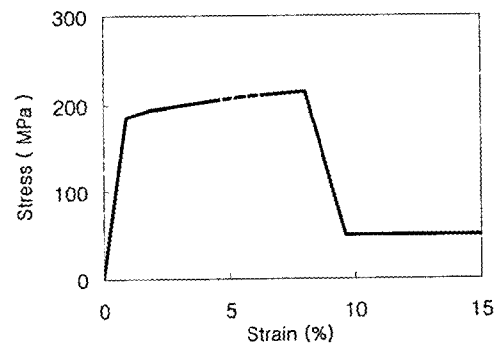


Fig. 1 Stress-strain curve of aluminum 6063T5
(a) obtain from tensile test (b) for simulation

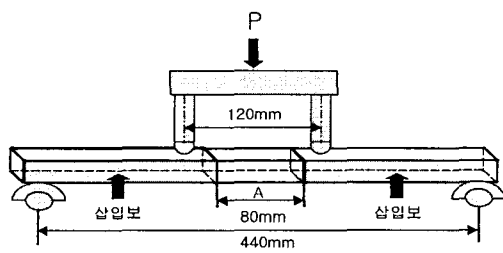


Fig. 2 Four-point bending test

용하는 방법과 외팔보를 이용하는 방법이 있다. 소성힌지가 발생하는 지점과 하중점이 일치되는 단순보 형태는 하중을 가하는 부위가 굽힘 모멘트에 의해 발생한 소성힌지의 자연스런 진행을 방해하기 때문에 붕괴이후의 거동을 알아보는 데 적합하지 않다. 외팔보 형태는 전단응력이 고정단에서 발생하여 소성힌지가 순수굽힘모멘트에 의해 발생하지 않으므로 정확한 결과를 얻을 수 없다. 또한 전형적인 4점굽힘 시험기를 이용하여 실험할 경우, 하중편과 시험편이 접촉하는 부위에서 국부좌굴붕괴가 발생하여 정확한 순수굽힘형 좌굴붕괴특성을 연구할 수 없다. 본 연구에서는 하중편과 시험편 접촉부에서의 국부적 좌굴붕괴를 억제하고 순수굽힘형 국부좌굴을 유도하기 위하여 Fig. 2와 같이 시험편의 바깥쪽 내부공간에 강체로 된 사각보를 삽입하였다. 이 삽입강보의 길이는 약 210mm로 하였으며 따라서 내부가 빈 부위의 길이는 80mm가 되어, 이 부위의 중앙부에서 굽힘붕괴가 발생하게 된다. 또한 삽입강보를 넣지 않은 시험편에 대해서도 실험을 수행하여 각각의 결과를 비교검토하였다. 알루미늄 사각관보의 굽힘붕괴 시험은 Zwick사의 만능재료 시험기를 이용하였으며, 하중축 사이의 거리는 120mm, 하중속도는 5mm/min으로 하였다.

2.3 실험 결과

Fig. 3은 삽입강보를 넣은 알루미늄 사각관보와 넣지 않은 사각관보의 굽힘붕괴시험 전후의 모습이다. 삽입강보를 넣지 않은 경우(Fig. 3(b)), 하중편과 접촉하는 시험편부위에서 국부좌굴변형이 발생하였으며 삽입강보를 넣은 경우(Fig. 3(c))에서는 시험편 중앙 부위에서 국부적인 좌굴 변형이 발생하였다. Fig. 4는 삽입강보를 넣은 알루미늄 사각관보와 넣지 않은 사각관보에 대한 정적 굽힘 시험 결과이다. 탄성영역 내에서의 결과를 살펴

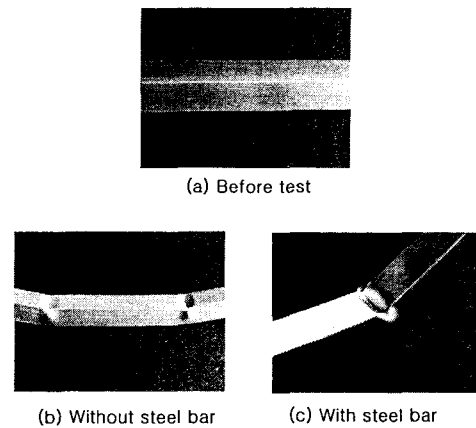


Fig. 3 Results of four-point bending test of Al tubes

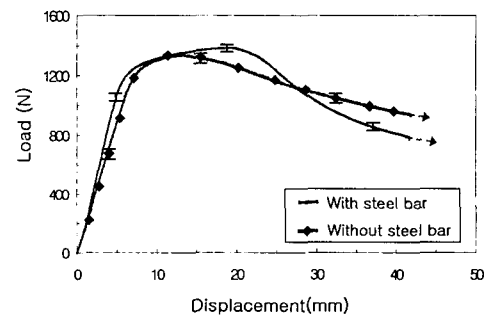


Fig. 4 Steel bar insertion effects on experimental load-displacement curves of an Al tube beam

