

論文2003-40CI-6-8

퍼지제어 이론을 이용한 샘플된 비선형 시스템의 추적제어에 대한 연구

(Tracking Control of a Sampled Nonlinear System via Fuzzy Logic Theory)

金 殷 泰 *

(Eun-Tai Kim)

요 약

본 논문에서는 퍼지 논리 제어를 이용한 샘플된 비선형 시스템의 추적제어 방식을 제안한다. 본 논문에서 사용되는 제어대상은 내부 파라미터의 변화와 외부 외란을 모두 경험하는 것으로 한다. 이산시간 적응 퍼지 제어가 제안되고 그 파라미터는 최근 각광을 받고있는 선형행렬 부등식 방식에 의하여 결정된다. 마지막으로 모의실험을 통하여 제안된 제어기의 타당성을 검증한다.

Abstract

This paper presents a fuzzy logic based approach to tracking control of a sampled nonlinear system. It is assumed that the plant to be controlled is under both the internal uncertainty and the external disturbances. Discrete-time adaptive fuzzy control method is proposed and its parameters are determined by the recently-splighted convex optimization technique called LMI. Finally, the computer simulation is carried out to verify the effectiveness of the proposed method.

Keywords : 샘플링, 비선형 시스템, 퍼지 제어, 선형행렬부등식, 추적제어

1. 서 론

적응퍼지 시스템은 최근 비선형 적응제어의 새로운 방식으로 각광을 받고 있고 이에 대한 여러 연구 결과가 발표되고 있다. 적응 퍼지 시스템에서 퍼지 시스템의 일반근사성에 근거하여 온라인 근사기로 사용되며 미지의 비선형 함수를 근사하는 목적으로 이용된다^[1].

* 正會員, 延世大學校 電氣電子工學部

(Yonsei University, School of Electrical and Electronic Engr.)

※ 본 연구는 2002년도 연세대학교 연구처 정책연구비의 지원에 의하여 이루어진 과제임

接受日字:2003年11月5日, 수정완료일:2003年11月7日

이에 대하여 많은 연구가 발표되었는데 우선 Wang 은 직접/간접 적응제어 방식으로 적응 퍼지 제어를 제안하였고^[2,3] Passino등은 Takagi-Sugeno형 퍼지 시스템을 이용하여 SISO뿐 아니라^[4] MIMO 시스템에 대한 적응 퍼지 제어를 설계하였다^[5]. 또 Chen등은 Wang의 적응 퍼지 제어기와 비선형 H_{∞} 제어기를 결합하여 성능을 향상시켰고^[6] Lee등은 슬라이딩 제어기와 결합하여 적응형 뉴로퍼지 신경망의 성능을 향상시켰다^[7]. 그러나 이러한 연구의 대부분은 리아프노프의 방식을 이용하였고 리아프노프 함수의 특성상 주로 연속시간 (continuous-time) 시스템의 제어에 사용되었고 단지 적은 수의 연구만이 이산시간 적응 퍼지 제어 문제를 다루었다^[8,10].

본 논문에서는 새로운 방식의 이산시간 적응 퍼지 제어기를 제안한다. 제어 대상의 내부적 불확실성과 외부 외란을 하나의 외란으로 간주하고, 퍼지 시스템을 이용하여 이를 표현하고 상쇄한다. 본 논문은 기존의 이산시간 적응 퍼지 제어기가 다룬 플랜트인 $x(k+1) = f(x(k)) + u(k)$ 형태의 문제를 확장한 $x(k+1) = f(x(k)) + g(x(k))u(k)$ 을 다루며 새로운 퍼지 시스템의 학습규칙을 제안한다^[8,9]. 제안한 학습규칙은 Wang의 학습규칙의 이산시간형으로 생각할 수 있다. 이산시간에서의 Lyapunov방식을 이용하여 제안한 적응 퍼지 제어기의 안정성을 보이고 컴퓨터 모의실험을 통하여 타당성을 확인한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 적응 퍼지 시스템과 제어대상에 대하여 간단히 소개하고 III장에서 이산시간 적응 퍼지 제어기를 제안한다. IV장에서 컴퓨터 모의실험을 통하여 타당성을 확인하고 V장에서 결론을 이끌어 낸다.

