

솔리드모델과 2D 연성모델을 사용한 브레이크 디스크의 열해석

강 상 육¹⁾ · 김 창 진¹⁾ · 이 대 희²⁾ · 김 흥 섭²⁾

인제대학교 기계공학과¹⁾ · 인제대학교 기계자동차공학부²⁾

The Thermal Analysis of Brake Disc using the Solid Model and 2D Coupled Model

Sang-wook Kang^{*1)} · Chang-jin Kim¹⁾ · Dae-hee Lee²⁾ · Heung-seob Kim²⁾

¹⁾Department of Mechanical Engineering, Inje University, Gyeongnam 621-749, Korea

²⁾School of Mechanical & Automobile Engr., Inje University, Gyeongnam 621-749, Korea

(Received 7 June 2003 / Accepted 28 August 2003)

Abstract : This paper describes the thermoelastic instability arising from friction heat generation in braking and proposes the finite element methods to predict the variation of temperature and thermal deformation. In a conventional disc brake analysis, heat generation is only related with wheel speed and friction material and the interface pressure between disc and pad is assumed constant. But, under dynamic braking conditions, the frictional heat causes the thermoelastic distortion that leads to more concentrated contact pressure distribution and hence more and more non-uniform temperature.

In this paper, to complete the solution of the thermomechanically coupled problem, the linear relation model between pressure and temperature is proposed and demonstrated in examples of a simple two dimensional contact problem. And the two dimensional model has been extended to an annular three dimensional disc model in order to consider more realistic geometry and to provide a more accurate critical speed for automotive brake systems.

Key words : Thermoelastic instability(열탄성 불안정성), Contact frictional heat(접촉 마찰열), Hot spot(열섬), Hot judder(열적 저더), Coupled field(연성장)

Nomenclature

P : Pressure distribution, N/m²

a : deceleration, m/s²

γ : heat distribution factor, %

V_1 : vehicle velocity at begin of braking, m/s

V_2 : relative sliding speed, m/s

R_o : outside radius of pad, m

R_i : inside radius of pad, m

f : friction coefficient

1. 서 론

자동차의 디스크 브레이크는 특히 고속주행에서 브레이크 작동시에 저더(judder) 또는 러프니스(roughness)로 알려진 저주파 진동을 일으킬 여지가 있다. 차량 설계의 다른 영역에서 주요한 소음 저감 개선은 브레이크 소음의 소비자 허용치를 줄이고자 하는 요구가 많다. 그 결과 브레이크 저더와 관련된 소송(claim)의 원인이 되고 있다.

차량의 브레이크 성능은 브레이크 요소들의 온도

*To whom correspondence should be addressed.
judo-yaa@daum.net

의 영향을 많이 받는데 제동 시 고온은 브레이크 패이드, 영구적 마모, 브레이크 액의 기화, 베어링의 고장, 열크랙 발생, 그리고 열간 저더 등을 일으킨다. 열간 저더는 브레이크 디스크의 열적 변형에 의해 발생하게 되는데, 이러한 열탄성 불안정성(thermoelastic instability: TEI)의 해석을 통한 브레이크의 소음/진동 문제를 해결하고자 하는 시도는 계속되어 왔다. 마찰에 의한 열탄성 불안정성 현상은 관련된 두 물체의 기계적, 열적 성질, 기하학적 형상, 마찰 계수 및 미끄럼 속도 등이 관련된 매우 복잡한 현상이다. 이와 같이 열탄성 문제는 열 해석과 열 변형 해석 및 접촉(contact) 문제들을 서로 연계해서 풀어야 하는 어려움 때문에 비교적 단순한 모델을 통한 해석적 접근이 요구되고 있다.

지금까지의 브레이크 디스크에 대한 연구동향으로는 열탄성 문제를 해결하기 위해 수치해석기법과 FEM 기법을 사용한 연구가 활발히 진행되었다.

