

Technical Tips

# 디지털 제어와 샘플링 이론

정 세 교

(경상대학교 전기전자공학부 교수)

1970년대 초반 마이크로프로세서가 개발된 이후 디지털 프로세서 기술은 눈부시게 발전하여 요즘 우리 주변에서 볼 수 있는 대부분의 전기전자 기기는 디지털 프로세서를 내장하고 있다. 전력전자 분야도 예외는 아니어서 1980년대 후반부터 전동기 제어 분야에 적용되기 시작한 디지털 시그널 프로세서 (DSP)는 지금까지 전력용 반도체 소자와 함께 전력전자 기술 발전 한 축을 담당해 왔다. 그리고 최근 고성능 DSP의 가격이 낮아짐에 따라 작은 용량의 DC/DC 컨버터를 제외한 전력전자 전 분야에서 DSP를 이용한 디지털 제어가 일반화 되고 있다.

전력전자 시스템에서 다루는 변수는 전압, 전류, 속도, 위치 등이다. 이 중 위치를 제외한 나머지 변수들은 보통 아날로그 값이며 이를 디지털 방식으로 제어하려면 샘플링 (sampling) 과 아날로그/디지털 (A/D) 변환이 필요하다. 그림 1은 아날로그 신호와 디지털 신호의 변환 과정을 나타내고 있다. 여기서 샘플링은 아날로그 신호를 특정 주기로 취득 하는 것을 말하며 샘플링 빈도를 나타내는 샘플링 주파수는 시스템의 제어 특성에 큰 영향을 준다. 샘플링 주파수가 높을수록 원래의 아날로그 신호에 가까운 디지털 정보를 얻을 수 있지만 디지털 프로세서의 속도와 A/D 변환기의 변환시간에 제한을 받는다. 디지털 프로세서와 A/D 변환기는 속도가 빠를수록 가격이 비싸지므로 응용분야에 맞는 적절한 샘플링 주파수의 선정이 디지털 제어 시스템 설계에서 중요한 고려사항 중의 하나이다.

## 1. 샘플링 이론

디지털 제어 시스템에서 가능한 최저의 샘플링 주파수는 샘플링 이론 (sampling theorem)에서 다음과 같이 정의되어 있다.

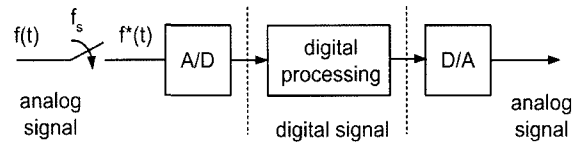


그림 1 아날로그 신호와 디지털 신호의 변환

$$f_s \geq 2f_B \tag{1}$$

여기서  $f_s$ 는 샘플링 주파수이고  $f_B$ 는 아날로그 신호의 대역폭 (bandwidth)이다. 식 (1)은 아날로그 신호를 샘플링 하여 디지털로 변환한 후 다시 아날로그로 복원 하려면 샘플링 주파수가 아날로그 신호 대역폭의 2배 이상이 되어야 한다는 것이다. 이때, 최저 샘플링 주파수 를 Nyquist 주파수  $2f_B$ 라고 한다. 그러나 Nyquist 주파수는 이론적인 최저 값이며 실제 제어 시스템에서 샘플링 주파수는 아날로그 신호 대역폭의 10~20배 정도는 되어야 한다.

샘플링 이론을 주파수 영역에서 해석하면 시간 영역에서 보다 쉽게 이해 할 수 있다. 아날로그 신호  $f(t)$ 의 주파수 스펙트럼이 그림 2(a)와 같이  $F(j\omega)$  이고 대역폭이  $\omega_B (= 2\pi f_B)$ 라고 하면, 이상적인 샘플러 (ideal sampler)를 이용하여  $T_s = 1/f_s$  주기로 샘플링 한 신호는 다음과 같다.

$$f^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT_s)\delta(t - kT) \tag{2}$$

여기서  $\delta(t)$ 는 단위 임펄스 함수이다. 이 식을 Fourier 변환하면 다음과 같다.