보면, 삽입강보를 넣은 경우, 삽입강보의 보강효과로 삽입강보를 넣지 않은 시험편과 비교하여 굽힘강성이 약간 더 컸다. 소성변형이 시작되는 부분에서 최대 하중에 이르는 동안의 결과에서는 최대 하중이 삽입강보를 넣은 시험편에서 더 컸으며 최대하중이 발생하는 변위지점은 삽입강보를 넣지 않은 시험편보다 지연되어 발생하였다. 이는 삽입강보를 넣지 않을 경우, 하중편과 접촉하는 시험편부위에서의 응력집중으로 인해 국부좌굴변형이 보다 일찍 발생하였기 때문으로 생각된다. 또한 최대하중점을 지난 직후부터 사각관보의 붕괴거동이 진행되는데, 삽입강보를 넣지 않았을 경우에 하중의 감소가 보다 완만하게 진행되었다. 이는 삽입강보를 넣지 않은 시험편의 국부적인 붕괴가 하중편과 접촉하는 두 개의 부위

에서 일어나 에너지 흡수가 이들 양쪽 붕괴영역에서 함께 이루어져 하중을 좀 더 많이 지탱할 수 있었기 때문으로 생각된다. 즉, 삽입강보가 없을 경우에는 하중편에 의한 접촉붕괴효과가 혼합되어 순수굽힘에 의한 국부적인 붕괴를 유도하기 어렵고 순수굽힘붕괴에 의한 에너지흡수거동을 명확하게 구할 수 없는 것이다.

3. 수치해석

3.1 수치모델

알루미늄 사각관의 굽힘붕괴시험 모델에 대해 ABAQUS 6.3을 이용하여 유한요소 수치계산을 수행하였다. 수치모델은 Fig. 2의 실험장치와 동일하게 4점 굽힘붕괴시험편 및 하중편과 삽입강

보를 모두 수치화하여 구성하였으며, 또한 삽입강보를 넣지 않은 사각관보에 대해서도 수치해석을 하였다. 알루미늄 재료(6063T5)의 물성치는 인장실험으로 구한 진응력-변형률 곡선(Fig. 1(a) 참조)을 부분 선형화하여 입력하였으나 실험결과와 최대하중 측면에서 약 10% 차이를 보였으며 굽힘붕괴 이후 거동에서도 다소 차이를 보였다. 이를 보완하기 위하여 진응력-변형률 곡선의 최대값을 약 10% 감소시켜 수정된 곡선을 사용하였고 네킹이 발생하는 최대응력 이후의 진응력 변형률 관계는 측정이 어려워 알루미늄 재료의 파단특성을 고려하여 Fig. 1(b)와 같이 가정하였다.

시험편의 모델은 응력집중이 예상되는 중심부위는 1mm, 그 외는 3mm 크기의 4절점 쉘요소를 사용하였고, 시험편 전체의 총요소수는 3072개로

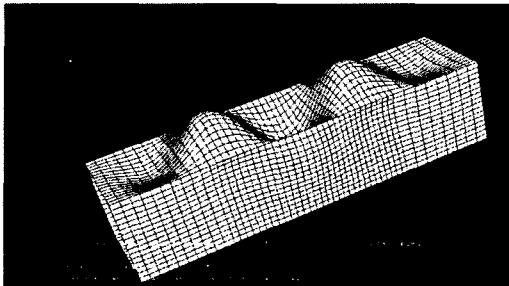


Fig. 5 1st buckling mode shape near the center of an Al tube specimen (part A in Fig. 2)