II. 문제의 구성

A. 퍼지 시스템

일반적인 퍼지 시스템은 퍼지화기, 비퍼지화기, 퍼지 규칙과 퍼지 추론 엔진의 네가지 요소로 구성되어 있고 퍼지 규칙은 다음과 같은 언어의 구조를 가지고 있다.

$$R^i: \text{If } y_1 \text{ is } A_1^i \text{ and } \dots \text{ and } y_n \text{ is } A_n^i, \\ \text{then } z \text{ is } z^i \quad (1)$$

여기서 $A_1^i, A_2^i, \dots, A_n^i$ 퍼지 변수이고 z^i 는 상글톤 출력을 나타낸다.

퍼지 시스템은 입력 $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T \in R^n$ 에 출력 $z \in R$ 을 대응시키는 비선형 함수의 역할을 하며, 곱하기 추론, 중앙평균과 상글톤 퍼지화기를 사용할 때 다음과 같은 입출력 관계식을 갖는다.

$$z(y) = \frac{\sum_{i=1}^r z^i \left(\prod_{j=1}^n \mu_{A_j^i}(y_j) \right)}{\sum_{i=1}^r \left(\prod_{j=1}^n \mu_{A_j^i}(y_j) \right)} = \widehat{W}^T x(y) \quad (2-1)$$

여기서 $\mu_{A_j^i}(y_j)$ 변수 y_j 의 소속 정도
 r 퍼지 규칙의 수

$\widehat{W}^T = (z^1, z^2, \dots, z^r)$ 퍼지 시스템 파라미터

$$x^T = (x^1, x^2, \dots, x^r), \quad x^i = \frac{\prod_{j=1}^n \mu_{A_j^i}(y_j)}{\sum_{i=1}^r \left(\prod_{j=1}^n \mu_{A_j^i}(y_j) \right)}$$

퍼지 기저함수 (2-2)

이러한 퍼지 시스템은 비선형 함수를 원하는 수준까지 정확히 표현할 수 있는 것이 알려져 있다^[11]. y 가 콤팩트 집합 M_y 에 소속된 경우, 최적의 신경망 웨이트는 식 (3)와 같이 주어진 비선형 함수와 퍼지 시스템과의 차이를 최소화하는 값으로 정의할 수 있다.

$$W^* = \arg \min_{W \in M_W} \left[\sup_{y \in M_y} |\Omega(y) - \widehat{\Omega}(y|W)| \right] \quad (3)$$

여기서 $\Omega(\cdot)$ 는 미지의 비선형 함수를 나타내고 $\widehat{\Omega}(\cdot)$ 는 퍼지 시스템을 나타내며 M_W 는 신경망의 웨이트 추정치가 존재하는 영역이다. 이러한 성질을 퍼지 시스템의 일반근사성이라 하며 최적의 웨이트를 갖은 신경망을 이용하면 비선형 함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Omega(\cdot) = \widehat{\Omega}(\cdot|W^*) + \varepsilon(\cdot) \quad (4)$$

여기서 $\varepsilon(\cdot)$ 는 신경망의 복원 오차이며 퍼지 시스템의 중간 노드 수를 늘임으로서 충분히 작게 할 수 있다.

B. 불확실한 이산 시간 시스템

제어대상은 이산 시간에서 다음과 같이 표현되는 것으로 한다.

$$y(k+1) = f(y(k-n+1), \dots, y(k-1), y(k)) + \\ + g(y(k-n+1), \dots, y(k-1), y(k))u(k) \quad (5)$$

여기서 $f(\cdot) \in R$ 과 $g(\cdot) \in R$ 는 비선형 함수이고 u 와 y 는 각 시스템의 입출력을 나타낸다. 원하는 궤적 $y_m(k) \in R$ 이 주어지면 추적오차 $x(k) = y(k) - y_m(k)$ 의 다이내믹스는 다음의 식으로 표현된다.

$$x(k+1) = -y_m(k+1) + f(y(k-n+1), \dots, y(k-1), \\ y(k)) + g(y(k-n+1), \dots, y(k-1), y(k))u(k) \quad (6)$$