국내의 연구들을 살펴보면 수치해석 기법을 통해 디스크의 열적거동 해석연구를 하였고,¹⁾ 이러한 수치해석기법을 바탕으로 FEM(유한요소해석)을 사용하여 브레이크의 열적거동 해석과 열응력 해석 연구가 진행되었다.²⁾ 하지만 이 연구는 패드의 직접적인 마찰영향에 대한 고려는 하지 못하고, 단지 대류 열전달 계수값의 변화에 중점을 두고 열해석을 진행하였다. 또한, FEM을 이용한 브레이크의 최적 설계기법에 관해 연구가 진행되었는데,³⁾ 이 연구는 디스크의 설계의 차이에 의한 온도해석을 하였다. 하지만, 실제로 발생하는 디스크 표면의 마찰열도 Limpert의 이론식을 적용하였기 때문에 디스크와 패드의 연성작용을 고려하지 못하였다. 제동시에 발생하는 마찰열과 대류 전달계수를 적용하여 브레이크 최적 설계해석을 한 연구는,⁴⁾ 이론식을 바탕으로 계산한 마찰열을 패드와 접촉하는 디스크 표면에 균일하게 적용하였으나, 패드의 접촉압력 경계 조건은 고려하지 못하였다.

최근, 국외에서 발표된 연구를 살펴보면 브레이크의 복잡한 열해석에 대한 방법에 대해 실험적인 계산식을 사용하여 단일제동 및 반복제동에서의 브레이크에 관련된 여러 식을 나타내었고,⁵⁾ 디스크의 형상에 의한 브레이크의 패드와 디스크의 마찰에

의해 발생되는 열입력과 대류조건에 관한 식을 규명하여 사용하였다. 즉, 제동에 관련된 초기 온도 및 여러 가지 물성치 및 특성을 적용시켜 보다 알기 쉽게 해석하려 하였다. 최근에는 FEM기법을 사용한 브레이크 디스크의 열해석에 대해 연구가 진행되었는데, 축대칭 모델을 사용하여 패드와 디스크의 마찰계수와 접촉압력을 고려한 디스크의 유한요소해석 연구였다.⁶⁾ 이 기법은 제동시 발생하는 마찰열에 대해 패드와 디스크의 연성작용을 고려한 방법으로서, 서로 다른 패드의 물성치 값을 적용시켰을 때 발생되는 온도분포와 압력의 변화를 측정하였다. 이러한 브레이크 디스크의 FEM 해석 기법은 제동시 디스크와 패드의 마찰 접촉에 의한 연성작용을 적용한 방법으로서, 실제로 발생하는 디스크의 열탄성 불안정성을 가장 잘 표현한 연구라고 볼 수 있다.

이러한 연구들을 바탕으로 본 연구에서는 기존의 Limpert 가 제안한 해석방법과 Kao가 연구 제시한 디스크와 패드의 접촉(contact)의 영향에 대한 해석 접근 방법을 비교, 참고로 하여, 2D 연성모델을 통해 실제로 발생되는 패드와 디스크의 접촉을 고려한 온도해석 및 열변형 해석을 하였다. 이러한 새로운 FEM 기법은 유한요소해석 프로그램인 ANSYS를 사용하여 기존의 브레이크 해석에서 보여주지 못한 국부적인 열섬(Hot spot)의 성장과 디스크의 회전 속도차이에 의한 패드 마찰면의 온도 분포도를 나타낼 수가 있었다.

2. 브레이크 디스크의 열변형 해석

2.1 제동시 발생하는 열에너지

주행하는 자동차가 제동을 시작하여 감속, 가속, 등속의 제동구간을 갖는 제동을 하였을 경우에 발생되는 마찰열에 의한 디스크와 패드 사이의 열속을 구하였다.

이때 열입력 조건은 FMVSS 105-75 (브레이크 다이나모 시험규격)의 제 2 페이드 시험 중에서 감속 구간만을 고려하였다. 즉, 차량은 97 km/h 속도로 주행 중에 감속도가 0.6g 로 4.578초 동안 감속하여 정지 상태에 도달한다. 제동시 패드와 브레이크 디스크 사이에 발생하는 마찰은 모두 열에너지로 변환된다고 가정한다. 따라서, 이 경우의 열입력을 구하

Table 1 Material properties of disk and pad

	Material	Properties
Disk	Modules of elasticity [Pa], E	125×10^9
	Poisson's ratio, ν	0.25
	Thermal expansion coefficient, α	12×10^{-6}
	Thermal conductivity [J/kgC], K	54
	Specific heat [J/kgC], C	586
	Density [kg/m^3], ρ	7100
Pad	Modules of elasticity [Pa], E	0.53×10^9
	Poisson's ratio, ν	0.25
	Thermal expansion coefficient, α	30×10^{-6}
	Thermal conductivity [W/mC], K	0.5
	Specific heat [J/kgC], C	1.034
	Density [kg/m^3], ρ	3660

