

특별기고문

앙드레마리 앙페르(André-Marie Ampère)

— 한 남자의 일생

조영기

경북대학교 전자공학부

전자자기분야에서 중요한 업적을 남긴 앙페르의 힘들었던 인간적인 삶을 살펴보고, Maxwell이 가장 높이 평가했던 앙페르의 힘의 법칙(Ampere's law of force between two current loops)의 치열했던 추론과정을 다시 한번 정리해 보는 기회로 삼고자 한다.

I. 행복했고 목가적이었던 어린 시절과 부단히 고통스러웠던 그 후

전류의 단위 암페어(Ampere)로 인류 역사에 그 이름을 남긴 앙드레 마리 앙페르(André-Marie Ampère)는 1775년 1월 22일 프랑스 리옹(Lyon)에서 태어났으며 어린 시절을 리옹 근처의 Poleymieux에서 보냈다. 세살 손위 누이(Antoinette)가 있었고 이 남매는 Saint-Nizier 교회에서 세례를 받았으며 카톨릭 신앙의 경건한 분위기 속에서 자라게 된다. 그리고 비교적 부유한 상인이었으며 그 당시 널리 읽혀졌던 루소의 '에밀(Emile)^[1]에 기술된 교육이론에 적지 않은 영향을 받은 아버지의 사랑을 받으며 유소년기를 보내게 된다. 이 교육 방식은 어린이들이 다양한 읽을 거리에 접하게 하여 그들의 적성이나 기호에 맞추어 그들 스스로 찾아서 공부할 수 있는 것이었는데 어린 앙페르는 그러한 방식에 원만하게 적응해 나아갔다.

점차 성장해 가면서 당시 프랑스 백과전서파의 편집장이었던 디드로에 의하여 새로이 출간된 백과

전서를 읽어 나감으로써 인문과 자연 과학 분야 전반에 관한 관심을 키웠으며 더 나아가 스위스의 저명한 수학자인 오일러의 대수학(Algebra), 확률론(probability theory)과 미적분학(calculus)을 접하게 되고 특히 십대 후반에는 라그랑지의 해석역학(analytic mechanics)에도 깊은 관심을 갖게 된다. 흥미로운 것은 수학분야 외의 관심분야로서 Georges deBuffon에 의한 자연 역사 분야를 포함하여 그리스어, 라틴어, 이탈리아어 등의 어학분야와 그 외 프랑스 문학이나 식물학 분야를 섭렵하며 비교적 자유로운 분위기 속에서 그렇게 넓은 지적 영역에 걸친 관심을 가지고 소년 시절을 보냈다는 사실이다.

그러나 평화롭게 지내던 앙페르에게 엄청난 인간적 슬픔의 그늘이 드리워진다. 유년시절부터 소년 시절까지 남매의 정을 나뉘왔고 언제나 앙페르를 따뜻하게 대해 주었던 세살 손위 누이(Antoinette)^[2]가 1792년 3월 2일 20세의 나이로 세상을 뜨게 된 것이다. 오랜 세월이 흐른 후에도 앙페르는 유년 시절의 누이에 대한 추억을 잊을 수 없었으며 그 누이의 그리운 추억에 대한 여러 편의 시를 썼다고 한다. 불행은 거기서 끝나지 않았다. 앙페르의 삶에서 그를 정신적으로 가장 방황하게 했던 아버지의 죽음이 기다리고 있었다. 1793년 10월의 일이었다. 그 날도 온 가족이 평화로이 식사를 마친 후 늘 맞이하는 고요한 저녁이었으며 늘 그러하듯이 앙페르는 조용히 독서를 하고 있었다. 별안간 문 부서지는 소리와 함께

프랑스 혁명군들(자코뱅당)이 무자비하게 들이닥쳤고 아버지는 별 저항 없이 끌려갔다. 순식간의 일이었다. 앙페르나 앙페르 어머니는 아무 것도 할 수 없었다. 그것이 아버지와의 마지막 이별이었다. 공포 정치(Reign of Terror)가 프랑스 전역을 휩쓸고 있었던 시절이었으며 성실하게 살아 왔던 앙페르의 아버지도 길로친(단두대)의 수많은 희생자의 한 사람이 되었다. 아버지는 앙페르에게는 각별한 유대감을 주었던, 따라서 앙페르 인생에서 가장 소중한, 유일한 존재였으며, 외부 세계와 접하게 되는 것도 오직 그 다정다감했던 아버지를 통해서였다. 처연했으리라. 이러한 슬픈 기억 때문에 앙페르는 평생동안 우울함 속에서 벗어 날 수가 없었다. 게다가 아버지가 돌아가신 후, 가족의 생계를 떠맡아야 했으므로 주로 수학과목의 과외에 많은 시간을 보내야 했다.

1799년 8월, Julie와 결혼한다. 그러나 그녀는 병약했기 때문에 그나마 행복했던 이 시절도 4년이 채 되기 전에 사랑했던 첫 아내 Julie와 사별하게 된다. 이 시절에 외동아들 장자크(Jean-Jacques)를 얻는다. 첫 아내와의 사별 후 1804년 11월 빠리로 와서 빠리의 Ecole polytechnique에서 수학을 가르치게 된다. 1806년 Jenne Potot와 재혼한다. 그러나 곧 파경을 맞는다. 둘째 자식인 딸 Albine을 남겨두고, 두 번째 결혼도 불행하게 끝났지만 그 후로는 그래도 평온한 삶이 찾아온 듯 했다. 하지만 1819년 그토록 사랑했던 아들 장자크가 아버지(앙페르)의 기대를 저버리고 나폴레옹 시대부터 왕정복고시대에 걸쳐 뛰어난 재색으로 많은 작가들의 흠모를 받았던 레카미에 귀부인의 수행단의 일원으로 들어가서 20년 간을 레카미에 귀부인 옆에 머물며 그녀가 죽을 때까지 비정상적인 관계를 유지하면서 결혼을 하지 않았다. 사랑하는 자식(장자크)이 훌륭한 극작가가 되기를 기대했던 아버지로서의 앙페르의 상심은 얼마나 컸을까? 1827년에는 둘째 부인과의 사이에서 얻은 딸 Albine을 나폴레옹군대의 전직 장교였던 남자에게 시집을

보냈는데 후에 그 남자가 술주정뱅이면서 난폭하며 도박에 빠진 생활에 탐닉하고 있음을 알게 된다.