혹은 상태공간에서

$$x_1(k+1) = x_2(k) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \vdots \\ x_{n-1}(k+1) &= x_n(k) \\ x_n(k+1) &= -y_m(k+1) + f(\mathbf{y}(k)) + g(\mathbf{y}(k))u(k). \end{aligned}$$

$f(\mathbf{y})$ 과 $g(\mathbf{y})$ 에 내부 파라미터 불확실성이 있고 외부의 d 가 시스템에 영향을 미치면 식 (7)는 다음의 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} x_n(k+1) &= -y_m(k+1) + [f(\mathbf{y}(k)) + \Delta f(\mathbf{y}(k))] + [g(\mathbf{y}(k)) \\ & + \Delta g(\mathbf{y}(k))]u(k) + d = f(\mathbf{y}(k)) + g(\mathbf{y}(k))u(k) \\ & + \Omega(\mathbf{y}(k), u(k)) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $\Omega(\mathbf{y}(k), u(k)) \equiv \Delta f(\mathbf{y}) + \Delta g(\mathbf{y})u + d$ 이고 $\Delta f(\mathbf{y})$ 과 $\Delta g(\mathbf{y})$ 는 내부 파라미터 불확실성을 나타낸다.

III. 이산시간 적응 퍼지 시스템

A. 퍼지 제어기

본 논문에서는 식 (8)의 $\Omega(\mathbf{y}(k), u(k))$ 를 퍼지 시스템을 이용하여 표현하고 이를 제어기에 사용하여 원하는 제어성능을 얻는다. 즉

$$u(k) = \frac{v(k) + y_m(k+1) - f(\mathbf{y}(k)) - \hat{\Omega}(\mathbf{y}(k), u(k)) \hat{\mathbf{W}}(k)}{g(\mathbf{y}(k))} \quad (9)$$

여기서 $\hat{\Omega}(\mathbf{y}(k), u(k)) \hat{\mathbf{W}}(k)$ 는 퍼지 제어기의 출력을 나타낸다. 또 식 (9)에서 제어입력 $u(k)$ 는 상태 $\mathbf{y}(k)$ 과 원하는 제어체적

$$\mathbf{Y}_m(k) \equiv (y_m(k+1), y_m(k), \dots, y_m(k-n+1))$$

의 함수이므로 다음과 같이 제어기를 구성한다.

$$u(k) = \frac{v(k) + y_m(k+1) - f(\mathbf{y}(k)) - \hat{\Omega}(\mathbf{y}(k), \mathbf{Y}_m(k)) \hat{\mathbf{W}}(k)}{g(\mathbf{y}(k))} \quad (10)$$

여기서

$$\hat{\Omega}(\mathbf{y}(k), \mathbf{Y}_m(k)) \hat{\mathbf{W}}(k) = \hat{\mathbf{W}}^T \mathbf{x}(\mathbf{y}(k), \mathbf{Y}_m(k)) \quad (11)$$

이제

$$v(k) = -\mathbf{F}\mathbf{x}(k), \quad (12)$$

로 하면 식 (8)는

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\{(\Omega(\mathbf{y}(k), \mathbf{Y}_m(k)) \\ & - \hat{\Omega}(\mathbf{y}(k), \mathbf{Y}_m(k)) \hat{\mathbf{W}}(k))\} \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 $\mathbf{x} = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)^T$ 이고

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -f_n & -f_{n-1} & -f_{n-2} & \dots & -f_1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\mathbf{F} = (f_n \ f_{n-1} \ \dots \ f_1)$ 는 다항식 $p(z) = z^n + f_1 z^{n-1} + \dots + f_n$ 의 모든 근이 단위원안에 있도록 선정한다. 퍼지 시스템의 일반 근사성에 의해서 미지의 외란 $\Omega(\mathbf{y}, \mathbf{Y}_m)$ 는 퍼지 시스템 $\hat{\Omega}(\mathbf{y}, \mathbf{Y}_m | \mathbf{W}^*)$ 과 복원오차 $\varepsilon(\mathbf{y}, \mathbf{Y}_m)$ 의 합으로 표현할 수 있다.

