

군집 선행차량의 원격제어를 위한 통신 채널의 최적 스케줄링

Optimal Communication Channel Scheduling for Remote Control of Lead Vehicle in a Platoon

황 태 현, 최 재 원*

(Tae Hyun Fang and Jae Weon Choi)

Abstract : A remote control strategy for vehicles in Intelligent Vehicle Highway System (IVHS) is considered. An optimal scheduling of a limited communication channel is proposed for lead vehicle control in a platoon. The optimal scheduling problem is to find the optimal communication sequence that minimizes the cost obtained inherently by an optimal control without the communication constraint. In this paper, the PID control law which guarantees the string stability is used for the lead vehicle control. The fact that the PID control law is equivalent to the approximately linear quadratic tracker allows to obtain the performance measure to find an optimal sequence. Simulations are conducted with five maneuvering platoons to evaluate the optimality of the obtained sequence.

Keywords : channel scheduling, lead vehicle control, remote-controlled platooning

I. 서론

IVHS(Intelligent Vehicle and Highway System)는 컴퓨터, 전자제어, 센서 등의 첨단 시스템을 이용하여 차량의 주행 안전 거리를 현저히 줄임으로써 도로상의 단위 시간당 주행할 수 있는 차량의 수를 증가시키는 것을 목표로 한다 [1]. 차량 충돌을 방지하면서 차량 사이의 간격을 현저히 줄일 수 있는 방안으로서 군집주행(platooning)이 매우 효과적인 것으로 알려져 있다[2][3]. 군집(platoon)은 10대 내외의 차량들로 구성되며, 군집내의 모든 추종차량(following vehicle)은 매우 작은 차간거리를 유지하면서 선행차량(preceding vehicle)을 뒤따른다. 추종차량에 대한 제어는 이론적인 면과 실험적인 면에서 이미 충분히 연구되고 있다 [2]-[5].

기존의 군집주행 장점을 그대로 유지하면서 일정 도로상의 전체 차량을 직접적으로 관리할 수 있는 시스템을 개발한다면 더욱 효과적인 IVHS를 구현할 수 있을 것으로 기대할 수 있다. 이를 위해 군집(platoon)의 선두에서 군집을 이끄는 선도차량(lead vehicle)을 원격지에 소재한 관제소(control station)에서 원격제어(remote control) 하는 시스템을 고려한다. 관제소를 통한 차량의 원격제어가 도로의 통행량을 극대화할 수 있을 것이라는 것은 분명하다. 그러나, 이러한 접근방법은 관제소에서 행하여야 하는 계산량 및 차량과 관제소간 통신량의 과도한 부담 때문에 회피되어 왔다[1]. 본 연구에서는 이와같이 지적되어온 선도차량의 원격제어를 구현하기 위해 필요한 과도한 통신량을 감소시키는 방법의 하나인 채널 스케줄링(channel scheduling) 문제를 다룬다.

도로상의 차량은 차량간의 안전거리(safety distance)를 유

지하면서 선행차량을 추종하는 기본 운행(default operation)을 시행함과 동시에, 군집의 병합(merge), 분리(split), 차선변경(lane change)과 같은 기동 운행(manuevering operation)이 필요한 상황에 처하게 된다[1][6][7]. 군집의 병합, 분리, 차선변경 등과 같은 기동 운행은 기본 운행에 비해 급속한 제어입력의 변화를 필요로 한다. 차량의 원격제어 시스템에서 관제소는 각각의 차량에 필요한 서로 다른 제어입력을 송신하여야 하지만 통신 시스템이 가지는 대역폭이 이를 충분히 지원하지 못하는 상황이 발생할 수 있다. 그러나 도로상의 모든 차량들에 기동이 발생하는 것은 아니므로, 급격한 제어입력의 변화가 발생하는 차량에 통신 자원을 보다 많이 할당한다면 한정된 대역폭 내에서 효과적으로 전체 차량을 제어하는 시스템을 구성할 수 있다.

제한된 통신 대역폭 문제를 해결하기 위하여 통신 채널(communication channel)을 효과적으로 할당하는 기법을 채널 스케줄링(channel scheduling) 또는 시스템 스위칭(system switching)이라고 하는데, 최근 이 분야에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다[8]-[11]. 그림 1은 간단한 채널 스케줄링 문제를 나타내는 것이다. 제어기(controller)는 각 타임슬롯(time slot)에서 모두 두 개의 플랜트 중 하나의 플랜트에만 접근할 수 있다. 이때, 채널 스케줄링 문제는 제어 목적 달성을 위해 어떤 시퀀스가 가장 뛰어난 성능을 내는가를 결정하는 것이다. 참고문헌 [9]-[11]은 LQ 제어기가 선형 시스템에 적용되었을 때 최적 채널 스케줄링을 구하는 문제를 제시하고 있다. 선형 시스템의 제어에서는 채널 스케줄링이 2차의 판단기준(quadratic criteria) 하에서 오프라인(off-line)으로 결정될 수 있다. 최적 채널 스케줄링은 통신 대역폭의 제한이 없는 경우에 구해진 LQ 제어 시스템의 최적 가격(optimal cost)을 최소화하는 통신 시퀀스를 결정하는 문제로 요약할 수 있다.

군집의 선도차량은 자기 자신의 안정성을 확보하여야 할

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2003. 3. 21., 채택확정 : 2003. 8. 11.

황태현, 최재원 : 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소

(hevhai@pusan.ac.kr/choijw@pusan.ac.kr)

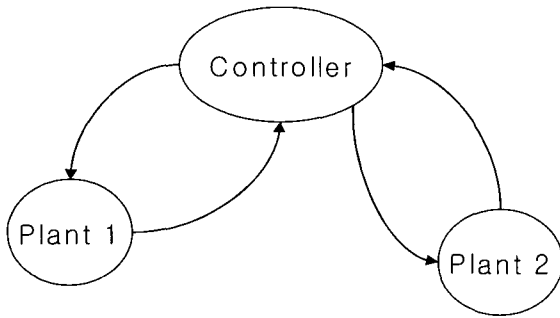


그림 1. 간단한 채널 스케줄링 문제.
Fig. 1. A simple channel scheduling problem.