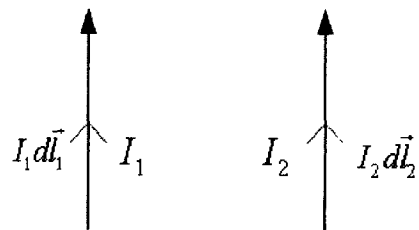
앙페르는 인생의 대부분에 걸쳐 경제적으로 불안정했기 때문에 여러 가지의 보수가 낮은 수학 과외를 했어야 했다.

II. 진지하고 치열했던 정신

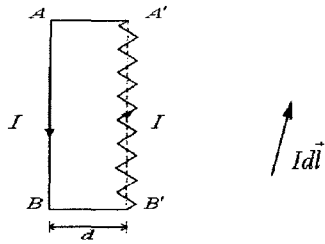
1819년 덴마크의 코펜하겐 대학의 젊은 교수인 외르스테드는 전류가 자석에 어떤 힘을 작용할 수 있다는 사실을 실험적으로 보여 주었다. 즉 전류의 자기작용이 실증된 것이다. 보다 구체적으로 기술한다면, 도선 아래에 나침반의 바늘이 도선의 방향과 평행한 나침반을 놓고 도선에 전류가 흐르게 하면 나침반의 바늘이 도선의 방향에 수직인 방향으로 움직인다는 사실을 발견한 것이다. 그 직후인 1820년도부터 1825년까지 앙페르는 엄청난 실험 과정들을 거쳐 두 전류간에 작용하는 힘에 관한 4가지 중요한 관찰 결과들을 얻게 된다³⁾. 그 결과들은 다음과 같이 정리된다.

[관찰 결과 1] 어떤 전류가 다른 전류 또는 전류소에 미치는 작용력(action)은, 어떤 하나의 전류 방향이 바뀌면, 크기는 같으나 방향이 반대가 된다. 가장 간단한 예로서, [그림 1]에서와 같이 서로 평행한 두 전류소 $I_1 d\vec{l}_1$ 와 $I_2 d\vec{l}_2$ 가 있다고 하자.

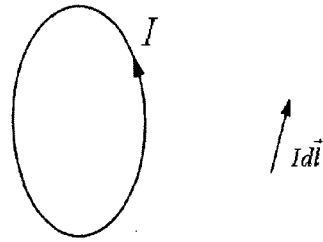
[그림 1]과 같이 방향이 같으면 두 전류소 간에는 서로 끄는 힘(引力)이 작용한다. 그러나 두 전류 중에



[그림 1] 두 미세 전류소



[그림 2] 직선전류와 지그재그전류로 구성된 폐회로와 전류소 $I d\vec{l}$



[그림 3] 폐회로전류가 미소 전류소 $I d\vec{l}$ 에 미치는 힘의 방향

한 전류의 방향을 반대로 하면 서로 미는 힘(斥力)이 작용한다.

[관찰 결과 2] 임의의 형태로 뒤틀어지거나(bent), 꼬인(twisted)형태의 도체에 흐르는 전류의 효과와 직선 도체에 흐르는 전류의 효과는, 두 도체에 흐르는 전류가 같고, 두 도체가 서로 매우 근접해 있는 경우, 동일하다. 이 결과는 [그림 2]와 같이 직선도체 ($A \rightarrow B$)와 지그재그도체(Zigzag) ($B' \rightarrow A'$)로서 폐회로를 구성하면, [그림 2]에서의 d 가 매우 작은 경우, 폐회로 ($A-B-B'-A'-A$)의 전류에 의한 전류소 $I d\vec{l}$ 로의 작용력은 영이 된다는 실험적 결과로부터 얻을 수 있다.

좀 더 자세히 살펴보면 [그림 2]에서 지그재그 도체에 흐르는 전류는 직선 전류로서 대체할 수 있으며, 이러한 경우 $A \rightarrow B$ 로 흐르는 전류가 전류소 $I d\vec{l}$ 에 작용하는 힘은 $B' \rightarrow A'$ 으로 흐르는 전류에 의한 작용력과 반대가 되어 전류소 $I d\vec{l}$ 에 미치는 총 작용력이 0이 된다는 사실을 의미하기도 한다.

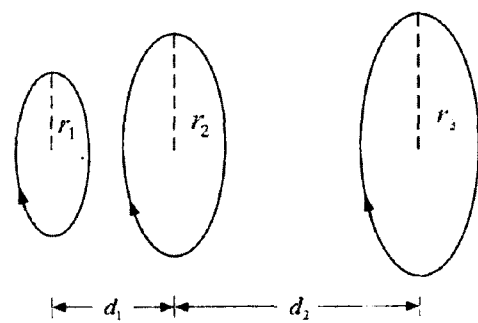
[관찰 결과 3] 폐회로전류가 전류소($I d\vec{l}$)에 미치는 작용력의 방향은 전류소에 수직이다.

요즘 지식으로 생각해 보면 폐회로 전류에 의한 미소 전류소 $I d\vec{l}$ 의 위치에서의 자계 \vec{B} 는 전류소의 방향과 같은 성분 \vec{B}_{\parallel} 과 전류소의 방향에 수직인 성분 \vec{B}_{\perp} 로 나누어지는데 $I d\vec{l}$ 에 작용되는 힘은 $I d\vec{l} \times \vec{B} = I d\vec{l} \times (\vec{B}_{\parallel} + \vec{B}_{\perp}) = I d\vec{l} \times \vec{B}_{\perp}$ 가 되

어 미소 전류 $I d\vec{l}$ 의 방향에 수직인 방향으로 작용된다는 것을 의미하는 것이다.

[관찰 결과 4] 두 회로의 상대적인 크기와 두 회로간의 거리를 일정한 배율로서 뒀음꼴을 유지하면서 축소 또는 확대했을 때, 축소 또는 확대 이전의 전류와 동일한 크기의 전류가 흐른다면, 두 폐회로간의 힘은 변하지 않고 일정하다. 양빠르는 이를 위하여 아래 [그림 4]와 같이 반지름의 비가 각각 1:2:4이고 각 중심간의 거리가 즉, $d_1:d_2=1:2$ 인 3개의 원형 전류간의 작용력을 실험적으로 연구하여 왼쪽의 전류환이 가운데 위치한 전류환에 미치는 작용력이 오른쪽의 전류환이 가운데 위치한 전류환에 미치는 작용력과 동일함을 관찰하였다.