$$\Omega(\mathbf{y}, \mathbf{Y}_m) = \hat{\Omega}(\mathbf{y}, \mathbf{Y}_m | \mathbf{W}^*) + \varepsilon(\mathbf{y}, \mathbf{Y}_m) \quad (14)$$

$$|\varepsilon(\mathbf{y}, \mathbf{Y}_m)| \leq \bar{\varepsilon} \quad (15)$$

여기서 $\bar{\varepsilon}$ 는 퍼지 규칙의 수를 늘려 충분히 작게 할 수 있다. 식 (14)을 이용하면 식 (13)은 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B} \tilde{\mathbf{W}}^T(k) \mathbf{x}(\mathbf{y}(k), \mathbf{Y}_m(k)) + \varepsilon_B(k). \quad (16)$$

여기서 $\varepsilon_B(k) \equiv \mathbf{B}\varepsilon(k)$ 이고 $\tilde{\mathbf{W}} = \mathbf{W}^* - \hat{\mathbf{W}}$ 는 파라미터 오차를 나타낸다.

B. 퍼지 제어기의 학습

식 (13)의 \mathbf{A} 는 Schur stable 하고 다음의 식을 만족하도록 선택한다.

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} < -\mathbf{Q}$$

식 (12)의 \mathbf{A} 와 \mathbf{B} 에 대해서 다음 식(17)을 만족하는 \mathbf{C} 와 \mathbf{D} 가 존재하는 것을 가정한다.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} + \mathbf{Q} & \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{B} - \mathbf{C}^T \\ \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{C} & \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B} - 2\mathbf{D} \end{pmatrix} < 0 \quad (17)$$

위의 부등식은 선형행렬부등식으로 쉽게 해를 찾을 수 있다. 이제 다음과 같이 정의되는 학습신호 δ 를 생각한다.

$$\delta(k+1) = D_o x_n(k+1) + Gx(k) \quad (18)$$

여기서 $D_o \equiv D + d^o$ 이고 $G \equiv D_o F + C$. 식(18)을 정리하면

$$\begin{aligned} \delta(k+1) &= D_o x_n(k+1) + Gx(k) \\ &= D_o \{ -Fx(k) + \tilde{W}^T(k)x(y(k), Y_m(k)) + \varepsilon(k) \} \\ &\quad + Gx(k) = Cx(k) + D_o e_u(k) + \varepsilon_D(k). \end{aligned}$$

여기서 $\varepsilon_D(k) \equiv D_o \varepsilon(k)$ 이고 $e_u(k) \equiv \tilde{W}^T(k)\xi(k)$ 이다.

정리 1.

식(7)의 이산시간 플랜트를 식(10)으로 제어하는 것으로 한다. 이때 퍼지 시스템의 파라미터 \hat{W} 을 다음의 식 (19)으로 학습하면 제어오차 x 는 상시유계 (Uniform ultimate bounded, UUB) 된다.

$$\hat{W}(k+1) = \hat{W}(k) - \Delta W(k+1) \quad (19-1)$$

$$\Delta W(k+1) = -\gamma \xi(y(k), Y_m(k)) \delta(k+1) \quad (19-2)$$

여기서 γ 는 학습률로 충분히 작게 정한다.

(증명)

이제 Lyapunov 후보함수를 다음과 같이 선정한다.

$$V(k) = x^T(k)Px(k) + \frac{1}{\gamma} \tilde{W}^T(k) \tilde{W}(k). \quad (19)$$

이제 시간 차분을 계산하면

$$\begin{aligned} \Delta V &= V(k+1) - V(k) \\ &= \{ x^T(k+1)Px(k+1) - x^T(k)Px(k) \} \\ &\quad + \frac{1}{\gamma} \{ \tilde{W}^T(k+1) \tilde{W}(k+1) - \tilde{W}^T(k) \tilde{W}(k) \} \\ &= \{ (Ax(k) + Be_u(k) + \varepsilon_B(k))^T P(Ax(k) + Be_u(k) \\ &\quad + \varepsilon_B(k)) - x^T(k)Px(k) \} + \frac{1}{\gamma} \{ (\tilde{W}(k) + \Delta W(k+1))^T \\ &\quad (\tilde{W}(k) + \Delta W(k+1)) - \tilde{W}^T(k) \tilde{W}(k) \} \\ &= x^T(k)(A^T P A - P)x(k) + 2x^T(k)(A^T P B - C^T) \\ &\quad e_u(k) + 2e_u(k)D e_u(k) + e_u(k)(B^T P B - 2D)e_u(k) + \\ &\quad 2e_u(k)Cx(k) + 2\varepsilon_B^T(k)PAx(k) \\ &\quad + 2\varepsilon_B^T(k)PBe_u(k) + \varepsilon_B^T(k)P\varepsilon_B(k) \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{\gamma} \{ 2\tilde{W}^T(k)\Delta W(k+1) + \Delta W^T(k+1)\Delta W(k+1) \}$$

