

## 형상기억합금의 거동과 작동기로의 고찰



조 맹 효\*



김 상 현\*\*

### 1. 서 론

형상기억합금(Shape Memory Alloy : SMA)은 독특한 재료 특성 때문에 과학적, 공학적으로 많은 관심을 끌고 있다. 형상기억합금의 형상기억효과로 인해서 항공우주, 생체의학과 같은 다양한 분야에서 형상기억합금의 광범위한 적용연구가 진행되고 있다. 형상기억합금의 기계적인 성질과 거동에 대한 선행연구는 이미 많이 수행되었으나 상대적으로 능동적인 형상제어를 위한 작동기로서의 연구는 부족한 편이다. 신뢰성있는 형상기억합금의 구성방정식개발과 SMA와 모구조물간의 상호거동은 아직도 중요한 연구주제로 남아있다. 형상기억합금의 독특한 특성과 작동기로의 사용잠재성 때문에 대학이나 연구소에서 깊은 관심을 가져왔고 수많은 논문이 발표되어 왔다.

SMA에 대한 전반적인 이해는 다음의 논문들을 통하여 얻을 수 있다.(Rogers *et al.*(1988),<sup>1)</sup> Wada *et al.*(1990),<sup>2)</sup> Hanagud *et al.*(1992),<sup>3)</sup> Crawley(1994),<sup>4)</sup> Gandhi & Thompson(1992)<sup>5)</sup> SMA의 형상 설명은 Wayman & Shimizu (1972),<sup>6),8)</sup> Krishnan *et al.*(1974),<sup>9)</sup> Rodriguez & Brown(1975),<sup>10)</sup> Wayman & Duerig(1990)<sup>7)</sup>의 논문을 통하여 찾아 볼 수 있다. Perkins(1975)에 의해 편집된 논문 모음집, Cross *et al.*(1970),<sup>12)</sup> Jackson *et al.*(1972)<sup>13)</sup> 그리고 Baumgart *et al.*(1985)<sup>14)</sup>의 NASA 보고서는 SMA 특성에 대해 잘 설명하고 있다. SMA의

전반적인 개요는 Funakubo(1987)<sup>15)</sup> 논문에서 찾을 수 있고 Shaw & Kyriakides(1995),<sup>16)</sup> Paine & Rogers (1994)<sup>17)</sup>는 SMA-복합재료의 개요에 대해 발표하였다. 언급된 자료를 바탕으로 SMA 특성을 요약하면 다음과 같다.

SMA를 상변이 시키는 방법에는 두가지 방법이 있는데 한가지는 온도만을 이용하는 것이고 다른 하나는 SMA에 응력만을 증가시키는 방법이다.

첫째로 온도만을 작동하여 상변이 시킬 경우 SMA는 네가지 온도 즉, 마르텐사이트 끝온도( $M_f$ ), 시작온도( $M_s$ ), 오스테나이트 시작온도( $A_s$ ), 끝온도( $A_f$ )로 특성되어진다. 이들 각각의 온도의 시작과 끝으로부터 상변이가 이루어지는 것이다.

둘째로 응력만을 증가시켜 SMA를 상변이 시키는 방법은 주어진 온도에서 SMA에 응력을 증가시켜 기울어진(Detwined) 마르텐사이트로 상변이 시키는 것이다. 이때 상변이의 거동은 소성변형의 거동과 유사하다. 이런 변형은 상대적으로 알맞은 하중 즉, 항복응력이 요구되어진다. 이는 재료가 온도에 따라 항복응력이 다르기 때문이다.

거동의 측면에서 SMA를 일반구조물에 적용함에 있어 보통 SMA의 형상기억효과(Shape Memory Effect)와 초탄성거동(Superelasticity)을 이용한다. 이를 설명하면 다음과 같다.

첫째로 형상기억효과관 SMA는 온도의 범위가 오스

\* 서울대학교 기계항공공학부 부교수

\*\* 서울대학교 기계항공공학부 대학원

테나이트 끝온도와 마르텐사이트 시작온도 사이의 임의의 온도환경에서 최초로 오스테나이트 상에 놓여있을 때 응력을 증가시켜 기울어진(Detwined) 마르텐사이트상으로 상변이하면서 큰 잔류변형률을 얻을 수 있다. 이를 전방향 상변이(Forward Transformation)과정이라고 하며 이때 온도를 오스테나이트 끝온도 이상으로 올려주면 재료가 오스테나이트상으로 변하면서 전방향 상변이 과정에서 발생한 잔류변형률이 소멸되어 원래의 형상으로 되돌아가게 된다. 이를 후방향 상변이(Reverse Transformation)과정이라고 하며, 이때 회복하는 변형률(최대 9%)을 이용하여 큰 힘을 얻을 수 있다. 이때 얻을 수 있는 최대 회복응력은 NiTiInol의 경우 500~900MPa, Cu-Al-Ni은 300~400MPa, Cu-Zn-Al-Mn은 550~650MPa정도를 얻을 수 있다. 대부분의 공학적인 응용은 이를 이용하려고 하는 것이다.

둘째로 초탄성거동은 앞에서 언급된 형상기억효과와 온도범위가 아닌 오스테나이트 끝온도 보다 높은 온도 환경에서 최초의 오스테나이트 상에서 응력을 증가시켰을 경우 Detwined(기울어진) 마르텐사이트 상으로 상변이하게 되고, 현재환경이 고온이므로 응력을 제거시키는 과정에서 후방향 상변이가 발생하여 원래의 형상으로 되돌아가는 현상이다. 이때 응력-변형률선도에서 히스테리시스가 발생한다. 이유는 오스테나이트상과 기울어진(Detwined) 마르텐사이트상에서 각기 다른 항복응력을 가지고 있기 때문이다. 즉, SMA 재료가 상변이 과정에서 에너지를 발산 또는 흡수 하기 때문이다.

그러나 앞에서 언급한 온도만을 증가시키거나, 응력만을 증가시켜서 구조물에 적용하면 형상만 변화시킬 뿐 구조물이 다시 원래의 형상으로 되돌아 올 수 없다. 이는 SMA의 일방향 효과(One Way Effect)만을 이용하였기 때문이다. 따라서 SMA를 구조물에 작동기로 적용시킬때 구조물을 원래의 형상으로 되돌리는 방법은 응력과 온도를 연동하여(Coupled) 작동시켜야한다. 이를 양방향 효과(Two Way Effect)라 하는데, 이는 응력-변형률 선도가 온도에 따라 다르게 나타나는 SMA의 성질을 이용한 것이다.