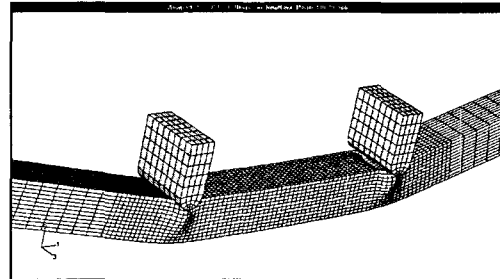


Fig. 6 Numerically deformed shape of an Al tube without steel bar

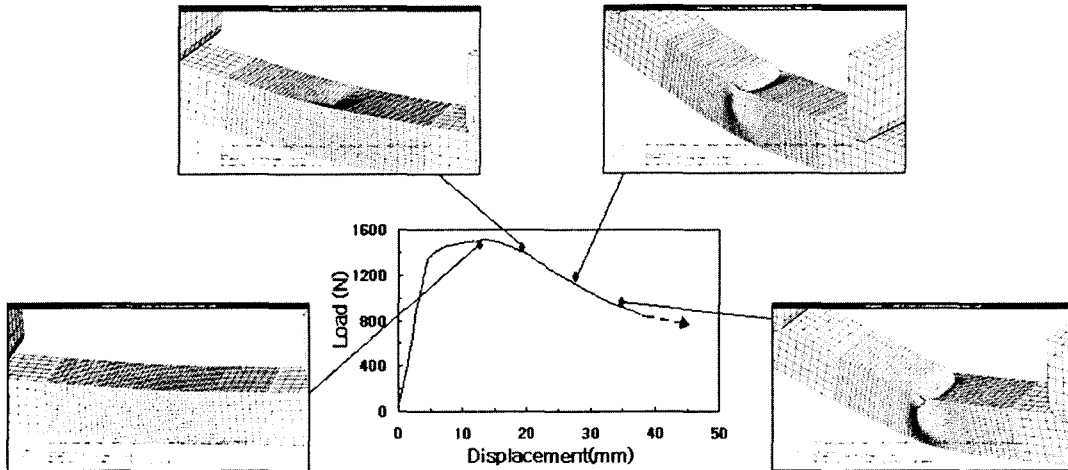


Fig. 7 Bending collapse behavior of a steel bar inserted Al tube at various stages of loading

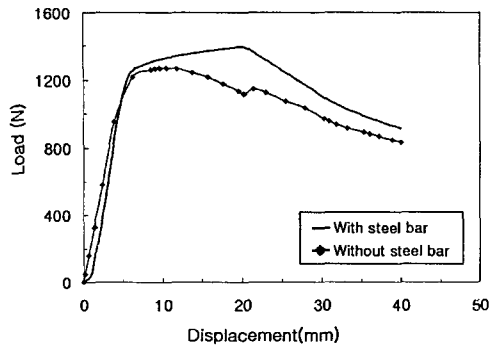


Fig. 8 Simulated load-displacement curves of Al tubes

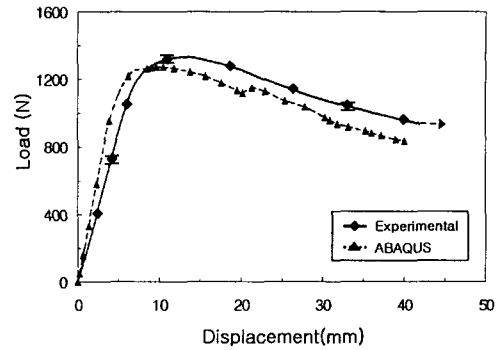


Fig. 9 Numerical and experimental curves of an Al tube without steel bar

하였다. 하중편과 삽입강보는 강체로 가정하였고 실제 굽힘실험과 가능한 유사하도록 삽입강보를 시험편 안에 삽입하여 모델링하였다. 또한 하중편과 시험편, 그리고 삽입강보와 시험편 사이의 초기간격을 각각 1mm와 0.1mm로 설정하고 하중편과 시험편이 접촉하는 부위와 삽입강보와 시험편이 접촉하는 부위는 ABAQUS에서 제공되는 면 접촉조건을 사용하여 해석하였다. 시험편 중앙부에서 국부적인 굽힘붕괴가 일어나도록 유도하기 위하여 Fig. 5와 같은 국부 좌굴 1차 모드를 하중 시험편 중앙부의 유한요소 모델에 부여하였다. 초기 불균일의 양은 최대 변위가 발생하는 절점에서 사각관 벽두께의 1%를 설정하여 해석 결과에 영향을 미치지 않도록 부여하였으며 각 절점의 변위는 이 값을 기준으로 비례적으로 부여하였다.