식(17)에 의해

$$\Delta V = -x^T(k)Qx(k)$$

$$+ 2e_u(k)(Cx + De_u(k)) + 2\varepsilon_B^T(k)PAx(k)$$

$$+ 2\varepsilon_B^T(k)PBe_u(k) + \varepsilon_B^T(k)P\varepsilon_B(k)$$

$$+ \frac{1}{\gamma} \{ 2\tilde{W}^T(k)\Delta W(k+1) + \Delta W^T(k+1)\Delta W(k+1) \}$$

이제 식(19)의 학습규칙을 생각하는데 γ 를 충분히 작게하여 다음을 가정한다.

$$\Delta W^T(k+1)\Delta W(k+1) \approx 0 \quad (20)$$

이제 (20)의 가정하에 (19)을 대입하면

$$\Delta V \leq -x^T(k)Qx(k)$$

$$+ 2\varepsilon_B^T(k)PAx(k) + 2\varepsilon_B^T(k)PBe_u(k) + \varepsilon_B^T(k)P\varepsilon_B(k)$$

$$- 2de_u^2(k) - 2e_u(k)\varepsilon_D(k)$$

$$= -x^T(k)Qx(k) + \varepsilon(k)x_1^T x(k) + \varepsilon_B^T(k)P\varepsilon_B(k)$$

$$+ 2x_2\varepsilon(k)e_u(k) - 2e_u(k)\bar{D}e_u(k)$$

$$= -x^T(k)Qx(k) + \varepsilon(k)x_1^T x(k) + \varepsilon_B^T(k)P\varepsilon_B(k)$$

$$- 2\bar{D} \left(e_u(k) - \frac{x_2\varepsilon(k)}{2\bar{D}} \right)^2 + \frac{x_2^2\varepsilon^2(k)}{2\bar{D}}$$

$$= -x^T(k)Qx(k) + \varepsilon(k)x_1^T x(k) + x_3\varepsilon^2(k)$$

$$- 2\bar{D} \left(e_u(k) - \frac{x_2\varepsilon(k)}{2\bar{D}} \right)^2$$

$$\leq -\lambda_{\min}(Q)\|x(k)\|^2 + \bar{\varepsilon}\|x_1\|\|x(k)\| + x_3\bar{\varepsilon}^2$$

$$- 2\bar{D} \left(e_u(k) - \frac{x_2\varepsilon(k)}{2\bar{D}} \right)^2$$

$$= -\lambda_{\min}(Q)(\|x(k)\| - x_4)^2 + x_5$$

$$- 2\bar{D} \left(e_u(k) - \frac{x_2\varepsilon(k)}{2\bar{D}} \right)^2$$

$$\leq -\lambda_{\min}(Q)(\|x(k)\| - x_4)^2 + x_5$$

$$\text{여기서 } x_1^T \equiv 2B^T P A, \quad x_2 \equiv \{ B^T P B - D_o \},$$

$$x_3 \equiv \frac{x_2^2}{2\bar{D}} + B^T P B, \quad x_4 = \frac{\bar{\varepsilon}\|x_1\|}{2\lambda_{\min}(Q)},$$

$$x_5 = \frac{\bar{\varepsilon}^2\|x_1\|^2 + 4\lambda_{\min}(Q)x_3\bar{\varepsilon}^2}{4\lambda_{\min}(Q)}.$$