앞에서 설명된 형상기억합금의 특성을 이용하여 실제 구조물에 적용한 사례를 들어보고자 한다. 그림 1은 F-16 전투기의 공기흡입구에 SMA를 부착한 경우를 보여주고 있으며, 그림 2는 형상기억합금을 이용하여 형상적응날개를 제작한 것을 보여주고 있다. 왼쪽의 첫 번째 그림은 SMA를 작동시키전의 모양이고 두 번째 그림은 SMA를 작동시킨 모양이다. 이렇듯 항공기가

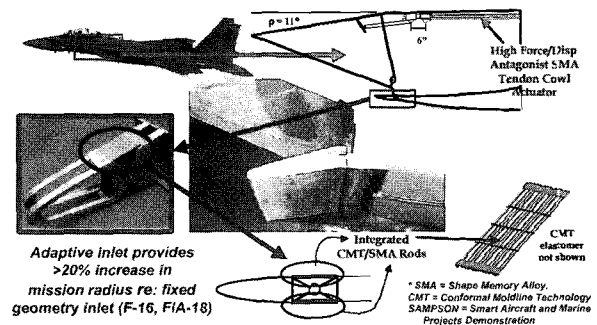


그림 1 Air Inlet using SMA(From NASA)



그림 2 Adaptive Wing using SMA (From NASA)

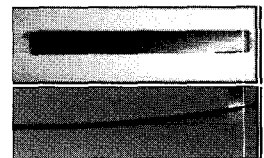
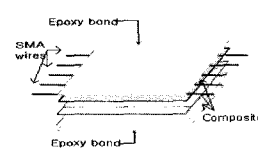


그림 3 Our experimental results of SMA-composite structure

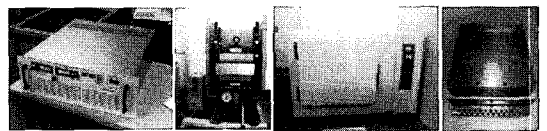


그림 4 Our lab's equipments for experiment for SMA actuator

비행상황에 맞게 날개단면형상을 바꾸어 주면 비행 성능 향상과 연료소모량도 줄어들 것이다. 그림 3은 실제 실험을 통하여 SMA wire에 힘을 가하여 미리 상변이 시킨다음 복합재료 외면에 봉단한후 전기적열을 열을 가하면 구조물의 형상이 변형됨을 보여주고 있다. 그림 4는 SMA-복합재료 구조물 실험을 위한 장비들을 보여주고 있다.

지금까지 SMA의 특성과 구조물에 대한 적용에 대하여 알아보았다. 이러한 특성을 고려하여 제안된 SMA 구성방정식에 대하여 정리해 보면 다음과 같다.

SMA의 현상학적인 구성방정식은 다음과 같이 크게 5가지로 구분할 수 있다. 이를 나열하면 Tanaka 모델(1982~1991),<sup>20)</sup> Lian & Rogers 모델(1990),<sup>21),22)</sup> Brinson 모델(1993, 1997),<sup>23),24)</sup> Boyd-Lagoudas 모델(1994, 1996)<sup>25)~28)</sup>, Abeyaratne *et al.* 모델(1993, 1994)<sup>29),30)</sup> 등이 있다.

첫째로 Tanaka 모델은 Energy Balance Equation과

Clausius-Duhem Inequality에 기초한 일반적인 3차원 이론에 기초하여 개발되었고, 향후 SMA 구성방식을 발전시키는 큰 계기가 되었다. 이 모델이 다른 모델과 구별되는 것은 상변이에 있어서 마르텐사이트상으로의 상변이정도를 나타내는 마르텐사이트 체적비를 하나의 매개 변수로 축소하여 사용하였고, 탄성과 열탄성(Thermoelastic) 계수를 마르텐사이트 체적비에 비례한다고 가정하였다. 실험을 통해서 이 모델의 타당성을 뒷받침하고 있지만, 이 모델의 단점은 상변이 시작과 끝의 조건이 언급되어 있지 않다는 것이다.

둘째로 Liang & Rogers 모델은 Tanaka 모델을 유한지수형태 상변이 방정식으로 수정보완한 것이다. 이를 바탕으로 열역학 제1, 2법칙과 헬름홀츠 자유에너지(Helmholtz Free Energy)를 이용하여 3차원 구성방정식을 도출하였다. 이 모델에서는 단지 3가지 변수인 등가 변형률(Equivalent strain), 절대온도, 마르텐사이트 체적비를 가지고 일반적인 SMA의 상태를 표현하였다. 이 모델에 근거하여 SMA의 Two-Way Shape Memory Effect와 Torsion 문제를 수치해석하여 제시하였다.

셋째로 Brinson 모델은 앞서 제시된 두 이론을 이용하여 시간적 증분형태의 구성방정식을 사용하였다. 여기서 다른 이론과 구별되는 것은 마르텐사이트 체적비를 온도증분에 따른 것(TIM)과 응력증분에 따른 것(SIM)으로 분리시켰다는 것이다. 즉, 재료매개변수(Material parameter)는 앞서 언급된 두 이론을 따르지만 등온과정에 응력-변형률선도는 응력증분에 따른 상변이 방정식만으로 결정되어진다는 것이다.

넷째로 Lagoudas 모델은 Tanaka와 Liang-Rogers 모델을 수정보완하여 3차원을 해석할 수 있도록 하였다. 이 모델은 Liang-Rogers가 제안한 모델과 운동학적 상변이 가정이 유사하지만 상변이 구간에서 에너지 발산을 담당하는 Hardening Function을 지수함수가 아닌 변곡점을 가진 다항식으로 표현하였다. 또한 탄성영역과 상변이 영역을 구분하여 해당온도에서 임계응력 전에는 탄성구간으로 거동하다가 임계응력을 넘어서면 상변이 영역으로 거동하도록 모델링하였다. 이는 재료의 소성거동과 매우 유사한 이론이다. 이때 상변이 구간의 재료의 물성치는 혼합법칙(Rule of mixtures)에 의해 오스테나이트상, 마르텐사이트상의 물성치와 마르텐사이트 체적비로 표현하였다. 이와 더불어 에너지 발산을 이용하여 탄성영역과 상변이 영역사이의 일관성을 표시하였다. 이 이론의 장점은 임의의 온도에 대하여 SMA의 거동을 표현할 수 있다는 것이다.