면 다음과 같다.⁴⁾

$$q = \frac{a\gamma(m + \frac{I}{r^2})(2V_1 - a(t_2 + t_1))}{10\pi(R_o^2 - R_i^2)} \quad (1)$$

여기서, t 는 제동시간, m 은 차량의 전체무게, I 는 회전관성모멘트, r 는 타이어의 반경

2.2 대류 열전달 계수

해석하는 조건을 맞추기 위해 간단한 형상인 솔리드 타입의 디스크 형상을 사용하였다. 식(1)을 이용하여 열입력을 구하였고, Table 2를 이용한 솔리드 형상의 대류 열전달 계수값을 적용시켜 해석을 수행하였다. k 는 공기의 열전도율, D 는 디스크의 직경, Re 는 레이놀즈수를 나타낸다.

Table 2 Convective heat transfer coefficient of solid disc

종류	$h = 0.7(k/DRe^{0.55})$	$Re < 2.4 \times 10^5$
난류	$h = 0.04(k/D)Re^{0.8}$	$Re > 2.4 \times 10^5$

2.3 연성 모델 해석시 사용한 열에너지

제동시 패드는 디스크에 밀착되어 제동력을 발생시키는데, 제동력 발생시 적용하는 패드의 압력을 유한요소해석 프로그램인 ANSYS에서는 변위제어기법이라는 방법을 통해 적용하였다. 변위제어기법은 단지 패드를 밀착시키는 방법으로 패드의 압력을 발생시키는 것이 아니라, 디스크에 대한 패드

의 아주 미세한 정도의 침투값을 고려하면서 실제로 발생하는 패드면의 소모성을 고려하여 접촉압력을 발생시키려 하였다. 즉, 패드의 접촉하중은 패드의 침투값(penetration, g)의 영향을 받는다.

$$F = k \times g \text{ (if } g \le 0\text{)} \quad (2)$$

$$P = \frac{F}{A} \quad (3)$$

여기서, k 는 접촉계수, g 는 디스크에 대한 패드의 침투값, A 는 단위면적, F 는 접촉 표면에서의 수직하중, P 는 접촉압력을 나타낸다.

식 (2), (3)에서 침투값(g)에 의해 패드의 수직하중 F 가 발생하고, 디스크와 패드의 접촉에 의해 단위 면적당 발생하는 힘 P 가 적용이 되는 것이다. 즉, 침투값이 크면 클수록 압력 P 가 증가하며 식 (4)에서 열에너지가 발생하는데 영향을 준다. 패드의 두께 및 물성치를 고려하여 침투값을 적용하는데, 이 침투값의 설계값은 반복적인 측정을 통해 얻어낸 값을 적용하였다. 초기 패드의 침투값을 높게 설정하여 식 (2),(3),(4)에 적용하면, 초기 감속단계 해석시 발생하는 디스크 표면의 온도분포가 기존의 비교모델인 솔리드 모델과 비교했을 때, 많은 온도의 차이가 발생하는 문제가 생겼다. 따라서 기존의 솔리드 모델과 비교하기 위해 반복적인 측정을 하여, 초기에 발생하는 온도분포가 거의 일정할 때의 침투값을 사용하였다.

제동시 패드와 디스크의 마찰에 의해 발생하는 열입력을 구하기 위해 식 (3)을 식 (4)에 적용하였다.