즉 $\|x(k)\| > \rho = \bar{\rho}\bar{\varepsilon}$ 에 대하여 $\Delta V < 0$ 이고 여기서

$$\rho \equiv x_4 + \sqrt{\frac{x_5}{\lambda_{\min}(Q)}} = \left(\frac{\|x_1\| + \sqrt{\|x_1\|^2 + 4\lambda_{\min}(Q)x_3}}{2\lambda_{\min}(Q)} \right) \bar{\varepsilon}$$

$$= \bar{\rho} \varepsilon$$

$$\bar{\rho} = \frac{\|x_1\| + \sqrt{\|x_1\|^2 + 4\lambda_{\min}(Q)x_3}}{2\lambda_{\min}(Q)} \quad (21)$$

따라서 제어오차 x 는 파라미터 오차 $\|\hat{w}\|$ 가 유계되어 있다는 가정하에 $B_x \equiv \{x \mid \|x(k)\| \leq \rho\}$ 에 상시유계된다. ■

지적 1

- (1) 위의 식 (21)에서 유계한계 ρ 는 복원오차 $\bar{\varepsilon}$ 에 비례하는 것을 볼 수 있다. 따라서 퍼지 시스템의 규칙의 수를 증가시킴으로 $\bar{\varepsilon}$ 는 원하는 수준으로 줄일 수 있고 따라서 제어 오차는 원하는 수준으로 줄일 수 있다.
- (2) 기존의 적응 퍼지 제어에 대한 연구는 주로 연속시간시스템에 대하여 연구가 진행되었고 이산시간 시스템에 대한 연구는 크게 진행되지 않았다. 단지 최근에 [8-10]과 같은 연구를 찾아 볼 수 있다. 최근에 발표된 이산시간 적응 퍼지 제어기와 비교할 때 기존의 방식은 제어대상이 $y(k+1)=f(y)+u$ 라고 가정하거나 혹은 $y(k+1)=f(y)+g(y)u$ 인 경우 $f(y)$ 과 $g(y)$ 을 표현하기 위해서 두 개의 퍼지 시스템을 필요로 하였다. 그러나 본 논문은 이를 모두 $\Omega(\cdot)$ 로 흡수하여 하나의 퍼지 규칙만을 필요로 한다. 또 기존의 방식은 제어도중 피드백 선형화의 특이 현상 $\hat{g}(y, \hat{w})=0$ 을 피하기 위해 항상 복잡한 추가 제어방식이 필요하지만 본 방식은 이러한 방법을 필요로 하지 않는다.

IV. 컴퓨터 모의실험

본 모의실험에서는 다음의 식 (22)로 표현되는 독립진자의 제어 문제를 생각한다.

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= f_2(z) + g_2(z)u + \bar{d} \\ &= \frac{mlz_2^2 \sin z_1 \cos z_1 - (M+m)g \sin z_1}{m \cos^2 z_1 - 4/3l(M+m)} \\ &\quad - \frac{\cos z_1}{m \cos^2 z_1 - 4/3l(M+m)} u + \bar{d} \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 z_1 은 독립진자의 각을 나타내고 M 은 카트의

질량, m 는 막대의 질량이고 l 은 막대길이의 반이고 u 는 카트에 가하는 힘이다. 또 \bar{d} 는 외부의란을 나타낸다. 이제 Euler근사식을 이용하면 다음과 같이 이산화된다.

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= x_2(k) \\ x_2(k+1) &= f(x_1(k), x_2(k)) + g(x_1(k), x_2(k))u(k) + d(k) \end{aligned} \quad (23)$$

여기서

$$\begin{aligned} f(x_1(k), x_2(k)) &= -z_1(k) + 2z_2(k) + T_s^2 f_2(z(k)) \\ g(x_1(k), x_2(k)) &= T_s^2 g_2(z(k)) \\ d(k) &= T_s^2 \bar{d}(k) \\ x_1(k) &= z_1(k) \\ x_2(k) &= z_1(k) + T_s z_2(k) \end{aligned}$$

이고 T_s 는 샘플링 주기를 나타낸다. T_s 는 5 msec로 정하고 독립진자는 실제로 다음과 같은 파라미터를 갖는 것으로 가정한다: $M = 1\text{Kg}$, $m = 0.5\text{Kg}$, $l = 0.5\text{ m}$, $g = 9.8\text{ m/sec}^2$. 제어이득은 $f_1 = 1.2000$, $f_2 = 0.3500$ 로 선정한다. 또 선형행렬부등식을 이용하여 기타의 파라미터는 다음과 같이 선정한다.

$$\begin{aligned} \gamma &= 0.1, \quad C = (-2.8026 \quad -3.7288), \\ G &= (-0.3370 \quad 4.7248) \quad D = 5.6146, \quad d = 1.4301 \end{aligned}$$

퍼지시스템의 다음과 같은 규칙과 소속함수는 다음과 같이 선정한다.