이러한 네 개의 관찰결과에 한 가지 가정을 추가하는데, 그 가정이란 바로 두 전류소 $I d\vec{l}$ 과 $I d\vec{l}$



[그림 4] 뒀은 형태의 3개의 원형 전류

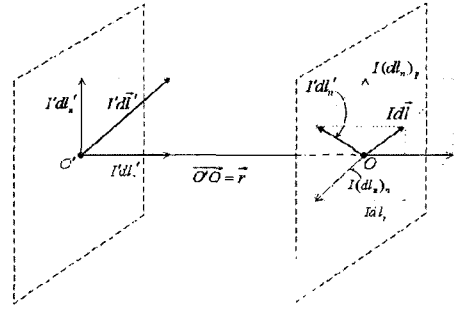
간에 작용하는 힘의 방향이 두 전류소의 중심을 연결한 선상의 방향이라는 것이었다. 이는 뉴턴의 중력이나 쿨롱의 전하간 작용력의 경우, 작용력이 두 질점간 또는 두 전하체간의 중심을 연결한 연장선상에 작용한다는 사실과 부합한다는 의미에서 한번 더 지적하고자 한다. 왜냐하면 앙페르 자신이 뉴턴역학의 신봉자(dedicated follower)였기 때문이다.

위의 네 가지 관찰 결과는 두 폐회로에 흐르는 전류간의 작용력이나 하나의 폐회로에 흐르는 전류와 미소 전류소간의 작용력에 관한 것이지만 두 개의 미소 전류소간의 작용력의 경우에도 여전히 타당한 결과이다.

이제부터 앙페르가 그의 위대한 업적에 이르는 사고의 흐름에 대하여 살펴보자.

본 글에서는 상대적으로 임의의 방향을 향하고 있는 두 전류소 $I\vec{d}\vec{l}'$ 와 $I\vec{d}\vec{l}$ 간의 작용력에 대한 해석적인 표현(analytical expression)을 구하기 위하여 앙페르 자신이 걸어왔던 사고의 발자취^[4]를 복원해 보고자 한다.

먼저 두 전류소 $I\vec{d}\vec{l}'$ 와 $I\vec{d}\vec{l}$ 이 서로 임의의 거리 ($|\vec{r}| = r$)를 두고 삼차원 공간에서 임의의 각도를 이루고 있는 경우를 생각해 보자. 이렇게 일반적인 경우를 수학적으로 단순화하기 위해서 미소 전류소 $I\vec{d}\vec{l}'$ 를 아래 [그림 5]와 같이 오직 두 개의 벡터 성분으로 표현되도록 하고, 관찰점(observation point)의 위치에 있는 $I\vec{d}\vec{l}$ 은 3개의 성분으로 나누어 볼 수 있는 좌표계를 선정하기로 하자. 이는 관찰 결과 2가 임의 분포를 갖는 전류소에 의하여, 관찰점에 위치한 미세 전류소에 작용하는 힘이, 원인으로서의 전류소 벡터 $I\vec{d}\vec{l}'$ 과 관찰점에서의 미세 전류소 벡터 $I\vec{d}\vec{l}$ 이나 거리 벡터 \vec{r} 과 내적의 표현식으로 주어질 수 있음을 시사하고 있기 때문에 각 벡터들의 성분별로 나누어 다루면 간편하기 때문이다. 이는 뒤에 나오는 식 (6)에서 명백해진다.



[그림 5] 원천점 (O')의 관찰점 (O) 위치에 도시되어 있는 두 미소전류소 $I\vec{d}\vec{l}'$ 과 $I\vec{d}\vec{l}$

미소 전류소 $I\vec{d}\vec{l}'$ 에 의하여 관찰점의 위치에 있는 미소 전류소 $I\vec{d}\vec{l}$ 에 미치는 작용력은, '관찰결과 2'에 의거하여, 원천(source)으로서의 미소 전류원 $I\vec{d}\vec{l}'$ 을 \vec{r} 방향성분인 $I'dl'_r$ 과 \vec{r} 방향성분에 수직인 $I'dl'_n$ 으로 나누어서 생각하고, 관찰점의 위치에 있는 미소 전류소 $I\vec{d}\vec{l}$ 을 \vec{r} 방향성분인 $I'dl_r$ 과 \vec{r} 방향에 수직인 $I'dl_n$ 벡터를, $I'dl'_r$ 과 평행한 성분인 $I(dl'_n)_p$ 와 $I'dl'_n$ 과 수직인 성분인 $I(dl'_n)_n$ 으로, 다음과 같이 나누어 생각해 줌으로써 계산할 수 있다.

- <1> $I'dl'_r$ 에 의하여 $I'dl_r$ 에 미치는 힘.
- <2> $I'dl'_r$ 에 의하여 $I(dl_n)_p$ 에 미치는 힘.
- <3> $I'dl'_r$ 에 의하여 $I(dl_n)_n$ 에 미치는 힘.
- <4> $I'dl'_n$ 에 의하여 $I'dl_r$ 에 미치는 힘.
- <5> $I'dl'_n$ 에 의하여 $I(dl_n)_p$ 에 미치는 힘.
- <6> $I'dl'_n$ 에 의하여 $I(dl_n)_n$ 에 미치는 힘.

여기에서 각 번호에 따르는 작용력을 $d\vec{F}_1 \dots d\vec{F}_6$ 라 하고 [그림 5]에 도시된 바와 같이 $I\vec{d}\vec{l}'$ 이 위치한 원점 \vec{O}' 으로부터 $I\vec{d}\vec{l}$ 이 위치한 원점 \vec{O} 에 이르는 변위 벡터를 \vec{r} 로 한다고 하자.