$$F^*(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(j\omega - kj\omega_s) \tag{3}$$

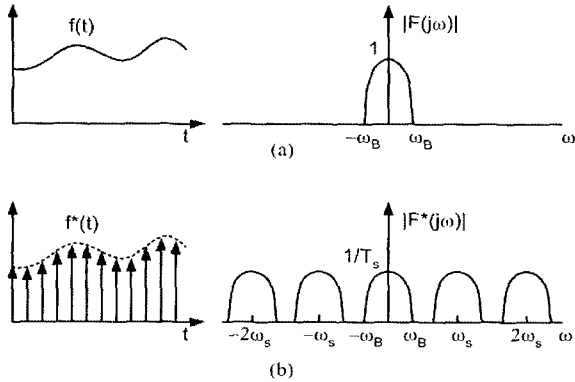


그림 2 아날로그 신호의 샘플링과 주파수 스펙트럼  
 (a) 연속적인 아날로그 신호의 주파수 스펙트럼  
 (b) 샘플링 된 신호의 주파수 스펙트럼

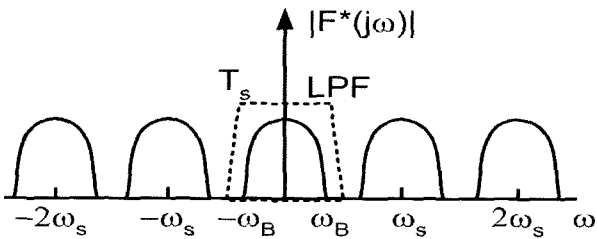


그림 3 저역통과 필터를 이용한 아날로그 신호의 복원

여기서  $\omega = 2\pi f$  이고  $\omega_s = 2\pi/T_s$  이다. 즉,  $F(j\omega)$ 의 주파수 스펙트럼을 가진 아날로그 신호  $f(t)$ 를  $T_s$  주기로 샘플링하면 그림 2(b)와 같이 크기가  $1/T_s$  배이고  $F(j\omega)$ 와 같은 형상을 가진 주파수 스펙트럼이  $\omega_s$ 의 주기로 연속해서 나타남을 알 수 있다. 여기서, 각각의 주파수 스펙트럼은  $\delta(t)$ 의 정보를 가지고 있으며 그림 3과 같이 이득이  $T_s$ 인 저역통과 필터 (low pass filter)를 이용하면 원래의 신호로 복원할 수 있다.

### 2. Aliasing 현상

샘플링 이론에 따르면  $f_s < 2f_B$  ( $\omega_s < 2\omega_B$ ) 일 경우 아날로그 신호  $f(t)$ 의 정보를 잃어버리거나 신호가 왜곡되어 원래의 아날로그 신호를 복원 할 수 없는데 이 현상을 aliasing 이라 한다. 그림 4는 aliasing 현상이 일어나는 경우 주파수 스펙트럼을 나타낸 그림이다. 그림에서 보는 바와 같이  $\omega_s < 2\omega_B$  일 경우 주파수 스펙트럼이 서로 중첩 되어 원래의 주파수 정보와 다른 왜곡된 정보를 가지게 된다. 따라서 샘플링 된 신호를 아날로그 신호로 복원할 경우 원래의 신호와 다른 왜곡된 신호를 나타내게 된다.

