기술기사

인공신경망 기반 유한요소 해석 기법

신 휴 성*

1. 서 론

인공신경망 기반 매질모델은 기존의 수학적 매질모델과는 달리 유한요소해석에 적용될 때 재료특성치의 입력준비가 필요하지 않은 점, 추가자료가 확보되면 해석코드의 변경 없이 추가학습을 수행함으로써 향상된 구조해석을 수행할 수 있는 점등과 같은 많은 이점을 가지고 있다.[11]

지난 10여년 간, 인공신경망 기법은 공학재료의 매질실험결과들과 연계되어 매질모델링에 성공적으로 적용되어 왔다.[1),5)] 그러나 매질모델링의 주 목적이 궁극적으로 그 매질로 구성된 구조물의 해석하는데 있음에도 불구하고, 지금까지 보고된 신경망 기반 매질모델링 관련 연구들은 유한요소와 같은 구조해석 도구 또는 기존 수학적 접근방식으로 유도된 매질모델들과 연계된 실질적인 연구사례들을 찾아보기 힘들다. 따라서 본 고에서는 인공신경망 기반 매질모델을 이용한 구조해석에 초점을 맞추어 신경망 기반 유한요소해석과정에 대한 개략적인 설명과 해석과정에서 신경망이 보다 원활히 매질모델로서의 역할을 수행할 수 있도록 하는 학습자료의 확장기법을 간략히 소개하고자 한다. 그리고 전반적인 인공신경망 기반 유한요소 해석과정은 예제를 중심으로 설명하였다.

2. 인공신경망 기반 유한요소 해석기법

잘 학습된 인공신경망 매질모델은 기존의 수학적으로 유도되는 매질모델들을 대체하여 유한요소코드에 적용되어 일반적인 구조해석에 사용될 수 있다. 이때 인공신경망 매질모델은 복잡한 형태의 소산 및 파괴함수들, 소성변형율의 유동법칙(flow rule) 등의 정의와 복잡한 코드화 작업들을 필요로 하지 않으므로 오히려 유한요소와의 연계는 보다 쉽고 직접적이다. 그림 1은 인공신경망 기반 매질모델이 장착된 유한요소코드의 개념도를 보여준다.[10]

그림 1에서와 같이, 인공신경망 기반 매질모델은 유한요소 주 계산모듈로부터 초기행렬(priming matrix)을 이용하여 계산된 변형율값을 요구한다. 이때 계산에 이용되는 초기행렬로써 임의로 가정된 강성도 행렬을 사용하며, 비선형 유한요소해석에서 일반적으로 적용되는 Newton-Rapson법과 같은 비선형 모델의 반복해법을 사용하여 구조체의 응력 평형상태를 결정짓게 된다. 따라서 가정된 강성도행렬은 최종 결과값에 큰 영향을 주지 않지만 실제 매질의 강성도와의 차이가 많이 날수록 요구되는 반복횟수는 늘어날 것이다. 이때 언급된 초기행렬로써 본 저자에 의해 제안된 인공신경망 기반 강성도행렬(DNN)을 사용할 수 있다.[10]