각 성분별로 작용하는 힘은 각 전류소(성분별로)의 곱에 비례하고, 어떠한 방식으로든 두 전류소

간의 거리 \vec{r} 에 관련된다고 가정하면 먼저 <1>에 해당하는, $I'dl',$ 에 의하여 $Idl,$ 에 미치는 힘 $d\vec{F}_1$ 은

$$d\vec{F}_1 = \vec{r}(I'dl',)(Idl,)a(r) \quad (1)$$

로 표현된다. 여기에서 $a(r)$ 은 거리벡터 \vec{r} 의 크기 $|\vec{r}|=r$ 의 임의의 함수를 의미하며 $I'dl',$ 과 $Idl,$ 은 각각 미소 전류소 벡터 $I'd\vec{l}',$ 과 $I'd\vec{l},$ 의 크기 즉, $I|d\vec{l}',|=I'dl',$ 과 $I|d\vec{l},|=Idl,$ 을 의미한다. 그리고 식 (1)에서 벡터 \vec{r} 이 도입된 이유는 관찰 결과 1~4에 추가적으로 이미 언급된 바와 같이, 두 미소 전류소간 작용력의 방향이 두 미소 전류소를 연결하는 선상의 방향으로 가정했기 때문이다.

표현식 (1)은 앙페르의 첫 번째 관찰 결과와 모순이 없다. 왜냐하면 $dl',$ 이나 $dl,$ 의 둘 중의 한 부호만을 바꾸면 작용력 $d\vec{F}_1$ 의 방향이 반대가 되기 때문이다. 동시에 작용력과 반작용의 원칙에도 잘 부합됨을 알 수 있는데, $I'd\vec{l}$ 에 의하여 $I'd\vec{l}'$ 에 미치는 작용력이 $-d\vec{F}_1$ 이 됨을 쉽게 확인할 수 있기 때문이다.

다음으로 <2>, <3>과 <4>에 해당되는 작용력 $d\vec{F}_2,$ $d\vec{F}_3$ 와 $d\vec{F}_4$ 에 대하여 생각해 보자. 이 세 경우의 힘들은 모두 \vec{r} 성분과 \vec{r} 에 수직인 성분간의 작용력으로서 모두 0이 됨을 알 수 있다. 예를 들어 <2>, <3>과 <4>중에서, <4>의 경우를 생각해 보자. 이 때 두 전류소 $I'dl',$ 과 $Idl,$ 사이에 척력 $d\vec{F}$ 이 작용한다고 가정하자. 만일 미소 전류소 $I'dl',$ 의 방향을 반대로 해준다면 관찰 결과 1에 의하여 인력 $-d\vec{F}$ 가 되는데, 이 두 경우에 두 미소 전류소의 상대적인 위치는 변하지 않으므로 $d\vec{F} = -d\vec{F} = 0$ 이 됨을 알 수 있다. 마찬가지로 이유로 $d\vec{F}_2 = d\vec{F}_3 = d\vec{F}_4 = 0$ 이 됨을 어렵지 않게 볼 수 있다.

한편 <5>의 경우의 작용력 $d\vec{F}_5$ 는

$$d\vec{F}_5 = \vec{r}II'\beta(r)dl'_n(dl_n)_p \quad (2)$$

로 주어지며 마찬가지로 사고방식으로,

<6>의 경우의 작용력 $d\vec{F}_6$ 는

$$d\vec{F}_6 = \vec{r}II'\gamma(r)dl'_n(dl_n)_n \quad (3)$$

로 주어진다.

식 (2)과 식 (3) 또한 첫 번째 관찰 결과를 따르며 작용, 반작용의 법칙을 따르고 있음을 알 수 있다. 식 (2), (3)에서 $\beta(r)$ 과 $\gamma(r)$ 은 각각 r 의 임의의 함수이다. 이제 식 (3)의 다른 표현을 구해 보고자 한다.

먼저 스칼라의 삼중적에 관한 표현식 $d\vec{l}' \cdot (d\vec{l} \times \vec{r})$ 을 생각해 보면

$$\begin{aligned} d\vec{l}' \cdot (d\vec{l} \times \vec{r}) &= |d\vec{l}' \times \vec{r}| dl' \cos \theta \\ &= |d\vec{l}' \times \vec{r}| dl'_n \cos \phi \end{aligned}$$

이 되는데 여기에서 θ 는 $d\vec{l}'$ 벡터와 $(d\vec{l} \times \vec{r})$ 벡터간의 각도이며 ϕ 는 \vec{r} 에 수직인 평면에서 $d\vec{l}'_n$ 과 $(d\vec{l} \times \vec{r})$ 사잇각을 의미한다. 계속해서 $(d\vec{l} \times \vec{r})$ 벡터의 크기는 $|d\vec{l} \times \vec{r}| = dl_n \cdot r$ 이고 $dl_n \cos \phi = (dl_n)_n$ 이므로

$$\begin{aligned} (d\vec{l}' \times \vec{r}) \cdot d\vec{l} &= r dl_n \cdot dl'_n \cos \phi \\ &= r (dl_n)_n dl'_n \end{aligned}$$

를 얻고 동시에 $(d\vec{l}' \times \vec{r}) \cdot d\vec{l}' = \vec{r} \cdot (d\vec{l}' \times d\vec{l}')$ 이므로 $r (dl_n)_n dl'_n = \vec{r} \cdot (d\vec{l}' \times d\vec{l}')$ 이 됨을 알 수 있다.

이러한 결과를 이용하여 $d\vec{F}_6$ 를 다시 표현하면

$$\begin{aligned} d\vec{F}_6 &= \vec{r}II'\gamma(r) \frac{[\vec{r} \cdot (d\vec{l}' \times d\vec{l}')]_r}{r} \\ &= \vec{r}II'C(r)[\vec{r} \cdot (d\vec{l}' \times d\vec{l}')] \quad (4) \end{aligned}$$

으로 주어지는데 여기에서 $C(r)$ 은 $\frac{\gamma(r)}{r}$ 을 나타낸다. 따라서 지금까지 구한, $I'd\vec{l}'$ 에 의하여 $Id\vec{l}$ 에 미치는 총 작용력 $d\vec{F}$ 는

$$\begin{aligned}
d\vec{F} &= d\vec{F}_1 + d\vec{F}_5 + d\vec{F}_6 \\
&= \vec{r}II' [a(r)dl'_r, dl_r + \beta(r)dl'_n, (dl_n)_p] \\
&\quad + \vec{r}II' C(r)[\vec{r} \cdot (d\vec{l}' \times d\vec{l})] \quad (5)
\end{aligned}$$

로서 정리된다.