R_{ij} : If z_1 is A_1^i and z_2 is A_2^j , then $\hat{\Omega}$ is ω_{ij}

$$\begin{aligned} \mu_{A_1^1}(z_1) &= \frac{1}{1 + \exp\left\{\frac{3(z_1 + a_1)}{w_1}\right\}} \\ \mu_{A_1^2}(z_1) &= \exp\left\{-\left(\frac{z_1 + 0.7 \times a_1}{w_1}\right)^2\right\} \\ \mu_{A_1^3}(z_1) &= \exp\left\{-\left(\frac{z_1 + 0.3 \times a_1}{w_1}\right)^2\right\} \\ \mu_{A_1^4}(z_1) &= \exp\left\{-\left(\frac{z_1}{w_1}\right)^2\right\} \\ \mu_{A_1^5}(z_1) &= \exp\left\{-\left(\frac{z_1 - 0.3 \times a_1}{w_1}\right)^2\right\} \\ \mu_{A_1^6}(z_1) &= \exp\left\{-\left(\frac{z_1 - 0.7 \times a_1}{w_1}\right)^2\right\} \end{aligned}$$

$$\mu_{A_j}(z_j) = \frac{1}{1 + \exp\left\{-\frac{3(z_j - a_j)}{w_j}\right\}}$$

여기서 $j=1,2$, $z_1 = x_1(k)$, $z_2 = x_2(k)$, $a_1 = a_2 = 1.2$ (rad), $w_j = 0.7 \times a_j$ 이다.

본 모의 실험에서 m 의 실제값은 0.5 kg이지만 우리가 알고있는 공칭값은 0.1 kg인 것으로 가정한다. 또 추가적으로 크기가 ± 0.5 이고 주기가 π 인 외부외란 \bar{w} 가 <그림 1>과 같이 발생하는 것으로 한다. 또 초기값은 $x_1(0)$ 과 $x_2(0)$ 모두 0.2로 한다.

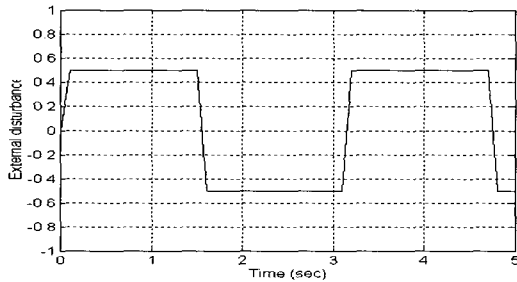


그림 1. 외부외란
Fig. 1. External disturbance.

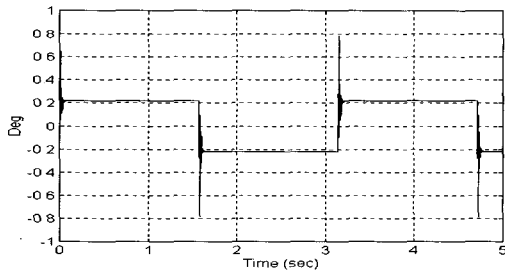


그림 2. 단순한 피드백 선형화 제어를 이용한 결과
Fig. 2. Control result of a simple feedback linearization controller.

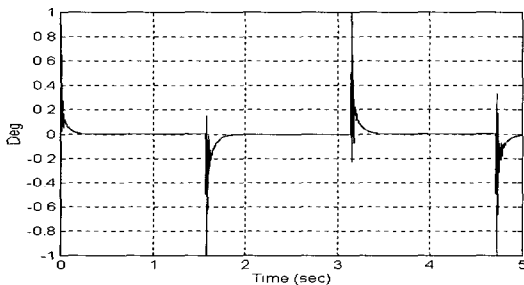


그림 3. 제안한 방법을 이용한 제어결과
Fig. 3. Control result of a suggested method.