* 한국건설기술연구원 선임연구원

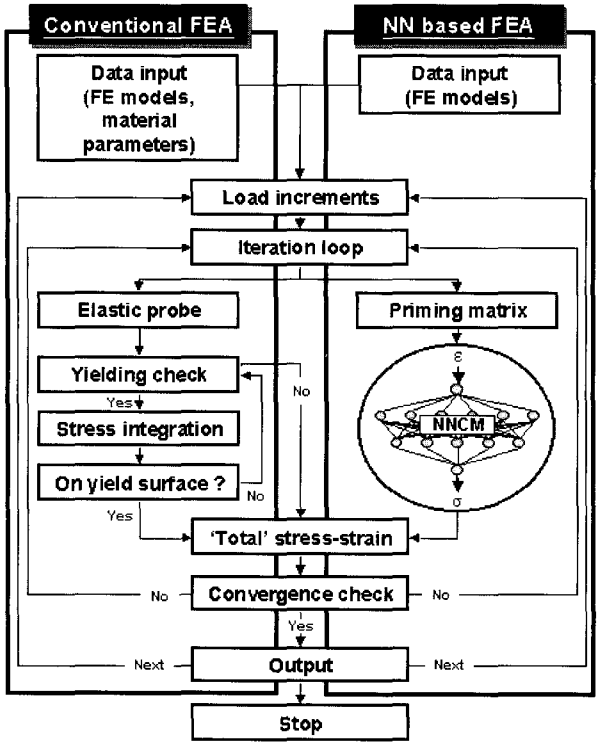


그림 1 Comparison of neural network based FEA and conventional FEA

적용된 인공신경망 매질모델은 주어진 전체변형율(ε)을 입력치로 하여 별도의 계산과정 없이 매질모델의 최종 결정값인 전체응력(σ)를 추론하게 되며 다음과 같은 함수형태로 표현될 수 있다.

$$\sigma = NNCM(\varepsilon) \tag{1}$$

여기서 $NNCM$은 인공신경망 매질모델이다.

식(1)에 위해 결정된 응력값은 구조체의 응력 평형상태를 평가하기 위해 유한요소 주 계산모듈로 전달된다. 이때, 응력의 이력에 영향을 받는 매질의 거동을 모사하기 위해서는 전체변형율 및 전체응력을 입, 출력노드로 설계된 인공신경망 대신, 변형율 증분(Δ_ε) 및 응력 증분(Δ_σ)으로 설계되고 학습된 인공신경망을 사용할 수 있다. 이러한 과정으로 유한요소와 인공신경망 간에 응력 및 변형율 정보들이 지속적으로 상호 교환되면서 구조해석을 수행한다.[3] 이때, 인공신경망 매질모델은 선형 및 비선형 사이의 매질 전이과정에 대한 정의 없이 해석초기부터 비선형으로 해석이 수행된다.

3. 학습자료의 확장

대부분의 매질실험들은 시료내 균일한 응력장을 유지하고 하중재하면에서 필연적으로 발생하는 전단응력을 최소화하는 방향으로 수행된다. 따라서 측정된 응력값들과 변형율들은 전단응력이 작용하고 있지 않는 주응력상에 있다고 가정된다. 또한 유한요소 계산과정에서 매질모델로부터 결정되는 최종 응력성분들은 구조체를 정의하기 위해 설정된 전체좌표계(global coordinate system)를 기준으로 정의되어야 하며, 3차원상에서 항상 전단응력항을 포함한 총 6개의 응력성분들의 조합으로 구성되어야 한다. 하지만 측정된 주응력-주변형율 값만을 가지고 학습된 인공신경망 매질모델은 수직응력과 전단응력의 관계들은 인지하지 못하며, 전체좌표계에서 정의되는 6개의 응력성분값을 요구하는 유한요소해석에 적용되기는 불충분하다. 따라서 이러한 문제를 해소할 수 있는 방안이 최근 제시되었다.[9] 이 방법은 매질의 대칭성, 등방성 등과 같은 기존의 이론적 기본가설들을 이용해 유효한 실험결과들을 인위적으로 확장시킨 후 이를 학습자료로 사용하는 방안이다. 예를 들면, 매질의 등방성 특성을 고려하면서 기준 매질축을 회전시켜 수직응력과 연계된 전단응력성분들을 인위적으로 발생시키는 것이다. 이러한 방법을 통해, 설정된 회전각도의 간격에 따라 수많은 추가자료들을 얻을 수 있으며, 확장된 응력-변형율 학습자료들은 보다 넓은 응력경로들을 포함하게 된다.