이 식의 첫째항에서 중괄호 속에 있는 표현식은 표현식 자체로부터 볼 수 있듯이 dl'_r, dl_r 과 $dl'_n, (dl_n)_p$ 의 선형적인 합의 형태로 주어지며, 아래의 두 표현식

$$\begin{aligned}
d\vec{l}' \cdot d\vec{l} &= (d\vec{l}'_r + d\vec{l}'_n) \cdot (d\vec{l}_r \\
&\quad + (d\vec{l}_n)_p + (d\vec{l}_n)_n \\
&= dl'_r, dl_r + dl'_n, (dl_n)_p \\
(d\vec{l}' \cdot \vec{r})(d\vec{l} \cdot \vec{r}) &= r^2 dl'_r, dl_r,
\end{aligned}$$

또한 dl'_r, dl_r 과 $dl'_n, (dl_n)_p$ 의 선형적인 합의 형태로 주어지므로 식 (5)의 첫째항의 중괄호 내부의 표현식은 다음과 같이 $(d\vec{l}' \cdot d\vec{l})$ 과 $(d\vec{l}' \cdot \vec{r})(d\vec{l} \cdot \vec{r})$ 의 선형적인 합의 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
&a(r)dl'_r, dl_r + \beta(r)dl'_n, (dl_n)_p \\
&= A(r)(d\vec{l}' \cdot d\vec{l}) + B(r)(d\vec{l}' \cdot \vec{r})(d\vec{l} \cdot \vec{r}) \quad (6)
\end{aligned}$$

이렇게 표현될 수 있는 것은, \vec{r} 을 고정한 경우, 즉 $|\vec{r}| = r$ 이 일정한 경우에 $a(r), \beta(r), A(r)$ 과 $B(r)$ 을 상수로 볼 수 있기 때문이다. 따라서 미소전류소 $I'd\vec{l}'$ 에 의하여 $I'd\vec{l}$ 에 미치는 총 작용력 $d\vec{F}$ 는

$$\begin{aligned}
d\vec{F} &= \vec{r}II' \{A(r)(d\vec{l}' \cdot d\vec{l}) \\
&\quad + B(r)(d\vec{l}' \cdot \vec{r})(d\vec{l} \cdot \vec{r}) \\
&\quad + C(r)[\vec{r} \cdot (d\vec{l}' \times d\vec{l})]\} \quad (7)
\end{aligned}$$

로서 표현된다.

또한 네 번째 관찰결과 -전류는 일정하게 유지하면서 기하학적인 구조를 일정한 비율로 변화(축소

또는 확대)해도 작용력은 변하지 않고 일정하다. -로부터 모든 기하학적인 첫수를 k 배로 확대하는 경우 즉 $r \rightarrow kr$ 로, $dl \rightarrow kdl$ 로 그리고 $dl' \rightarrow kdl'$ 로 하여도 $d\vec{F}$ 는 불변이어야 한다. 이러한 조건을 $d\vec{F}$ 의 첫째항에 적용하면

$$\begin{aligned}
&\vec{r}A(r)(d\vec{l}' \cdot d\vec{l}) \\
&= k\vec{r}A(kr)(kd\vec{l}' \cdot kd\vec{l}) \\
&= k^3\vec{r}A(kr)(d\vec{l}' \cdot d\vec{l}) \quad (8)
\end{aligned}$$

이 되고 이로부터

$$A(kr) = \frac{1}{k^3} A(r) \quad (9)$$

을 얻는다. 식 (9)을 k 에 대하여 미분하면

$$\frac{dA(kr)}{dk} = A'(kr) r = -\frac{3}{k^4} A(r) \quad (10)$$

이 되는데 여기에서 편의상 $k=1$ 로 선택하면

$$\frac{A'(r)}{A(r)} = -\frac{3}{r} \quad (11)$$

를 얻게 된다. 계속해서 양변을 r 에 대하여 적분하면

$$\log A(r) = -3 \log r + \ln a \quad (12)$$

가 되므로

$$A(r) = \frac{a}{r^3} \quad (13)$$

의 결과식을 얻는다. 물론 a 는 적분상수를 의미한다. 이러한 과정을 $d\vec{F}$ 의 표현식에서 둘째항과 셋째항에 대하여 반복하면 $d\vec{F}$ 의 표현식은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}
d\vec{F} &= \vec{r}II' \left\{ \frac{a}{r^3} (d\vec{l}' \cdot d\vec{l}) \right. \\
&\quad + \frac{b}{r^5} (d\vec{l}' \cdot \vec{r})(d\vec{l} \cdot \vec{r}) \\
&\quad \left. + \frac{c}{r^4} [\vec{r} \cdot (d\vec{l}' \times d\vec{l})] \right\} \quad (14)
\end{aligned}$$

여기에서 $\frac{b}{r^5} = B(r)$ 이고 $\frac{c}{r^4} = C(r)$ 이며 b 와 c 는 각각 $B(r)$ 과 $C(r)$ 을 구하는 과정에서 나오게 되는 적분상수이다.

지금까지 4개의 관찰결과 중에서 첫째, 둘째와 넷째의 관찰결과를 사용하였다. 만일에 $d\vec{l}$ 에 의하여 $d\vec{l}$ 에 미치는 작용력에서 $d\vec{l}$ 에 평행한 접선성분을 dF_s 라고 한다면, 세 번째 관찰결과로부터 $\oint_C dF_s = 0$ 이 되어야 함을 알 수 있다. 물론 여기에서 적분은 미소 적분 길이 벡터가 $d\vec{l}$ 로 주어지는 폐곡선 C' 에 대하여 행한다.