끝으로 Abeyirantne 모델은 세 개의 선으로 이루어진 응력-변형률선도로 1차원 열탄성을 묘사하였다. 이 곡선은 영에서 증가하는 변형률과 같이 초기 응력의 증가에 대응하는 세 개의 일직선상의 부분들로 구성되어 있다. 이 모델에서는 SMA에 작용되는 응력이 일정할지라도 변형률은 국부 온도의 불연속 함수(piecewise function)가 되며 변형률의 불연속성은 상(Phase)의 경계를 표현한다. 이 모델은 열-기계 연동(Coupling)을 설명하고, Clausius-Clapeyron inequality를 만족한다. 상 경계의 전파속도로 동역학 연계를 표현하였고, Nucleation Criterion은 천이 조건(the condition for a transition)과 일치한다. 이 모델의 수치해석으로 응력증분 상변이 과정에서 매우 빠르게 일어나는 변형률의 변화를 설명하였고, 등온과정일지라도 열원(Heat source)처럼 상 경계가 움직임을 보여주었다. 이는 상변이 동안 열이 흡수되고 방출됨을 의미한다. 이런 이유로 SMA의 상변이 과정에 국부적으로 상변이 전파현상을 파악할 수 있다.

앞에서 언급된 SMA의 특성과 거동방정식을 토대로 일반구조물에 대하여 적용 가능성을 살펴보면 다음과 같다.

형상기억합금의 온도에 따른 탄성계수의 차이를 이용하여 좌굴, 진동, 소음의 제어, 상변이 변형률과 온도를 이용하여 구조물의 형상과 변형을 제어, SMA를 삽입한 복합재료의 충격저항 또는 강성의 향상, 구조물의 피로파괴 등 여러방면에 적용될 수 있다. 이는 앞서 언급된 구성방정식을 토대로 현재 많은 연구가 수행중에 있다.

본 기사에서는 Lagoudas 모델을 바탕으로 형상기억합금의 거동을 파악하고 이를 이용한 복합재료의 형상 변형에 대하여 고찰해 보았다. 이를 위해 Lagoudas 모델의 수식적 설명과 더불어 수치해를 보이고 나아가 복합재료 평판에 형상기억합금을 적용한 경우에 대한 시뮬레이션 결과를 제시하였다.

## 2. 형상기억합금의 구성방정식

### 2.1 SMA 구성방정식

형상기억합금은 응력과 온도에 따라 오스테나이트와 마르텐사이트 상으로 상변이 하므로 이를 표현하기 위해 마르텐사이트 체적비로 순수 상변이만을 고려하여 깁스 자유에너지를 표현하면 다음과 같다.

$$G(\sigma_{ij}, T) = G^A(\sigma_{ij}, T) + \xi [G^M(\sigma_{ij}, T) - G^A(\sigma_{ij}, T)] + G^{mix} \quad (1)$$

여기서  $G^{mix}$ 는 상변이하는 동안 Inelastic Strain을 담당하는 Plastic Hardening과 비슷한 개념으로 Transformation Strain를 담당하는 상변이 과정의 자유에너지이다.

한편, 상변이 과정의 자유에너지는 응력, 온도, 마르텐사이트 체적비 그리고 상변이 변형률의 함수가 되지만 상변이 변형률은 응력과 온도가 극히 작은 변화에서 발생하므로 이들의 효과를 무시할 수 있어 다음과 같은 표현이 가능하다.

$$G^{mix} = G^{mix}(\sigma_{ij}, T, \xi, \varepsilon'_{ij}) = f(\xi, \varepsilon'_{ij}) \quad (2)$$

식(1), (2)에 의해서 형상기억합금의 자유에너지식을 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$G(\sigma_{ij}, T) = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{2} S_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} - \frac{1}{\rho} \alpha_{ij} \sigma_{ij} \Delta T - s_o T + u_o + c \left[ \Delta T - T \ln \left( \frac{T}{T_o} \right) \right] \quad (3)$$

$$G(\sigma_{ij}, T, \xi, \varepsilon'_{ij}) = G^A(\sigma_{ij}, T) + \xi [G^M(\sigma_{ij}, T) - G^A(\sigma_{ij}, T)] + f(\xi, \varepsilon'_{ij}) \quad (4)$$

식(3)은 자유 에너지와 열역학 제1법칙을 이용하여 단일상에서 응력과 온도로 이루어진 깁스 자유 에너지로 구해진다. 이러한 단일상에서의 구성방정식과 마르텐사이트 체적비( $\xi$ )를 이용하여 두가지 서로 다른 상간의 자유 에너지 관계를 표현하면 식(4)로 나타난다. 이때, 소성 이론과 비슷한 Hardening Function  $f(\xi, \varepsilon'_{ij})$ 를 이용하여 에너지의 발산을 표현하였다. 또한 이는 에너지 보존이 표현되어짐도 알 수 있다. 위 식(4)의 표현의 단점으로 미세구조에서 재복귀 효과(Reorientation Effect)를 설명할 수 없다는 것이다. 그러나 거시적인, 현상학적 거동은 확실하게 표현할 수 있다.

$$G(\sigma_{ij}, T, \xi, \varepsilon'_{ij}) := -\frac{1}{\rho} \frac{1}{2} \sigma : \bar{S} : \sigma - \frac{1}{\rho} \sigma : [\bar{\alpha}(T - T_o)] + \bar{c} \left[ (T - T_o) - T \ln \left( \frac{T}{T_o} \right) \right] - \bar{s}_o T + \bar{u}_o + f(\xi) \quad (5)$$

$$\begin{cases} \bar{S} := S^A + \xi \Delta S \\ \bar{\alpha} := \alpha^A + \xi \Delta \alpha \\ \bar{c} := c^A + \xi \Delta c \\ \bar{s}_o := s_o^A + \xi \Delta s_o \\ \bar{u}_o := u_o^A + \xi \Delta u_o \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta S = S^M - S^A \\ \Delta \alpha = \alpha^M - \alpha^A \\ \Delta c = c^M - c^A \\ \Delta s_o = s_o^M - s_o^A \\ \Delta u_o = u_o^M - u_o^A \end{cases} \quad (6)$$