3.2 해석 결과

3.2.1 굽힘붕괴의 변형 형태

Fig. 6은 삽입강보를 넣지 않은 알루미늄 사각관보를 수치해석하여 얻은 변형된 모습이다. 이는 Fig. 3(b)의 실험결과와 매우 유사하게 하중편과 접촉하는 시험편부위에서 국부좌굴변형이 발생하였다. Fig. 7은 삽입강보를 넣은 알루미늄 사각관보에서 굽힘붕괴시 발생하는 변형의 수치해석 결과 형태이다. 이 그림은 하중-변위 곡선의 각 단계에 해당하는 변형의 모습을 잘 보여주고 있으며, 굽힘좌굴변형은 그림과 같이 최대 하중이 가해지기 전까지 발생하지 않다가 최대 하중 직후 시험편의 중앙부분에서 국부적인 좌굴이 발생

하여 진전함을 알 수 있다. 즉, 이러한 국부적인 좌굴은 하중이 최대 하중점에 도달한 직후에 발생하며 최대 하중점 이후에 알루미늄 사각관보는 좌굴에 의해 발생한 소성힌지에 따라 붕괴하는 것이다. 또한 국부좌굴에 의한 붕괴부분에 응력이 집중되어 에너지 흡수가 일어나고 붕괴가 진행됨에 따라 사각관보가 지탱하는 하중은 점점 더 감소하였다. 이는 기하학적인 국부좌굴 변형 거동의 정도가 커짐에 따라 Fig. 1과 같이 알루미늄 재료의 응력-변형률 곡선이 최대 하중점 이후에 감소하는 거동과 함께, 하중을 지탱하는 유효 단면적의 감소로 인한 단면계수(section modulus)의 급속한 감소가 일어났기 때문이다.

Fig. 8은 삽입강보의 유무에 따른 알루미늄 사각관의 굽힘붕괴에 대한 수치해석 결과이다. 이들 하중-변위 선도의 변화거동은 Fig. 4의 실험결과와 상당히 유사한 거동을 보여주고 있다. 삽입강보를 넣은 경우 하중-변위 곡선 초기에 일시적으로 기울기의 감소가 나타난 것은 알루미늄 사각관 보의 내부 벽부분과 삽입강보의 초기 접촉시에 발생하는 지지하중의 변화 때문에 나타난 현상으로 보인다. 그러나, 이후의 거동에서는 삽입강보를 넣었을 경우 굽힘강성이 삽입강보의 보강효과로 커져 최대하중이 약 10%정도 높아졌으며, 또한 최대하중이 발생하는 변위지점이 Fig. 4의 경우처럼 지연되었음을 알 수 있다.

3.2.2 실험결과와의 비교

Fig. 9와 Fig. 10은 알루미늄 사각관보의 하중-변위 곡선을 실험과 수치해석 결과를 통하여 비교한 것이다. 수치해석결과는 삽입강보의 유무에

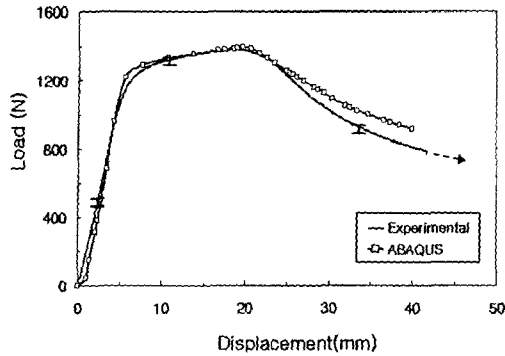


Fig. 10 Numerical and experimental curves of an Al tube with steel bar

관계없이 모두 실험결과와 비교적 잘 일치함을 알 수 있다. 삽입강보가 없는 Fig. 9의 경우, 수치해석시의 굽힘강성이 실험결과보다 탄성구간에서 다소 크게 나왔으며 붕괴가 보다 일찍 발생하여 진행하였음을 알 수 있다. 또한 실험결과와는 달리 변위가 약 20mm인 지점에서 수치해석시의 하중이 약간 증가하는 경향을 보이는데, 이는 4점 굽힘시험에서 하중이 증가함에 따라 하중편과 접촉하는 시험편 부위가 미끄러짐 현상으로 인하여 미소하게 이동을 하면서 국부좌굴변형이 진행하게 되는 것과 관련되는 것으로 생각된다. 즉, 수치해석에서 이러한 미끄러짐 현상이 변위가 약 20mm인 지점에서 순간적으로 발생하여 접촉부위가 이동하고 약간의 하중 증가를 초래한 것으로 생각된다. Fig. 10과 같이 삽입강보를 넣은 경우, 전체적인 하중-변위 곡선과 탄성영역에서의 굽힘강성 및 최대 하중의 값이 실험과 수치해석 모두 잘 일치하였으나, 최대 하중점 이후에 국부적 좌굴변형이 발생하여 진전함에 따라 하중이 감소하는 정도는 수치해석 결과가 실험결과보다 다소 완만함을 보여주었다.