편의상 미소전류소 $Id\vec{l}$ 의 위치를 원점으로 하는 직각좌표계 (x, y, z) 를 선택하면 $Id\vec{l}$ 의 위치는 원천점 좌표계로서 (x', y', z') 가 되고 x 축을 $Id\vec{l}$ 벡터와 평행하도록 선택하면 $\vec{r}, d\vec{l}'$, 그리고 $d\vec{l}$ 은 각각

$$\begin{aligned} -\vec{r} &= x' \vec{a}_x + y' \vec{a}_y + z' \vec{a}_z \\ d\vec{l}' &= dx' \vec{a}_x + dy' \vec{a}_y + dz' \vec{a}_z \\ d\vec{l} &= dl \vec{a}_x \end{aligned} \quad (15)$$

로서 주어지는데 이 표현식을 식 (14)에 대입하여 $d\vec{F}$ 의 표현식을 구하면

$$\begin{aligned} d\vec{F} &= \vec{r} I' dl \left\{ \frac{a}{r^3} dx' dl \right. \\ &\quad + \frac{b}{r^5} (-x' dx' - y' dy' - z' dz') (-x' dl) \\ &\quad + \frac{c}{r^4} (-x' \vec{a}_x - y' \vec{a}_y - z' \vec{a}_z) \\ &\quad \left. \cdot (dz' dl \vec{a}_y - dy' dl \vec{a}_z) \right\} \\ &= \vec{r} I' dl \left\{ \frac{a}{r^3} dx' + \frac{b}{r^5} (x'^2 dx' + x' y' dy' + x' z' dz') \right. \\ &\quad \left. + \frac{c}{r^4} (z' dy' - y' dz') \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

이 되고 여기에서 $d\vec{F}$ 의 x 성분만을 기술하게 되면 $\vec{r} = -x' \vec{a}_x - y' \vec{a}_y - z' \vec{a}_z$ 이므로 $d\vec{F}$ 의 x 성분 $(d\vec{F})_x$ 는

$$\begin{aligned} (d\vec{F})_x &= -I' dl \left\{ \frac{ax'}{r^3} dx' \right. \\ &\quad + \frac{b}{r^5} (x'^3 dx' + x'^2 y' dy' + x'^2 z' dz') \\ &\quad \left. + \frac{c}{r^4} (x' z' dy' - x' y' dz') \right\} \\ &= -I' dl \left\{ \left(\frac{ax'}{r^3} + \frac{b}{r^5} x' \right) dx' \right. \\ &\quad + \left(\frac{bx'{}^2 y'}{r^5} + \frac{cx' z'}{r^4} \right) dy' \\ &\quad \left. + \left(\frac{bx'{}^2 z'}{r^5} - \frac{cx' y'}{r^4} \right) dz' \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

이 된다. 여기서 세 번째 관찰 결과로부터 폐곡선 C' 전체에 대하여 선적분을 하게 되면

$$\begin{aligned} \oint_{C'} (d\vec{F})_x &= -I' dl \oint_{C'} \left\{ \left(\frac{ax'}{r^3} + \frac{bx'{}^3}{r^5} \right) \frac{dx'}{dl} \right. \\ &\quad + \left(\frac{bx'{}^2 y'}{r^5} + \frac{cx' z'}{r^4} \right) \frac{dy'}{dl} \\ &\quad \left. + \left(\frac{bx'{}^2 z'}{r^5} - \frac{cx' y'}{r^4} \right) \frac{dz'}{dl} \right\} dl \end{aligned} \quad (18)$$

이 영이 되어야 한다. 이 단계에서 Stokes 정리를 쓰면

$$\oint_{C'} (A_x dx' + A_y dy' + A_z dz') = \int_S \nabla \times \vec{A} \cdot d\vec{S} = 0$$

의 항등식으로부터

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_x}{\partial y'} &= \frac{\partial A_y}{\partial x'} \\ \frac{\partial A_y}{\partial z'} &= \frac{\partial A_z}{\partial y'} \\ \frac{\partial A_z}{\partial x'} &= \frac{\partial A_x}{\partial z'} \end{aligned} \quad (19)$$

로 표현되는 조건을 얻게 된다. 물론 여기에서 A_x , A_y 와 A_z 는 식 (18)에서 괄호내의 표현식을 의미한다. 즉,

$$\begin{aligned} A_x &= \frac{ax'}{r^3} + \frac{bx'{}^3}{r^5} \\ A_y &= \frac{bx'{}^2 y'}{r^5} + \frac{cx' z'}{r^4} \\ A_z &= \frac{bx'{}^2 z'}{r^5} - \frac{cx' y'}{r^4} \end{aligned} \quad (20)$$

을 의미한다. 계속해서 식 (20)을 식 (19)에 대입하여 얻게 되는 항등식으로부터 $c=0$ 와 $b=-\frac{3}{2}a$ 의 결과를 얻는다. 이러한 결과를 식 (14)에 대입하여 정리하면

$$\vec{dF} = a \vec{r} II \left\{ \frac{2(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{d}\vec{l})}{r^3} - \frac{3(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})(\vec{d}\vec{l} \cdot \vec{r})}{r^5} \right\} \quad (21)$$

이 되는데 힘의 단위를 dyne으로 하고 전류의 단위를 National electromagnetic unit으로 선택하여 실험적으로 상수 a 를 구하면 $-\frac{1}{4\pi}$ 이 된다.

따라서 두 미소 전류소 $I\vec{d}\vec{l}'$ 과 $I\vec{d}\vec{l}$ 사이의 작용력은

$$\vec{dF} = -\frac{II'}{4\pi r^3} \vec{r} \left\{ 2(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{d}\vec{l}) - \frac{3}{r^2}(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})(\vec{d}\vec{l} \cdot \vec{r}) \right\} \quad (22)$$

로 표현된다.

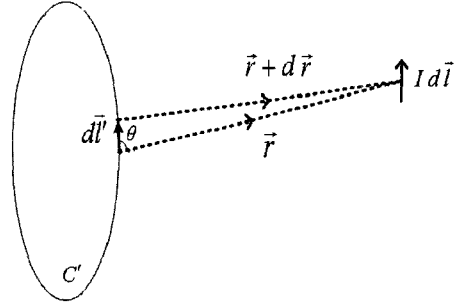
이 표현식을 Biot-Savart의, 폐회로 전류에 의하여 미소 전류소 $I\vec{d}\vec{l}$ 에 미치는 힘에 대한 표현식

$$\vec{dF} = I\vec{d}\vec{l} \times \vec{B} \quad (23)$$

과 비교해 보자. 이 식에서 자속밀도 \vec{B} 는 폐회로 전류에 의한 자속밀도인데, 폐회로 전류의 일부분으로서의 미소 전류소 $I\vec{d}\vec{l}'$ 에 의한 자속밀도 \vec{dB} 에 대한 표현식인 $\vec{dB} = \frac{I'}{4\pi} \frac{\vec{d}\vec{l}' \times \vec{r}}{r^3}$ 을 이용해서 \vec{dF} 를 다시 표현하면

$$\vec{dF} = \frac{II'\vec{d}\vec{l} \times (\vec{d}\vec{l}' \times \vec{r})}{4\pi r^3} \quad (24)$$

이 되어 식 (22)에 주어진 앙페르의 표현식과 다름을 확연히 볼 수 있다. 이 때문에 어떤 표현식이 옳겠는가? 에 대한 활발한 논쟁이 뒤따랐다. 결국 두 표현



[그림 6] 폐곡선 전류소에 대한 적분

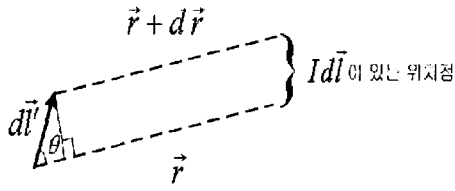
식 식 (22)와 식 (24)가 환형전류에 의한 임의의 미소 전류소 $I\vec{d}\vec{l}$ 에 미치는 작용력이 동일하다는 사실이 밝혀진다.