식(5), (6)은 식(4)를 형상기억합금이 가지고 있는 두 상 즉, 오스테나이트상와 마르텐사이트상의 물성치를 이용하여 나타낸 식들이다. 여기서  $S$ 는 컴플라이언스,  $a$ 는 열팽창 계수,  $c$ 는 비열,  $s_o$ 는 엔트로피,  $u_o$ 는 내부에너지를 나타낸다.

$$T\dot{\eta} = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}'_{ij} - \rho \dot{\psi} - \rho s \dot{T} \geq 0 \quad (7)$$

식(7)은 열역학 제1법칙과 자유에너지를 이용하여 열역학 제2법칙인 Truesdell & Noll Strong Local Form으로 에너지의 발산을 표현한 식이 된다. 이는 열복사와 열원효과를 무시한 경우이다 ( $T\dot{\eta} \geq 0$ ).

$$\dot{G} = \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial G}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial G}{\partial \xi} \dot{\xi} + \frac{\partial G}{\partial \varepsilon'_{ij}} \dot{\varepsilon}'_{ij} \quad (8)$$

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{te} + \varepsilon'_{ij} \quad (9)$$

깁스 자유에너지의 시간에 대한 변화률인 식(8)과 변형률을 열탄성과 상변이 부분으로 분해한 식(9)을 이용하여 다음의 에너지 발산식을 표현하였다.

$$T\dot{\eta} = (\sigma_{ij} - \rho \frac{\partial f}{\partial \varepsilon'_{ij}}) \dot{\varepsilon}'_{ij} - \rho \frac{\partial G}{\partial \xi} \dot{\xi} \geq 0, \quad T\dot{\eta} = \phi' \quad (10)$$

여기서  $\phi'$ 는 상변이 동안의 에너지 발산을 나타내며 식(10)을 일관성 방정식이라고 한다. 한편, Hardening Function  $f(\xi, \varepsilon'_{ij})$ 는 상변이 변형률에 독립적 즉, Kinematic Transformation Hardening을 무시하여 탄성 변형에너지를 담당하기 때문에 항상 양의 값을 가져야 한다. 그리고 상변이 동안 다른 구별되는 미세구조의 형성 때문에 Return Point가 존재해야된다. 이런 가정에 의한 Hardening Function의 유도는 참고문헌[26]에 잘 나타나 있으며 다음의 식들을 만족시킨다. 또한 앞서 언급된 이유로 상변이 변형률은 순수하게 상변이 정도를

나타내는 마르텐사이트 체적비에 비례할 것이다. 이를 정리하면 다음과 같다.

$$f = f(\xi), \quad f(0) = 0, \quad f(\xi) \geq 0 \quad (11)$$

$$\dot{\varepsilon}'_{ij} = \Lambda_{ij} \dot{\xi} \quad (12)$$

여기서  $\Lambda_{ij}$ 는 상변이 텐서로써 형상기억합금의 종류 또는 축방향에 따른 상변이 정도를 나타낸다.

식(11), (12)를 식(10)에 적용하면 에너지 발산식이 아래와 같이 간단히 구해진다.

$$T\dot{\eta} = \left( \sigma_{ij} \Lambda_{ij} - \rho \frac{\partial G}{\partial \xi} \right) \dot{\xi} = \Pi \dot{\xi} \geq 0, \quad T\dot{\eta} = \phi' \quad (13)$$

여기서  $\Pi$ 는 열역학적 힘(Thermodynamic Force)이라고 하며 열역학적 힘과 마르텐사이트 체적증분량의 곱으로 나타나는 일관성 방정식(Consistent Equation,  $\phi'$ )은 다음에 설명될 Kuhn-Tucker Condition에 의해 그 순간의 온도에서의 탄성구간과 상변이 구간을 나타내는 중요한 식이된다.

$$\dot{\xi} = \lambda \frac{\partial \phi'}{\partial \Pi} \quad (14)$$

$$\lambda \geq 0 \quad \text{and} \quad \phi' \leq Y \quad \Rightarrow \quad \lambda(\phi' - Y) = 0 \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \Pi < 0, \quad \dot{\xi} = 0 & : \text{Elastic Region} \\ \Pi = 0, \quad \dot{\xi} > 0 & : \text{Inelastic Region} \end{aligned} \quad (16)$$

식(14)는 Associative Flow Rule이며 이는 상변이 변형률이 마르텐사이트 체적비에만 의존함을 다시 확인시켜주는 결과가 된다. 식(15)는 Kuhn-Tucker Condition의 전형적인 형태이며  $Y$ 는 상변이가 일어나기 시작하는 응력값이 된다. 식(16)은 유도된 구성방정식에서 Kuhn-Tucker Condition을 적용한 것이다. 이는 앞서 언급한 바와 같이 제안된 구성방정식에 의한 형상기억합금의 거동이 열탄성구간과 상변이 구간으로 연속성있게 거동하도록 하는 중요한 식이다.

변형이 Rate-Independent라는 가정하에 Dissipation Energy  $\phi'$ 도 Rate-Independent이다.

$$\phi' = 0 \quad (17)$$

위 식은 상변이 구간에서 일관성 조건(Consistency Condition)을 나타내며 이 조건과 식(13)을 이용하면 다음과 같이 열역학적 힘(Thermodynamic Force)에 대한 일관성 조건이 구해진다.

$$\dot{\Pi} = 0 \quad (18)$$

위 식은 상변이 구간에서 연속조건을 나타내며 다음과 같은 접선값(또는 증분값)을 구할 수 있는 중요한 식이 된다.

$$-\left( \frac{\partial \Pi}{\partial \xi} + \frac{\partial \Pi}{\partial \varepsilon'_{ij}} \Lambda_{ij} \right) \dot{\xi} = \frac{\partial \Pi}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial \Pi}{\partial T} \dot{T} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \Pi &= \sigma_{ij} \Lambda_{ij} - \rho \frac{\partial G}{\partial \xi} \\ &= \sigma : \Lambda + \frac{1}{2} \sigma : \Delta S : \sigma + \sigma : \Delta \alpha (T - T_o) \\ &\quad - \rho \Delta c \left[ (T - T_o) - T \ln \left( \frac{T}{T_o} \right) \right] \\ &\quad + \rho \Delta s_o T - \rho \Delta u_o - \rho \frac{\partial f}{\partial \xi} \end{aligned} \quad (20)$$

식(19), (20)을 이용하여 상변이 구간에서 응력, 온도, 마르텐사이트 체적비의 증분을 구할 수 있다. 여기서  $Y^*$ 는 연속성 방정식과  $Y$ 의 관계를 열역학적 힘과의 관계로 나타낸 값이다.