뿐만 아니라 이웃한 군집과의 관계로부터의 안정성도 확보하여야 한다. 후자는 선행 군집과의 거리오차가 추종 군집과의 거리오차로 증폭되지 않음을 의미하며 이를 스트링 안정성(string stability)이라고 한다. 차량 주행의 스트링 안정성을 보장하기 위한 조건은 참고문헌 [2][6][12]-[14] 등을 통하여 제시되었다. 스트링 안정성을 보장하기 위해서는 제어 파라미터가 스트링 안정성 조건을 만족하도록 신중히 설계되어야 하기 때문에 LQ 제어기로써 스트링 안정성을 확보하려는 시도는 부적절하다고 할 수 있다. Godbole와 Lygeros[6]는 스트링 안정성을 만족하는 PID 제어를 제안하였다. 이때, 약간의 대수적 조작을 통하여 페루프 시스템이 근사 최적 LQ 추적기(approximately optimal LQ tracker)를 적용했을 때의 페루프 시스템과 등가인 것을 확인할 수가 있다. 차량의 제어가 LQ 제어 시스템으로 표현된다면, 최적 스케줄링 문제를 푸는 것이 가능하다. 본 논문에서는 이러한 일련의 과정을 정립하고, 군집 선도차량의 제어에 대한 최적 시퀀스를 구하는 기법을 제시한다. 마지막으로 Godbole와 Lygeros가 제시한 수치를 적용한 시뮬레이션을 통하여 제안된 기법의 타당성을 고찰한다.

II. 배경 지식

그림 2에 도시한 바와 같이 도로상에서 같은 차선으로 운행하고 있는 M개의 군집에 대해 고려해 보자. 선두의 군집을 1로 표기하고, 각 군집은 하나의 이상의 차량으로 구성된다. 그리고 그림에서 Z_i 는 i번째 군집의 선도차량을 의미한다. 도로에는 경사가 없고 바람에 의한 영향은 미약하여 무시할 수 있다고 가정할 때, i번째 군집 선도차량의 종방향 운동 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다[2].

$$m_i \ddot{x}_i = m_i \xi_i - W_i \dot{x}_i^2 - D_i \tag{1}$$

$$\xi_i = -\frac{\xi_i}{\tau_i(\dot{x}_i)} + \frac{z_i}{m_i \tau_i(\dot{x}_i)} \tag{2}$$

여기서, 아래첨자 i는 도로상 i번째 군집의 선도차량을 나타내고, x_i 는 임의의 고정된 기준점에 대한 차량의 위치를 나타낸다. m_i 는 차량의 질량을, τ_i 는 엔진의 시상수(time constant)를, z_i 는 엔진입력을, ξ_i 는 엔진출력을 차량의 질량으로 나눈 값을, W_i 는 공기항력 계수(aerodynamic drag

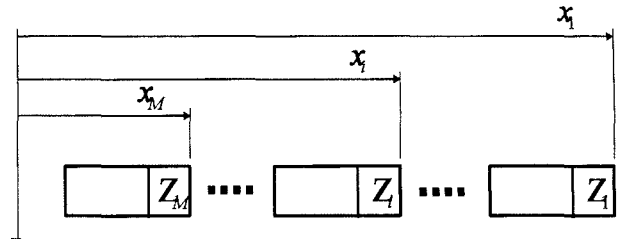


그림 2. 동일한 차선에서 주행하는 M개의 군집.
Fig. 2. M platoons traveling in the same lane.

coefficient)를, 그리고 D_i 는 기계적 항력(mechanical drag)을 각각 나타낸다.

ξ_i 에 대하여 (1)을 정리한 식을 (2)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\xi_i = -\frac{1}{\tau(\dot{x}_i)} \left[\dot{x}_i + \frac{W_i}{m_i} \dot{x}_i^2 + \frac{D_i}{m_i} \right] + \frac{z_i}{m_i \tau(\dot{x}_i)} \tag{3}$$

(1)을 시간에 대하여 미분하고 ξ_i 에 대하여 정리한 식을 (3)에 대입하면 다음과 같은 비선형 3차 상미분 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d^3}{dt^3} x_i = b_i(\dot{x}_i, \ddot{x}_i) + a_i(\dot{x}_i) z_i \tag{4}$$

여기서, b_i 와 a_i 는 각각 다음과 같다.

$$b_i = -2 \frac{W_i}{m_i} \dot{x}_i \ddot{x}_i - \frac{1}{\tau(\dot{x}_i)} \left[\dot{x}_i + \frac{W_i}{m_i} \dot{x}_i^2 + \frac{D_i}{m_i} \right] \tag{5}$$

$$a_i = \frac{1}{m_i \tau(\dot{x}_i)} \tag{6}$$

차량의 종방향 제어기 설계를 위하여 차량의 상태값과 모델의 파라미터에 대한 다음과 같은 간략화를 위한 가정을 한다. 첫째, 전상태(full state) 피드백을 위하여 차량의 전상태($x_i, \dot{x}_i, \ddot{x}_i$)는 직접 측정 가능하다. 둘째, m_i, D_i, W_i, τ_i 는 알려져 있다. 이러한 가정은 피드백에 의한 선형화를 가능하게 한다.

특정한 비선형 시스템에서 피드백 제어입력을 적절히 선정하면 선형의 페루프 시스템을 구성할 수 있다. 이것은 피드백 선형화(feedback linearization) 기법으로 알려져 있다 [15]. 주어진 시스템 (4)에 대해 다음과 같은 제어입력을 선정한다면 선형화된 시스템을 구할 수 있다.

$$z_i = \frac{1}{a(\dot{x}_i)} [-b(\dot{x}_i, \ddot{x}_i) + u_i] \tag{7}$$

결과적으로 구해진 선형화된 시스템은 다음과 같으며, 차량의 제어를 위해서는 선형 시스템에서 입력 u_i 를 적절히 선정하기만 하면 된다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_i \\ \dot{x}_i \\ \ddot{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ \dot{x}_i \\ \ddot{x}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_i \tag{8}$$

III. 선도 차량의 제어

선도차량에 대한 제어기는 크게 두가지의 임무를 시행할 수 있도록 설계되어야 한다. 첫째는 안전거리(safety distance)를 유지하면서 선행 군집을 추종하는 것이다. 안전거리는 앞선 군집이 최고의 감속으로 정지한다고 할지라도 뒤따르는 군집이 충돌을 회피할 수 있도록 설정된다. 안전거리는 다음과 같이 정의된다.

$$S_i = \lambda_v \dot{x}_i + \lambda_p \tag{9}$$

여기서, λ_v 와 λ_p 는 상수 설계 파라미터이다. L_{i-1} 을 $(i-1)$ 번째 군집의 길이라고 할 때, 군집간의 거리는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d_i = x_{i-1} - x_i - L_{i-1} \tag{10}$$

둘째는 다른 군집으로의 병합(merge), 소속 군집으로부터의 분리(split), 이웃 차선으로의 차선 변경을 위한 기동 명령을 수행하는 것이다. 군집간의 안전거리에 대한 군집간 거리(interplatoon distance) 오차를 다음과 같이 표현한다.