계속해서 위의 두 표현식이, 전류원이 폐회로 C' 으로 주어질 때 어떻게 해서 같은 결과식을 주는가에 대하여 살펴보기로 한다.

지금까지 살펴본 앙페르가 사용한 추론 과정의 약점은 두 미소 전류소간의 작용력이 두 미소 전류소를 연결하는 선상에 있다고 가정한데에 있었다. 만일에 이러한 제약(작용력이 두 미소 전류소간의 연결선상의 방향만을 갖는다)을 없앤다면, 식 (21)에 $\chi(r)(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})\vec{d}\vec{l}$ 을 더할 수가 있다. 왜냐하면 $\chi(r)$ 이 r 만의 함수라고 가정하고 $\vec{d}\vec{l}$ 을 고정한 채로 폐곡선 C' 에 대하여 선적분하면

$$\oint_{C'} \chi(r)(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})\vec{d}\vec{l} = 0 \quad (25)$$

가 되기 때문이다. 또한 $\vec{d}\vec{l}$ 과 $\vec{d}\vec{l}'$ 에 대하여 대칭이어야 하므로 $\chi(r)(\vec{d}\vec{l} \cdot \vec{r})\vec{d}\vec{l}'$ 의 형태도 포함되어야 한다. 이러한 형태도 포함하면서 동시에 C' 의 폐곡선에 대한 선적분에서 피적분함수의 형태가 전미분(exact differential)으로 주어질 수 있는 가장 일반적인 함수 형태는 $\vec{d}\vec{r}(\vec{d}\vec{l} \cdot \vec{r})\chi(r)$ 이 된다.



[그림 7] $|d\vec{l}'|$ 이 매우 작은 경우, $(\vec{r} + d\vec{r})$ 과 \vec{r} 은 평행

왜냐하면

$$\begin{aligned} & d\{\vec{r}(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})\chi(r)\} \\ &= d\vec{r}(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})\chi(r) \\ &+ \vec{r}d(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})\chi(r) \\ &+ dr\vec{r}(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})\chi'(r) \end{aligned} \quad (26)$$

이 되는데 여기에서 $d\vec{l}'$ 이 상수 벡터로서 고정되어 있고 [그림 6]과 같이 적분행로가 C' 을 따르는 경우를 다루고 있으므로 $d(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r}) = (\vec{d}\vec{l}' \cdot d\vec{r})$ 이 되고 [그림 7]로부터 $d\vec{r} = -d\vec{l}'$ (\because [그림 7]에서 $-\vec{d}\vec{l}' + \vec{r} = \vec{r} + d\vec{r}$)이고, $(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r}) = -rdl' \frac{dr}{dl'} = -rdl' \cos\theta$ (\because [그림 7]에서 $|d\vec{l}'| \rightarrow 0$ 으로 수렴할 때 $(\vec{r} + d\vec{r})$ 과 \vec{r} 이 평행)로부터 $dr = -\frac{(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})}{r}$ 로 표현되므로

$$\begin{aligned} & d\vec{r}(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})\chi(r) \\ &= -d\vec{l}'(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})\chi(r) \\ &- \vec{r}(\vec{d}\vec{l}' \cdot d\vec{l}')\chi(r) \\ &- \frac{\vec{r}(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})}{r}(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})\chi'(r) \end{aligned} \quad (27)$$

로서 정리되어 $\chi(r)(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})d\vec{l}'$ 을 포함하고 있기 때문이다. 이 식에서 r 만의 함수인 $\chi(r)$ 을 $\chi(r) = -\frac{II'}{4\pi} \frac{1}{r^3}$ 로 선택하면 식 (27)은 모두 $\frac{1}{r^2}$ term

이 된다 ($\because |\vec{r}| = r$). 따라서 $d\vec{F}$ 의 보다 일반적인 형태는 식 (22)과 식 (25)의 피적분함수인 $\chi(r) \cdot (\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})d\vec{l}'$ 과 식 (27)의 합으로

$$d\vec{F} = -\frac{II'}{4\pi r^3} \vec{r} 2(\vec{d}\vec{l}' \cdot d\vec{l}') - \frac{3}{r^2} (\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r}) \quad (22)$$

$$- \frac{II'}{4\pi} \frac{(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})d\vec{l}'}{r^3}$$

(25)의 피적분 함수 표현식

$$\begin{aligned} & + \frac{II'}{4\pi r^3} d\vec{l}'(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r}) + \frac{II'}{4\pi r^3} \vec{r}(\vec{d}\vec{l}' \cdot d\vec{l}') \quad (27) \\ & - \frac{3II'}{4\pi r^5} \vec{r}(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r}) \\ &= -\frac{II'}{4\pi r^3} \vec{r}(\vec{d}\vec{l}' \cdot d\vec{l}') + \frac{II'}{4\pi r^3} (\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})d\vec{l}' \\ & - \frac{II' d\vec{l}'(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})}{4\pi r^3} \\ &= -\frac{II'}{4\pi r^3} \{(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r}) - (\vec{d}\vec{l}' \cdot d\vec{l}') \\ & - (\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})d\vec{l}'\} \end{aligned} \quad (28)$$