그림 5는 aliasing 현상을 설명할 때 잘 인용되는 예를 나타

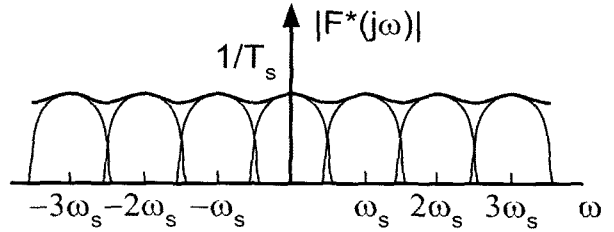


그림 4 Aliasing 현상

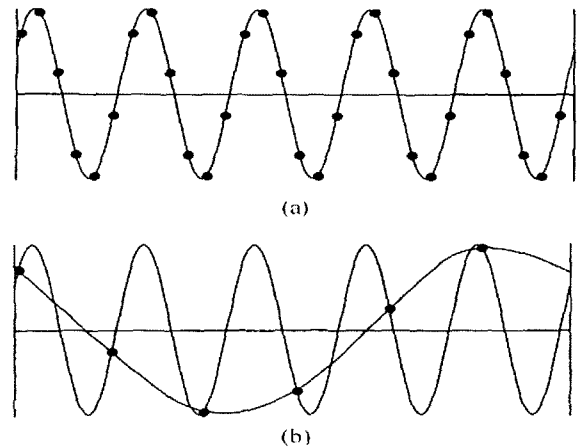


그림 5 시간 영역에서 본 aliasing 현상  
 (a)  $f_s = 6f$  인 경우 (b)  $f_s = (6/5)f$  인 경우

내고 있다. 주파수가  $f$ 인 정현파 신호를 샘플링 할 때 그림 5(a)와 같이  $f_s = 6f$ 의 주파수로 샘플링 한다면 샘플링 된 값들은 원래 아날로그 신호의 정보를 잘 표현하고 있다. 그러나  $f_s = (6/5)f$ 인 경우 (5주기 동안 6번 샘플링 할 경우), 그림 5(b)와 같이 샘플링 된 신호는 원래의 신호와는 전혀 다른 주파수를 가진 신호의 정보를 갖게 된다.

우리가 자주 사용하는 디지털 오실로스코프에서도 이런 현상을 발견할 수 있다. 그림 6은 동일한 2MHz의 정현파를 0.5us/div 과 1ms/div 에서 측정한 파형이다. 여기서, (a)는 제대로 측정된 파형이고 (b)는 aliasing 현상에 의해서 잘못 측정된 파형이다. 디지털 오실로스코프에서 나타나는 이런 현상은 최대 샘플링 주파수와는 상관없이 작은 메모리 용량이 원인인 경우가 많다. 통상 한 프레임에 표시할 수 있는 최대 데이터 량이 메모리 용량에 의해 제한되기 때문에 시간 스케일이 커질 경우 데이터 량이 메모리 용량을 초과하게 된다. 따라서 오실로스코프는 스스로 샘플링 주파수를 낮추어 데이터 량을 조절하게 된다. 전력전자 회로를 측정 할 경우 특히 이 현상에 주의할 필요가 있다. 예를 들어 20kHz의 스위칭을 하는 60Hz 인버터의 경우 60Hz의 출력 파형을 측정하면서 20kHz의 스위칭 정보를 모두 보존하기는 어렵다.

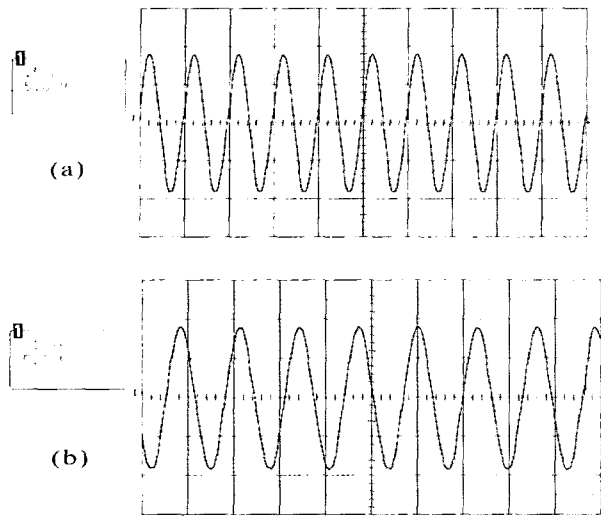


그림 6 오실로스코프의 aliasing 현상  
 (a) 정확히 측정된 파형 (100MS/s)  
 (b) 잘못 측정된 파형 (500kS/s)