$$e_i = d_i - S_i = x_{i-1} - x_i - L_{i-1} - (\lambda_v \dot{x}_i + \lambda_p) \tag{11}$$

기본운행을 위한 조건은 $e_i = 0$ 을 유지하는 것이다. 이러한 조건을 유지하기 위한 PID 제어기는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_i = c_p e_i + c_v \dot{e}_i + c_a \ddot{e}_i + k_{a2}(\dot{x}_i - \dot{x}_i(0)) + k_{a1}(\ddot{x}_i - \ddot{x}_i(0)) \tag{12}$$

여기서, $\dot{x}_i(0)$ 와 $\ddot{x}_i(0)$ 는 정상상태에서의 속도와 가속도를 각각 나타낸다. (11)의 양변을 시간에 대하여 세 번 미분하면, 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d^3}{dt^3} e_i = \frac{d^3}{dt^3} x_{i-1} - \frac{d^3}{dt^3} x_i - \lambda_v \frac{d^4}{dt^4} x_i \tag{13}$$

(8)로부터 (12)의 u_i 는 $(d^3/dt^3)x_i$ 와 동일함을 알 수 있다. 따라서, (12)를 (13)에 대입하고 Laplace 변환을 적용하면, 군집 $i-1$ 에 대한 안전거리 오차와 군집 i 에 대한 안전거리 오차의 관계를 나타내는 다음과 같은 전달함수를 구할 수 있다.

$$H(s) = \frac{e_i(s)}{e_{i-1}(s)} = \frac{N(s)}{D(s)} \tag{14}$$

여기서, $N(s)$ 와 $D(s)$ 는 각각 다음과 같다.

$$N(s) = c_a s^2 + c_v s + c_p \tag{15}$$

$$D(s) = (1 + \lambda_v c_a) s^3 + (c_a + \lambda_v c_v - k_{a1}) s^2 + (c_v + \lambda_v c_p - k_{a2}) s + c_p \tag{16}$$

제어 설계 파라미터 c_a , c_v , c_p , k_{a1} , k_{a2} 는 다음과 같은 조건을 만족하도록 선정되어야 한다. 즉, 첫째 $D(s)$ 가 안정한 극점을 가지고, 둘째 오버슈트가 발생하지 않도록

모든 시간 t 에 대하여 임펄스 응답 $h(t)$ 가 0보다 큰 값을 가지며 마지막으로, 모든 주파수 영역에 대하여 $\|H(j\omega)\|$ 가 1보다 작은 값을 가져야 한다. 세 번째 조건은 외란에 의한 영향의 감쇠와 슬링키 효과(slinky effect)를 피하기 위해 필요하다. 여기서, 슬링키 효과란 추종하고자 하는 차량의 거동에 대해 시간지연을 가지고 반응하는 것을 의미한다. 제어기가 이와같은 조건들을 모두 만족하면 페루프 시스템은 스트링 안정(string stable)하다고 한다. 스트링 안정성에 대한 보다 자세한 설명은 참고문헌 [2][6][12]-[14]를 참고하기 바란다. 자동 차량 추종 시스템에서 스트링 안정성이 보장된다는 것은 차량간 안전거리 오차가 뒤 차량으로 증폭되지 않다는 것을 의미한다. 이것은 차량 추종 제어기 설계에서 필수적으로 요구된다.

군집의 병합 기동은 초기의 군집간 거리 및 속도 차이를 원하는 군집간 거리 및 속도로 변경하는 것이라 할 수 있다. 따라서 이를 위한 피드백 제어기는 다음과 같이 설계될 수 있다.

$$u_i = \frac{d^3}{dt^3} x_d + k_{b1}(\dot{x}_i - \dot{x}_d) + k_{b2}(\ddot{x}_i - \ddot{x}_d) + k_{b3}(x_i - x_{i-1} - L_{i-1} + x_d) \tag{17}$$

여기서, x_d , \dot{x}_d , \ddot{x}_d 는 차량의 원하는 위치, 속도, 가속도를 각각 나타낸다. 이러한 값은 차량 자체가 가지는 최대 가속, 감속, 저크의 한계 내에서 차량의 초기 위치 및 속도와 말단 위치 및 속도의 차이를 점차적으로 제거하는 방향으로 결정된다.

군집의 분리 기동은 초기 군집 내부의 차량간 거리(intraplatoon distance)와 속도 차이를 군집간 안전거리와 원하는 속도 차이로 변경하는 것이다. 분리를 위한 제어기는 다음과 같이 설계된다.

$$u_i = \frac{d^3}{dt^3} x_d + k_{c1}(\dot{x}_i - \dot{x}_d) + k_{c2}(\ddot{x}_i - \ddot{x}_d) + k_{c3}(x_i - x_{i-1} - L_{i-1} + x_d + S_{safe} - S_{safed}) \tag{18}$$

여기서, x_d , \dot{x}_d , \ddot{x}_d 는 병합의 경우와 유사하게 결정되는 원하는 위치, 속도, 가속도를 각각 나타낸다. S_{safe} 는 현재 속도를 기준으로 도출된 군집간 안전거리를 나타내고 S_{safed} 은 궤적 계산에 사용된 안전거리를 나타낸다.

본 논문에서는 차량의 횡방향 거동은 따로 고려하지 않는다. 차량이 횡방향으로는 등속으로 이동한다고 가정하면, 차선변경 기동은 군집 분리 기동과 같은 형태로 볼 수 있다. 즉, 안전한 차선 변경이 가능한 위치로 이동하는 것은 분리 기동으로 이루어 질 수 있기 때문이다.

IV. PID 제어기와 등가인 LQ 추적기

(8)의 시스템에 대한 LQ 추적기를 고려해 보자.

$$\dot{x}_i = A_c x_i + B_c u_i \tag{19}$$

여기서, $x_i = [x_i \ \dot{x}_i \ \ddot{x}_i]^T$ 이고 아래첨자 c 는 연속시간 시스템을 나타낸다. 이때, 최적 추적 제어를 위한 가격함수(cost function)가 다음과 같이 주어진다.

$$J_i(t_0) = \frac{1}{2} [x_i(t_f) - y_i(t_f)]^T P_{c,t_f} [x_i(t_f) - y_i(t_f)] + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [(x_i - y_i)^T Q_c (x_i - y_i)] + u_i^T R_c u_i dt \quad (20)$$

$P_{c,t_f} \geq 0, Q_c \geq 0, R_c > 0$ 이 성립한다고 가정한다. 또한 $D_c D_c^T = Q_c$ 를 만족하는 D_c 에 대하여 (D_c, A_c) 이 검출가능(detectable)하고 (A_c, B_c) 이 안정가능(stabilizable) 하다면 최적 입력을 다음과 같이 구할 수 있다[16].