## 2.2 구성방정식 수치해 산출 알고리즘

앞에서 유도된 구성방정식의 수치해를 구하기 위하여 Cutting Plane Return Mapping Algorithm을 사용하였다. 이유는 Model에서 또다른 내부상태변수(Internal state variable)의 추가는 더 많은 Gradients(=Tangent Values)가 필요하게 되며 이런 값들을 산출하는 일은 쉽지 않으며 계산적으로 비용이 많이들기 때문이다.

전체(Total), 열탄성 구간(Thermoelastic), 상변이 구간(Transformation)의 변형률 증분량은 다음과 같이 유도되어진다.

$$\dot{\varepsilon}'_{ij} = \Lambda_{ij} \dot{\xi} \quad (21)$$

$$\dot{\varepsilon}'_{ij}{}^e = -\rho \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} = \bar{S} : \sigma + \bar{\alpha} (T - T_o) \quad (22)$$

$$\varepsilon_{ij} = \bar{S} : \sigma + \bar{\alpha}(T - T_o) + \varepsilon'_{ij} \quad (23)$$

한편, 전체 변형률(Total strain)은  $(\alpha, T, \xi)$ 의 함수이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d\varepsilon = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} dT \pm \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} d\xi = \bar{S} d\sigma + \bar{\alpha} dT \pm \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} d\xi \\ = \bar{S} d\sigma + \bar{\alpha} dT \pm [\Delta S : \sigma + \Delta \alpha(T - T_o) + \Lambda] d\xi \quad (24)$$

여기서 양의 기호는 전방향 상변이를 음의 기호는 후방향 상변이를 나타낸다.

Cutting Plane Return Mapping Algorithm은 Forward Euler Method( $\beta=0$ )이므로 식(21)~(23)에서 Rate Form을 임의의 시간  $t_{n+1}$ 에서 표시하면 다음과 같이 된다.

$$\dot{\varepsilon}'_{ij} = \Lambda_{ij} \dot{\xi} \Rightarrow \varepsilon'_{n+1} = \varepsilon'_n + (\xi_{n+1} - \xi_n) \Lambda_n \\ \Rightarrow \Delta \varepsilon'_{n+1} = \Delta \xi_{n+1} \Lambda_n \quad (25)$$

식(25)를 식(24)에 적용하면 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\Delta \varepsilon'_{n+1} = -\bar{S}_{n+1} : \Delta \sigma_{n+1} \mp [\Delta S : \sigma_{n+1} + \Delta \alpha(T_{n+1} - T_o)] \Delta \xi_{n+1} \quad (26)$$

$$\begin{cases} \bar{S}_{n+1} := S^A + \xi_{n+1}(S^M - S^A) \\ \bar{\alpha}_{n+1} := \alpha^A + \xi_{n+1}(\alpha^M - \alpha^A) \end{cases} \quad (27)$$

### ① Thermoelastic Prediction ( $f < 0$ )

탄성구간(Elastic Region ;  $\xi=0$ )이므로 식(21)~(23)에 의하여  $S_n^{-1}$ 와  $\bar{\alpha}_n$ 는 임의값,  $\varepsilon'_n, \xi_n = 0$ 으로 고정된다.

$$\sigma_{n+1}^{(0)} = \bar{S}_n^{-1} : [\varepsilon_{n+1} - \bar{\alpha}_n(T_{n+1} - T_o) - \varepsilon'_n] \quad (28)$$

$$\Pi_{n+1}^{(0)} = \Pi(\sigma_{n+1}^{(0)}, T_{n+1}, \xi_n) \leq 0 \quad (29)$$

### ② Transformation Correction ( $f=0$ )

상변이 구간의 열역학적 힘은 ( $\Pi_{n+1}=0$ )의 조건을 가진다. 그리고 식(25), (26)에 의해서 상변이 구간동안의 응력 증분량은 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta \sigma_{n+1} = -\bar{S}_{n+1}^{-1} : [\pm(\Delta S : \sigma_{n+1} + \Delta \alpha(T_{n+1} - T_o) + \Lambda_n)] \Delta \xi_{n+1} \quad (30)$$

#### • Residual Stress

열역학적 힘은 응력( $\alpha$ )과 마르텐사이트 체적비( $\xi$ )의 함수로이므로  $\Pi_{n+1} := \Pi(\alpha_{n+1}, \xi_{n+1})$ 로 표시되고 이산화하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

Residual Stress :

$$\Pi_{n+1} + \frac{\partial \Pi_{n+1}}{\partial \sigma} : \Delta \sigma_{n+1} + \frac{\partial \Pi_{n+1}}{\partial \xi} \Delta \xi_{n+1} = 0 \quad (31)$$

식(30)을 식(31)에 대입하면 상변이 구간동안에 마르텐사이트 체적증분량이 유도된다.

$$\Delta \xi_{n+1} = \frac{\Pi_{n+1}}{\pm \frac{\partial \Pi_{n+1}}{\partial \sigma} : \bar{S}_{n+1}^{-1} : [\Delta S : \sigma_{n+1} + \Delta \alpha(T_{n+1} - T_o) + \Lambda_n] - \frac{\partial \Pi_{n+1}}{\partial \xi}} \quad (32)$$

#### • Geometrical Interpretation

구해진 마르텐사이트 체적비 증분량( $\Delta \xi_{n+1}$ )을 이용하여 시간  $t_{n+1}$ 에서 모든 내부변수(Internal Variables)를 아래와 같이  $t_n$ 에서 값과 증분량에 의해 구할 수 있다.

$$\begin{cases} \xi_{n+1} = \xi_n + \Delta \xi_{n+1} \\ \varepsilon'_{n+1} = \varepsilon'_n + \Delta \varepsilon'_{n+1} \\ \sigma_{n+1} = \sigma_n + \Delta \sigma_{n+1} \end{cases} \quad (33)$$

## 3. 피구동부 구조물 해석(Host Structure Analysis)

형상기억합금은 상변이 변형률이 길이의 5%이상이므로 이를 이용한 구조물의 형상변형은 매우 크게 나타나기 때문에 기하학적 비선형성을 고려해야 된다. 본 연구에서는 평판 기하 비선형성을 고려하기 위해 Von Karman의 비선형 효과를 포함시켰으며 일차전단 변형 복합재 적층평판 이론을 사용하였다.