연성모델 해석시, 식 (4)를 사용하는 이유는 모델 형상을 이용할 때 패드의 압력효과에 의한 실제로 발생하는 열에너지를 적용하기 위한 것이다. 결국, 패드의 압력에 의해 마찰열이 발생하고 다시 그 마

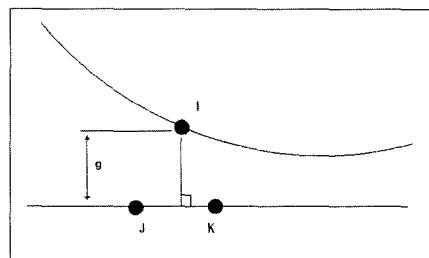


Fig. 1 Node-to-segment contact in 2D

찰열에 의해 압력의 변화를 생기게 하는 연성효과를 고려할 수가 있는 것이다. 즉, 제동초기에는 식(3)에서 단지 패드의 접촉에 의한 초기 압력 P 가 발생하였고, 초기 압력으로 식(4)에서 디스크 표면에 발생하는 열에너지 q 를 구할 수 있었다.

$$q = f \times V_2 \times P \quad (4)$$

제동시간 Δt 이후에는 초기 열에너지 q 에 의한 디스크 표면의 열변형으로 인해 접촉하고 있던 패드의 압력 P 가 변하게 되면서 제동시간 Δt 이후의 속도 V_2 와 함께 다시 식(4)에 영향을 주었다. 이러한 결과로 식(4)에서 열에너지 q 가 영향을 받는 연성작용이 발생되는 것이다. 따라서, 이런 반복적인 연성해석 방법을 통해 연성모델의 열에너지 및 패드의 압력변화를 예측할 수 있었다.

3. 시뮬레이션 해석결과

3.1 솔리드(비연성) 모델 해석

연성모델 해석과의 비교를 위해 기존의 해석방식인 이론식(1)을 이용한 열속과 솔리드 형상의 대류 열전달 계수 값만을 적용한 해석을 하였다.

3.1.1 제동시 온도분포 예측 결과

단일 제동구간에서 발생하는 디스크의 온도 분포를 Fig. 2, Fig. 3에 나타내었다. Fig. 2는 감속이 시작되는 초기에 패드에 의한 디스크 표면에 열이 발생하는 순간($t=0.001$)의 온도 분포도이다. 초기 주변온도 17°C 에 비해 아직 거의 온도 변화차이는 보이지 않는다. Fig. 3은 감속이 완료된 시점의 디스크 온도분포를 나타내었다. 대류 열전달의 영향으로 디스크 표면의 열전달이 이루어져 온도 분포가 나타나고 있지만, 패드와 디스크의 마찰 중심부분에는 고온의 열이 형성되어 있다.

단일제동이 진행되는 동안, 즉 35초 동안에 나타나는 온도변화를 예측하여 Fig. 2의 노드점 1,2,3,4를 선택하여 Fig. 4에 나타내었다.

감속 구간 일 때 디스크 표면의 온도가 상승하고 있고, 가속 구간과 등속 구간일 때는 대류 경계조건만 적용되기 때문에 온도가 감소되고 있다. 가장 낮은 온도를 보이고 있는 부분은 Fig. 2에서 디스크 표면의 1번 지점으로, 이 부분은 패드의 외경이 접

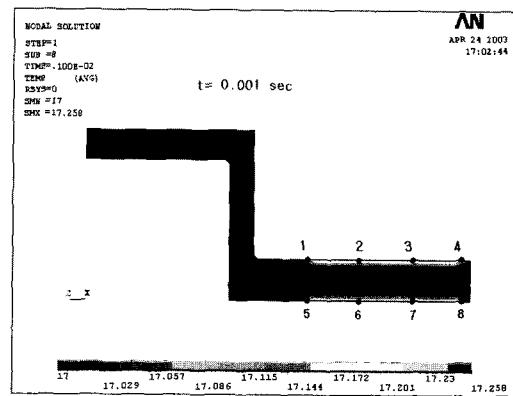


Fig. 2 Temperature distribution of initial braking

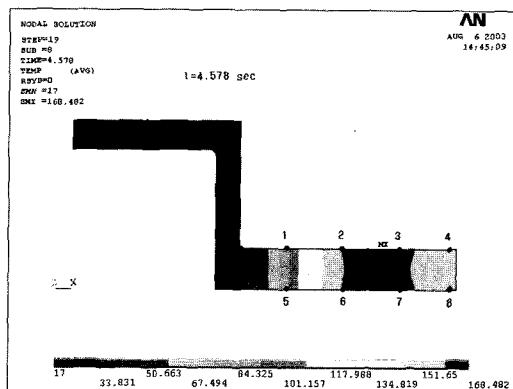


Fig. 3 Temperature distribution of braking ($t=4.578$ sec)