<그림 2>는 퍼지 제어를 사용하지 않은 피드백선형 제어기의 제어 결과를 나타낸다. 그림에서 퍼지 제어를 사용하지 않은 피드백선형 제어기는 큰 제어 오차를 발생시키는 것을 볼 수 있다. <그림 3>은 제안한 제어기의 제어 성능을 보여준다. 퍼지 시스템을 사용하는 경우 제어 성능이 크게 향상되고 제어오차가 거의 발생하지 않은 것을 볼 수 있다. 즉 제안한 제어기는 내부의 파라미터 불확실성과 외부 외란에도 불구하고 주어진 제어 목적을 잘 달성하는 것을 볼 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 이산 시간 적응 퍼지 제어를 제안하였고 리아프 노프 방식을 이용하여 전체 시스템의 안정도를 보장하였다. 본 논문에서 제안된 방식은 기존의 방식과 달리 퍼지 시스템을 하나만 사용하여도 일반적인 피드백 선형화가 가능한 시스템에 적용가능하고 내부의 파라미터 불확실성과 외부 외란에도 잘 적응하는 우수한 제어 성능을 보였다. 그러나 본 방식은 주로 단일 입출력 (SISO) 시스템의 제어에 적합하고 다중 입출력 시스템 (MIMO)의 제어에 대한 연구는 계속 진행되어야 한다.

참고 문헌

- [1] J. L. Castro and M. Delgado, "Fuzzy systems with defuzzification are universal approximators," *IEEE Trans. Sys. Man and Cyber.*, vol. 26, pp. 149-152, 1996.
- [2] L. -X. Wang, *A Course in Fuzzy Systems and Control*, NJ: Prentice-Hall, 1997.
- [3] L. -X. Wang, "Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 1, no. 2, pp 146-155, Feb 1993.
- [4] J. T. Spooner and K. M. Passino, "Stable adaptive control using fuzzy systems and neural networks," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 4, no. 3, pp 339-359, Aug., 1996.
- [5] R. Ordóñez and K. M. Passino, "Stable multi-input multi-output adaptive fuzzy/neural control," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 7, no. 3, pp 345-353, Jun., 1999.

- [6] B. S. Chen, C. H. Lee and Y. C. Chang, " H^∞ tracking design of uncertain nonlinear SISO systems: adaptive fuzzy approach," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 4, no. 1, pp 32-43, Feb., 1996.
- [7] W. -Y. Wang, M. -L. Chan, C. -C. Hsu, and T. -T. Lee, " H^∞ tracking-based sliding mode control for uncertain nonlinear systems via an adaptive fuzzy-neural approach," *IEEE Trans. Sys. Man and Cyber., -Part B: Cyber.*, vol. 32, No. 4, pp. 483-492, 2002.
- [8] S. Jagannathan, M. W. Vandergrift, and F. L. Lewis, "Adaptive fuzzy logic control of discrete-time dynamical systems," *Automatica*, vol. 36, pp. 229-241, 2000.
- [9] Q. Song, J. Xiao, and Y. Soh, "Robust backpropagation training algorithm for multi-layered neural tracking controller," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 10, no. 5, pp. 1133-1141, 1999.
- [10] S. Jagannathan, "Adaptive fuzzy logic control of feedback linearizable discrete-time dynamical systems under persistence of excitation," *Automatica*, vol. 34, no. 11, pp. 1295-1310, 1998.

저 자 소 개



金 殷 泰(正會員)

1992년 2월 : 연세대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1994년 2월 : 연세대학교 전자공학과 석사과정 졸업(공학석사). 1999년 2월 : 연세대학교 전자공학과 박사과정 졸업(공학박사). 1999년 3월~2002년 2월 : 국립한경대학교 제어계측공학과 조교수. 2002년 3월~현재 : 연세대학교 전기전자공학부 조교수. 2003년 : University of Alberta, visiting researcher, 1998년~현재 : IEEE TFS, IEEE SMC, IEEE CAS, FSS등에서 심의위원으로 활동중. <주관심분야 : Computational intelligence, 지능형로봇>