Table 2는 실험과 수치해석 결과를 굽힘 계수, 최대하중 및 에너지 흡수율 측면에서 정량적으로 비교한 것이다. 여기서 굽힘계수는 하중-변위 곡선의 기울기를 나타낸 값으로 탄성영역내의 굽힘강성의 크기를 나타내는 값이다. 굽힘계수의 값은 실험과 수치해석에서 다소 차이를 보였으나 최대하중 및 에너지 흡수율의 값은 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 실험과 수치해석에서 약간의 차이가 발생한 것은 수치해석상의 오차뿐만 아니라 실제 사각관과 삽입강보의 형태, 실험 및 접

Table 2 Comparison between numerical and experimental results of Al tubes

		Flexural Stiffness (N/mm)	Maximum Load (kN)	Absorbed energy (kN·mm)
with steel bar	FEM	258.2	1.39	44.9
	Test	222.1±7	1.38±0.04	43.6±1
	Error	15%	0.5%	3%
without steel bar	FEM	245.1	1.27	41.1
	Test	184.7±7	1.34±0.05	42.9±1
	Error	32%	-4.9%	-4%

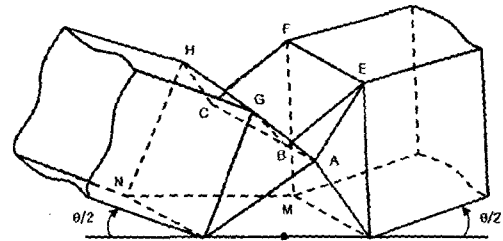


Fig. 11 Kecman's hinge mechanism

촉조건 등이 수치해석 모델링 과정에서 나타난 완전한 형태와 조건을 만족시키지 않고 있는 것으로 사료된다.

3.2.3 Kecman 이론과의 비교

사각관의 굽힘붕괴에 대한 몇 가지 이론 중 가장 널리 이용되어지고 있는 이론은 Kecman의 이론이다. Fig. 11은 Kecman의 굽힘붕괴 모델을 나타낸 것으로 Kecman은 사각관의 대변형 굽힘붕괴에 대한 실험적 연구를 처음으로 시도하였으며 박막 사각관의 붕괴시 정적, 동적 소성 힌지 라인을 포함한 단순 붕괴기구를 제시하고 굽힘변형이 항복선(소성힌지선)에 집중된다는 가정 하에 부재의 굽힘 변형에너지로부터 굽힘 붕괴시 모멘트-회전각의 관계식을 이론적으로 구하였다. 즉, 부재가 굽힘 모멘트에 의해 붕괴될 때에 각 국부 힌지에서 흡수된 에너지들을 합하면 전체 에너지 $W(\theta)$ 를 구할 수 있다.

Fig. 12는 알루미늄 사각관 시험편의 굽힘붕괴에 대한 Kecman 이론과 위의 실험 및 수치해석 결과를 비교하여 놓은 것이다. Kecman 이론은

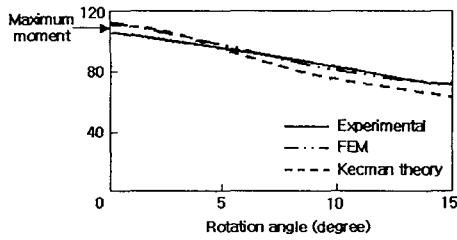


Fig. 12 Moment-rotation angle curves

최대하중 이후의 굽힘 변형거동을 대상으로 하고 있으며, 실험 및 수치해석 결과는 최대 하중점 이후의 하중-변위 결과를 모멘트-회전각의 관계로 바꾼 것이다. 그림으로부터 최대하중점 이후의 모멘트-회전각 선도가 세 경우에서 모두 비교적 잘 일치함을 알 수 있다. 따라서 알루미늄 사각관의 국부적인 좌굴 시작 후 에너지 흡수능력을 평가하는데 있어 본 연구에서 수행한 수치해석 및 실험은 상당히 타당하게 활용될 수 있을 것으로 사료된다.