$$u_i = -R_c^{-1} B_c^T P_c x_i + R_c^{-1} B_c^T v_i \quad (21)$$

$P_c(t)$ 는 다음과 같은 Riccati 방정식을 만족하는 양의 반한정(positive semi-definite) 대칭 행렬이다.

$$\dot{P}_c = -A_c^T P_c - P_c A_c + P_c B_c R_c^{-1} B_c^T P_c - Q_c \quad (22)$$

여기서, 경계치 조건은 $P_c(t_f) = P_{c,t_f}$ 이다. 또한 v_i 는 기준 입력(reference input) y_i 가 주어졌을 때 페루프 시스템의 어드조인트 입력(adjoint input)이며 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{v}_i = -(A_c - B_c R_c^{-1} B_c^T P_c)^T v_i - Q_{c,y} y_i \quad (23)$$

여기서, 경계치 조건은 $v_i(t_f) = P_{c,t_f} y_i(t_f)$ 이다.

y_i 가 시간에 따라 천천히 변한다면 $\dot{v}_i = 0$ 로 가정하는 근사 최적 LQ 추적기(approximately optimal LQ tracker)를 다음과 같이 가정할 수 있다[17].

$$v_i = -(A_c^T - B_c^T R_c^{-1} B_c P_c)^{-1} Q_{c,y} y_i \quad (24)$$

이때, 근사 최적 추적기의 페루프 시스템은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\hat{x}}_i = (A_c - B_c R_c^{-1} B_c^T P_c) x_i - B_c R_c^{-1} B_c^T (A_c^T - B_c^T R_c^{-1} B_c P_c)^{-1} Q_{c,y} y_i \quad (25)$$

(8)의 시스템 행렬과 입력 행렬을 (25)의 A_c 와 B_c 에 직접 대입하면, 상태값 \hat{x}_i 에 대한 페루프 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{d^3}{dt^3} x_i = \begin{bmatrix} -\frac{P_{c,31}}{R_c} & -\frac{P_{c,32}}{R_c} & -\frac{P_{c,33}}{R_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ \dot{x}_i \\ \ddot{x}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{Q_{c,11}}{P_{c,31}} & \frac{Q_{c,12}}{P_{c,31}} & \frac{Q_{c,13}}{P_{c,31}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{i,1} \\ y_{i,2} \\ y_{i,3} \end{bmatrix} \quad (26)$$

여기서, $P_{c,lm}$ 과 $Q_{c,lm}$ 은 각각 P_c 과 Q_c 의 l 번째 행과 m 번째 열의 요소를 나타낸다. 이와 유사하게 $y_{i,l}$ 은 y_i 의 l 번째 행의 요소를 나타낸다. 단일 입력이 사용되므로 (25)에서 R_c 는 스칼라 값이다.

(8)로부터 $(d^3/dt^3)x_i = u_i$ 이 성립하므로 선도차량에 대한 제어기 (12), (17), (18)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{d^3}{dt^3} x_i = [a_1 \ a_2 \ a_3] \begin{bmatrix} x_i \\ \dot{x}_i \\ \ddot{x}_i \end{bmatrix} + [\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3] \begin{bmatrix} y_{i,1} \\ y_{i,2} \\ y_{i,3} \end{bmatrix} \quad (27)$$

(26)과 (27)로부터 선도차량 PID 제어기를 적용한 페루프 시스템은 근사 최적 LQ 추적기를 적용한 페루프 시스템과 같은 형태를 가지는 것을 알 수 있다. 따라서, 선도차량 PID 제어기가 미리 설계되지만 하면 (26)과 (27)을 비교하여 등가의 근사 최적 LQ 추적기를 구할 수 있다. 즉, 상태 가중 행렬과 입력 가중 행렬이 PID 설계 파라미터로 표현될 수 있다. 이것은 스트링 안정성을 만족하도록 설계된 선도차량 PID 제어기가 최적 제어 관점에서 고려될 수 있다는 것을 의미한다. 최적 제어기를 도입하는 것은 최적 제어기가 제공하는 최적 가격(optimal cost)이 채널 스케줄링 문제에서 최적 시퀀스를 구하기 위한 가격함수로 이용되기 때문이다. 최적 시퀀스에 대한 자세한 내용은 다음 장에서 기술하기로 한다.

(26)과 (27)을 비교하면 다음과 같은 관계식을 구할 수 있다.

$$P_{c,31} = -R_c a_1, \ P_{c,32} = -R_c a_2, \ P_{c,33} = -R_c a_3 \quad (28)$$

$$Q_{c,11} = \beta_1 P_{c,31}, \ Q_{c,12} = \beta_2 P_{c,31}, \ Q_{c,13} = \beta_3 P_{c,31} \quad (29)$$

또한 Riccati 방정식으로부터 다음과 같은 관계식을 구할 수 있다.

$$\dot{P}_{c,11} = \frac{P_{c,13}^2}{R_c} - Q_{c,11} \quad (30)$$

$$\dot{P}_{c,12} = \dot{P}_{c,21} = \frac{P_{c,13} P_{c,23}}{R_c} - P_{c,11} - Q_{c,12} \quad (31)$$

$$\dot{P}_{c,13} = \dot{P}_{c,31} = \frac{P_{c,13} P_{c,33}}{R_c} - P_{c,12} - Q_{c,13} \quad (32)$$

$$\dot{P}_{c,22} = \frac{P_{c,23}^2}{R_c} - 2P_{c,12} - Q_{c,22} \quad (33)$$

$$\dot{P}_{c,23} = \dot{P}_{c,32} = \frac{P_{c,23} P_{c,33}}{R_c} - P_{c,13} - P_{c,22} - Q_{c,23} \quad (34)$$

$$\dot{P}_{c,33} = \frac{P_{c,33}^2}{R_c} - 2P_{c,23} - Q_{c,33} \quad (35)$$

R_c, a_1, a_2, a_3 는 모두 상수이므로 (28)로부터 $P_{c,31} = 0, P_{c,32} = 0, P_{c,33} = 0$ 인 것을 알 수 있다. 이러한 사실을 바탕으로 (30), (31), (33)로부터 $P_{c,11} = 0, P_{c,12} = 0, P_{c,22} = 0$ 이 성립함을 확인할 수 있다. 그러므로 $P_c = 0$ 이 성립한다. 이때, (28)-(35)의 관계식으로부터 다음과 같은 상태 가중 행렬을 구할 수 있다.

$$Q_c = R_c \begin{bmatrix} -\alpha_1 \beta_1 & -\alpha_1 \beta_2 & -\alpha_1 \beta_3 \\ -\alpha_1 \beta_2 & (\alpha_2^2 - 2\alpha_1 \alpha_3 - 2\alpha_1 \beta_3) & Q_{c,23} \\ -\alpha_1 \beta_3 & Q_{c,23} & (\alpha_3^2 + 2\alpha_2) \end{bmatrix} = R_c Q_c \quad (36)$$

여기서, $Q_{c,23}$ 은 임의의 실수이며 Q_c 가 양의 반한정 (positive semi-definite) 행렬이 되도록 선정되어야 한다.