### 3.1 큰처짐을 갖는 1차 전단이론을 고려한 평판이론

각 부분의 변형률은 다음과 같다.

#### • Membrane Part

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2, & \epsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (34)$$

• Bending Part

$$u = -z\theta_x, \quad v = -z\theta_y, \quad w = w(x, y) \quad (35)$$

$$\epsilon_{xx} = -z \frac{\partial \theta_x}{\partial x}, \quad \epsilon_{yy} = -z \frac{\partial \theta_y}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = -z \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \right) \quad (36)$$

• Transverse Shear Part

$$\gamma_{xz} = -\theta_x + \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = -\theta_y + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (37)$$

3.2 평판의 수치해 산출 알고리즘

위와 같은 비선형 이론으로부터 도출된 평판의 굽힘에 대한 유한요소 해석을 위하여 Newton-Raphson Method를 이용하였다.

4절점을 가진 사변형요소에 대하여 Total Lagrangian Description으로 수치해를 도출하였고 Tolerance는  $10^{-5}$  정도로 하였다. 연속성을 위한 내력식과 미소구간 선형 방정식은 다음과 같다.

• Internal Force

$$\tilde{f}_{ii}^{int} = \int_{\Omega_0} \frac{\partial N_i}{\partial X_j} P_{ji} d\Omega_0 \quad (38)$$

• Linearization

$$\left\{ \int_{\Omega} \left( \frac{\partial N_i}{\partial X_j} \frac{\partial x_r}{\partial X_k} C_{jrst} \frac{\partial N_l}{\partial X_k} \frac{\partial x_m}{\partial X_r} \right) d\Omega + \left( \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial X_j} S_{jr} \frac{\partial N_l}{\partial X_r} d\Omega \right) \delta_m \right\} \dot{u}_{ml} = \dot{f}_{il}^{ext} \quad (39)$$

여기서  $N_i$ 는 절점I에서 Shape Function,  $P_{ji}$ 는 1st Piolar-Kirchoff stress,  $C_{jrst}^{SE}$ 는 Stiffness Matrix,  $S_{jk}$ 는 2nd Piolar-Kirchoff stress, 그리고  $X_j$ 는 변형되기전 초기 좌표성분을 나타낸다.

4. SMA-Composite 구조물의 해석 알고리즘

임의의 온도와 응력하에서 복합재료의 변형과 SMA wire 길이를 구하여 초기상태를 정한 다음 SMA에 온

도를 증가시키면 앞에서 유도된 구성방정식을 이용하여 새로운 온도와 초기 응력하에서 SMA의 길이를 구한다. SMA wire 길이와 복합재료의 변형과 비교하여 SMA 길이 차이가 발생하면 새로운 응력을 적용하고 다시 SMA와 복합재료의 변형사이의 길이 비교에 들어간다. 길이가 오차범위에 들어올때까지 반복계산을 한다. 오차범위 들어온 응력값이 새로운 온도에서 SMA와 복합재료에 작용하는 새로운 응력이 될 것이다.

5. 수치해석 결과

5.1 SMA 구성방정식의 수치해 결과

그림 5에서는 단락2에서 유도된 SMA 구성방정식을 이용하여 오스테나이트 끝온도보다 높은 곳에서 초탄성거동(그림 5(a), (c))을, 오스테나이트 끝온도보다 낮은곳에 형상기억효과 거동(그림 5(b), (d))을 보여주고 있다.

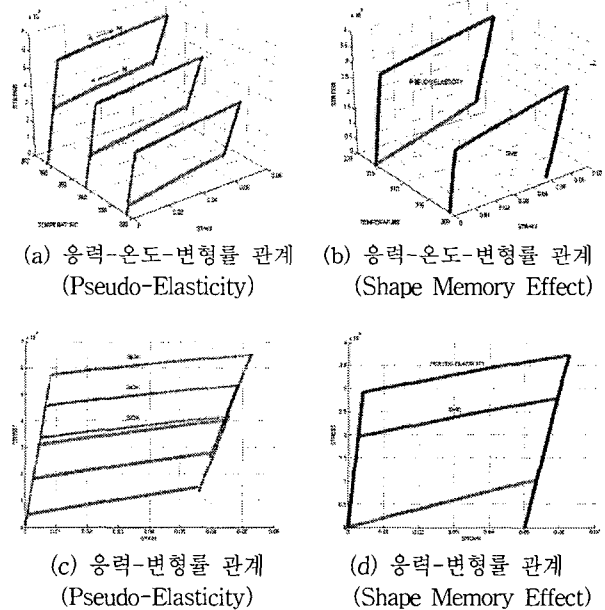


그림 5 Numerical Simulation of SMA at various temperatures

5.2 SMA-Composite 구조물의 수치해석 결과

그림 6은 최초로 편평한 복합재료의 양단에 SMA를 고정시킨 구조물을 보여주고 있고 SMA와 복합재료 모두가 현재 힘을 받고 있는 상태이고 SMA는 완전하게 상변이(Fully Dewtine Martensite Phase State)가 일어

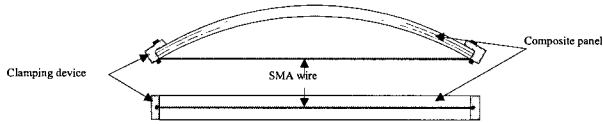


그림 6 Schematic of Actuator Device for Repeated Application of SMA actuator

나는 응력을 받고 있다. 따라서 위 그림은 SMA와 복합재료가 초기 평형상태에 놓여 있음을 나타낸다. 이러한 평형점을 계산한 후 단락 3, 4, 5에서 설명된 방법을 통하여 수치해석을 수행하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