그림 2는 전형적인 이축 압축하의 매질실험을 보여준다. 그림 2에서의 시편은 주응력의 1축과 2축방향으로 하중이 가해지며 전단응력은 발생하지 않는 것으로

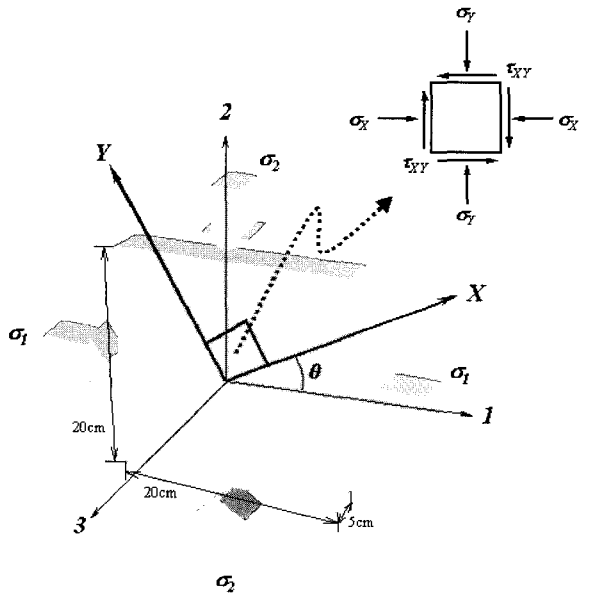


그림 2 Transformation of stress components in two dimensional domain

가정된다. 이때 매질을 등방성으로 가정하고, 임의의 다른 매질축을 설정하면 새로 설정된 매질축을 기준으로 초기 주응력에 상응하는 응력 성분들을 계산할 수 있으며, 변화된 수직응력 성분에 대응되는 전단응력 성분들도 얻을 수 있다. 예를 들면, 3차원 공간상에서 주응력축들을 상호 교대함으로써 기존의 응력-변형율 자료를 6배까지 확장시킬 수 있으며, 다음 일정 간격의 회전각 θ를 이용하여 기준 축을 임의의 방향으로 회전시킴으로써 변환된 기준축에 대한 무수히 많은 응력-변형율 추가자료를 얻을 수 있다. 하지만 확장되는 자료의 수는 설정된 회전간격 θ에 좌우되며, 자료의 수는 신경망의 학습시간에 큰 영향을 미치게 된다. 따라서 지나치게 세분화된 회전간격은 학습효과의 증진 없이 지나치게 오랜 학습시간이 소요되는 결과를 초래할 것이므로 설정 시 주의를 요한다.

결론적으로 본 기법은 주어진 인공신경망에게 기본적인 등방성 매질내 응력의 축변환의 원리를 학습시키는 것과 같다. 이러한 간단한 제안은 유한요소코드내에서 전혀 작동하지 않았던 인공신경망 매질모델이 적절히 작동하게 된 중요한 해결방안이었다.[8]

4. 적용예 : 인공신경망 매질모델의 구현

소개되는 신경망 기반 해석 방법론을 보다 구체적으로 설명하기 위해 콘크리트 실험결과들을 이용하여 인공신경망을 학습시켰다. 이때 사용된 실험값들은 Kuper et al.(1969)에 의해 보고된 사각판형태의 콘크리트시료들에 대한 이축 압축 및 인장 실험결과들이며, 8개의 각기 다른 응력경로를 가지고 수행하였다. 본 실험결과들은 Ghaboussi et al.(1991)에 의해 수행된 인공신경망 학습에서도 사용된 바 있으며, Pietruszczak(1988)이 수학적으로 유도한 매질모델을 검증하기 위해 사용되기도 하였다.

4.1 학습자료의 확장

초기 학습자료는 168개의 응력-변형율 조합들로 구성되며, 이들은 8개의 하중경로에서 측정된 응력-변형율 곡선들로부터 얻어졌다. 확장의 첫단계로써 각 매질축들을 상호 교환하면서 초기자료의 6배인 1008개의 응력-변형율의 조합들을 얻을 수 있었으며, 일정간격으로 기준 매질축을 회전시키면서 최종 4422개의 응력-변형율의 조합들로 확장시켰다.