본 연구는 M 대의 선도차량 전체를 하나의 시스템으로 고려하여 제어를 수행한다. 이때, 선도차량 운동의 상태값에 대한 가중(weighting)은 각각의 선도차량에 대하여 동일하여야 한다. 이것은 전체 선도차량을 매 타임슬롯마다 순차적으로 제어한다고 할지라도 각 선도차량의 주행 안정성은 동일하게 취급되어야 하기 때문이다. 결론적으로 각 선도차량 제어기의 상태가중 행렬 Q_c 는 모두 같아야 한다.

선도차량에 대한 제어는 앞에서 언급한 것과 같이 안전거리 유지 제어와 기동명령 수행 제어로 나뉘어 질 수 있다. 안전거리 유지 제어는 제어입력이 차량에 가해지는 크기의 변동이 작고 기동명령 제어는 크기의 변동이 크다. 식 (36)에서 $R_c > 0$ 는 Q_c 의 양의 반한정 조건을 해치지 않으므로 각각의 제어 모드에서 상태가중 행렬이 같아지도록 R_c 를 조절할 수 있다. 안전거리 유지 제어를 위한 임의로 선정된 입력가중 행렬을 R_{cc} 라고 할 때, 기동명령 수행 제어를 위한 입력가중 행렬 R_{cm} 은 다음과 같이 결정될 수 있다.

$$R_{cm} = \frac{R_{cc}}{3} \text{trace}(\Omega_{cc}\Omega_{cm}^{-1}) \quad (37)$$

여기서, Ω_{cc} 와 Ω_{cm} 은 각각 안전거리 유지 제어와 기동명령 수행 제어의 상태가중 행렬을 구성하는 행렬이다.

V. 최적 시퀀스 결정

본 연구에서는 다음과 같은 M 개의 군집 선도차량에 대해 확장된(augmented) 이산시간 상태공간 시스템의 최적 스위칭 시퀀스를 구하는 문제를 다룬다.

$$X(n+1) = \Phi X(n) + \Gamma u(n) \quad (38)$$

여기서, $X \in \mathbb{R}^{3M \times 1}$ 는 확장된 상태공간 벡터를 나타내고 $u \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ 는 제어입력 벡터를 나타낸다. 시스템 행렬과 입력 행렬은 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} A & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & A \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3M \times 3M} \quad (39)$$

$$\Gamma_i = \begin{bmatrix} \delta_{i1} B \\ \vdots \\ \delta_{ij} B \\ \vdots \\ \delta_{iM} B \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3M \times 1}, \text{ for } \begin{cases} \delta_{ij} = 1, & \text{if } i=j \\ \delta_{ij} = 0, & \text{if } i \neq j \end{cases} \quad (40)$$

이때, 입력 행렬 Γ 는 M 개의 집합 $\{\Gamma_i\}$, $i=1,2,\dots,M$ 으로부터 각 타임슬롯마다 제어기에 의해 선택되는 행렬이다.

결국 최적 스위칭 시퀀스를 찾는 문제는 (41)을 최소화시키는 시퀀스 $K(0, N) = \{k(0), k(1), \dots, k(N)\}$ 을 결정하는 문제로 귀착된다. 이것은 가격함수를 최소화시키는 $\Gamma = \Gamma_{k(n)}$ 와 $R = R_{k(n)}$ 을 모든 타임슬롯에서 결정하는 문제와 동일하다.

$$J(G(\cdot), K(0, N)) = \frac{1}{2} X^T(N) P_N X(N) + \sum_{n=0}^{N-1} \left[\frac{1}{2} (Y(n) - X(n))^T Q (Y(n) - X(n)) + \frac{1}{2} u^T(n) R_{k(n)} u(n) \right] \quad (41)$$

여기서, G 는 피드백 게인 행렬을 나타낸다. $Q \in \mathbb{R}^{3M \times 3M}$ 는 이산화된 상태가중 행렬이며, Q_{ci} 를 i 번째 차량에 대한 상태가중 행렬이라고 할 때, 다음과 같이 구해진다.

$$Q = \begin{bmatrix} TQ_{c1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & TQ_{cM} \end{bmatrix} \quad (42)$$

T 는 샘플링 주기를 나타내고 TQ_{ci} 는 Q_{ci} 가 근사적으로 이산화된 행렬을 나타낸다. 또한, R_{ci} 를 i 번째 차량에 대한 입력가중 값이라고 할 때, 입력가중 값 R 은 M 개의 집합 $\{TR_i\}$, $i=1,2,\dots,M$ 으로부터 각 타임슬롯마다 제어기에 의해 선택되는 값이다.

모든 가능한 시퀀스의 집합을 $\kappa(n, N)$ 이라고 할 때, $K(n, N) \in \kappa(n, N)$ 가 고정되어 있다고 가정하면, (38)과 (41)은 표준 LQ 추적기 문제가 된다. 이때, 획득가능한 최소 가격함수는 다음과 같이 표현된다.

$$J(K(n, N)) = \frac{1}{2} X^T(n) P_{K(n, N)} X(n) - X^T(n) V_{K(n, N)} + w_{K(n, N)} \quad (43)$$

여기서, $P_{K(n, N)}$ 은 최종값으로 P_N 을 가지고 다음과 같은 식의 후방전파(backward propagation)를 통하여 구해지는 양의 반한정 대칭행렬이다.

$$P_{K(n, N)} = \Phi^T [P_{K(n+1, N)} - P_{K(n+1, N)} \Gamma_{k(n)} \times (\Gamma_{k(n)}^T P_{K(n+1, N)} \Gamma_{k(n)} + R_{k(n)})^{-1} \times \Gamma_{k(n)}^T P_{K(n+1, N)}] \Phi + Q \quad (44)$$

또한 $V_{K(n, N)}$ 은 최종값이 $P_N Y(N)$ 이고 다음 식을 만족한다.

$$V_{K(n, N)} = [\Phi - \Gamma_{k(n)} (\Gamma_{k(n)}^T P_{K(n+1, N)} \Gamma_{k(n)} + R_{k(n)})^{-1} \times \Gamma_{k(n)}^T P_{K(n+1, N)}]^T V_{K(n+1, N)} + Q Y(n) \quad (45)$$