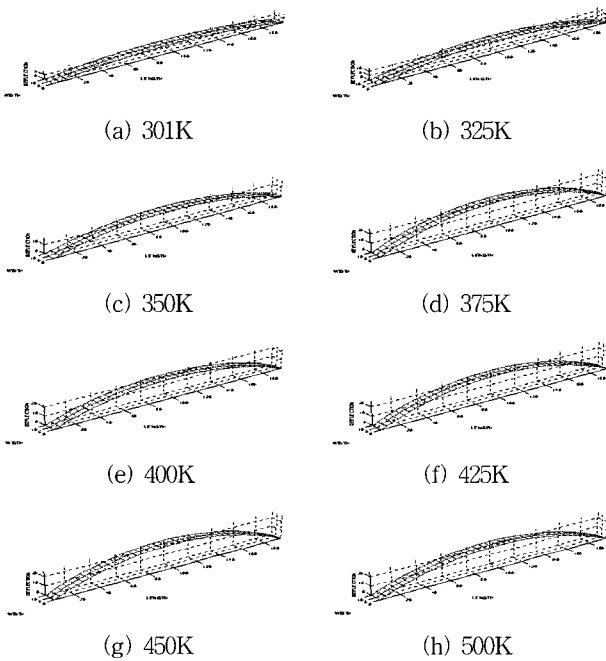


그림 7 Numerical Simulation of SMA-Composite Structures at various temperatures

그림 7은 그림(a)의 초기상태에서 온도를 증가시키면 그림과 같이 (a)→(b)→(c)→(d)→(e)→(f)→(g)→(h) 방향으로 구조물이 형상변형을 일으키게 되고 고온의 변형된 상태인 그림(h)에서 더 이상 온도를 올려주지 않고 가만히 놓아두면 SMA가 식으면서(온도가 내려가면서) 온도를 올려준 방향과 반대방향으로 구조물이 움직여 최초의 상태로 되돌아 가게 된다. 이는 양방향 형상기억효과를 이용한 구조물이기 때문이다. 위의 각 과정에 이루어진 SMA의 내부변수를 온도에 대하여 그래프로 나타내어 보면 다음과 같이 나타난다.

다음 그림에서 알 수 있듯이 400K 근방에 SMA는 완전하게 복귀(Reorientation)하여 상변이로 발생한 상

변이 변형률이 완전히 사라지면서 복합재료 평판을 최대 변형시킴을 확인할 수 있다. 그림 8, 10에서 400K 이후 응력이 조금 떨어지고 변형률이 조금 증가하는 이유는 열팽창과 SMA가 구조적으로 강인해지지 때문이다.

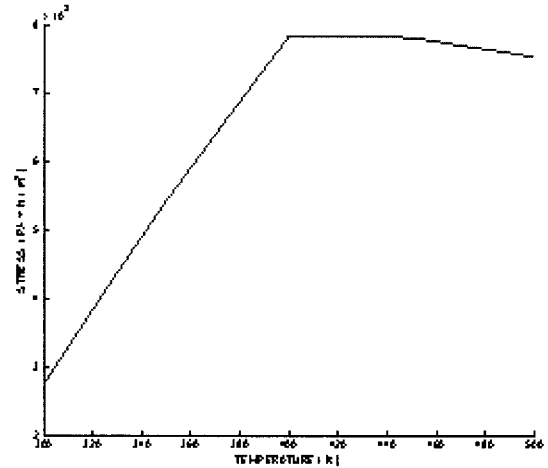


그림 8 Stress-Temperature diagram

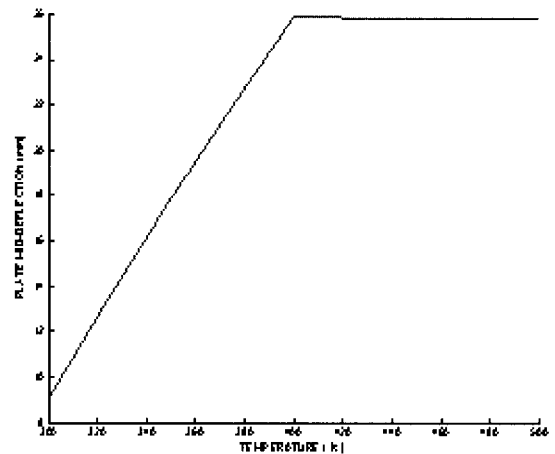


그림 9 Deflection-Temperature diagram

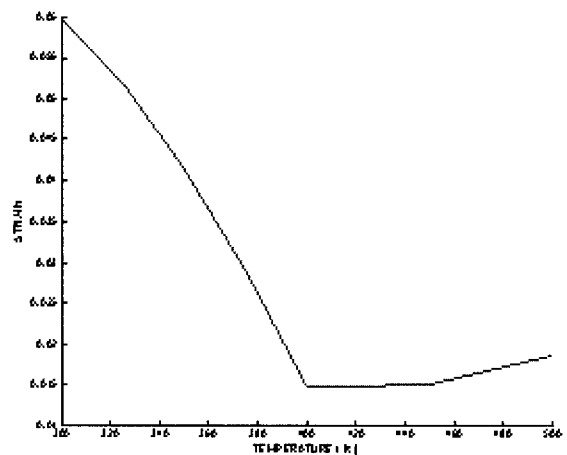


그림 10 Strain-Temperature diagram



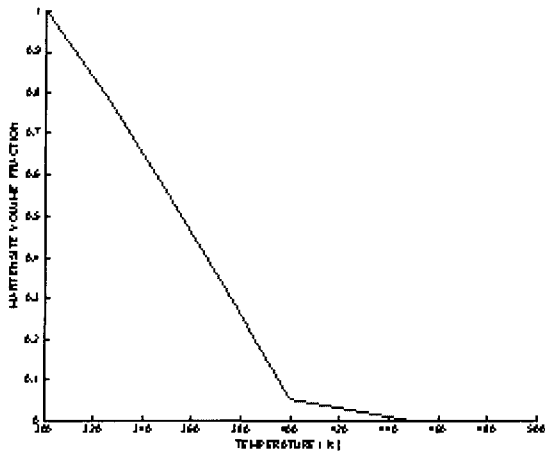


그림 11 Volume Fraction-Temperature diagram

6. 결 론

최근 형상기억합금의 연구들은 열-기계학적인 재료의 거동 특성과 일방향 형상기억효과를 이용한 작동기 적용에만 제한되어왔다. 그러나 일방향 형상기억효과는 반복적인 작동기로 사용되기에 부적합하다. 형상기억합금의 온도를 다시 낮추더라도 구조물의 최초의 형상으로 되돌아가지 않기 때문이다. 따라서 본 연구 결과와 같이 잔류응력하에서 양방향 형상기억효과를 고려하면 구조물의 최초의 상태로 되돌릴 수 있음을 확인하였다. 이는 SMA를 이용하여 구조물에 적용하였을 경우 작동기로서 충분한 역할을 할 수 있음을 보여주는 결과이기도 하다. 또한 SMA 구성방정식과 구조물 해석을 위한 FEM을 연동(Coupled)하여 스마트 구조물의 해석을 이루어 내었으며 이 방법론은 다양한 구조물의 작동기에 적용될 수 있을 것으로 예상된다.