4.2 인공신경망의 설계 및 학습

그림 3에서와 같이 사용된 인공신경망은 입력층, 2개의 중간층 그리고 출력층으로 구성되는 전형적인 인공신경망 구조로 설계됐으며, 4개의 입력노드, 각 중간층마다 8개의 노드, 그리고 4개의 출력노드, 즉 *NN*(4-8-8-4)형태의 구조를 갖는다. 각 입출력 노드들의 개수들은 2차원 상에서 변형율 및 응력 성분들의 개수와 같다.

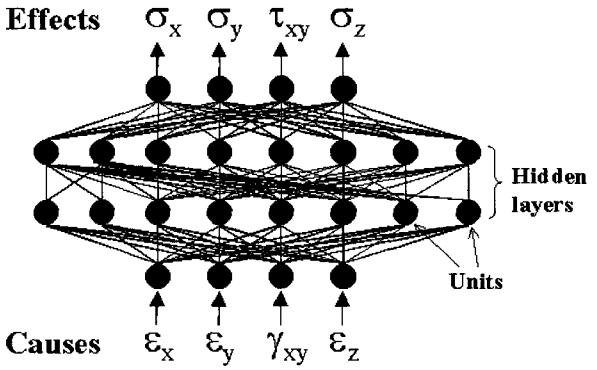


그림 3 Architecture of the NNCM used in training a stress-strain data set : two-dimensional case

사용된 학습알고리즘으로는 resillient propagation (RPROP) 학습알고리즘[7]이며, 이는 표준 역전파(back-propagation) 학습알고리즘보다 학습을 일반화시키는 능력 면에서 성능이 좋고 학습속도가 빠른 최신 알고리즘이다. 또한 초과학습(overfitting)으로 인한 추론의 불연속성을 최소화하기 위하여 초기학습중지법[6]을 사용하여 주어지는 변형율들에 대한 연속적인 응력값을 추론할 수 있도록 하였다. 이는 학습에 사용되지 않는 자료에 대한 추론오차를 학습과정 중에 지속적으로 계산하고 계산된 오차값의 변화과정을 감시하면서 감소경향에서 증가경향으로 바뀌는 시점을 학습의 종료시점으로 하는 학습방안이다. 본 예제에서는 준비된 학습자료의 90%를 임의적으로 선택하여 학습에 사용하였으며, 나머지 10%는 학습에 직접 포함시키지 않고 학습과정 중 추론오차계산에 사용되었다.

4.3 학습된 인공신경망 추론에 대한 검증

학습된 인공신경망의 일반화된 추론능력의 검증을 위하여 학습에 사용되지 않은 두개의 응력경로들에 대해

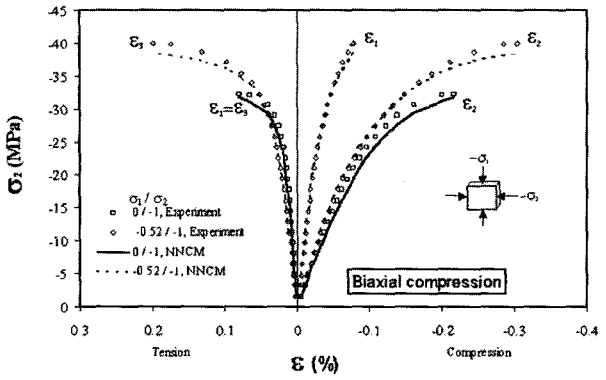


그림 4 Neural network based prediction for stress-strain curves in biaxial compressive stress paths not used in training

응력-변형율 곡선을 추론해 보았다. 그림 4에서와 같이, 학습된 인공신경망은 학습에 사용되지 않은 응력-변형율 곡선에 대해서도 주어진 변형율에 대한 응력증가 경향을 비교적 정확히 추론할 수 있었다. 이는 일반화된 인공신경망의 학습이 제시된 학습알고리즘과 수행된 학습방안들을 통해 성공적으로 이루어졌음을 의미한다.