보조 시퀀스 $w_{K(n, N)}$ 의 최종값은 $(1/2) V_{K(N, N)}^T P_N \times V_{K(N, N)}$ 이며 다음 식을 만족한다.

$$w_{K(n, N)} = w_{K(n+1, N)} + \frac{1}{2} Y^T(n) Q Y(n) - \frac{1}{2} V_{K(n+1, N)}^T \Gamma_{k(n)} \times (\Gamma_{k(n)}^T P_{K(n+1, N)} \times \Gamma_{k(n)}^T P_{K(n+1, N)} + R_{k(n)})^{-1} \Gamma_{k(n)}^T V_{K(n+1, N)} \quad (46)$$

(26)과 (27)로부터, 구해진 제어기는 최종시간이 무한대인 근사 LQ 추적기(infinite-time approximately optimal LQ tracker)인 것을 알 수 있다. 따라서, (43)은 다음과 같이 표현된다.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} J(K(n, N)) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2} X^T(n) P_{K(n, N)} X(n) - X^T(n) V_{K(n, N)} + w_{K(n, N)} \quad (47)$$

근사 최적 LQ 추적기는 현재 시간에서의 기준입력이 최종 시간까지 변하지 않는다는 가정을 하고 있다. 따라서, $w_{K(n, N)}=0$ 이라고 할 때, $w_{K(n, N)}$ 은 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$w_{K(n, N)} = \left(\frac{N-n}{2} \right) Y^T(n) Q Y(n) - \frac{1}{2} \sum_{l=n}^{N-1} [V_{K(l+1, N)}^T \Gamma_{K(l)} (\Gamma_{K(l)}^T P_{K(l+1, N)} \Gamma_{K(l)} + R_{K(l)})^{-1} \Gamma_{K(l)}^T V_{K(l+1, N)}] \quad (48)$$

(48)을 (47)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} J(K(n, N)) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2} X^T(n) P_{K(n, N)} X(n) - X^T(n) V_{K(n, N)} \\ &+ \left(\frac{N-n}{2} \right) Y^T(n) Q Y(n) - \frac{1}{2} \sum_{l=n}^{N-1} [V_{K(l+1, N)}^T \Gamma_{K(l)} \\ &\times (\Gamma_{K(l)}^T P_{K(l+1, N)} \Gamma_{K(l)} + R_{K(l)})^{-1} \Gamma_{K(l)}^T V_{K(l+1, N)}] \quad (49) \\ &\approx \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{N-n}{2} \right) Y^T(n) Q Y(n) - \frac{1}{2} \sum_{l=n}^{N-1} [V_{K(l+1, N)}^T \\ &\times (\Gamma_{K(l)}^T P_{K(l+1, N)} \Gamma_{K(l)} + R_{K(l)})^{-1} \Gamma_{K(l)}^T V_{K(l+1, N)}] \end{aligned}$$

최종적으로 최적 시퀀스를 찾는 문제는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\min_{K(n, N) \in \mathcal{K}(n, N)} \lim_{N \rightarrow \infty} J(K(n, N)) \quad (50)$$

또한 (49)를 이용하면 위 식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\max_{K(n, N) \in \mathcal{K}(n, N)} \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{l=n}^{N-1} V_{K(l+1, N)}^T \Gamma_{K(l)} \times (\Gamma_{K(l)}^T P_{K(l+1, N)} \Gamma_{K(l)} + R_{K(l)})^{-1} \Gamma_{K(l)}^T V_{K(l+1, N)} \quad (51)$$

(51)을 이용하여 최적 시퀀스를 찾는 알고리즘을 그림 3에 나타내었다. 그림에서 함수 f 와 g 는 (45)와 (44)에 각각 해당되며 위치자 *은 최적성을 나타내기 위해 사용되었다. 또한 \bar{J} 는 (51)로부터 다음과 같이 정의된다.

$$\bar{J}(K(n, N)) = V_{K(n+1, N)}^T \Gamma_{K(n)} (\Gamma_{K(n)}^T P_{K(n+1, N)} \Gamma_{K(n)} + R_{K(n)})^{-1} \Gamma_{K(n)}^T V_{K(n+1, N)} \quad (52)$$

최종시간이 무한대인 LQ 추적기에서는 $P_{K(N, N)}=0$, $V_{K(N, N)}=0$, $w_{K(N, N)}=0$ 으로 주어지므로, 후방전파를 진행하면 각 타임슬롯에서의 최적 시퀀스를 결정할 수 있지만 임의의 시간 n 에서 무한대까지의 모든 시퀀스를 결정할 수는 없다. 그리고 제어를 위한 설계 파라미터가 변하지 않는다면, (51)을 통하여 구해지는 최적 시퀀스는 주기적인 특성을 가지게 된다. 따라서, 최적 시퀀스를 결정하기 위해서는 n 부터 ∞ 까지의 모든 시퀀스를 구하는 대신에 하나의 주기를 구성하는 시퀀스를 찾아내는 것으로 충분하다.

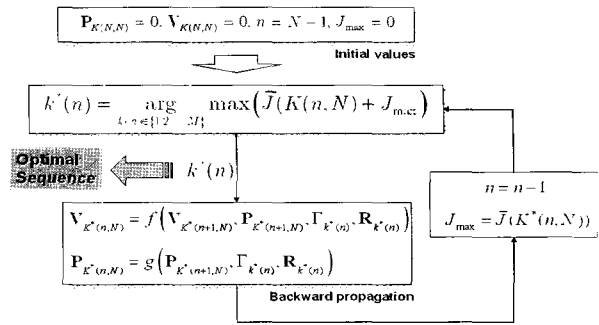


그림 3. 최적 시퀀스 도출 알고리즘.
Fig. 3. Algorithm for searching the optimal sequence.

VI. 시뮬레이션 및 결과 고찰

최적 시퀀스 도출 시뮬레이션을 위해 군집 운행에 대한 두 가지의 시나리오를 고려하였다. 5개의 군집이 운행되고 있는 것으로 설정하였다. 이때, 첫째 시나리오에서는 모든 군집의 선도차량이 정상상태 운행을 하는 상태이다. 즉, 고려되는 5개의 군집 중에 어떠한 군집의 선도차량도 기동운행을 하지 않는다. 이러한 시나리오를 그림 4(a)에 나타내었다. 둘째 시나리오는 5번째 군집의 선도차량이 4번째 군집과 병합을 위해서 기동하는 상태이다. 즉, 5개의 군집 중에서 하나의 군집의 선도차량만 기동하는 경우이다. 이러한 시나리오를 그림 4(b)에 나타내었다.