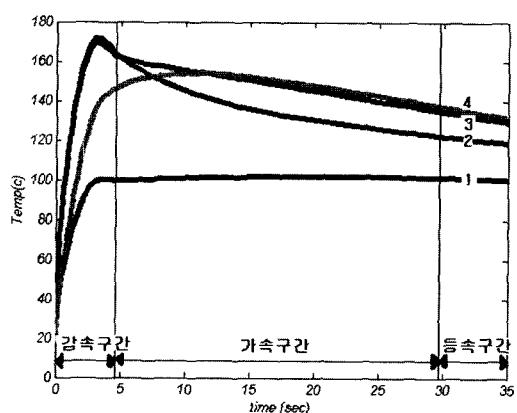


Fig. 4 Temperature variation in the upper surface

하는 4번 지점의 디스크 온도보다 온도 변화가 적다.

3.1.2 제동시 열변형 예측 결과

단일제동 구간에서의 온도해석을 하고 나서 디스크의 Fig. 3의 노드 1,4,5,8의 위치에서 열변형을 예

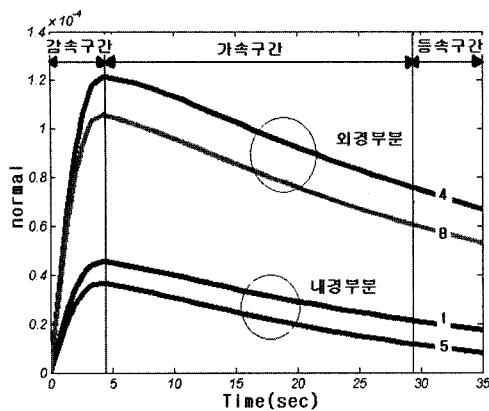


Fig. 5 Variation of axial displacement

측한 결과, 디스크의 변위는 Fig. 5와 같이 전체적으로 외경부분과 내경 부분으로 구분할 경우 외경부분들의 열변형 변위가 내경 부분에 비해 크게 변화함을 알 수가 있다.

대류 경계조건에 의한 열거동이 발생하고 있는 데, 디스크 외경의 축방향 변위변형을 구한 결과 Fig. 5의 4,8 위치의 변형크기가 내경지점인 1,5 위치에 비해서 더 큰 변화를 보이는 코닝(corning)변형이 나타남을 알 수 있다.

3.2 연성 접촉 모델 해석

제동시 패드와 디스크의 마찰접촉이 발생하는데, 패드의 접촉압력과 디스크 표면의 슬라이딩 속도에 의해 식(4)로 열입력을 구하였다. 초기 패드의 압력에 의한 열입력이 발생하는데, 이 열입력에 의해 패드와 디스크 표면에 열변형이 발생하며, 국부적인 접촉압력의 상승을 가져온다. 이러한 열입력과 압력의 상호작용을 고려한 열입력(지배방정식)식을 이용하여 FEM 연성 해석결과를 얻을 수 있었다.

3.2.1 제동시 온도분포 예측결과

기존의 방식과는 다르게 패드의 초기접촉압력에 의한 디스크로의 침투와 접촉강성(일반적으로 패드 강성과 동일)에 의해 접촉하중을 구하였다. 이 접촉하중을 이용하여 접촉압력을 결정하고 식(4)에 의해 열입력을 결정하였다.

Fig. 6을 살펴보면, Fig. 2와는 다른 초기 온도 분포를 나타내고 있다. Fig. 6에서는 기존의 해석 방법인 열입력 및 대류조건을 적용시키는 것 외에 추가