5. 적용예 : 콘크리트 모형공동의 인공신경망 기반 유한요소해석

앞장에서 학습된 인공신경망은 2장에서 언급된 방식을 통해 일반적인 유한요소코드에 장착되었으며, 이를 콘크리트 모형공동의 구조해석에 적용하였다. 이때 4절에서 기술한 학습된 인공신경망 매질모델 뿐만 아니고 기존의 수학적으로 유도된 Mohr-Coulomb(M-C) 모델[12]과 Pietruszczak 콘크리트모델[5]을 적용하여 해석결과들을 상호 비교해 보았다. 설정된 모형공동의 형태와 경계조건은 그림 5와 같으며 터널 축방향으로 평면응력상태이다. 또한 매질의 비선형 해석을 위해 초기경사법[12]이 적용되었다. 그리고 그림 5에서와 같이 상부 압축하중을 증가시키며 원형공동 모형체의 최대 지지하중을 결정하고자 하였다.

사용된 기존 매질모델들을 위해 준비된 물성값들은 표 1과 같으며, 이들은 인공신경망 학습에 사용된 실험자료들로부터 주어지거나, 적용된 매질모델들의 제안자가 직접 논문을 통해 추천한 상수값들이다.

표 1에서 알수 있듯이, 기존 개념의 매질모델인 M-C 모델은 2개의 탄성상수들과 2개의 강도정수들 이외에도 내부적으로 강화 및 연화상수들(hardening and softening

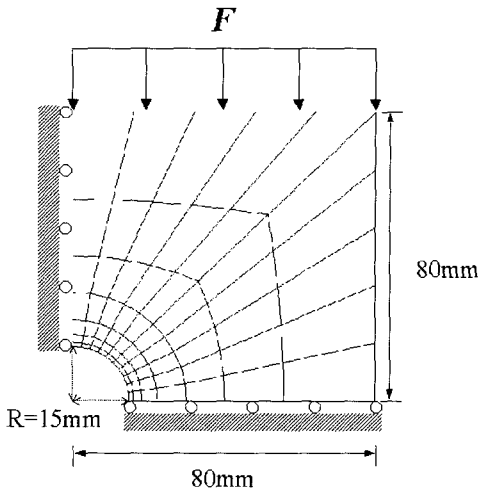


그림 5 Plane stress panel with a circular cavity

표 1 Parameters adopted for the M-C and the Pietruszczak's model

Parameter	M-C model	Pietruszczak's model
Young's modulus	31.90GPa	31.90GPa
Poisson's ratio	0.2	0.2
Cohesion	4.6MPa	
Friction angle	58.3°	
Compressive strength		32.40MPa
Tensile strength		2.61MPa
Additional parameters		1.9253, 0.5635, 0.3
(a1,a2,a3,K0 and K1)		0.43416,0.07439

parameters)을 요구한다. 또한, Pietruszczak 모델은 2개의 탄성상수들과 7개의 소성매질 정의를 위한 물성치들, 그리고 내부적으로 기타 많은 상수들을 요구하며 해석전 모든 상수들이 명확히 결정되어야 한다. 반면, 본 연구에서 개발된 인공신경망 기반 매질모델은 어떠한 물성치도 요구하지 않으며 인공신경망에 저장된 매질거동 특성만을 이용하여 직접 유한요소해석을 수행한다.

5.1 해석결과의 비교

그림 6은 설정된 모형공동 주변 및 경계면 부근의 몇몇 대표절점들을 선정하고, 가해진 수직하중에 대해 선정된 절점들에서의 변위값들을 도시한 것이다. 선정된 절점의 위치 또한 그림 6에 도시하였다.