선도차량 제어를 위한 설계 파라미터는 참고문헌 [6]에서 검증된 값을 이용하기로 한다. 이때, 안전거리 설정을 위한 설계 파라미터는 $\lambda_v=1$ 과 $\lambda_b=10$ 으로 하였다. 제어 기용 설계 파라미터는 다음과 같이 선택되었다. 기본 추종운행을 위해서는 $c_b=27$, $c_v=13.5$, $c_a=0$, $k_{a1}=4.5$, $k_{a2}=13.5$ 로 설정하였다. 군집의 병합 기동을 위해서는 $k_{b1}=-9$, $k_{b2}=-27$, $k_{b3}=-27$ 로 설정하였다. 기본 추종운행을 위한 설계 파라미터는 간략화된 제어기의 오차 전달함수 (14)가 동일한 극점을 가지도록 수정되었다.

기본 추종운동의 제어기 (12)를 (27)의 형태로 나타내기 위해 각각의 설계 파라미터를 다음과 같이 대응시킨다.

$$\alpha_1 = \frac{-c_b}{1+c_a\lambda_v}, \alpha_2 = \frac{-c_b\lambda_v-c_v}{1+c_a\lambda_v}, \alpha_3 = \frac{-c_v\lambda_v-c_a}{1+c_a\lambda_v} \quad (53)$$

$$\beta_1 = \frac{c_b}{1+c_a\lambda_v}, \beta_2 = \frac{1}{1+c_a\lambda_v}, \beta_3 = \frac{1}{1+c_a\lambda_v} \quad (54)$$

이때, 기준 입력(reference input)은 다음과 같이 주어진다.

$$y_i = \begin{bmatrix} x_{i-1} - L_{i-1} - \lambda_b \\ c_v \dot{x}_{i-1} - k_{a2} \dot{x}_i(0) \\ c_a \ddot{x}_{i-1} - k_{a1} \ddot{x}_i(0) \end{bmatrix} \quad (55)$$

(53)-(55)는 설정한 설계 파라미터를 사용할 때 (36)의 상태가중 행렬이 양의 반한정 행렬이 되도록 결정된 것이다. 설정한 설계 파라미터 값들을 변경한다면 (53)-(55)의 관계는 다시 결정되어야 한다.

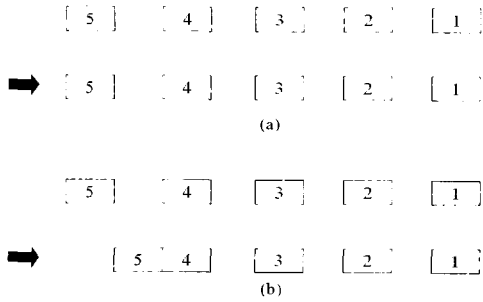


그림 4. 고려되는 군집 운행 시나리오: (a) 시나리오 1 (b) 시나리오 2.

Fig. 4. Maneuvering scenarios for simulations: (a) scenario 1 (b) scenario 2.

병합 운동의 제어기 (17)을 (27)의 형태로 나타내기 위해서는 각각의 설계 파라미터를 다음과 같이 대응시킨다.

$$\alpha_1 = k_{b3}, \alpha_2 = k_{b2}, \alpha_3 = k_{b1} \quad (56)$$

$$\beta_1 = -k_{b3}, \beta_2 = \frac{1}{k_{b3}}, \beta_3 = \frac{1}{k_{b3}} \quad (57)$$

이때, 기준 입력은 다음과 같이 주어진다.

$$y_i = \begin{bmatrix} x_{i-1} - x_d \\ -k_{b3}k_{b2}\dot{x}_{i-1} + k_{b3}k_{b2}\dot{x}_d \\ -k_{b3}k_{b1}\ddot{x}_d + k_{b3}(d^3/dt^3)x_d \end{bmatrix} \quad (58)$$

(56)-(57)의 관계 역시 (36)의 상태가중 행렬이 양의 반한정 조건을 만족하도록 결정되었다.

첫 번째 시나리오의 경우에는 모든 차량이 동일한 운동 모드에 있으므로, 통신 자원을 모든 차량에 균등하게 배분하는 것이 가장 적절하리라는 것은 쉽게 예상 가능하다. 이때, 최적 시퀀스는 한 주기동안 한 차량에 대하여 한번의 입력 갱신이 이루어지도록 결정될 것이다. 그림 5는 모든 선두차량이 기존 추종 운동을 할 때(시나리오 1) 제안된 방법에 의해 구해진 최적 시퀀스를 나타낸다. 그림 5(a)는 500개의 타임슬롯에 대하여 후방전파를 실시하여 구해진 결과이며 그림 5(b)는 500번의 후방전파 후에 나타난 결과 근방을 확대한 그림이다. 구해진 최적 시퀀스는 후방전파 초기의 과도상태를 지난 후부터는 길이 5의 주기를 가지는 일관성을 유지한다. 하나의 주기에는 모든 차량이 균등한 입력 갱신을 할 수 있도록 시퀀스가 구성되며, 이것은 직관력에 의한 결과와 정확히 일치한다. 결정된 최적 시퀀스는 다음과 같다.

$$\{K^* = 43215 \dots | k^*(n) = k^*(n+5), \forall n \geq 1\}$$

즉, 결정된 시퀀스는 시퀀스의 주기가 군집의 개수와 같은 5이며 한 주기동안 각 군집의 선두차량에 대해 제어입력 갱신이 균일하게 한번씩 실시된다는 것을 의미한다.

두 번째 시나리오는 5개의 군집 주에서 하나의 군집 선두차량이 기동 운동을 하는 경우이다. 그림 6은 이러한 군집의 운행에 대해 제안된 방법에 의해 결정된 시퀀스를 나타낸다. 그림 6(a) 및 확대된 그림 6(b)는 그림 5의 결과와

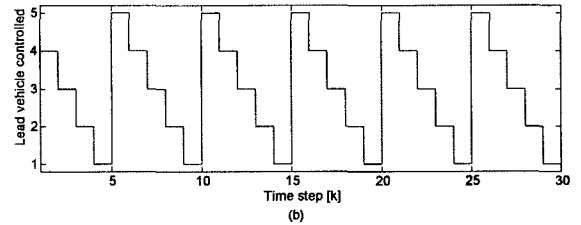
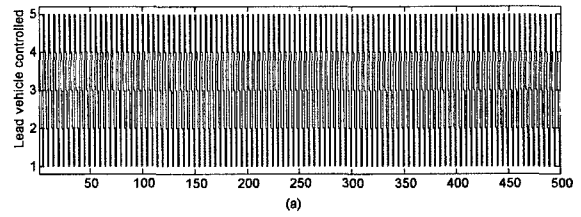


그림 5. 모든 선두차량이 기본 추종 운동을 할 때의 최적 시퀀스.