후 기

본 연구는 과학기술부의 21C 프론티어사업중 “스마트 무인기 기술개발사업”의 지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

1. Rogers C. A., Barker D. K., and Jaeger D. A., "Introduction to smart materials and structures", *Smart Materials, Structures, and Mathematical Issues(Selected papers presented at the US Army Research Office Workshop on Smart Materials, Structures and Mathematical Issues)*, C. A. Rogers

(ed), Technomic, Lancaster, 1988, pp.17~28

2. Wada B. K., Fanson J. L., and Crawley E. F., "Adaptive structures", *J Intelligent Mat Syst Struct 1*, 1990, pp.157~174

3. Hanagud S., Nagesh Habu G. L., and Zhang J., "Smart structures-An overview", *Developments in Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 16, B Antar et al(eds), Univ of Tennessee Space Inst, Tullahoma T. N., II.20.1-II.20-9, 1992

4. Crawley E. F., "Intelligent structures for aerospace : a technology overview and assessment", *AIAA J 32*, 1994, pp.1689~1699

5. Gandhi M. V. and Thompson B. S., "Smart Material Structures", *Chapman & Hall*, London, 1992

6. Wayman C. M., "Deformation, mechanisms and other characteristics of shape memory alloys, Shape Memory Effects in Alloys", J perkins, *Plenum Press*, New York, 1975, pp.1~27

7. Wayman C. M. and Duerig T. W., "Intriduction to martensite and shape memory, Engineering Aspects of Shape Memory Alloys", T. W. Duerig et al(eds), *Butterworth- Heinemann*, London, 1990, pp.3~20

8. Wayman C. M. and Shimizu K., "Shape memory (marmem) effect in alloys", *Metal Sci J 6*, 1992, pp.175~183

9. Krishnan R. V., Delaey L., Tas H. and Warlimont H., "Review, Thermoplasticity, pseudoelasticity and the shape memory effects associated with martensitic transformation", *J Mat Sci 9*, 1974, pp.1535~1544

10. Rodrigeues C. and Brown L. C., "Mechanical properties of SME alloys, Shape Memory Effects in Alloys", J prkins(ed), *Plenum Press*, New York, 1975, pp.29~58

11. Perkins J.(Ed.), *Shape Memory Effects in Alloys, Plenum Press*, New York, 1975

12. Cross W. B., Kariotis A. H., and Stimler F. J., "Nitinol Characterization Study", *NASA CR-1433*, 1970

13. Jackson C. M., Wangner J. J., and Wasilewski R. J., "55-Nitinol-The alloy with a memory : Its physical metallurgy, properties, and applications",

- NASA SP-5110, 1972
14. Baumgart F., Jorde J., and Reiss H. G., "Technische Mitteilunger Krupp", Forschungsberichte, Vol 34, July, Translation from German : Memory alloys-properties, phenomenological theory and applications, NASA TM-77904, 1976
  15. Funakubo H., "Shape Memory Alloys", *Cordon and Bleach*, New York, 1987
  16. Shaw J. A. and Kyriakides S., "aspects of nitinol", *J Mech Phys Solids* 43, 1995, pp.1243~1281
  17. Paine J. S. N. and Rogers C. A., "Review of multi-functional SMA hybrid composite material and their applications", *Adaptive Structures and Composite Materials : Analysis and Application*, E. Garcia, H. Cudney, 1994
  18. Paine J. S. N., Rogers C. A., and Smith R. A., "Adaptive composite materials with shape memory alloy actuators for cylinders and pressure vessel", *Proc of 1994 SPIE Smart Structures and Intelligent Systems Symp, Smart Structures and Intelligent Systems, NW hagood(ed)*, Vol. 2, 2190, 1994, pp.390~401
  19. Birman, V., "Review of mechanics of shape memory alloy structures", *Applied Mechanics Reviews* 50, No. 11, 1997, pp.629~649
  20. Tanaka K., Kobayashi S. and Sato Y., "Thermomechanics of transformation pseudoe-lasticity and shape memory effecct in alloys", *Int J Plasticity* 2, 1986, pp.59~72
  21. Liang C. and Rogers C. A., "One-Dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials", *J Inteligent Mat Syst Struc* 1, pp.207~234
  22. Liang C. and Rogers C. A., "Design of shape memory alloy actuators", *J Mech Design* 114, 1992, pp.223~230
  23. Brinson L. C., "One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys : thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable", *J Intelligent Mat Syst Struct* 4, 1993, pp.229~242
  24. Brinson L. C. and Lammering R., "Finite element analysis of the behavior of shape memory alloys and their application", *Int J Solids Struct* 30, 1993, pp.3261~3280
  25. Boyd, J. G. and D. C. Lagoudas, "A thermodynamic constitutive model for the shape memory alloy materials Part I, the monolithic shape memory alloy", *International Journal of Plasticity* 12, 1996, pp.805~842
  26. Lagoudas, D. C., Z. Bo and M. A. Qidwai, "A unified thermodynamic constitutive model for sma and finite element analysis of active metal matrix composite", *Mechanics of Composite Materials and Structures* 3, 1996, pp. 153~179
  27. Truesdell, C. and W. Noll, "The Non-linear Field Theories of Mechanics", Berlin : *Springer-Verlag*, 1965
  28. M. A. Qidwai, D. C. Lagoudas, "implementation of a shape memory thermomechanical constitutive model using return mapping algorithms", *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 47, 2000, pp.123~1168
  29. Abeyarantne R. and Knowles J. K., "One-dimensional continuum model for shape memory alloys", *Int J Solids Struct* 31, 1993, pp.2229~2249
  30. Abeyaratne R. and Kim S. J., "Cyclic effects in shape-memory alloys : A one-dimensional continuum model", *Int J Solids Struct* 34, 1997, pp. 3273~3289
  31. Simo, J. C. and T. J. R. Hughes, "Computational Inelasticity", *Springer-Verlag* New York Inc. 1998.
  32. Lubliner, J., "Plasticity Theory", New York : *Macmillan Publishing Company*, 1990.
  33. O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor, "Element Method", *Butterworth-Heinemann*, 2000 