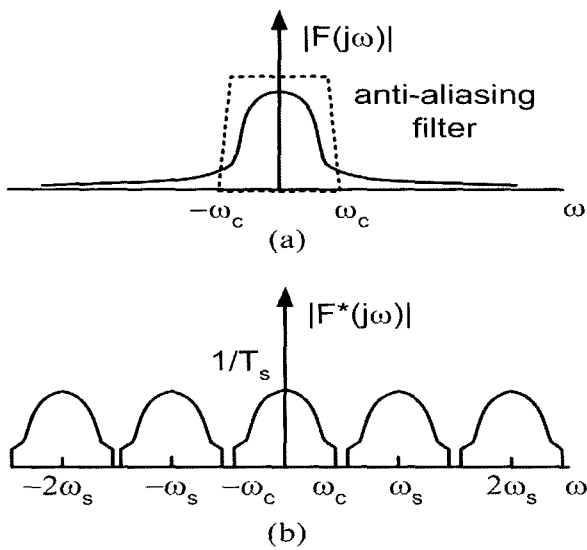


그림 7 Anti-aliasing 필터의 역할  
 (a) Anti-aliasing 필터를 이용한 아날로그 신호의 필터링  
 (b) 필터링 후 샘플링 된 신호의 스펙트럼

### 3. Anti-aliasing 필터

실제적으로 다루어지는 아날로그 신호들은 그림 2의 와는 달리 대역폭이 제한되어 있지 않다. 관심의 대상이 되는 대부

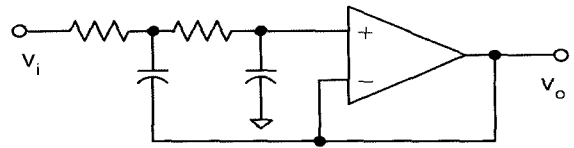


그림 8 Anti-aliasing을 위한 2차 저역통과 필터

분의 신호가 특정 주파수 대역 안에 있는 경우에도 노이즈 등 여러 원인 때문에 통상 아주 넓은 영역의 주파수 스펙트럼을 갖게 된다. 따라서 충분히 높은 샘플링 주파수를 갖더라도 aliasing이 일어날 가능성이 있다. 예를 들어 아날로그 신호에 노이즈가 포함된 경우 샘플링 주파수를 높게 하더라도 노이즈의 peak 에서 샘플링 할 가능성은 항상 존재한다. 따라서 대부분의 경우 aliasing이 일어나지 않도록 그림 7과 같이 샘플링 이전에 저역통과 필터를 사용하여 아날로그 신호의 주파수 대역을 미리 제한한다. 이를 anti-aliasing 필터라고 부르며 통상 OP Amp를 이용한 아날로그 회로로 구성한다. 그림 8은 anti-aliasing의 용도로 사용되는 2차 저역통과 필터의 예를 나타내었다. 이때 필터의 차단 주파수는 시스템의 안정성에 영향을 주지 않는 범위에서 노이즈를 제거할 수 있도록 적절히 설계되어야 한다.

전력전자 시스템의 경우 전력용 반도체의 스위칭 때문에 측정 신호가 노이즈의 영향을 크게 받으므로 아날로그 신호의 샘플링과 A/D 변환과정에서 신호 처리에 주의를 기울여야 한다. 디지털 제어기는 아날로그 제어기에 비해 많은 장점을 가지고 있지만 잘못 샘플링 되어 변환된 디지털 정보는 제어 시스템에서 전혀 엉뚱한 결과를 초래할 수 있다.

## 〈 저 자 소 개 〉



### 정세교(鄭世敎)

1966년 11월 26일 생. 1989년 경북대학교 전자공학과 졸업(학사). 1992년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업(석사). 1997년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업(박사). 1997년~현재 경상대학교 전기전자공학부 부교수 및 컴퓨터 정보통신 연구소 연구원. 1999년 12월~2000년 2월 일본 큐슈 공업대학 객원교수. 2002년 2월~2003년 2월 미국 Texas A&M 대학 Visiting Scholar.