4. 결론

본 연구는 알루미늄 사각관보의 굽힘붕괴거동 및 에너지 흡수특성을 4점굽힘시험을 통하여 연구하고 수치해석결과와 비교 평가한 것으로 다음과 같은 결과를 얻었다.

- (1) 실험 결과와 수치해석 결과를 비교하여 볼 때 알루미늄 사각관보의 최대 하중 및 전체적인 굽힘변형거동이 잘 일치하였다.
- (2) 알루미늄 사각관보에 강철 삽입보를 넣어 4점 굽힘시험을 수행함으로써 하중편과 시험편이 접촉하는 부분에서 발생하는 국부좌굴붕괴를 억제하고 시험편 중앙부에서의 순수굽힘형 굽힘붕괴를 유도할 수 있었다.
- (3) 실험과 수치해석 결과를 Kecman의 이론과 비교하여 볼 때 최대하중점 이후의 모멘트-회전각 관계가 비교적 잘 일치하였다.
- (4) 4점 굽힘 붕괴시험과 이에 대한 수치해석 모델을 조합한 방법으로 알루미늄 사각관보의 굽힘붕괴 시 발생하는 거동을 잘 해석할 수 있었다.

참고문헌

- (1) Hayduk, Robert, J., Wierzbicki, T., 1984, "Extensional Collapse Modes of Structural Members," *Computers and Structures*, Vol. 18, No. 3, pp. 447~458.
- (2) Kang, S. Y. and Han, D. C., 1993, "A Study on the Axial Crush Analysis of a Rectangular Tube with Experimental Comparison," *Transactions of the KSME, A*, Vol. 17, No. 10, pp. 2555~2562.
- (3) Kim, C. W. and Han, B. K., 1994, "Collapse of Thin-Walled Hatted Section Tubes," *Transactions of the KSAE*, Vol. 2, No. 1, pp. 65~72.
- (4) Kim, Y. Y. and Han, C. W., 1995, "Elastic Buckling Analysis of Single Hat Rectangular Tubes," *Transactions of the KSME, A*, Vol. 19, No. 5, pp. 1251~1258.
- (5) Kim, C. W., Han, B. K., Won, J. J. and Lim, C. H., 1996, "The Energy Absorption Characteristics of Thin-walled Rectangular Tubes," *Transactions of the KSAE*, Vol. 4, No. 3, pp. 83~91.
- (6) Langseth, M., Hopperstad, O. S., and Hanssen, A. G., 1998, "Crash Behaviour of Thin-Walled Aluminium Members," *Thin-Walled Structures*, Vol. 32, pp. 127~150.
- (7) Kim, H. S., 2002, "New Extruded Multi-Cell Aluminum Profile for Maximum Crash Energy Absorption and Weight Efficiency," *Thin-Walled Structures*, Vol. 40, pp. 311~327.
- (8) Kecman, D., 1979, "Bending Collapse of Rectangular Section Tubes in Relation to the Bus Roll-Over Problems," PH.D. Thesis. Cranfield Institute of Technology, U.K..
- (9) Kyriakides, S. and Shaw, P. K., 1987, "Inelastic Buckling of Tubes under Cyclic Bending," *J. Pressure Vessel Technology*, Vol. 109, pp. 169~178.
- (10) Corona, E. and Vaze, S. P., 1996, "Buckling of Elastic-Plastic Square Tubes under Bending," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 38, No. 7, pp. 753~775.
- (11) Wierzbicki, T., Abramowicz, W., Gholami, T. and Huang, J., 1994, "Stress Profiles in Thin-Walled Prismatic Columns Subjected to Crush

- Loading-II Bending," *Computer & Structure*, Vol. 51, No. 6, pp. 625~641.
- (12) Kang, S. Y., Chang, I. B. and Kim, H. Y., 1998, "Development of a Pure Bending Test Machine and Bending Collapse Characteristics of Rectangular Tubes," *Transactions of the KSME, A*, Vol. 6, No. 1, pp. 223~233.
- (13) Cimpoeru, S. J. and Murray, N. W., 1993, "The Large Deflection Pure Bending Properties of a Square Thin-Walled Tube," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 35, No. 3~4.
- (14) Abramowicz, W., 1983, "Simplified Crushing Analysis of Thin Walled Columns and Beams," *Engineering Trans.*, Vol. 29, pp. 3~27.
- (15) Kim, T. H. and Reid, S. R., 2001, "Bending Collapse of Thin-Walled Rectangular Section Columns," *Computers and Structures*, Vol. 79, pp. 1897~1911.