Fig. 5. The optimal sequence in scenario 1.

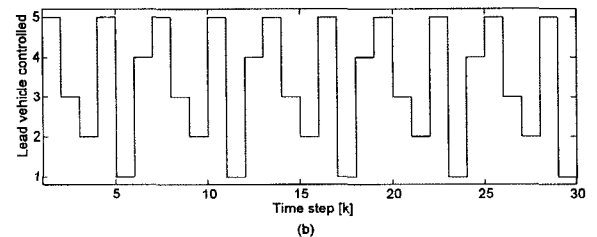
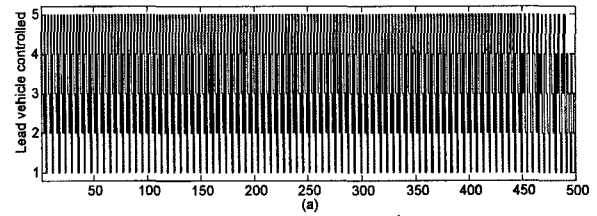


그림 6. 5개의 군집 중 한 대의 선두차량만 기동 운동을 할 때의 최적 시퀀스.

Fig. 6. The optimal sequence in scenario 2.

유사하게 후방전파 초기의 과도상태가 나타난 후에 주기적인 시퀀스가 반복된다. 그림 6의 결과는 길이 6의 주기를 가지며, 하나의 주기동안 각각 기본 추종 운동 차량에 대해서는 한번의 입력 갱신을 실시하고 기동 운동 차량에 대해서는 두 번의 입력 갱신을 실시하도록 시퀀스가 결정되었다. 이때, 결정된 최적 시퀀스를 일반화된 표현으로 나타내면 다음과 같다.

$$\{K^* = 532514 \dots | k^*(n) = k^*(n+6), \forall n \geq 1\}$$

결정된 시퀀스는 1번째 타임슬롯에서 5번째 군집의 선두차량에 대한 제어입력을 갱신시키고, 2번째 타임슬롯에서는 3번째 군집의 선두차량에, 3번째 타임슬롯에서는 2번째 선두차량에, 4번째 타임슬롯에서는 다시 5번째 선두차량에, 5번째 타임슬롯에서는 1번째 선두차량에, 마지막으로 6번째 타임슬롯에서 4번째 선두차량에 대한 제어입력을 갱신시키는 것을 의미한다. 또한 이러한 결과가 주어진 통신환경 하에서 원하는 차량의 상태로 최대한 근접시키는 시퀀스가 된다는 것을 의미한다.

VII. 결론

본 논문에서는 원격 선도차량 제어를 위한 최적 스위칭 시퀀스를 결정하는 기법을 제안하였다. 최적 시퀀스는 LQ 추적기의 최적 가격함수를 최소화하는 시퀀스이며, 이를 차량 제어에 적용하기 위해서 기존의 선도차량 제어가 근사 최적 LQ 추적기와 등가라는 것을 보였다. 이러한 접근은 선도차량 제어가 만족하여야 하는 스트링 안정성과 같은 고유의 특성이 훼손되어서는 안되기 때문이다. 근사 최적 LQ 추적기의 최적 가격함수로부터 구해진 최적 시퀀스는 주기성을 가지며, 이것은 동일한 모드로 운동하는 차량들에 대한 시뮬레이션에서도 명확히 확인되었다. 따라서, 모든 차량들의 운동 모드가 일정하게 유지된다면, 하나의 주기만을 구성함으로써 전 시간 영역에 대한 시퀀스를 구할 수 있다. 본 연구에서 제안하는 최적 시퀀스는 통신 대역폭을 극복하고자 하는 시도로서 군집의 원격주행을 현실화 할 수 있는 하나의 방안이 될 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

- [1] P. Varaiya, "Smart cars on smart roads: Problems of control," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 38, no. 1, pp. 195-207, 1993.
- [2] S. Sheikholeslam and C. A. Desoer, "Longitudinal control of a platoon of vehicles," *Proceeding of the American Control Conference*, pp. 291-297, 1990.
- [3] S. Sheikholeslam and C. A. Desoer, "Longitudinal control of a platoon of vehicles with no communication of lead vehicle information: A system level study," *IEEE Transactions on Vehicle Technology*, vol. 42, no. 4, pp. 546-554, 1993.
- [4] J. K. Hedrick, D. McMahon, D. Swaroop, V. Garg, J. Gerdes, D. Maciucă, T. Blackman, and P. Yip, "Longitudinal control development for IVHS fully automated and semi-automated systems: phase I," PATH Research Report, UCB-ITS-PRR-95-4, 1995.
- [5] M. Tomizuka, J. K. Hedrick, and H. Pham, "Integrated maneuvering control for automated highway systems based on a magnetic reference/sensing system," PATH Research Report, UCB-ITS-PRR-95-12, 1995.
- [6] D. N. Godbole and J. Lygeros, "Longitudinal control

of the lead car of a platoon," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 43, no. 4, pp. 1125-1135, 1994.

- [7] S. Huang, W. Ren, and S. C. Chan, "Design and performance evaluation of mixed manual and automated control traffic," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, vol. 30, no. 6, pp. 661-673, 2000.
- [8] E. Skafidas, R. Evans, and I. Marells, "Optimal controller switching for stochastic systems," *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 3950-3955, 1997.
- [9] H. Rehlinger and M. Sanfridson, "Scheduling of a limited communication channel for optimal control," *Proceedings of the Conference on Decision and Control*, pp. 1011-1016, 2000.
- [10] B. Lincoln and B. Bernhardsson, "Efficient pruning of search trees in LQR control of switched linear systems," *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1828-1833, 2000.
- [11] B. Lincoln and A. Rantzer, "Optimizing linear system switching," *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 2063-2068, 2001.
- [12] L. E. Peppard, "String stability of relative-motion PID vehicle control systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 19, no. 5, pp. 579-581, 1974.
- [13] D. Swaroop and J. K. Hedrick, "String stability of interconnected systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 41, no. 3, pp. 349-357, 1996.
- [14] C. C. de Wit and B. Brogliato, "Stability issues for vehicle platooning in automated highway systems," *Proceedings of IEEE Conference on Control Applications*, pp. 1377-1382, 1999.
- [15] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*, New York: Springer-Verlag, 1989.
- [16] F. L. Lewis, *Optimal Control*, John Wiley and Sons, 1986.
- [17] B. D. O. Anderson and J. B. Moore, *Optimal Control*, Prentice-Hall, 1989.

향 태 현

제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지 제 8 권 제 10 호 참조.

최 재 원

제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지 제 8 권 제 10 호 참조.