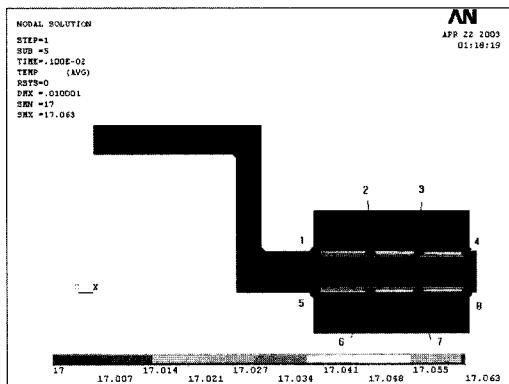


Fig. 6 Temperature distribution of initial braking

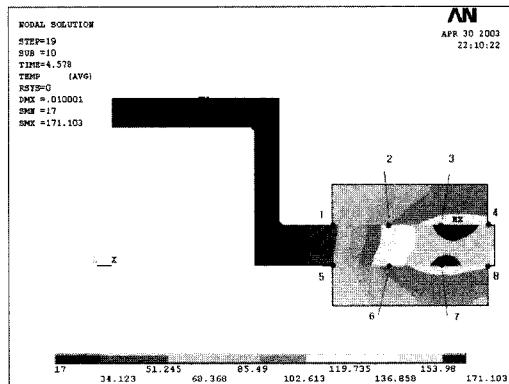


Fig. 7 Temperature distribution of braking ($t=4.578$ sec)

적으로 패드의 침투에 의해 생기는 압력의 영향을 고려하였고, 패드와 접촉하는 디스크 표면의 열입력에 대해 각각의 다른 속도의 영향을 고려하였다. 그래서 패드와 접촉하는 디스크의 안쪽보다는 바깥쪽 부분의 온도가 더 많이 증가하고 있는 형상이다.

Fig. 7은 감속이 완료되는 시간(4.578 sec)일 때 디스크와 패드의 온도분포를 나타내고 있다. 디스크의 윗면과 아랫면의 온도분포의 차이는 축대칭 형상의 디스크를 사용하여 나타낸 결과로서 초기 감속이 시작되는 구간에는 윗면과 아랫면의 압력의 차이는 없었으나, 감속이 완료되는 시간에는 확실하게 압력의 차이에 의한 온도 분포가 크게 차이를 보이고 있다. 이러한 결과는 반복 제동과 같은 여러 번의 제동구간 동안에 더 확실한 차이가 날 수 있음을 예측할 수 있다.

Fig. 8은 단일제동구간에 발생하는 연성 모델의 온도 분포를 예측한 결과이다. Fig. 4와 비교해서 디

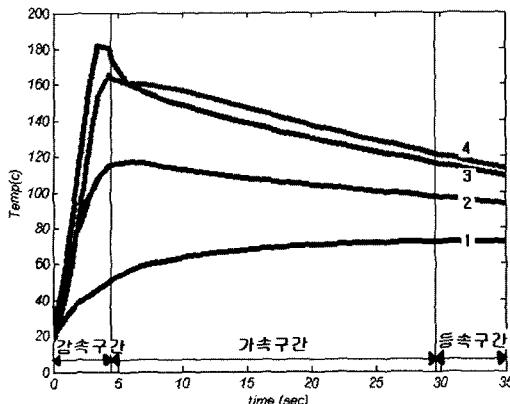


Fig. 8 Temperature variation in the upper surface

스크 표면에서 최대 온도와 최소온도의 차이가 커짐을 볼 수 있는데, 이것은 국부적인 접촉압력의 상승으로 인한 온도증가로 볼 수 있다. 따라서, 반복제동까지 수행한 경우 이 같은 효과가 커져, 국부적인 열섬(Hot spot)으로 성장할 수 있음을 보여준다.

3.2.2 접촉 압력분포 예측 결과

단일 제동시의 디스크 표면의 압력 분포를 측정하여 Fig. 9, Fig. 10으로 나타내었다. 각각 패드의 윗면과 아랫면의 압력을 측정하였는데, 제동 초기에는 디스크에 대한 패드의 압력 분포는 거의 일정함을 알 수 있다. 즉, 패드의 압력변화는 윗면과 아랫면의 차이가 거의 없기 때문에, 디스크의 변형 문제에도 별다른 영향을 주지 못한다. 하지만, 감속이 완료되는 시점에서의 패드의 압력변화를 살펴보면 윗면과 아랫면의 차이가 극명하게 나타나고 있다. 이것은 축대칭 형상 모델에 대해 패드의 디스크에 대한 접촉압력이 서로 다르다는 것을 알 수가 있다.