본 해석모델에 대해 인공신경망 매질모델을 기반으로

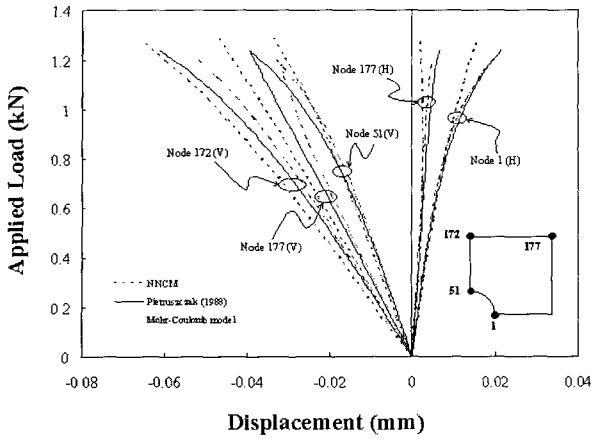


그림 6 Displacement-load responses resulting from the three different material models

계산된 최대 지지하중값은 1.28kN이었으며, M-C 모델과 Pietruszczak 모델의 경우는 각각 1.2kN, 1.24kN으로서 최대 6%의 차이로 서로 매우 유사하게 계산되었다. 또한 그림 6에서 볼 수 있듯이 가해진 하중에 대하여 각 매질모델들을 기반으로 계산된 변위 경향들은 서로 일관성 있고 유사하게 나타났다. 하지만 기존 모델인 M-C 모델과 Pietruszczak모델의 결과 사이에서도 절대변위의 차이는 있으며, 이들과 인공신경망 기반 해석 결과 사이에도 절대변위의 차이는 존재한다. 이로부터 인공신경망 기반 매질모델을 사용한 유한요소해석은 기존 모델들과 비슷한 수준으로 매우 안정적으로 수행될 수 있다는 것을 알 수 있다. 하지만 본 해석에서 설정된 모형공동에 대한 실측치의 부재로 본 비교연구에서 어떠한 모델이 가장 신뢰성 있는 결과를 산출하는지에 대한 판단은 곤란할 것으로 사료된다.

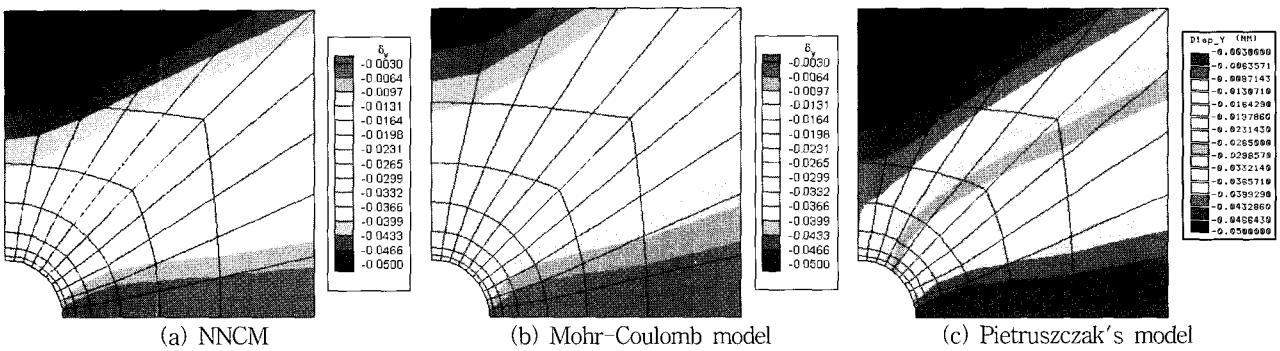
그림 7은 해석된 모델의 수직변위분포를 보여준다. 여기서 고려된 매질모델들을 이용해 해석된 전반적인 구조물의 거동경향들은 서로 유사한 것을 알수있다.