로서 정리된다. 식 (28)에서 폐곡선 C' 에 대하여 적분하면 $-\oint_{C'} (\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})d\vec{l}' = 0$ 가 되므로 폐곡선 C' 에 흐르는 전류에 의하여 폐곡선 C 의 미소 전류소 $Id\vec{l}'$ 이 받는 힘 $d\vec{F}$ 는

$$\begin{aligned} d\vec{F} &= \frac{II'}{4\pi} \oint_{C'} \frac{(\vec{d}\vec{l}' \cdot \vec{r})d\vec{l}' - (\vec{d}\vec{l}' \cdot d\vec{l}')\vec{r}}{r^3} \\ &= \frac{II'}{4\pi} \oint_{C'} \frac{d\vec{l}' \times (\vec{d}\vec{l}' \times \vec{r})}{r^3} \end{aligned} \quad (29)$$

식 (29)로 주어지므로 비오-사바르의 표현식 (24)와 동일하게 되고, 계속해서 폐곡선 C' 에 흐르는 전류 I' 에 의한 $d\vec{l}'$ 의 위치에서의 자속밀도를 \vec{B} 로 표현한다면

$$\vec{B} = \frac{I'}{4\pi} \oint_{C'} \frac{d\vec{l}' \times \vec{r}}{r^3} \quad (30)$$

이므로 $d\vec{F}$ 는 식 (23)과 동일하게 표현됨을 볼 수 있다. 최종적으로 폐회로 C 에 흐르는 총 전류가 받는 힘 \vec{F} 는

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \oint_C d\vec{F} \\ &= \oint_C Id\vec{l} \times \left[\frac{I'}{4\pi} \oint_{C'} \frac{d\vec{l}' \times \vec{r}}{r^3} \right] \\ &= \frac{II'}{4\pi} \oint_C \oint_{C'} \frac{d\vec{l} \times (d\vec{l}' \times \vec{r})}{r^3}\end{aligned}\quad (31)$$

의 형태로 주어진다. 여기까지의 추론과정이 Maxwell에게 가장 인상적으로 보여진 부분이라고 하겠다.

지금까지 살펴본 앙페르의 두 전류환간에 또는 두 미소전류소간 작용하는 힘에 관한 표현식에 대하여, 반세기가 지난 후에 맥스웰은 “표현식에 있어서 완벽하며 그 정확도에 있어서 흠 잡을 데가 없고, 그로부터 많은 현상들이 추론될 수 있는 공식으로 요약되어 전기 역학(electrodynamics)의 근본적인 공식으로 남게 될 것”이라고 언급하였다. 기존의 철학을 별 의미 없는 것으로 간주했던 학자들, 즉 포아송(Poisson)이나 비오(Biot)같은 학자들과는 달리 앙페르는 젊은 시절부터 당대의 철학 분위기에 깊은 영향을 받았으며 따라서 칸트의 철학을 전적으로 받아들인 것은 아니지만 적지 않은 영향을 받았다. 그가 앞에서 다루어 본 표현식에 도달하게 되는 집요한 실험(본 글에서는 그의 집요한 실험과정에 대해서 다루지 않았지만) 및 추론과정은 “가설과 추론의 접근 방식(hypothetico-deductive approach)”으로 알려져 있으며 많은 사람들에게 의하여 과학적 연구로 적합한 방식으로 받아들여지고 있다.

III. 황혼녘과 안식처, 몽마르뜨

앙페르와 동시대 사람들 중, 앙페르와 절친한 친구이자 빛의 파동설로 유명했던 프레넬과 열역학의

창시자였던 카르노(Sadi Carnot)가 각각 39세와 36세의 젊은 나이로 세상을 떠났던 것과는 대조적으로 앙페르는 거의 사십대 중반의 나이에 그의 중요한 업적을 이루었다. 이는 앙페르의 지적 관심영역이 다른 동시대 학자들에 비하여 광범위했기 때문으로 생각해 볼 수 있다. 오십대에 들어서 건강이 악화되면서 그는 다시 유년기의 지적취향을 따라 라이프니츠의 예정조화설에 심취하게 된다.

1836년 6월 10일 마르세이유에서 폐렴으로 삶을 마감하고 그곳에서 묻히게 된다. 그리고 1869년 앙페르의 유해는 파리의 몽마르뜨 묘지로 옮겨와, 그가 그토록 사랑했으나 오랫동안 예비 속을 꿰개했던 아들, 장자크와 함께 묻히게 된다. 아마도 앙페르는, 저 멀리 아래로 숲이 무성한 골짜기가 내려다 보이는, 어린시절 누이(Antoniette)와 평화롭게 뛰놀던 Poleymieux의 언덕에 묻히고 싶었을지도 모른다.

IV. 결 론

전기자기학 분야에서 전류의 자기적 효과를 처음으로 정량화했던 André-Marie Ampère의, 인간적으로는 고단했고, 학문적으로는 치열했던, 인생역정을 살펴보았다. 특히 훗날 Maxwell에 의하여 전기역학 분야의 뉴턴(Newton of Electrodynamics)이라고까지 평가를 받게 했던 중요한 업적부분, 즉 앙페르의 힘의 법칙(Ampere's law of force)의 추론과정에 초점을 맞추어 정리해 보았다. 미흡하기 짝이 없는 - 그가 겪어왔던 삶의 무게를 담기에는 - 글이지만 우리 전자과학회 회원님들께 앙페르라는 한 남자의 일생을 진지하게 생각해 보는 기회가 되기를 기대해 본다.

참 고 문 헌

- [1] L. Pearce Williams, *Andre-Marie Ampere*, Scientific American, pp. 72-79, Jan. 1989.

[2] J. R. Hofmann, *Andre-Marie Ampere*, Blackwell, 1995.
 [3] Edmund Whittaker, *History of the Theory of A
 ether and Electricity*, The Classical Theories, vol. 1,

pp. 85-88, 1987.

[4] M. Mason, W. Weaver, *The Electromagnetic Field*,
 New York, Dover Publication, Inc., pp. 176-185,
 1929.

≡필자소개≡

조영기



1978년 2월: 서울대학교 전자공학 (공학사)

1981년 2월: 한국과학기술원 전자공학 (공학석사)

1998년 2월: 한국과학기술원 전자공학 (공학박사)

현재: 경북대학교 전자전기컴퓨터학부

교수

현재: 국제전파연합(URSI), Commission B, Fields and Waves,
 Korean representative

현재: 한국전자파학회 학술위원회 위원장

현재: 경북대학교 정보통신 기술분야(연구중심) BK21 단장
 [주 관심분야] 안테나 이론, 마이크로파 공학, 전자기 산란 및
 전자기 이론