연성모델의 접촉압력분포를 살펴보면 Fig. 9와 Fig. 10에서 많은 차이를 알수가 있었다. 제동초기에는 패드의 압력분포가 변화를 보이지 않지만, 시간 $t = 1.43$ 초일 때 전체적인 변화를 보이면서 열에너지 및 디스크의 변형에 의해 접촉하는 패드가 영향을 받아 압력의 분포형태가 다르게 나타나고 있다. 결국 감속완료 시간일 때의 압력분포는 윗면과 아랫면의 아주 다르게 분포를 타나내고 있으며, 이런 결과는 디스크에 대한 패드의 압력을 국부적으로 변화시켜 디스크의 제동력을 저하시킬 수 있다.

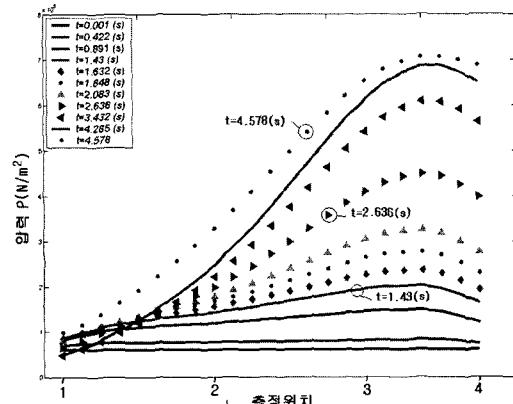


Fig. 9 Pad contact pressure of upper surface

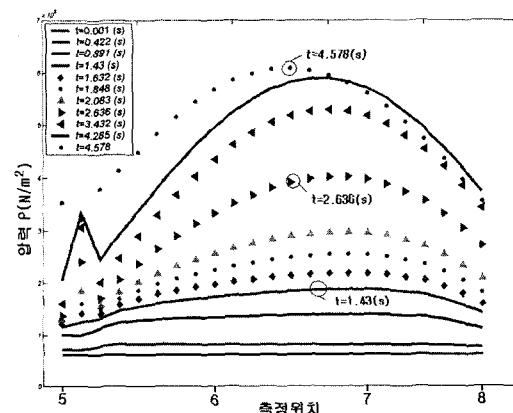
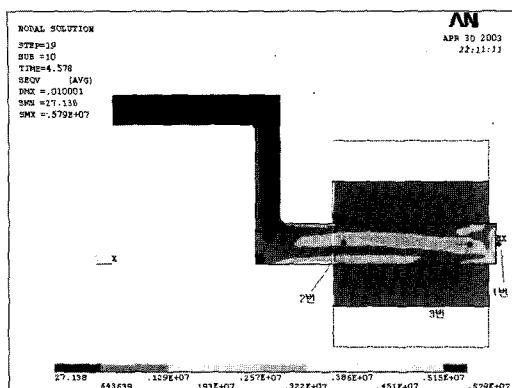
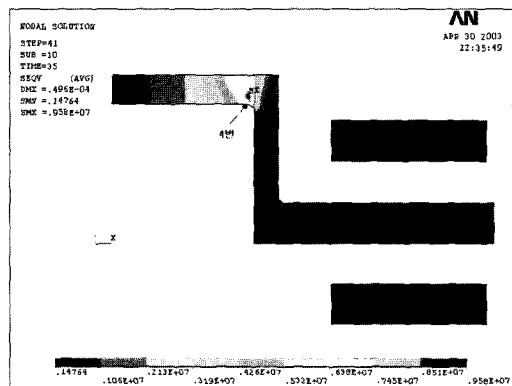


Fig. 10 Pad contact pressure in lower surface

3.2.3 열응력 분포 결과

제동시 패드와 디스크의 상호 마찰작용에 의해 발생되는 디스크의 응력분포를 예측하였다. 응력의 발생은 열입력에 의한 온도발생과 압력 작용의 복합적인 결과로서 발생하는데, 감속이 완료된 시점과 단일제동 구간이 끝나는 등속구간 시점을 각각 예측하였다.