5. 맺음말

기존 수학적 매질모델의 제한사항들을 극복하기 위하여 추가 매개변수들을 도입하고 보다 복잡한 수학체계들을 이용하여 유도된 새로운 모델들이 계속 제안되고 있으나, 도입된 이론의 복잡성과 많은 매개변수 값들의 준비를 위해 요구되는 과중한 시간 및 비용 때문에 일반 설계기술자들이 이들을 이해하고 설계에 적용하기는 점차 더 어려워지고 있다. 본 고를 통해 소개된 인공신경망 기반 매질모델은 복잡한 매질거동을 표현하는데 있어 제한사항이 없고, 매개변수들의 준비를 요구하지 않아 현실적인 매질거동을 고려한 실제 구조물의 설계를 위해 보다 용이하게 적용될 수 있을 것이다. 물론 구조해석에 고려될 수 있는 매질거동특성은 전적으로 준비된 학습자료에 의해 좌우되지만, 지속적으로 수집되는 추가 자료를 이용한 재 학습과정을 통하여 새로운 모델의 유도하거나 유한요소코드의 변경 없이 해석능력을 지속적으로 향상시킬 수 있는 점은 기존 수학적 모델과 차별화된 매우 중요한 이점이라 하겠다. 이에 대한 추가 검증예제나 응용에 대한 연구들이 진행 중에 있으며 후속 논문을 통해 지속적으로 추가 보고될 것이다.

참 고 문 헌

1. Ghaboussi, J., Garrett, J. H. and Wu, X., "Knowledge -based modelling of material behavior with neural networks", *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol. 117, No. 1, 1991, pp.132~153
2. Kupfer, H., Hubert, K. and Hilsdorf, K., "Behavior of concrete under biaxial stresses", *ACI Journal*, Vol. 66, No. 8, 1969, pp.656~666



(a) NNCM (b) Mohr-Coulomb model (c) Pietruszczak's model

그림 7 Contours of vertical displacements resulting from the material models adopted

3. Najjar, Y. M., Basheer, I. A. and Ali, H. E., "On the use of Neuronets for Simulating the Stress-Strain Behavior of Soils", *Proceeding on Numerical Modes in Goemechanics-NUMOG VII*, edited by Pande, Pietruszczak & Schweiger, Rotterdam: Balkema, 1999, pp.657~662
4. Penumadu, D., Jin-Nan, L., Chameau, J-L. and Arumugam, S., "Rate dependant behavior of clays using neural networks", *Proc. 13th Conference of Int. Soc. Soil Mechanics and Foundation Engineering*, New Delhi, Oxford & IBH Publ. Co., Vol. 4, 1994, pp.1445~1448
5. Pietruszczak, S., Jiang, J. and Mirza, F. A., "An elastoplastic constitutive model for concrete", *Int. J. Solid Structures*, Vol. 24, No. 7, 1988, pp.705~722
6. Prechelt, L., "Automatic early stopping using cross validation : quantifying the criteria", *Neural Networks*, Vol. 11, 1998, pp.761~767
7. Riedmiller, M. and Braun, H., "A direct adaptive method for faster backpropagation learning: the RPROP algorithm", *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, San Francisco, CA, March 28-April 1, 1993
8. Shin H. S. and Pande, G. N., "Enhancement of data for training neural network based constitutive models for geomaterials", *Proceeding of The Eighth International Symposium on Numerical Models in Geomechanics(NUMOG VIII)*, edited by G. N. Pande & S. Pietruszczak, Rome, Italy, 2002, pp. 141~146
9. Shin, H. S., *Neural network based constitutive models for finite element analysis, Ph.D thesis : C/Ph/250/01, Department of Civil Engineering*, University of Wales Swansea, UK, 2001
10. Shin H. S. and Pande G. N., "Intelligent finite elements", *Proceeding of Asian-Pacific Conference for Computational Mechanics(APCOM'01)*, edited by S. Valliappan and N. Khalili, Sydney, Australia, 2001, pp.1301~1310
11. Shin, H. S. and Pande, G. N., "On self-learning finite element codes based on monitored response of structures", *Computers and Geotechnics*, Vol. 27, 2000, pp.161~178
12. Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L., Finite element method, *fifth edition, Vol. 1-3,* London : McGraw-Hill Book Company, 2000