감속이 완료된 시점인 Fig. 11의 응력분포를 살펴보면, 패드의 접촉마찰에 의해 디스크에 응력분포가 발생됨을 알수 있다. 감속이 완료되는 순간까지 디스크 표면에 있던 온도분포가 방열에 의해 1번지 점에서 열응력이 가장 크게 발생하고 있고, 2번과 3번사이의 디스크 중앙부분에는 양쪽 패드의 접촉압력 및 열에너지에 의한 국부적으로 열응력이 발생하고 있다. Fig. 12를 살펴보면 단일제동이 끝나는 등

Fig. 11 Von mises stress after deceleration($t=4.578$ sec)Fig. 12 Von mises stress after single stop braking ($t=35.0$ sec)

속구간 시점의 열응력분포 그림이다. Fig. 11에서 감속이 완료된 후 대류경계조건에 의한 가속구간을 지나고 나면, 디스크 표면의 온도가 낮아지기 때문에, 디스크의 열응력 분포도 전체적으로 낮아진다. 하지만, Fig. 12에서의 4번 지점에서는 국부적으로 열응력 분포가 나타나고 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 자동차의 제동시 패드와 디스크의 마찰에 의해 발생되는 열온도 및 열변형을 두 가지 해석기법을 적용하여 해석하였다.

기존에 진행되었던 열입력과 대류경계 조건만을 고려한 해석기법과 실제로 패드의 압력에 의해 발생되는 열입력과 다시 그 열입력에 의해 영향을 받는 접촉압력을 이용하는 연성해석을 수행하는 방법이었다. 전자의 방법은 각각의 열해석, 구조해석을

연계시켜 해석하는 방법으로 많은 시간의 소요가 필요하였지만, 현재는 연성해석을 통해 한번에 열구조해석을 함으로써 불필요한 해석시간을 줄일 수가 있었다.

전자의 방법은 브레이크를 해석하는 연구방법으로 자주 적용되고 있으나, 실제로 발생되는 접촉 마찰열에 대한 경계조건을 고려하지 않으므로 정확하다고 볼 수가 없다. 그래서 후자의 방법인 패드의 압력과 열입력의 연성작용을 통해 해석하는 방법을 사용하여 전자에서 보여주지 못한 패드의 압력변화와 열입력의 변화를 비교, 분석하였다. 즉, 2D 디스크의 축부분과 제동 접촉 부분의 형상으로 인해 압력 및 열발생의 분포가 전체적으로 많은 차이를 보이고 있음을 알 수가 있었고, 디스크 표면의 온도분포 및 변형도의 차이를 알아낼 수가 있었다.

또한, 기존의 방법에서 고려하지 못한 브레이크의 회전에 대한 디스크의 경계조건을 추가적으로 고려하여, 디스크 표면에 발생하는 국부적인 열섬의 발생을 예측할 수가 있었다.

이 논문에서는 단일제동구간에 대해서만 연구를 진행하여 비교, 분석하는 연구가 진행되었지만, 이를 토대로 반복제동후의 디스크와 패드의 온도분배 및 열변형에 대한 예측을 할 수가 있다.

후 기

본 연구는 2002년도 인제대학교 학술연구조성비 지원하에 이루어진 것임을 알려드립니다.

References

- 1) C. K. Kim, B. Y. Sung, "Thermal Behavior Analysis of Disc Brake System during Quick Braking," KAME A, Vol.22, No.6, pp.1106-1113, 1998.
- 2) C. K. Kim, K. I. Lee, "Tribological Analysis on the Contact Behaviors of Disk Brakes Due to Frictional Heatings," KSME A, Vol.23, No.10, pp.1845-1852, 1999.
- 3) D. C. Shin, T. J. Kim, T. S. Chi, K. Y. Kim, "Optimal Brake Disc Design Method for High Speed Judder Reduction," KASE Autumn Conference Proceeding, pp.905-912, 2000.

- 4) T. H. Lee, K. K. Lee, S. J. Jeong, "Optimal Design for the Thermal Deformation of Disk Brake by Using Design of Experiments and Finite Element Analysis," KSME A, Vol.25, No.12, pp.1960-1965, 2001.
- 5) R. Limpert, "Brake Design and Safety, Second Edition," Society of Automotive Engineers Inc., 1999.
- 6) Kao & Richmond, "Brake Disc Hot Spotting and Thermal Judder : An Experimental and Finite Element Study," International Journal of Vehicle Design, Vol.23, No.3/4, 2000.
- 7) S. J. Jung, ANSYS- Heat Transfer Analysis, TSNE, pp.225-241, 2001.
- 8) Taesung Software Engineering Inc., Selected Problems for ANSYS User, 2002.
- 9) D&D Engineering Inc., "Non-Linear Analysis, pp.1-42, 2003.